

Carolin Strobl:

Das Rasch-Modell.

Eine verständliche Einführung für Studium und Praxis

Sozialwissenschaftliche Forschungsmethoden,

hrsg. von Wenzel Matiaske, Martin Spieß u.a., Band 2,

Rainer Hampp Verlag, München u. Mering, 3. korr. Aufl. 2015, 131 S.,

ISBN 978-3-95710-050-4 (print), € 19.80, ISBN 978-3-95710-150-1 (e-book pdf), € 17.99

Im schulischen und beruflichen Alltag werden häufig psychologische Tests verwendet, um z.B. die Kompetenz von Schülern oder die Eignung von Bewerbern zu messen. Damit ein psychologischer Test faire Vergleiche zwischen Personen erlaubt, muss er allerdings bestimmte Anforderungen erfüllen.

Das Rasch-Modell ermöglicht durch seine mathematische Formulierung die Überprüfung dieser Anforderungen. Es wird u.a. in der empirischen Bildungsforschung zur praktischen Konstruktion von Tests eingesetzt und gehört als wichtigster Vertreter der sogenannten probabilistischen Testtheorie standardmäßig zum Prüfungsstoff in Psychologie und verwandten Studiengängen.

Dieses Buch gibt eine verständliche Einführung in die Thematik der Konstruktion und Validierung psychologischer Tests mithilfe des Rasch-Modells. Alle nötigen mathematischen und statistischen Grundlagen werden dabei in einem Anhang und begleitenden Fußnoten erläutert. Dadurch ist dieses Buch unabhängig von der mathematischen Vorbildung als Einführung und zur Prüfungsvorbereitung geeignet.

Neben der verständlichen Darstellung der zugrundeliegenden Theorie bietet dieses Buch auch eine praktische Einführung in die Anpassung von Rasch-Modellen mithilfe der frei verfügbaren Statistik-Software R. Dadurch können die im Buch erklärten Verfahren direkt auf eigene Daten angewendet werden.

Schlüsselwörter: Psychologische Testtheorie, Item-Response-Theorie, Psychologische Methodik, Sozialwissenschaftliche Methodik

Carolin Strobl ist Professorin für psychologische Methodenlehre, Evaluation und Statistik an der Universität Zürich. Ihre Forschungsschwerpunkte sind psychometrische Methoden und Machine-Learning-Verfahren.

SOZIALWISSENSCHAFTLICHE FORSCHUNGSMETHODEN

Band 2

Herausgeber

Wenzel Matiaske (Helmut-Schmidt-Universität Hamburg)

Martin Spieß (Universität Hamburg)

(geschäftsführend)

Michael Berlemann (Helmut-Schmidt-Universität Hamburg)

Ingwer Borg (GESIS und Universität Gießen)

Claudia Fantapié Altobelli (Helmut-Schmidt-Universität Hamburg)

Holger Hinz (Universität Flensburg)

Uwe Jirjahn (Universität Trier)

Bernhard Kittel (Universität Wien)

Stefan Liebig (Universität Bielefeld)

Rainer Oesterreich (TU-Berlin)

Jost Reinecke (Universität Bielefeld)

Kai-Uwe Schnapp (Universität Hamburg)

Rainer Schnell (Universität Duisburg-Essen)

Peter Sedlmeier (Technische Universität Chemnitz)

Wilfried Seidel (Helmut-Schmidt-Universität Hamburg)

Carolin Strobl (Universität Zürich)

Gerhard Tutz (Ludwig-Maximilians-Universität München)

Ehemalige Mitherausgeber

Joachim Wagner (Leuphana Universität Lüneburg)

Manfred Kraft (Universität Paderborn)

Carolin Strobl

Das Rasch-Modell

Eine verständliche Einführung
für Studium und Praxis

3. erweiterte Auflage

Rainer Hampp Verlag

München und Mering 2015

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-95710-050-4 (print)

ISBN 978-3-95710-150-1 (e-book)

SOZIALWISSENSCHAFTLICHE FORSCHUNGSMETHODEN: ISSN 1869-7151

ISBN-A/DOI 10.978.395710/1501

1. Auflage, 2010

2., erweiterte Auflage, 2012

3., erweiterte Auflage, 2015

© 2015 Rainer Hampp Verlag
Marktplatz 5
www.Hampp-Verlag.de

München und Mering
D – 86415 Mering

Alle Rechte vorbehalten. Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Mikroverfilmungen, Übersetzungen und die Einspeicherung in elektronische Systeme.

