

Bruchrechnung in kleinen Schritten

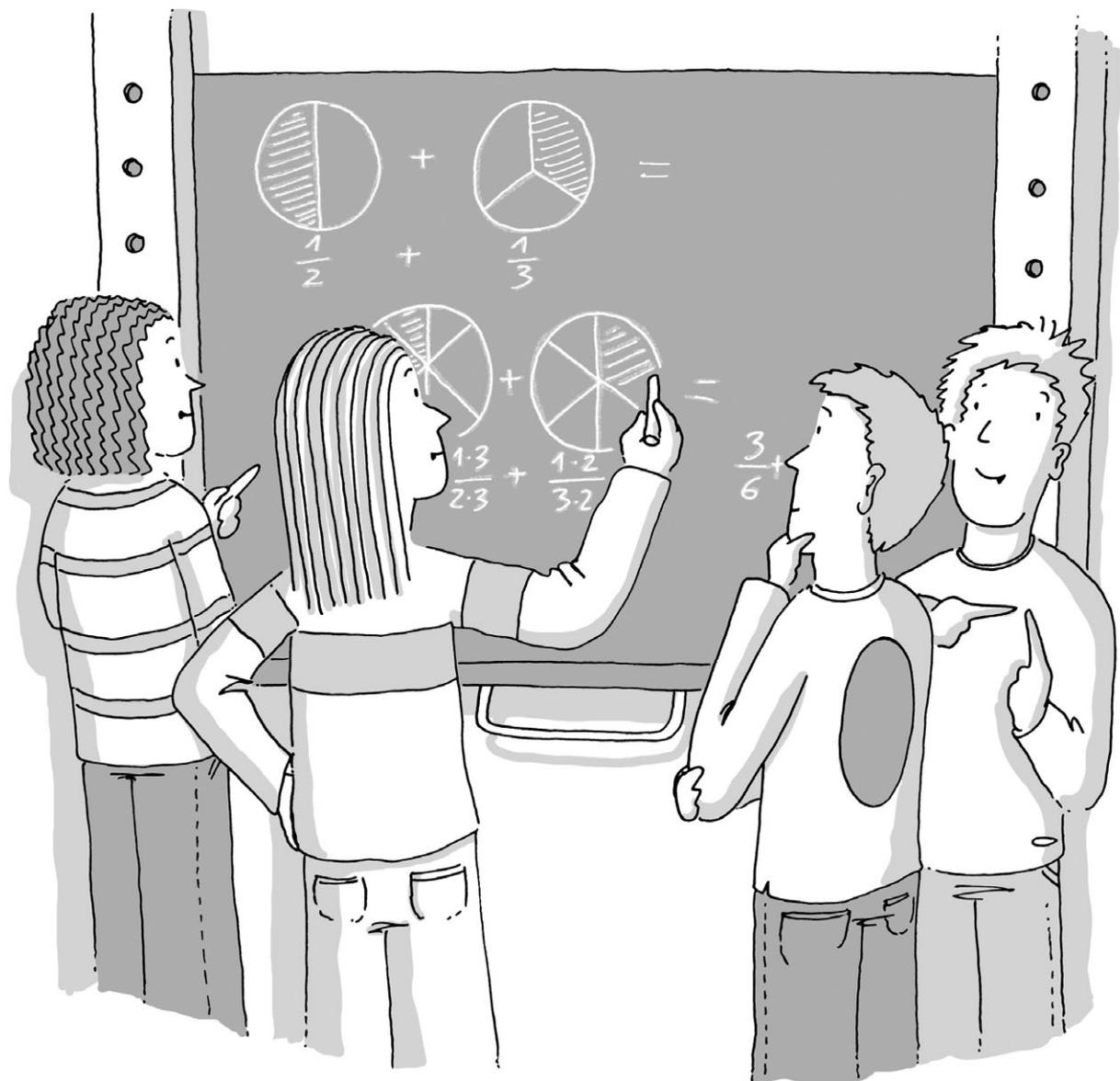
Band 2: Addition und Subtraktion von Brüchen

Sonderpädagogische
Förderung

Kathrin Becker, Elena Iaccarino

Bruchrechnung in kleinen Schritten

Band 2: Addition und Subtraktion von Brüchen



Die Autorinnen

Kathrin Becker – Lehrkraft an einer Förderschule für Lernhilfe mit dem Fachschwerpunkt Mathematik.

