

**GEOWISSEN
KOMPAKT**

Matthias Becker, Klaus Hehl

Geodäsie



Matthias Becker / Klaus Hehl

Geodäsie

Geowissen kompakt

Herausgegeben von
Bernd Cyffka und Jürgen Schmude

Begründet von
Hans-Dieter Haas

Matthias Becker/Klaus Hehl

Geodäsie

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation
in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Das Werk ist in allen seinen Teilen urheberrechtlich geschützt.
Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig.
Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen,
Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung in
und Verarbeitung durch elektronische Systeme.

© 2012 by WBG (Wissenschaftliche Buchgesellschaft), Darmstadt
Die Herausgabe des Werkes wurde durch
die Vereinsmitglieder der WBG ermöglicht.
Einbandgestaltung: schreiberVIS, Bickenbach
Gedruckt auf säurefreiem und alterungsbeständigem Papier
Printed in Germany

Besuchen Sie uns im Internet: www.wbg-wissenverbindet.de

ISBN 978-3-534-23156-0

Elektronisch sind folgende Ausgaben erhältlich:
eBook (PDF): 978-3-534-72254-9
eBook (epub): 978-3-534-72256-3

Inhalt

1	Einführung	1
1.1	Gliederung und Kapitel	1
1.2	Begriff der Geodäsie	1
1.3	Einheiten und Fundamentalkonstanten	2
1.4	Notation	4
1.5	Grundlegende Konzepte	4
2	Geometrische Geodäsie	8
2.1	Koordinaten und Bezugssysteme	8
2.2	Koordinatentypen	9
2.2.1	Kartesische Koordinaten	9
2.2.2	Sphärische und ellipsoidische Koordinaten	12
2.2.3	Astronomische Koordinaten	13
2.2.4	Azimutdefinitionen	14
2.3	Internationales Terrestrisches Bezugssystem	15
2.3.1	Plattentektonische Modelle	17
2.3.2	Bezugsellipsoid und Breitentypen, GRS 80	18
2.3.3	World Geodetic System WGS 84	18
2.4	Internationales Zälestisches Bezugssystem	19
2.5	Ellipsoid und ellipsoidische Koordinaten	21
2.5.1	Geometrie des Ellipsoids	22
2.5.2	Meridianbogenlänge	23
2.6	Umrechnungen und Umformungen	25
2.6.1	Umrechnungen	26
2.6.2	Verebnungen	27
2.6.3	Umformungen	30
3	Physikalische Geodäsie	35
3.1	Potential und Schwerfeld der Erde	35
3.1.1	Physikalische Interpretation	41
3.1.2	Geopotentialmodelle	41
3.2	Schwere, Erdgezeiten und Geometrie des Schwerfeldes	43
3.2.1	Schwere und Schwerevariationen	43
3.2.2	Erdgezeiten	44
3.2.3	Geometrie des Schwerfeldes und Geoid	45
3.2.4	Störgrößen und Anomalien	47
3.3	Höhensysteme und geopotentielle Koten	49
3.3.1	Orthometrische Höhen	51
3.3.2	Normalhöhen	52
3.3.3	Vergleich der Höhensysteme	52
3.3.4	Vertikales Datum	53
3.4	Zeitskalen	55
3.4.1	GNSS-Zeit und Umrechnungen	57
3.5	Erdorientierungsparameter	58
3.5.1	Transformation zwischen raum- und erdfestem System	61