∞ *Dieses Buch ist auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier gedruckt.*

Liebe Leserinnen und Leser!

Wir wollen Ihnen ein gutes Buch liefern. Wenn Sie aus irgendwelchen Gründen nicht zufrieden sind, wenden Sie sich bitte an uns.

für Torsten, Tonia und Konstantin

Vorwort

Dieses Buch gibt eine kompakte Einführung in die Thematik des – dank seiner Verwendung in der PISA-Studie inzwischen relativ bekannten, aber aufgrund seiner mathematischen Formulierung bei Studierenden in der Prüfungsvorbereitung nicht unbedingt sehr beliebten – Rasch-Modells. Es folgt dem Motto (frei zitiert nach Albert Einstein):

Man sollte alles so einfach erklären wie möglich,
aber auf keinen Fall einfacher.

Im Fall des Rasch-Modells heißt das vor allem, dass man nicht ohne Formeln auskommen kann, wenn man die inhaltliche Bedeutung des Modells verstehen, und es sinnvoll und richtig in der Praxis einsetzen will.

Trotzdem setzt dieses Buch keine mathematischen oder statistischen Grundlagen voraus, sondern liefert sie (in einem Anhang und begleitenden Fußnoten) gleich mit. Dadurch ist es unabhängig von Ihrer Vorbildung als Einführung und zur Prüfungsvorbereitung geeignet.

Neben der verständlichen Darstellung der zugrundeliegenden Theorie bietet dieses Buch aber auch eine praktische Einführung in die Anpassung von Rasch-Modellen mithilfe der frei verfügbaren Statistik-Software R. Dadurch können Sie die im Buch erklärten Verfahren direkt auf Ihre eigenen Daten anwenden.

Bedanken möchte ich mich in diesem Zusammenhang bei Reinhold Hatzinger, Marco Maier und Dimitris Rizopoulos, den Autoren der im Anhang verwendeten R-Pakete, für wertvolle Hinweise. Außerdem bei Silke, Torsten und Julia fürs Korrekturlesen, bei Thomas für mein Lieblings-Zitat (s.o.) und bei Basil für Anregungen und Literaturtipps zum Partial-Credit-Modell.

Ihnen wünsche ich viel Erfolg bei Ihrer Arbeit oder der Prüfungsvorbereitung! Und abschließend noch ein Tipp für alle Leser, die eine Abneigung gegen Formeln haben: Lassen Sie doch beim ersten Lesen die Formeln einfach weg! Wenn Sie den Text nämlich erstmal überflogen haben, kennen Sie die inhaltliche Bedeutung der Formeln schon – und mit diesem Vorwissen können Sie sich im zweiten Durchgang viel leichter damit auseinandersetzen.

Inhaltsverzeichnis

1	Bedeutung des Rasch-Modells für die Entwicklung psychologischer Tests	1
2	Mathematische Formulierung und inhaltliche Bedeutung ..	5
2.1	Die Datenmatrix	5
2.2	Die Modellgleichung	7
2.3	Aufgaben- und Personencharakteristische Kurven	10
2.4	Unterschiedliche Darstellungen der Modellgleichung	12
2.5	Zentrale Annahmen und Eigenschaften	14
2.5.1	Suffiziente Statistiken	14
2.5.2	Lokale stochastische Unabhängigkeit	16
2.5.3	Spezifische Objektivität	20
2.5.4	Eindimensionalität	23
2.5.5	Messniveau	24
3	Parameterschätzung	27
3.1	Schätzansätze für das Rasch-Modell	27
3.1.1	Gemeinsame Maximum-Likelihood-Schätzung	28
3.1.2	Bedingte Maximum-Likelihood-Schätzung	29
3.1.3	Marginale Maximum-Likelihood-Schätzung	33
3.1.4	Weitere Schätzansätze	35
3.2	Die Information von Aufgaben und Tests	36
4	Überprüfung der Modellannahmen	39
4.1	Der graphische Modelltest	40
4.2	Der Likelihood-Quotienten-Test	42
4.3	Wald-Tests	44
4.3.1	Aufgaben-spezifischer Wald-Test	45
4.3.2	Globaler Wald-Test	47
4.4	Weitere Modellgeltungstests	48
4.5	Der χ^2 -Anpassungstest	48

