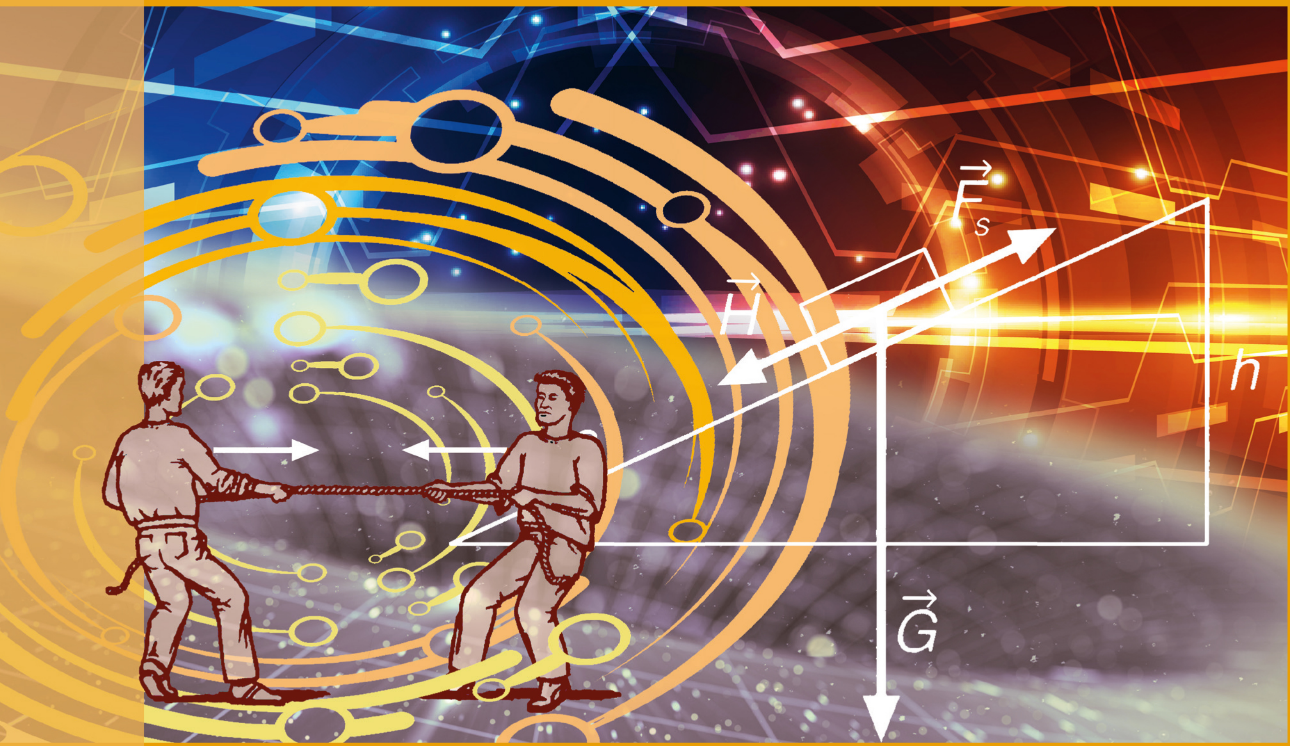
telekolleg

Physik
Mechanik



wbg Academic

BR media VERLAG

Telekolleg

Physik
Mechanik

Wolfgang Meindl
Hans-Peter Rosenkranz

wbg Academic

BR media VERLAG

Telekolleg

Telekolleg wird veranstaltet von den Bildungs- und Kultusministerien von Bayern und Brandenburg sowie vom Bayerischen Rundfunk (BR).

Nähere Informationen zu Telekolleg:
www.telekolleg-info.de

Dieser Band enthält das Arbeitsmaterial zu den vom Bayerischen Rundfunk produzierten Lehrsendungen.

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über http://dnb.de abrufbar.

Unveränderter Nachdruck der 4. Auflage von 2017
Die Herausgabe des Werkes wurde durch die Vereinsmitglieder der wbg ermöglicht.
Umschlaggestaltung: schreiberVIS, Seeheim
Umschlagabbildung: © rost - stock.adobe.com, kran - stock.adobe.com, Imageem.com - stock.adobe.com
Gedruckt auf säurefreiem und alterungsbeständigem Papier
Printed in Germany

Besuchen Sie uns im Internet:
www.wbg-wissenverbindet.de

ISBN 978-3-534-27366-9

Elektronisch sind folgende Ausgaben erhältlich:
eBook (PDF): 978-3-534-27367-6
eBook (epub): 978-3-534-27368-3