4	Satellitengeodäsie	63
4.1	Grundlagen zur Modellierung in den Raumtechniken	65
4.1.1	Satellitenbahnen	65
4.1.2	Signalausbreitung	67
4.1.3	Stationskoordinaten	68
4.2	Very Long Baseline Interferometrie und Satellitenlasermessungen .	68
4.2.1	VLBI	68
4.2.2	Laser-Entfernungsmessung zu Satelliten und zum Mond . .	70
4.3	GNSS und DORIS	72
4.3.1	GNSS	72
4.3.2	GPS	77
4.3.3	GLONASS	78
4.3.4	Galileo	78
4.3.5	Compass / Beidou	79
4.3.6	IGS und Produkte	79
4.3.7	DORIS	79
4.4	Satellitenaltimetrie	80
4.5	Schwerefeld	83
4.6	Fernerkundung	84
5	Statistische Methoden und Parameterschätzung	86
5.1	Einführung, Elemente der Statistik	86
5.1.1	Grundlegende Begriffe	86
5.1.2	Normalverteilung und statistische Tests	89
5.1.3	Modellbildung	90
5.1.4	Gewichte und Kofaktoren	91
5.1.5	Varianzen und Kovarianzen	91
5.2	Parameterschätzung	92
5.2.1	Geometrische Vorstellung	92
5.2.2	Grundlegende Vorgehensweise	94
5.2.3	Minimumbedingung	95
5.2.4	Normalgleichungen	95
5.2.5	Allgemeinfall – mehrere Unbekannte	97
5.2.6	Normalgleichungen	98
5.2.7	Fehlerrechnung	99
5.2.8	Varianzfortpflanzung	100
5.2.9	Kovarianzfortpflanzung	100
5.3	Anwendungen	101
5.3.1	Lineare Anwendungen	101
5.3.2	Nichtlineare Anwendungen	102
6	Ausgewählte Mess-, Rechen- und Auswerteverfahren	106
6.1	Messverfahren und Koordinatenbestimmung	106
6.2	Rechenverfahren	107
6.2.1	Erste und Zweite Hauptaufgabe	107
6.2.2	Geradenschnitt	110
6.2.3	Ebene Koordinatentransformationen	111
6.3	Messung geometrischer Größen	114
6.3.1	Polarverfahren	114
6.3.2	Ebener und räumlicher Bogenschnitt	115
6.3.3	Laserscanning	118

6.3.4	Polygonierung	120
6.3.5	Freie Standpunktwahl	122
6.3.6	Einschneideverfahren	122
6.3.7	GNSS-Koordinatenbestimmung	123
6.3.8	Differentielles GNSS	126
6.4	Messung physikalischer Größen	127
6.4.1	Höhenmessung	127
6.4.2	Schweremessungen, Gravimetrie	130
6.4.3	Inertiale Messsysteme	131
Literaturverzeichnis		138
Index		144

Vorwort

Der Begriff Geodäsie und die Bedeutung dieser Ingenieurwissenschaft sind in der breiten Öffentlichkeit oft nicht bekannt oder es gibt nur eine vage Vorstellung davon. Dies mag zum einen an der relativ kleinen Zahl von Geodäten liegen, zum anderen sind die tatsächlichen Arbeitsgebiete ungemein vielseitig, teilweise sehr abstrakt und umfassen ein weites Spektrum: von Grundstückswertermittlungen, über die Überwachung des (Bau-)Zustands von Objekten mit Präzisionsmesstechnik und Satellitennavigation bis zur Bestimmung von Erdfigur und Erdrotation mit Quasaren in relativistischer Modellierung.

Die Produkte, die von Geodäten generiert werden, sind dagegen bei fast jedermann in täglichem Gebrauch. Beispiele sind Geobasisdaten zur Erstellung von Karten mit Grenzen, Straßen und Topographie, Geo-Informationssysteme (GIS) mit ihren georeferenzierten Daten zu Infrastruktur und Umwelt oder die aktiven Referenzsysteme mit permanenten GPS-Stationen zur Berechnung von präzisen Orbits für Vermessung, Fernerkundung und Wissenschaft. Auch die Angebote von ortsbezogenen Diensten auf den sehr stark verbreiteten Smartphones basieren auf der Vorarbeit von Geodäten. Die Erfassung von globalen Umweltveränderungen, wie der Meeresspiegelanstieg oder das Abschmelzen der Eiskappen, ist ohne die durch die Geodäsie bereitgestellten Bezugssysteme und die Messungen mit Altimetersatelliten nicht möglich.

Mit diesem Buch wollen wir versuchen, die Geodäsie in ihrer Breite und in ihrer Bedeutung darzustellen. Der Leser soll einen Überblick über die Kernthemen und die Anwendungen bekommen. Dazu werden auch elementare Rechenverfahren und die Parameterschätzung als Basis und im Bezug zu den modernen Verfahren und Methoden mit aufgenommen. Die einzelnen Kapitel beginnen mit einer kurzen Einführung, die eine Auswahl von grundlegenden Lehrbüchern als Referenz für vertiefte Beschäftigung mit dem jeweiligen Themenbereich angeben. In den Kapiteln haben wir versucht, den neuesten Stand der Technik und der Methoden zu beschreiben. Dazu dienen auch die sehr zahlreichen Verweise auf Internetressourcen – jeweils markiert durch das Tastatursymbol in der Randspalte –, die gezielte Recherchen in den aktuellen und enormen Ressourcen des Internets ermöglichen.