5	Ausblick auf verwandte Modelle	51
5.1	Das linear-logistische-Testmodell	51
5.2	Birnbaum-Modelle	52
5.2.1	Das zwei-parametrische Birnbaum-Modell	52
5.2.2	Das Birnbaum-Modell mit zusätzlichem Rateparameter	54
5.3	Modelle mit mehrstufigen Antwortkategorien	56
5.3.1	Das Partial-Credit-Modell	57
5.3.2	Das Rating-Scale-Modell	64
5.3.3	Das Graded-Response-Modell	65
5.3.4	Das sequentielle Modell	66
5.4	Modellierung von Unterschieden zwischen Personen	66
5.4.1	Mischverteilungs-Rasch-Modell	66
5.4.2	Modellbasierte rekursive Partitionierung	68
5.4.3	Das Rasch-Modell als gemischtes Modell	69
5.5	Mehrdimensionale Rasch-Modelle	70
	Anpassung von Rasch-Modellen mit R	73
A.1	Vorbereitungen	73
A.2	R-Paket <code>eRm</code>	74
A.2.1	Bedingte Maximum-Likelihood-Schätzung der Aufgaben-Parameter	75
A.2.2	Modellkontrolle und Aufgaben-Selektion	78
A.2.3	Graphische Darstellung	81
A.2.4	Schätzung der Personen-Parameter	83
A.3	R-Paket <code>ltm</code>	84
A.3.1	Marginale Maximum-Likelihood-Schätzung der Aufgaben-Parameter	84
A.3.2	Modellkontrolle und Aufgaben-Selektion	87
A.3.3	Graphische Darstellung	88
A.3.4	Schätzung der Personen-Parameter	90
A.4	Weitere R-Pakete zur Anpassung und Überprüfung von IRT-Modellen	90
	Mathematische und statistische Grundlagen	91
B.1	Mathematische Grundlagen	91
B.1.1	Summen- und Produktzeichen	91
B.1.2	Rechenregeln für Exponentialfunktion und Logarithmus	91
B.1.3	Ableitungsregeln	92
B.2	Grundlagen der Maximum-Likelihood-Schätzung	94
B.3	Grundlagen statistischer Tests	104
B.3.1	Tests basierend auf der χ^2 -Verteilung	104
B.3.1.1	Testentscheidung anhand des Ablehnbereiches	105
B.3.1.2	Testentscheidung anhand des p-Wertes	106
B.3.2	Tests basierend auf der Normalverteilung	107

Literaturverzeichnis	109
Autorenverzeichnis	115
Sachverzeichnis	117

Verwendete griechische Buchstaben

	Name	Bedeutung in diesem Buch	Kapitel
θ	theta	Personen-Parameter, z.B. Fähigkeit	2, 5
β	beta	Aufgaben-Parameter, z.B. Schwierigkeit	2, 5
ε	epsilon	Elemente der symmetrischen Funktionen	3
γ	gamma	symmetrische Funktionen oder Rate-Parameter	3, 5
η	eta	Beiträge zur Schwierigkeit einer Aufgabe	5
δ	delta	Trennschärfe- oder Schwellen-Parameter	5
λ	lambda	kumulierte Schwellen-Parameter	5
τ	tau	Abweichungen von den Schwellen-Parametern	5
ξ	xi	Personen-Parameter in multiplikativer Form	2
σ	sigma	Aufgaben-Parameter in multiplikativer Form	2
		Varianz σ^2	4
Σ	Sigma	Varianz-Kovarianz-Matrix	4
π	pi	Parameter der Binomialverteilung	B.1
α	alpha	Fehler 1. Art	B.3
χ	chi	χ^2 -Verteilung	4, B.3