Inhalt

Vorwort

Der Physiklehrgang des Telekolleg MultiMedial besteht aus den beiden Kursen

- Mechanik (13 Folgen)
  - für die Teilnehmer aller Fachrichtungen -
- Elektrizitätslehre (11 Folgen) und Schwingungslehre (2 Folgen)
  - nur für die Teilnehmer der Fachrichtung Technik -

Die Kurse sind Lernprogramme im Medienverbund; die Elemente dieses Verbunds sind Fernsehsendungen, schriftliches Studienmaterial und der Direktunterricht an den Kollegtagen.
In den Sendungen werden grundlegende physikalische Begriffe eingeführt. Es werden Experimente vorgeführt und erläutert. Diese sollen zur Formulierung von physikalischen Theorien führen bzw. der Überprüfung physikalischer Hypothesen dienen.
Im schriftlichen Studienmaterial wird der Inhalt der Sendungen ausführlich wiederholt, ergänzt und vertieft. Die Einführung zu jeder Folge führt über Alltagsphänomene an die jeweiligen Begriffe heran, die hier eine Rolle spielen. Am Ende jeder Folge finden Sie eine Zusammenstellung der wichtigen Formeln. Die Formeln sind durchnumeriert, z.B.: M 1,3 (M für Mechanik, 1 für Folge 1, 3 für Gleichung Nr. 3 in dieser Folge). Die Aufgaben ermöglichen es Ihnen, selbst zu kontrollieren, ob Sie das Lernziel erreicht haben.
Kleingedruckte Abschnitte enthalten Ergänzungen und Vertiefungen für diejenigen, die sich für Naturwissenschaft und Technik besonders interessieren. Ähnliches gilt für kleingedruckte Aufgaben: sie haben einen höheren Schwierigkeitsgrad.
Beachten Sie bitte die Bemerkungen zu Einheiten und Formelzeichen, zur wissenschaftlichen Notation von Zahlen und zum Runden von Zahlenwerten auf dieser Seite.

Viel Spaß beim Telekolleg MultiMedial Physik wünschen wir auch denen, die sich ansonsten nicht für dieses Fach begeistern.

Die Verfasser

Einheiten und Formelzeichen

Um physikalische Zusammenhänge mathematisch auszudrücken, sind Formelzeichen und Einheiten erforderlich. Die Formelzeichen, die im Physiklehrgang des Telekolleg verwendet werden, entsprechen den Empfehlungen des Deutschen Normenausschusses und sind auch international eingeführt.
Formelzeichen – sie werden *kursiv* gedruckt – stehen für **physikalische Größen**; so bedeutet z.B. v Geschwindigkeit, l Länge, W Arbeit usw.
Eine physikalische Größe wird durch das Produkt aus einem **Zahlenwert** und der entsprechenden **Einheit** bestimmt, z.B. $v = 108$ km/h; $l = 5$ m; $W = 2{,}57 \cdot 10^{-3}$ J.
Die Einheitenzeichen werden gerade gedruckt, z.B. m (Meter), J (Joule).
Die meisten der in diesem Buch verwendeten Einheiten gehören entweder dem **Internationalen Einheitensystem** an, den **„SI-Einheiten"** (wie z.B. Meter, Kilogramm, Sekunde, Watt), oder es handelt sich um dezimale Vielfache bzw. Teile solcher Einheiten (z.B. Kilometer, Gramm, Mikrosekunde, Kilowatt). (Vgl. auch Physik – Formeln und Tabellen, S. 105ff.)

Wissenschaftliche Notation

Häufig ist es zweckmäßig, den Zahlenwert als Produkt einer Dezimalzahl (z.B. 1,3) und einer Zehnerpotenz (z.B. 10^8) zu schreiben (die Schreibweise W = 130 000 000 J ist recht umständlich). Diese Schreibweise nennt man **wissenschaftliche Notation**. Man schreibt hier nur eine (von Null verschiedene) Ziffer vor dem Komma: $245 = 2{,}54 \cdot 10^2$; $45\,028 = 4{,}5028 \cdot 10^4$; $66\,000 = 6{,}6 \cdot 10^4$.
Auch der Taschenrechner kann Zahlen in der wissenschaftlichen Notation darstellen. Bei großen Zahlen, die nicht mehr vollständig auf dem Display des Taschenrechners dargestellt werden können, wählt der Rechner von sich aus zur Darstellung die wissenschaftliche Notation. Zur Eingabe von Zehnerpotenzen verwendet man die Taste EE (Enter Exponent) bzw. die Taste EXP (Exponent).