Wir danken Dr. Helmut Lenhardt (Astronomisches Rechen-Institut, Heidelberg), Prof. Dr. Boris Resnik und Prof. Dr. Werner Stempfhuber (beide Beuth Hochschule für Technik, Berlin), die durch ihre sorgfältigen Korrekturen und kritischen Kommentare wesentlich zu diesem Buch beigetragen haben.

Wir hoffen, dass dieses Buch gemäß seiner Einordnung in die Reihe *Geowissen kompakt* dem Leser einen guten, aktuellen und nicht zuletzt deutschsprachigen Überblick über die Geodäsie und ihre Einsatzgebiete gibt. Darüber hinaus hoffen wir, dass einige Grundaufgaben aus dem Bereich der Parameterschätzung, der Punktbestimmung und einfacher Rechnungen eine Hilfe für die Praxis sind. Wir hätten unsere Zielstellung erreicht, wenn das Buch Lust auf *mehr Geodäsie* machen könnte.

Matthias Becker und Klaus Hehl
Darmstadt und Berlin, September 2012

1 Einführung

1.1 Gliederung und Kapitel

Dieses Buch ist in sechs Kapitel gegliedert. Nach einer generellen Einführung erklärt der Teil **Geometrische Geodäsie** in Kapitel 2 die Prinzipien und Beziehungen der wichtigsten Koordinatensysteme, der Bezugssysteme und der verwendeten Modelle, sowie Koordinatentransformationen. Bezugsellipsoid, erdfestes und raumfestes Bezugssystem werden diskutiert. Im Kapitel 3 zur **Physikalischen Geodäsie** werden die mit dem Schwerefeld, der Erdrotation und den physikalischen Höhen zusammenhängenden Aspekte erläutert. Dazu werden aus den physikalischen Grundlagen die Modelle zur Darstellung und Berechnung von Schwere, Gravitation, verschiedenen Höhentypen und der Lotrichtung abgeleitet. Kapitel 4 behandelt die **Satellitengeodäsie** und die geodätischen Raumverfahren wie Very Long Baseline Interferometry (VLBI) und Laser-Entfernungsmessungen zu Satelliten (SLR). Hauptthema sind die Global Navigation Satellite Systems (GNSS), die Altimetrie und die Satellitenmissionen zur Schwerefeldbestimmung (CHAMP, GRACE und GOCE). In Kapitel 5 werden die Prinzipien der Statistik und **Parameterschätzung** zur Auswertung überbestimmter Parameter erläutert, da die korrekte Benutzung von geodätischen Messungen immer eine Aussage zu ihrer Genauigkeit oder Zuverlässigkeit beinhalten muss. Kapitel 6 behandelt abschließend ausgewählte **Mess-, Rechen- und Auswerteverfahren** der Geodäsie.

1.2 Begriff der Geodäsie

Das Wort Geodäsie stammt aus dem Altgriechischen $\gamma\eta$, griech. *Erde* sowie $\delta\alpha\iota\zeta\omega$, griech. *ich teile*. Die **Geodäsie** beschäftigt sich mit der Bestimmung von Größe und Figur der Erde sowie deren Schwerefeld. Sie legt die geometrische Form und die räumliche Orientierung der Erde als Ganzem oder von Teilen der Erdoberfläche fest. Sie ermittelt die Unterschiede im Gravitationspotential zwischen Punkten oder das äußere Erdschwerefeld im Ganzen. Damit verbunden ist die Festlegung von geometrischen Koordinaten der Erdoberfläche oder allgemeiner, der Georeferenzierung von Punkten in einem globalen, fest mit der Erde verbundenen Bezugssystem. Die Geodäsie ermöglicht das Verständnis der Messung, Berechnung, Analyse und Darstellung von Daten und deren Unsicherheiten. Damit kann der Raumbezug von natürlichen und künstlichen Objekten und Strukturen festgelegt werden. Daraus können präzise Karten oder Visualisierungen in **Geo-Informationssystemen** (GIS) generiert werden. Die Geodäsie ist damit die Basis für das Verständnis und die Anwendung von Geoinformatik.