Elena Iaccarino – Lehrkraft an einer Förderschule für Lernhilfe mit dem Fachschwerpunkt Mathematik.

© 2011 Persen Verlag, Buxtehude
AAP Lehrerfachverlage GmbH
Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werkes ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im eigenen Unterricht zu nutzen. Downloads und Kopien dieser Seiten sind nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen weiteren kommerziellen Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte oder für die Veröffentlichung im Internet oder in Intranets. Die Vervielfältigung, Bearbeitung, Verbreitung und jede Art der Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtes bedürfen der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages.

Die AAP Lehrerfachverlage GmbH kann für die Inhalte externer Sites, die Sie mittels eines Links oder sonstiger Hinweise erreichen, keine Verantwortung übernehmen. Ferner haftet die AAP Lehrerfachverlage GmbH nicht für direkte oder indirekte Schäden (inkl. entgangener Gewinne), die auf Informationen zurückgeführt werden können, die auf diesen externen Websites stehen.

Illustrationen: Barbara Gerth
Satz: Satzpunkt Ursula Ewert GmbH

ISBN 978-3-8344-9464-1

www.persen.de

Inhalt

Einführung in das Rechnen mit Brüchen 4

$\frac{3}{4}$	Einführung in die Bruchschreibweise 6
1	Bruchschreibweise notieren 1 6
2	Bruchschreibweise notieren 2 7
3	Bruchschreibweise zeichnen 1 8
4	Bruchschreibweise zeichnen 2 9
5	Gemischte Schreibweise 1 10
6	Gemischte Schreibweise 2 11

	Brüche erweitern und kürzen 11
7	Brüche erweitern 1 12
8	Brüche erweitern 2 13
9	Brüche erweitern 3 14
10	Brüche kürzen 1 15
11	Brüche kürzen 2 16
12	Brüche kürzen 3 17
13	Brüche erweitern und kürzen 1 18
14	Brüche erweitern und kürzen 2 19
15	Brüche erweitern und kürzen 3 20
16	Brüche ordnen 1 21
17	Brüche ordnen 2 22
18	Brüche ordnen 3 23

$\frac{3}{4}$	Brüche in Größenangaben 24
19	Brüche als Maßzahlen 1 24
20	Brüche als Maßzahlen 2 25
21	Den Bruchteil einer Größe bestimmen 1 26
22	Den Bruchteil einer Größe bestimmen 2 27
23	Den Bruchteil einer Größe bestimmen 3 28

$\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$	Addition von Brüchen 29
24	Brüche mit gleichen Nennern addieren 1 29
25	Brüche mit gleichen Nennern addieren 2 30
26	Brüche mit gleichen Nennern addieren 2 31
27	Brüche mit gleichen Nennern addieren 4 32
28	Brüche mit ungleichen Nennern addieren 1 33
29	Brüche mit ungleichen Nennern addieren 2 34
30	Brüche mit ungleichen Nennern addieren 3 35
31	Brüche mit ungleichen Nennern addieren 4 36
32	Vermischte Übungen 1 37
33	Vermischte Übungen 2 38
34	Vermischte Übungen 3 39

$\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$	Subtraktion von Brüchen 40
35	Brüche mit gleichen Nennern subtrahieren 1 40
36	Brüche mit gleichen Nennern subtrahieren 2 41
37	Brüche mit gleichen Nennern subtrahieren 3 42
38	Brüche mit gleichen Nennern subtrahieren 4 43
39	Brüche mit ungleichen Nennern subtrahieren 1 44
40	Brüche mit ungleichen Nennern subtrahieren 2 45
41	Brüche mit ungleichen Nennern subtrahieren 3 46
42	Brüche mit ungleichen Nennern subtrahieren 4 47
43	Vermischte Übungen 1 48
44	Vermischte Übungen 2 49
45	Vermischte Übungen 3 50