Runden von Zahlenwerten

Um das Rechnen zu erleichtern, werden die Ergebnisse gerundet. Wenn es sich um ein Zwischenergebnis handelt, wird mit dem gerundeten Wert weitergerechnet. Beim Runden werden in der Regel so viele Stellen hinter dem Komma angegeben, wie auch der Ausgangswert hatte; sind also die Ausgangswerte mit zwei Stellen hinter dem Komma angegeben (z.B. 20,00 m), wird das Ergebnis auf zwei Stellen hinter dem Komma gerundet (z.B. 7,67 m).

Folge 1: Alles in Bewegung

Gleichförmige Bahnbewegung und Kreisbewegung

Übersicht

1.0 Einführung

In diesem Kapitel lernen Sie die einfachsten Bewegungen kennen. Dies sind entweder lineare Bewegungen, die bei konstanter Geschwindigkeit in einer Richtung ablaufen oder Drehbewegungen mit konstanter Drehgeschwindigkeit. Für diese Bewegungsformen gelten einfache Beziehungen, mit deren Hilfe man die Zusammenhänge zwischen zurückgelegtem Weg, vergangener Zeit und erzielter Geschwindigkeit beschreiben kann.

● **Beispiel:**

Sie kennen sicher die Regel, mit der man die Entfernung eines Gewitters bestimmen kann. Man zählt die Sekunden, die zwischen Blitz und Donner vergehen und multipliziert sie dann mit 300, da der Schall in der Luft etwa 300 Meter in einer Sekunde zurücklegt. Wenn Sie beispielsweise 5 Sekunden zählen, dann ist das Gewitter ungefähr $5 \cdot 300$ Meter, also 1,5 Kilometer entfernt.
Ähnliche Zusammenhänge gelten für alle oben charakterisierten Bewegungen.

1.1 Gleichförmige lineare Bewegung

1.1.1 Bewegungsgleichung

Ein ICE fährt mit **konstanter Geschwindigkeit** geradeaus. Wir wollen seine Geschwindigkeit bestimmen. Die Oberleitungsmasten an der Strecke sollen jeweils im Abstand von 50 m stehen. Wir zählen, an wie vielen Masten der Zug in einer bestimmten Zeit vorbeifährt. Wenn der

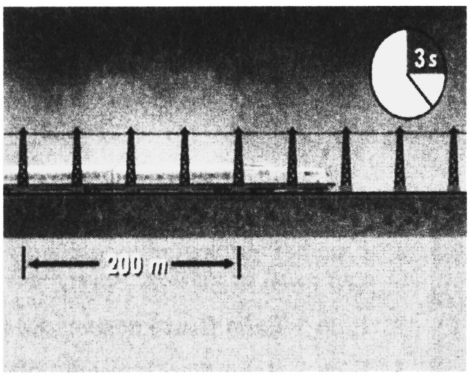


Bild 1.1

Zug in 3 s an vier Zwischenräumen vorbeigefahren ist, hat er demnach in einer Zeit von 3 s eine Strecke von 200 m zurückgelegt. In einer Sekunde ist er den dritten Teil der Strecke gefahren, also ca. 67 m. Pro Sekunde fährt der ICE bei gleichbleibender Geschwindigkeit 67 m; man sagt, seine Geschwindigkeit beträgt 67 Meter pro Sekunde (abgekürzt 67 m/s).

Um die Geschwindigkeit des Zuges zu ermitteln, müssen wir die zurückgelegte Strecke durch die benötigte Zeit dividieren:

$$\textbf{Geschwindigkeit} = \frac{\textbf{Strecke}}{\textbf{Zeit}}$$

Die Abkürzungen für die benutzten **physikalischen Größen** sind:

Strecke: s
Zeit: t (time, engl.)
Geschwindigkeit: v (velocitas, lat.)

Die zugehörigen **Einheiten** sind:

Meter: m
Sekunde: s
Meter pro Sekunde: m/s

Die physikalischen Einheiten sind international festgelegt nach dem **SI**, dem internationalen Einheitensystem.

Zur Vereinheitlichung der verschiedenen Längeneinheiten einigte man sich beispielsweise 1889 in Paris auf die Länge eines „Urmeters“ als Standard aller metrischen Längeneinheiten.
1983 wurde das **Meter** neu festgelegt als die Länge der Strecke, die das Licht im Vakuum während der Dauer von 1/299 792 458 s durchläuft.
Eine **Sekunde** ist seit 1967 festgelegt als das 9 192 631 770fache der Periodendauer der Strahlung, die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustands von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entspricht. Früher war die Sekunde einfach der sechzigste Teil einer Minute, die wiederum der sechzigste Teil einer Stunde, und eine Stunde war der 24. Teil eines mittleren Sonnentages.
Sie merken, je genauer die modernen Meßmethoden der Physik werden, desto genauer werden die Einheiten festgelegt, und desto weniger verständlich ist die Definition der Einheiten. Aber mit diesen Definitionen müssen wir uns nicht aufhalten.