Georeferenzierung
Bezugssystem

Sie ist auch eine zunehmend wichtiger werdende Grundlage für naturwissenschaftliche Fächer wie Geophysik, Astronomie, Ozeanographie und Klimatologie. Geodätische Verfahren erlauben es heute, die mit den **Veränderungen der Umwelt** einhergehenden kleinsten Veränderungen in Schwerefeld, Figur und Rotation der Erde sowie Meeresspiegel mit einer Genauigkeit im Bereich von einem Teil in 10^9 zu messen. Dies entspricht der Bestimmung des Erddurchmessers mit einer Unsicherheit von weniger als 1 cm und wird vor allem durch die Verfahren der Satellitengeodäsie ermöglicht, die die Erfassung dieser Effekte global und in einem einheitlichen Bezugssystem erlauben. Die Verfahren der Satellitengeodäsie haben seit etwa 1960 die Geodäsie revolutioniert.

Schwerefeld

Satellitengeodäsie

Geoid
Erdschwerefeld

Die Geodäsie kann in mehrere Bereiche eingeteilt werden, dies sind die geometrische Geodäsie, die physikalische Geodäsie und die Satellitengeodäsie. Die geometrische Geodäsie beschäftigt sich mit der Bestimmung von Koordinaten, dreidimensional oder abgebildet in Projektionen, zur geometrischen Beschreibung der Erde. Das Global Positioning System (GPS), das erste und prominenteste der Globalen Navigations-Satelliten Systeme GNSS, erlaubt die Bestimmung globaler geozentrischer Koordinaten und ihrer Veränderungen mit mm-Genauigkeit. Die Physikalische Geodäsie ermöglicht durch die Bestimmung des Schwerfeldes der Erde zusätzlich die Höhenbestimmung und gibt den Bezug zum mittleren Meeresspiegel, Mean Sea Level (MSL), und damit Geoid und Gravitationspotential an. Das Erdschwerefeld mit seinen Äquipotentialflächen sowie deren Veränderungen wird heute durch terrestrische und Satellitengravimetrie mit einer Genauigkeit von einigen Zentimetern bestimmt und auch zeitliche Variationen werden durch die Gravity and Steady State Ocean Explorer (GRACE)-Satellitenmission als Mittelwerte über einige hundert Quadratkilometer mit dieser Genauigkeit erfasst. Die weiteren Verfahren der Satellitengeodäsie nutzen künstliche Erdsatelliten für viele unterschiedliche Zwecke der geometrischen und physikalischen Geodäsie, der geowissenschaftlichen Anwendungen und der Fernerkundung von Erdoberfläche, Bewuchs und Bebauung.

Fernerkundung

Die in Deutschland mit dem Begriff und dem Studium der Geodäsie verbundenen ingenieurwissenschaftlichen Bereiche, wie Bodenordnung und Kataster, Ingenieurgeodäsie (z.B. (Möser et al., 2012)), Photogrammetrie (siehe Albertz und Wiggenhagen (2009), Krauss (2004), Luhmann (2012)), und der Seevermessung werden hier nicht näher behandelt. Dies betrifft ebenso die wichtigen Bereiche der Geo-Informationssysteme (GIS) (vgl. Bill (2010); Kresse und Danko (2012)) und der Navigation, z.B. (Hofmann-Wellenhof et al., 2003). Auch die Verfahren der astronomischen Ortsbestimmung, siehe hierzu z.B. Schödlbauer (2000), werden nicht näher erläutert, um den Rahmen des Buches nicht zu sprengen.

1.3 Einheiten und Fundamentalkonstanten

Metrologie

Die Geodäsie ist eng mit den Naturwissenschaften und den Ingenieurwissenschaften verbunden. Speziell die Metrologie, die Lehre der Maße und Maßsysteme, ist wegen der Definitionen der Basiseinheiten (BIPM, 2006) und der einheitlichen Beschreibung der Qualität und Zuverlässigkeit von Messergebnissen mit den Guidelines to the expression of Uncertainty in Measurements (GUM)-Richtlinien (BIPM, 2008) von großer Bedeutung. Die Geodäsie benutzt die Système International d'unités (SI)-Einheiten (das MKS-Einheitensystem). Die sieben **SI-Basiseinheiten** sind

- das Meter [m] als Einheit der Länge
das Meter war ursprünglich definiert als der zehnmillionste Teil des durch Paris verlaufenden Meridianquadranten der Erde. Dessen Länge wurde durch Gradmessungen ermittelt. Das Urmeter wurde 1799 erstellt und 1889 aus einer Platin-Iridium-Legierung erneuert. Es wird im Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) in Paris aufbewahrt.