$\frac{+}{-}$	Vermischte Übungen zur Addition und Subtraktion von Brüchen 51
46	Addition und Subtraktion von Brüchen mit gleichen Nennern 1 51
47	Addition und Subtraktion von Brüchen mit gleichen Nennern 2 52
48	Addition und Subtraktion von Brüchen mit gleichen Nennern 3 53
49	Addition und Subtraktion von Brüchen mit ungleichen Nennern 1 54
50	Addition und Subtraktion von Brüchen mit ungleichen Nennern 2 55
51	Addition und Subtraktion von Brüchen mit ungleichen Nennern 3 56

	Lernkontrollen 57
52/53	Lernkontrolle 1 57
54/55	Lernkontrolle 2 59
56/57	Lernkontrolle 3 61

Lösungen 63

Einführung in das Rechnen mit Brüchen

Bruchzahlen sind den Schülerinnen und Schülern aus ihrem alltäglichen Umfeld bekannt: Sie begegnen ihnen beispielsweise bei der Einteilung der Uhr, bei Sportwettkämpfen, beim Einkaufen von Lebensmitteln, beim Kochen von Gerichten nach Rezepten oder etwa beim Verteilen von zwei Tafeln Schokolade auf sechs Personen. Somit knüpft der Inhalt dieses Materials direkt an die Lebens- und Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler an. Dies ist deshalb von enormer Wichtigkeit, um ihnen später die Lösung von praktischen Problemen des täglichen Lebens zu ermöglichen wie das Durchführen von Messungen und das Bewältigen von Rechnungen mit Brüchen.

Sachinformationen

Ein Bruch beschreibt mathematisch gesehen ein Verhältnis zwischen zwei ganzen Zahlen¹. Durch das Bilden von Brüchen entsteht aus den natürlichen Zahlen der Bereich der gebrochenen Zahlen.

Brüche haben die Form $\frac{a}{b}$ mit $a, b \in \mathbb{N}$.

Der waagerechte Strich heißt *Bruchstrich*. Die Zahl unter dem Bruchstrich nennt man *Nenner* und die Zahl über dem Bruchstrich *Zähler*. Als echte Brüche bezeichnet man dabei Brüche mit $a < b$, als unechte Brüche falls $a \geq b$. Falls $a = 1$ spricht man von Stammbrüchen.

Der Nenner gibt an, in wie viele Teile ein Ganzes oder mehrere Ganze geteilt werden, und der Zähler eines Bruches gibt an, wie viele Teile gemeint sind.

Die Addition und Subtraktion eines Bruches ist dann ausführbar, wenn die Nenner übereinstimmen, d. h., wenn die Brüche *gleichnamig* sind. In diesem Fall werden einfach die Zähler addiert bzw. subtrahiert und der (gemeinsame) Nenner bleibt dabei unverändert:

$$\frac{a}{m} \pm \frac{b}{m} = \frac{a \pm b}{m}.$$

Sollen Brüche addiert bzw. subtrahiert werden, deren Nenner nicht gleichnamig sind, müssen diese zuerst gleichnamig gemacht werden. Hierzu werden alle Brüche auf den Hauptnenner erweitert. Unter dem Hauptnenner wird das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der einzelnen Nenner verstanden:

$$\frac{a}{m} \pm \frac{b}{n} = \frac{a \cdot n}{m \cdot n} \pm \frac{b \cdot m}{n \cdot m} = \frac{a \cdot n \pm b \cdot m}{m \cdot n}.$$

In dieser Mappe stehen der Aufbau eines fundierten Verständnisses von Brüchen und vor allem die Addition und Subtraktion von Bruchzahlen im Mittelpunkt. In der Literatur werden vielfach vier Konzepte beschrieben, die für eine Behandlung der Bruchrechnung infrage kommen:

- ▷ Größenkonzept
- ▷ Äquivalenzklassenkonzept
- ▷ Gleichungskonzept
- ▷ Operatorkonzept

¹ Somit kann dieselbe Bruchzahl durch verschiedene Brüche (Namen) beschrieben werden.

Das Größenkonzept steht in dieser Mappe im Vordergrund, da hier von konkreten Brüchen ausgegangen wird, die den Schülerinnen und Schülern bereits aus dem täglichen Leben bekannt sind. Dies ist vorteilhaft, da sie damit die Möglichkeit bekommen, auf ihre Vorkenntnisse zurückzugreifen.