Mit den Variablen s, t und v lautet unsere erste **Bewegungsgleichung für die gleichförmige Bewegung (Gleichung M 1,1):**

$$v = \frac{s}{t}$$

Die Geschwindigkeit des Zuges berechnet sich:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{200\ \text{m}}{3\ \text{s}} = 67\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Aufgaben

1. Eine S-Bahn legt eine Strecke von 3 km bei gleichbleibender Geschwindigkeit in 40 s zurück. Berechnen Sie ihre Geschwindigkeit.
2. Eine S-Bahn fährt konstant 80 m/s. Wie weit kommt sie in 23 s?
3. Eine S-Bahn fährt konstant 50 m/s. In welcher Zeit schafft sie eine Strecke von 3500 m?

1.1.2 Geschwindigkeitsumrechnung

Meistens gibt man Geschwindigkeiten nicht in der Einheit m/s an, sondern in **km/h** (Kilometer pro Stunde). Wie lassen sich die beiden Einheiten umrechnen?

Es gilt: 1 km = 1000 m ;
1 h = 60 min , 1 min = 60 s ;
also 1 h = 60 · 60 s = 3600 s .

Daher ist $1\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = \frac{1}{3{,}6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

und $1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

● **Beispiel:**

Unser ICE fährt 200 m in 3 s:

$$\frac{200}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 66\frac{2}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 66\frac{2}{3}\cdot 3{,}6\frac{\text{km}}{\text{h}} = 240\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Ein Auto, das mit der Geschwindigkeit von 108 km/h fährt, legt in einer Sekunde 30 m zurück, denn:

108 km/h = (108 : 3,6) m/s = 30 m/s

1.1.3 Zeit-Weg-Diagramm

Wir wollen das oben gefundene Weg-Zeit-Gesetz der gleichförmigen Bewegung graphisch veranschaulichen. Dazu tragen wir die zusammengehörigen Größen Zeit und Weg in ein **Koordinatensystem** ein. Auf der **horizontalen Achse (Abszisse)** wird die Zeit t in der Einheit s eingetragen, auf der **vertikalen Achse (Ordinate)** der Weg s in der Einheit m .

Unser ICE soll jeweils in 1 s einen Weg von $66\frac{2}{3}$ m zurücklegen. Eine **Wertetabelle** sieht folgendermaßen aus:

$\frac{t}{\text{s}}$	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{s}{\text{m}}$	$66\frac{2}{3}$	$133\frac{1}{3}$	200	$266\frac{2}{3}$	$333\frac{1}{3}$	400	$466\frac{2}{3}$

Wir erhalten als Graph eine **Halbgerade**, die im Ursprung beginnt. Sie kennen aus der Mathematik die Funktionsgleichung eines solchen Graphen. Dort lautete der Zusammenhang zwischen den Variablen x und y : y = m · x . Die Variable m beschreibt dabei die **Steigung** der Geraden.

Mit den Variablen t und s lautet die Gleichung: $s = \text{m} \cdot t$. Welche physikalische Bedeutung hat nun die Steigung m ? Wenn wir die Bewegungsgleichung nach s auflösen, erhalten wir: $s = v \cdot t$, also entspricht m der Geschwindigkeit v.

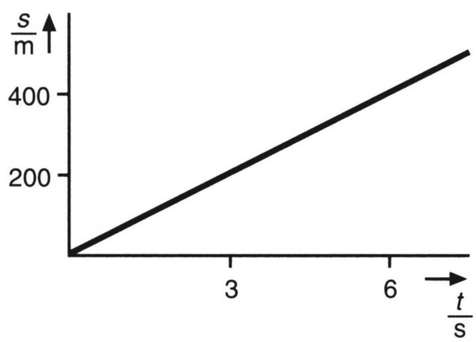


Bild 1.2

Die Steigung einer Geraden bestimmt man über die **Steigungsdreiecke**. Egal an welcher Stelle im Graphen ein Steigungsdreieck eingezeichnet wird, der Quotient aus dem Abschnitt Δy (lies: „Delta y"; Delta ist der griechische Buchstabe D) und dem zugehörigen Abschnitt Δx ist bei einer Geraden immer gleich groß, also

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{const.} = m.$$

Bei unserem Graphen werden gleiche Streckenabschnitte Δs gleichen Zeitabschnitten Δt zugeordnet, also gilt hier entsprechend: $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{const.} = v.$

Die Geschwindigkeit v der gleichförmigen Bewegung ist daher immer gleich groß, egal wie man die einander zugeordneten Abschnitte Δs und Δt wählt.