Um von diesem Prototyp unabhängig zu werden und an jedem Ort eine Realisierung des Meters erzeugen zu können, wurde 1960 eine Neudefinition durch eine Messvorschrift eingeführt, deren Ergebnis im Rahmen der Messgenauigkeit mit dem Urmeter identisch ist. Sie schrieb vor, das Meter als

das 1 650 763,73-fache der Wellenlänge der von Atomen des Nuklids ^{86}Kr beim Übergang vom Zustand $5d_5$ zum Zustand $2p_{10}$ ausgesandten, sich im Vakuum ausbreitenden Strahlung zu realisieren. Um mit der Verbesserung der Messgenauigkeit einhergehende Änderungen des numerischen Wertes der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum zu vermeiden, wurde am 20. Oktober 1983 auf der 17. Generalkonferenz für Maß und Gewicht beschlossen, den Zahlenwert von $(299\,792\,458,0 \pm 1,2) \text{ ms}^{-1}$ beizubehalten.

Seitdem ist das Meter als die Strecke, die das Licht im Vakuum in einer Zeit von $1 / 299\,792\,458$ Sekunde zurücklegt, definiert, vgl. CODATA (2012), bzw. www.bipm.org/extra/codata/,



- das Kilogramm [kg] als Einheit der Masse
das Kilogramm ist gleich der Masse des internationalen Kilogrammprototyps. Das Kilogramm ist die einzige SI-Basiseinheit, die auch heute noch – wie vor rund 200 Jahren – durch einen Prototyp-Körper (im BIPM) dargestellt wird,
- die Sekunde [s] als Einheit der Zeit
die Sekunde ist das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung (1967). Ursprünglich definiert als $1 / 86\,400$ des mittleren Sonnentages, wobei ein Sonnentag die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Kulminationen der Sonne ist,
- das Ampère [A] als Einheit der elektrischen Stromstärke,
- das Kelvin [K] als Einheit der thermodynamischen Temperatur,
- das Mol [mol] als Einheit der Stoffmenge,
- die Candela [cd] als Einheit der Lichtstärke.

Die zwei für die Geodäsie wesentlichen **Fundamentalkonstanten** sind die Lichtgeschwindigkeit c im Vakuum

Lichtgeschwindigkeit

$$c = 299\,792\,458 \text{ ms}^{-1} \quad (1.1)$$

und die Newton'sche **Gravitationskonstante** G

Gravitationskonstante

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}, \quad (1.2)$$

vgl. www.codata.org.

Ein Gesamtübersicht der Fundamentalkonstanten zeigt Groten (2004), Aktualisierungen finden sich auf der Internetseite der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG), www.iag-aig.org.

In Tab. 1.1 sind die wichtigsten Einheiten die, z.T. aus historischen, teils aus rein praktischen Gründen in der Geodäsie und in diesem Buch verwendet werden, zusammengestellt. Beispiele für in der Geodäsie aus praktischen Gründen eingesetzte Einheiten sind das **gal**, nach Galileo Galilei (1564–1642), oder die Einheit **gpu**, **geopotential unit**. Die Einheiten **mgal** oder **μgal** finden in der Gravimetrie, s. Abschnitt 6.4.2, die **gpu** als Einheit der Geopotentiellen Koten in Abschnitt 3.3 Verwendung.



Tabelle 1.1: In der Geodäsie verwendete Einheiten, Vorsatzzeichen

Bezeichnung	Einheit(en)	Beispiele
(ebene) Winkelmaße		
Bogenmaß	Radian rad	Vollkreis = $2\pi = 6,283185 \dots$ rad
Grad	$^{\circ}$	360°
Gon	gon	400 gon
Bogensekunden	"	$g'' = 206\,264,8''$
Milli-Bogensek.	mas	20 mas
Gravimetrie		
Potential	m^2s^{-2} , gpu	$1 \text{ gpu} = 10 \text{ m}^2s^{-2}$
Schwere	ms^{-2}	$g \approx 9,81 \text{ ms}^{-2}$
gal	$0,01 \text{ ms}^{-2}$	$g \approx 981 \text{ gal}$
Präfixe / Vorsatzzeichen		
Milli	$m \triangleq 10^{-3}$	$3 \text{ mm} = 0,003 \text{ m}$ $28,5 \text{ mgal} = 2,85 \cdot 10^{-4} \text{ ms}^{-2}$
Mikro	$\mu \triangleq 10^{-6}$	$0,3 \text{ } \mu\text{gal}$
Nano	$n \triangleq 10^{-9}$	$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ $10 \text{ nms}^{-2} = 1 \text{ } \mu\text{gal}$
Piko	$p \triangleq 10^{-12}$	$1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$