Zu Beginn der Mappe wird auf das Erweitern/Kürzen von Brüchen und auf das Thema Brüche als Größen eingegangen, da diese Themenbereiche Voraussetzungen für das erfolgreiche Rechnen mit Brüchen darstellen. Beim Erweitern und Kürzen geht es um die Bestimmung weiterer Repräsentanten zu einem gegebenen Bruch. Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, dass beim Erweitern oder Kürzen Zähler und Nenner eines Bruches mit demselben Faktor multipliziert oder dividiert werden. Sie kommen zu der Erkenntnis, dass sich dabei nur die Form bzw. das Aussehen des Bruches ändert, der Wert des Bruches aber unverändert bleibt.

Im Folgenden sollen die Schülerinnen und Schüler Größenvergleiche von Brüchen durchführen, um das Verständnis für die Funktion des Zählers und des Nenners zu vertiefen.

Darauf folgt zunächst die Einführung der Addition und Subtraktion mit zahlreichen Veranschaulichungen und anschließend die Vertiefung der Rechenregeln zu den beiden Operationen.

Eine besondere Schwierigkeit beim Rechnen mit Brüchen besteht darin, dass den Schülerinnen und Schülern oft inhaltliche Vorstellungen zu den Operationen und deren Rechengesetzen fehlen. Daher wurde besonderer Wert auf Veranschaulichungen vielfältiger Art gelegt. Wichtig in diesem Zusammenhang ist:

- ▷ eine einfache, merkmalsarme Veranschaulichung, damit das relevante Merkmal klar erkennbar ist,
- ▷ eine enge Kopplung von Veranschaulichung, verbaler Erläuterung und symbolischer Darstellung.

Dadurch wird gewährleistet, möglichst viele Lernkanäle – auch im Hinblick auf die recht unterschiedliche Lernausgangslage der Schülerinnen und Schüler – miteinzubeziehen.

Insbesondere wurden die Arbeitsblätter so gestaltet, dass schwächere Schülerinnen und Schüler durch häufige Veranschaulichungen und klare Strukturierung Vorstellungen zu den Bruchoperationen aufbauen können und so das alleinige Auswendiglernen dieser Regeln in den Hintergrund rückt.

Es existiert eine Vielzahl einsetzbarer Medien, die sich beispielsweise auch für Stundeneinstiege sehr gut eignen:

- ▷ Einsatz des Overheadprojektors:
Beispielsweise können verschiedene Alltagsgegenstände abgebildet und die Frage nach dem „abgeschnittenen“ Anteil bzw. dem Ergebnis gestellt werden (im Bezug auf die Subtraktion).
- ▷ Einsatz von Modellen bzw. realen Alltagsgegenständen wie einem Blatt Papier für Faltübungen oder einem Geobrett.
- ▷ Durchführung von Schüttversuchen.
- ▷ ...



Die Zahl **unter** dem Bruchstrich nennt man **Nenner**.
 Der Nenner gibt an, in wie viele Teile das Ganze geteilt wird.
 Die Zahl **über** dem Bruchstrich heißt **Zähler**.
 Der Zähler gibt an, wie viele Teile des Ganzen gemeint sind.

Gib die Bruchzahlen an.

a)

$\frac{1}{4}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

b)

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

c)

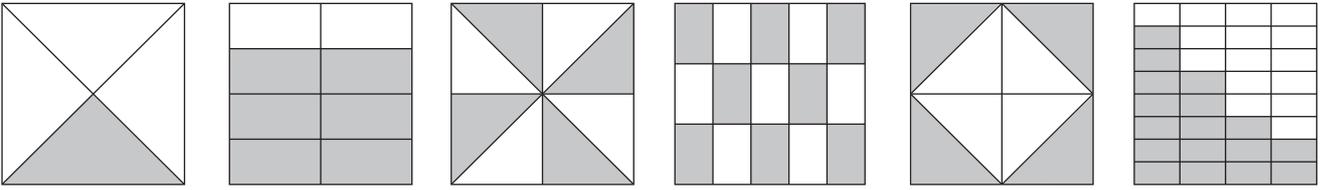
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

d)

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Gib die Bruchzahlen an.