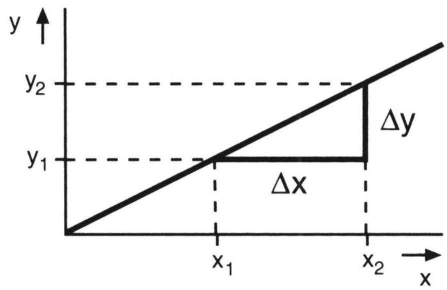


Bild 1.3

Fährt der ICE mit einer kleineren Geschwindigkeit, beispielsweise nur mit 40 m/s, so wird der Graph dieser Bewegung flacher verlaufen, da nun in gleichen Zeitabschnitten Δt kleinere Strecken Δs zurückgelegt werden. Der Quotient aus $\Delta s/\Delta t$ und damit die Steigung wird geringer; die Halbgerade verläuft flacher.

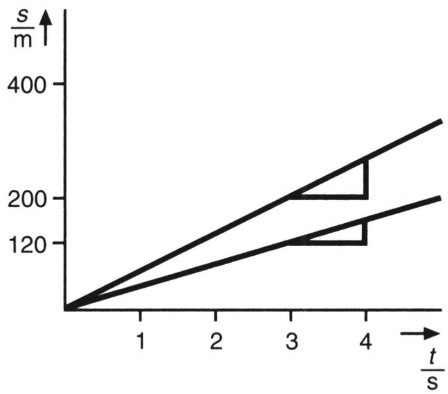


Bild 1.4

Im Verlauf seiner Fahrstrecke wird ein Zug natürlich seine Geschwindigkeit verändern müssen. Beim Anfahren und beim Abbremsen ist er langsamer als während der Zwischenzeit; vielleicht muß der Zug zwischendurch abbremsen und verringert so ebenfalls seine Geschwindigkeit. Wir müssen unterscheiden zwischen der aktuellen Geschwindigkeit des Zuges, der **Momentangeschwindigkeit**, und seiner **Durchschnittsgeschwindigkeit** während eines bestimmten Zeitintervalls Δt.

Allgemein ist die Geschwindigkeit definiert als Quotient aus Δs durch Δt:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Bei der gleichförmigen Bewegung gehen wir von einer konstanten Geschwindigkeit aus; hier sind Momentan- und Durchschnittsgeschwindigkeit gleich groß. Bei der beschleunigten linearen Bewegung, die wir in einer späteren Folge betrachten, wird das nicht mehr so sein.

Aufgaben

4. Zeichnen Sie das Zeit-Weg-Diagramm der Bewegung $s = 30\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t$ bis $t = 5$ s.

   Wählen Sie dazu auf der t-Achse für 1 Längeneinheit (LE) = 1 s und auf der s-Achse für 1 LE = 15 m.

5. Zeichnen Sie in dasselbe Koordinatensystem den Graphen einer gleichförmigen Bewegung, bei der in 7 s eine Strecke von 140 m zurückgelegt wird.

1.2 Gleichmäßige Kreisbewegung

1.2.0 Einführung und Begriffsbildung

Wieso setzt sich ein ängstliches Kind beim Karussellfahren lieber auf ein schwarzes Pferd, das weiter im Inneren des Karussells steht, als auf einen Esel am Rande? Das Karussell dreht sich doch immer gleich schnell? Offenbar bewegen sich Gegenstände weiter außen auf der Kreisbahn schneller, als die, die näher am Drehzentrum liegen. Das erscheint auch logisch, denn obwohl die **Drehung mit konstanter Drehgeschwindigkeit** erfolgt, müssen weiter außen liegende Körper während einer Umdrehung einen größeren Weg zurücklegen als weiter innen liegende.

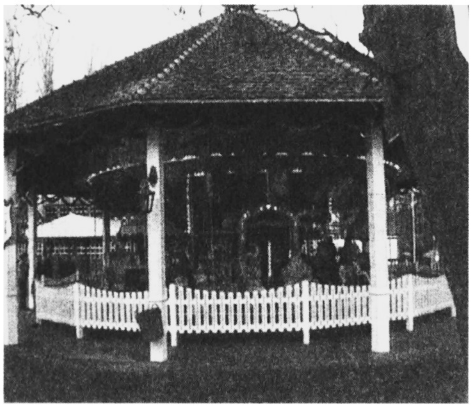


Bild 1.5

Wir müssen also unterscheiden zwischen der konstanten Dreh- oder auch **Winkelgeschwindigkeit** und der unterschiedlichen **Bahngeschwindigkeit**. Drehbewegungen, bei denen sich die Drehgeschwindigkeit nicht ändert, heißen **gleichmäßige Kreisbewegungen**.