1.4 Notation

An dieser Stelle sollen einige Vereinbarungen bezüglich der Schreibweise getroffen werden. **Matrizen und Vektoren** werden fett geschrieben, mit Kleinbuchstaben die Vektoren, z.B. **a**, **b** etc. und mit Großbuchstaben die Matrizen, z.B. **A**, **B**.

Bei der **Koordinatenbestimmung** verwenden wir die Indizes i, j, k etc. für beliebige Punkte, die Indizes 1, 2, 3 usw. für Neupunkte (Punkte deren Koordinaten zu bestimmen sind) und die Indizes A, B, C etc. für Altpunkte (Punkte deren Koordinaten bekannt sind).

Die Position der Indizes gibt näher an, um welche Art von Punkten es sich handelt: ein oberer Index verweist auf einen Punkt *oben* (in der Regel ein Satellit), ein unterer Index entsprechend auf einen Punkt *unten* (ein Bodenpunkt).

Mit diesen Vereinbarungen erkennt man, dass eine gemessene Strecke s_{A1} zwischen einem Festpunkt A und einem Neupunkt 1 terrestrisch (beide Indizes unten) gemessen wurde. Eine Strecke s_i^j bezeichnet eine Strecke, die zwischen einem nicht näher bekannten Punkt i am Boden und einem Satelliten j gemessen oder gerechnet wurde.

1.5 Grundlegende Konzepte

Zur Realisierung der Bestimmung von Form, Orientierung und Schwere der Erde mit der heute notwendigen und möglichen Genauigkeit, ist ein in allen Bereichen konsistentes Bezugssystem mit präzisen Konventionen und Standards notwendig. Der International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) koordiniert diese Aktivitäten. In Abb.

Bezugssystem

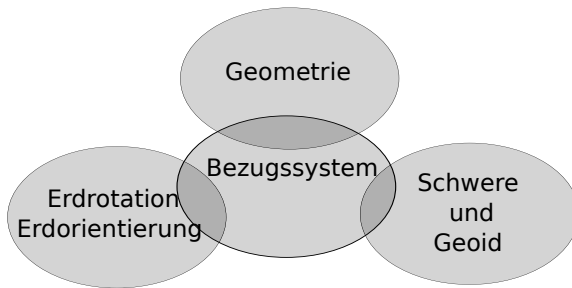


Abbildung 1.1: Die drei Grundpfeiler der Geodäsie

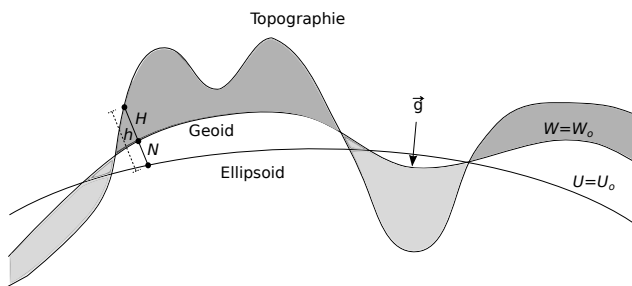


Abbildung 1.2: Die wichtigsten Bezugsflächen der Geodäsie

1.1 ist das Prinzip der Verknüpfung der verschiedenen Bereiche durch das Bezugssystem dargestellt. Die drei Grundpfeiler