a)



—

—

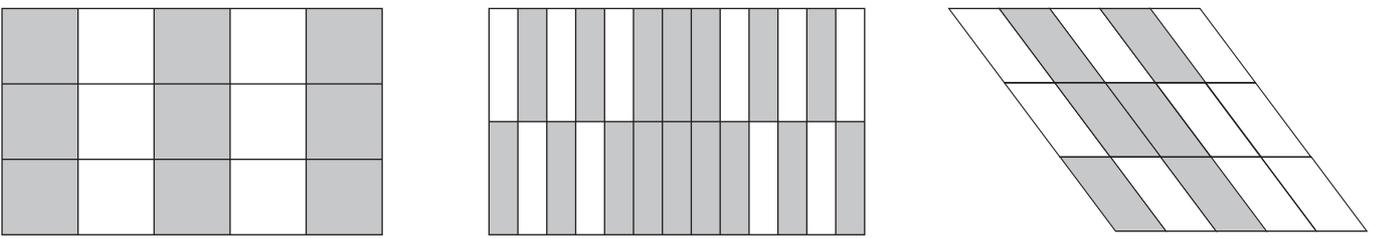
—

—

—

—

b)

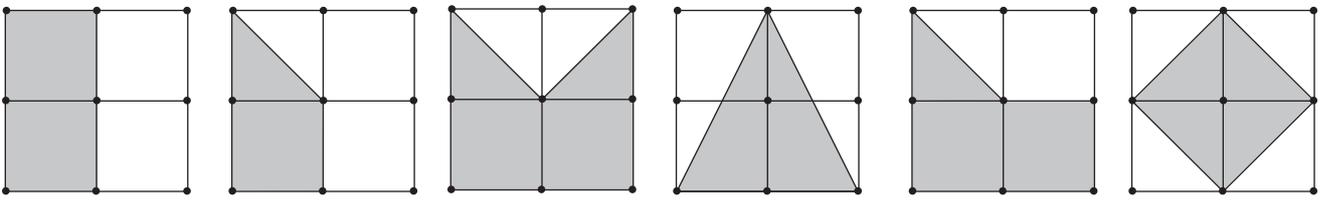


—

—

—

c)



—

—

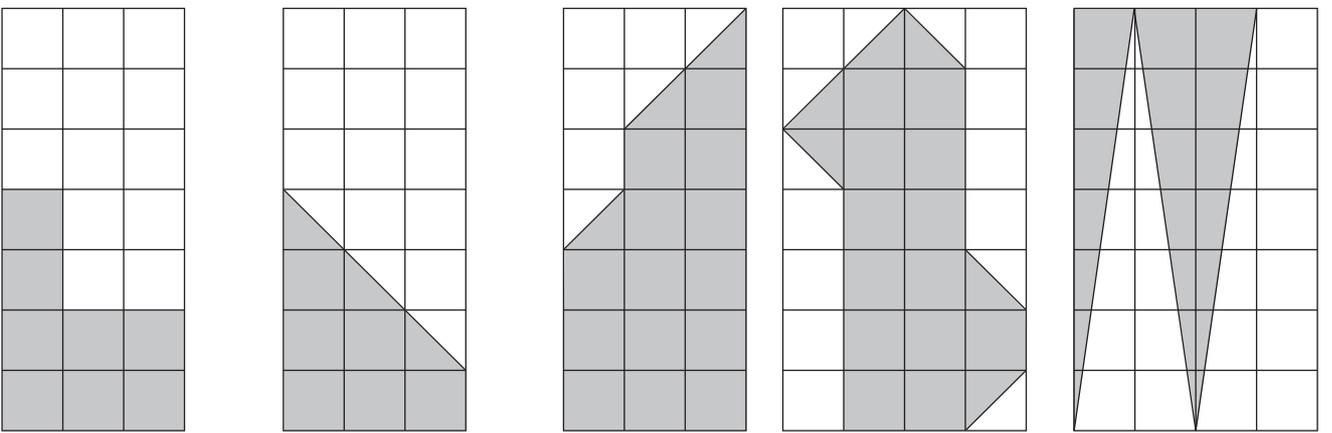
—

—

—

—

d)



—

—

—

—

—