1.2.1 Winkelgeschwindigkeit

Bei einer Kreisbewegung läßt sich am einfachsten die Zeit für einen vollen Umlauf festlegen. Man nennt sie die **Umlaufdauer** ***T***.

Der Kehrwert hiervon ist die **Drehzahl** n einer Kreisbewegung, also

$$n = \frac{1}{T}$$

Die Drehzahl läßt sich bestimmen als die Anzahl der Umdrehungen k pro Zeiteinheit:

$$n = \frac{k}{t}$$

Die Einheit der Drehzahl ist der Kehrwert der gewählten Zeiteinheit, üblicherweise der Sekunde, also

1/s oder s^{-1}

● **Beispiel:**

Für unser Karussell betrage die Umlaufdauer $T = 3$ s, d.h. in 15 s hat sich das Karussell fünfmal um die eigene Achse gedreht. Bei konstanter Drehgeschwindigkeit beträgt die Drehzahl hiermit

$$n = \frac{5}{15\text{s}} = \frac{1}{3}\ \text{s}^{-1}$$

Wie groß ist aber die Drehgeschwindigkeit?
Dazu betrachten wir einen **Strahl**, der vom Mittelpunkt des Kreises nach außen verläuft und sich wie bei einem Radarschirm mit konstanter Geschwindigkeit dreht.

Dieser Strahl überstreicht in einer bestimmten Zeit ein von der Drehgeschwindigkeit abhängiges Winkelfeld $\Delta\varphi$. Bei unserem Karussell wird in 1 s ein Winkelfeld von 120° überstrichen, in der Umlaufzeit $T = 3$ s hat der Strahl den gesamten Kreis, also ein Winkelfeld von 360° überstrichen.

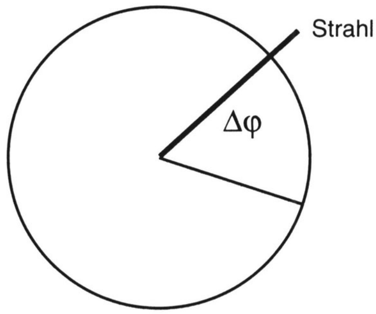


Bild 1.6

Man definiert als Dreh- oder Winkelgeschwindigkeit ω deshalb die Größe des Winkelfeldes pro Zeiteinheit:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Dabei wird der Winkel $\Delta\varphi$ allerdings nicht im uns geläufigen Gradmaß, sondern im **Bogenmaß** angegeben.
Den Zusammenhang zwischen beiden kennen Sie aus der Mathematik:
Jedem Winkel $\Delta\varphi$ wird die Maßzahl des zugehörigen Bogens auf dem Einheitskreis (d.h. auf dem Kreis mit dem Radius $r = 1$ Längeneinheit) zugeordnet.

Zum Vollwinkel 360° gehört der gesamte Umfang des Kreises als Bogen. Der Umfang eines Kreises beträgt $u = 2\pi r$, beim Einheitskreis mit $r = 1$ LE ist die Maßzahl des Bogens damit 2π. Entsprechend wird der Winkel von 90° im Bogenmaß angegeben mit $\pi/2$, denn 90° entspricht einem Viertelkreis, der Bogen ist daher auch 1/4 von 2π.

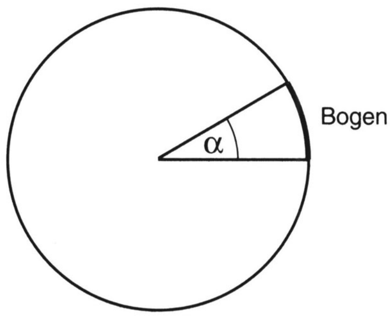


Bild 1.7

Der Zusammenhang zwischen dem Winkel α im Gradmaß und dem dazugehörigen Bogenmaß $\Delta\varphi$ lautet: Es verhält sich α zu 360° wie $\Delta\varphi$ zu 2π **(Gleichung M 1,4):**

$$\frac{\alpha}{360°} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$$

Unser Karussell dreht sich in 1 s um 120° weiter. Im Bogenmaß beträgt dieser Winkel

$$\Delta\varphi = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi = \frac{120°}{360°} \cdot 2\pi = \frac{1}{3} \cdot 2\pi = \frac{2}{3}\pi$$

Die Winkelgeschwindigkeit des Karussells ist damit

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2/3\,\pi}{1\text{ s}}$$

Diese Winkelgeschwindigkeit könnte man auch anders berechnen. Wir wissen, daß sich das Karussell in $T = 3$ s einmal um die eigene Achse dreht. Zu einem Vollwinkel von $\Delta\varphi = 2\pi$ gehört die Zeit $\Delta t = T = 3$ s. Damit ist

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3\text{ s}} = \frac{2/3\,\pi}{1\text{ s}}$$

Dasselbe Ergebnis hatten wir oben auch.