- Geometrie,
- Schwerfeld und Äquipotentialfläche des Höhenbezugs, sowie
- die Erdoorientierungsparameter zur Festlegung der Orientierung der Erde im Raum

werden durch die Verwendung eines einheitlichen Bezugssystems zueinander in Beziehung gesetzt. Jede der drei unterschiedlichen Gruppen weist dabei **zeitliche Veränderungen** auf, die entsprechend modelliert werden müssen. Die Geodäsie erfordert die präzise Unterscheidung der unterschiedlichen **Bezugsflächen**, siehe Abb. 1.2. Dies sind die Erdoberfläche, d. h. die Topographie, das Referenzellipsoid als die Bezugsfläche für Berechnungen und die Äquipotentialflächen des Erdschwerfeldes, hier die mit dem mittleren Meeresspiegel MSL zusammenfallende Fläche des Geoids. Die Position eines Punktes im Raum lässt sich rein geometrisch mit dreidimensionalen kartesischen Koordinaten, z.B. bezogen auf das Massezentrum der Erde, beschreiben. Diese Darstellung ist leider nicht sehr anschaulich und erlaubt keine intuitive Vorstellung der Lage des Punktes im Raum. Die auf ein **Referenzellipsoid** bezogene Länge und Breite, zusammen mit der Höhe über diesem Ellipsoid sind wesentlich anschaulicher. Dabei schmiegt sich das Ellipsoid mit seiner Abplattung, d.h. der Differenz von ca. 21 km zwischen der äquatorialen und der polaren Halbachse, schon sehr gut an das Geoid an. Für manche Anwendungen reicht auch eine **sphärische Approximation** mit einer Kugel von etwa 6371 km

Referenzellipsoid

Geoid

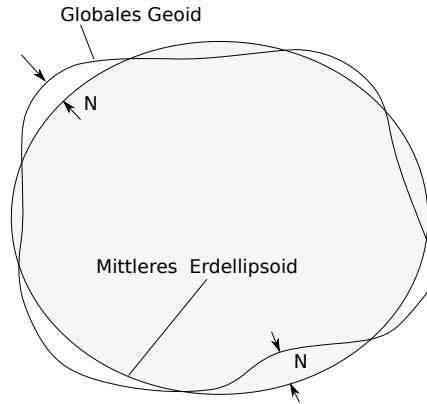


Abbildung 1.3: Mittleres Erdellipsoid und Geoid

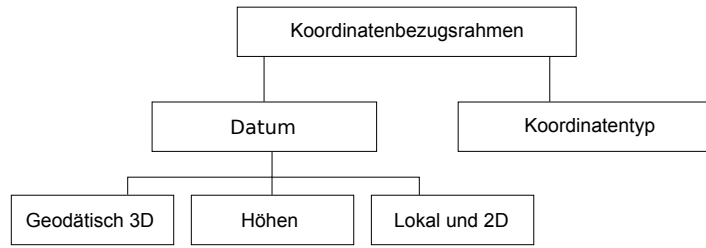


Abbildung 1.4: Schema der Definition von Koordinatensystemen

Digitale Höhenmodelle | Radius. Zur genaueren Höhendarstellung, gibt es Digitale Höhenmodelle (DHM), die für den größten Teil der Erde eine Höhengenaugkeit von 6–10 m haben und mit 30–100 m Rasterweite zur Verfügung stehen. Sie sind z.B. über den International Digital Elevation Modell Service (IDEMS) (www.cse.dmu.ac.uk/EAPRS/iag) zugänglich. Lokale Höhenmodelle sind mit Genauigkeiten von einigen Zentimetern verfügbar.



Äquipotentialflächen | Ergänzend zur Geometrie werden die Äquipotentialflächen des Erdschwerepotentials eingeführt. Sie stehen überall rechtwinklig zur Lotlinie und daher fließt auf ihnen kein Wasser. Sie liefern eine eindeutige Zuordnung von **oben** und **unten**. Der mittlere Meeresspiegel ist, wenn man von Störungen durch Strömungen und Wind absieht, eine solche Äquipotentialfläche. Sie wird Geoid genannt und realisiert den Nullpunkt der physikalischen Höhensysteme. Das Geoid weicht maximal etwa 100 m von einem Referenzellipsoid ab, siehe Abb. 1.3 und wird aus den Modellen des Erdschwerefeldes, z.B. dem **Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)** berechnet. Mit der Messung und Modellierung des Schwerefeldes befasst sich die Physikalische Geodäsie. Je nach Anwendungszweck werden verschiedene Koordinatensysteme eingeführt und unterschieden. Sie lassen sich nach Abb. 1.4 schematisieren.

Geoid |

Die globalen geodätischen, dreidimensionalen Koordinaten beschreiben die Punktlage im Geometrieraum. Durch **Trennung in Lage und Höhe** entsteht ein hybrides Modell, bei dem man zusammen mit der ellipsoidischen Länge und Breite entweder die geometrische Höhe über dem Ellipsoid oder die physikalische Höhe über