Für die **Winkelgeschwindigkeit** bei der **gleichmäßigen Kreisbewegung** gilt **(Gleichung M 1,2):**

$$\boldsymbol{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$

Diese Formel kann man benutzen, wenn die Umlaufdauer T bekannt ist; die oben verwendete Formel $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ ist immer anwendbar.

Aufgabe

6. Ein Spielkreisel dreht sich in 1 s fünfmal um die eigene Achse.
   a) Berechnen Sie seine Winkelgeschwindigkeit.
   b) Um welchen Winkel hat er sich in 1/100 s gedreht? Geben Sie diesen Winkel in Bogen- und Gradmaß an.

1.2.2 Bahngeschwindigkeit

Wir sind von der Frage ausgegangen, wieso sich näher am Zentrum einer Kreisbewegung liegende Körper langsamer bewegen als weiter außen liegende, warum sich das ängstliche Kind im Karussell innen hinsetzt.

Bei einer vollen Umdrehung legt ein Körper, der sich im Abstand r vom Zentrum befindet, die Strecke eines Kreisumfangs zurück:

$$\Delta s = 2\pi r$$

Die Zeit, die er dafür benötigt, ist genau die Umlaufzeit:

$$\Delta t = T$$

Seine Bahngeschwindigkeit v läßt sich genauso berechnen wie bei der linearen Bewegung:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Setzen wir für Δs und Δt ein, so ergibt sich:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{T} \cdot r = \omega \cdot r$$

Es galt ja $\omega = \frac{2\pi}{T}$ für die Winkelgeschwindigkeit. Damit haben wir gefunden:

Für die gleichförmige Kreisbewegung besteht folgender **Zusammenhang zwischen der Bahngeschwindigkeit v und der Winkelgeschwindigkeit ω (Gleichung M 1,3):**

$$\boldsymbol{v = \omega \cdot r \ \text{bzw.}\ \omega = \frac{v}{r}}$$

Bei gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit ω wächst die Bahngeschwindigkeit v somit proportional zum Radius, d.h. zum Abstand zwischen Körper und Drehachse. Der Esel auf dem Karussell wird sich doppelt so schnell bewegen wie das schwarze Pferd, wenn er doppelt so weit von der Mitte des Karussells entfernt ist. Andererseits ist natürlich die Bahngeschwindigkeit proportional zur Winkelgeschwindigkeit, wenn sich der Radius nicht ändert. Das schwarze Pferd wird sich deshalb auch doppelt so schnell bewegen wie vorher, wenn sich das Karussell doppelt so schnell dreht.

● **Beispiel:**

Wenn Sie die Fernseh-Sendungen zum Telekolleg auf Video aufnehmen, müssen Sie wissen, ob auf dem Band noch genügend Platz für die Aufnahme der Sendung ist. Moderne Videorecorder können während der Aufnahme anzeigen, wieviel Spielzeit auf dem Band noch zur Verfügung steht. Wie macht das der Recorder? Dazu sehen wir uns das Innere einer Videokassette an.

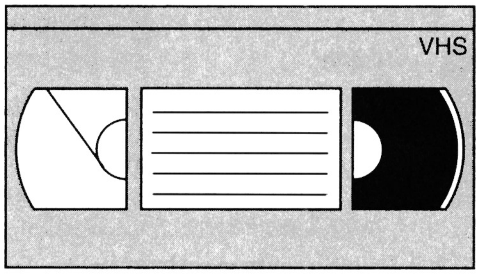


Bild 1.8

Das Band läuft von der linken Spule zur rechten. Wenn auf der linken Spule nur noch wenig Band ist, dreht sich diese Spule deutlich schneller als die rechte. Warum das so ist, können wir mittlerweile erklären.
Damit Bild und Ton eines Films richtig wiedergegeben werden, muß sich das Band mit einer ganz bestimmten, konstanten Geschwindigkeit an den Video- und Tonköpfen vorbeibewegen, nämlich mit 23,4 mm/s. Damit diese Geschwindigkeit konstant gehalten wird, muß sich die Spule, auf der wenig Band ist, schneller drehen als die fast volle Spule. Denn in beiden Fällen muß ja in einer Sekunde die gleiche Bandlänge von 23,4 mm ab- bzw. aufgewickelt werden.

Wie schnell sich eine Spule dreht, hängt vom jeweiligen Radius ab.

Der Zusammenhang zwischen Radius, Bahn- und Winkelgeschwindigkeit ist $\quad v = \omega \cdot r$

Damit die Bahngeschwindigkeit v konstant bleibt, muß bei kleinem Radius r die Winkelgeschwindigkeit ω entsprechend größer werden, sonst bleibt das Produkt aus $\omega \cdot r$ nicht gleich groß. Anders ausgedrückt heißt das: Bei kleinem Radius wird weniger Band abgespult, deshalb muß sich die Spule schneller drehen. Dabei ist $v = 23,4$ mm/s bekannt und immer gleich groß.

Der Zusammenhang zwischen den Größen Bahngeschwindigkeit v, Radius r und Umlaufzeit T lautet:

$$v = \frac{2\,\pi\,r}{T}$$

Bei bekanntem Spulenradius r kann damit die Umlaufzeit T bestimmt werden und umgekehrt.

Jetzt sind aber beim Abspielen einer Videokassette weder Radius noch Umlaufzeit konstant. Das Band wird von der linken Spule abgewickelt, der Radius dieser Spule wird deshalb immer kleiner, ihre Umlaufzeit ebenso. Wie stellt der Rekorder nun die Restlaufzeit einer Kassette fest?
Im Videorekorder wird in kurzen Zeitabständen die Umlaufzeit der linken Spule gemessen. Aus dieser Umlaufzeit wird der jeweilige Radius des noch auf der linken Spule befindlichen Bandes errechnet.

Wegen $v = 23{,}4\ \text{mm/s} = \dfrac{2\,\pi\,r}{T}$ gilt:

$$r = \frac{23{,}4\ \text{mm/s} \cdot T}{2\,\pi}$$

Für eine Umlaufzeit von 4 s ergibt sich hiermit ein Spulenradius von

$$r = \frac{23{,}4\ \text{mm/s} \cdot 4\ \text{s}}{2\,\pi}$$

$$= 14{,}9\ \text{mm, also ca. } 1{,}5\ \text{cm}.$$

Aus dem Spulenradius kann man die Länge des Restbandes auf der linken Spule berechnen, aus der dann wieder die Restspieldauer bestimmt werden kann.

Aufgaben

7. Der Sekundenzeiger einer Küchenuhr ist 8 cm lang. Berechnen Sie seine Winkelgeschwindigkeit sowie die Bahngeschwindigkeit an der Zeigerspitze jeweils auf 3 Stellen nach dem Komma.

8. In einem Karussell werden angeblich Spitzengeschwindigkeiten von 160 km/h erreicht. Prüfen Sie diese Behauptung nach, wenn Sie wissen, daß der Bahndurchmesser 12 m beträgt und sich das Karussell in 10 s sechsmal dreht.

9. Die Erde umläuft die Sonne in etwa 365 Tagen näherungsweise auf einer Kreisbahn im Abstand von ca. 149 600 000 km. Berechnen Sie ihre Bahngeschwindigkeit in km/h. Welchen Weg legt die Erde auf ihrem Weg um die Sonne in 1 s zurück?

10. Ein Elektromotor hat eine Drehzahl von $400\ \text{s}^{-1}$. Berechnen Sie seine Umlaufdauer, seine Winkelgeschwindigkeit und die Anzahl der Umdrehungen pro Minute.

11. Welchen Winkel im Grad- und im Bogenmaß überstreichen Stunden- und Minutenzeiger einer Uhr zwischen 8.23 Uhr und 9.16 Uhr?

12. Ein Fahrrad mit der Reifengröße 28 Zoll hat einen Reifendurchmesser von etwa 70 cm.
    a) Wie oft dreht sich das Rad bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h in einer Minute?
    b) Das Rädchen des Dynamos hat einen Durchmesser von 2 cm und liegt 2,5 cm von der Lauffläche des Reifens auf. Wie oft dreht sich der Magnet im Inneren des Dynamos pro Sekunde?

Zusammenfassung der wichtigsten Formeln

- **Bewegungsgleichung** für die **gleichförmige lineare Bewegung**: **(Gleichung M 1,1)** $v = \frac{s}{t}$ bzw. $s = v \cdot t$

- **Winkelgeschwindigkeit** bei der **gleichmäßigen Kreisbewegung**: **(Gleichung M 1,2)** $\omega = \frac{2\pi}{T}$

- **Zusammenhang** zwischen der **Bahngeschwindigkeit** v und der **Winkelgeschwindigkeit** ω: **(Gleichung M 1,3)** $v = \omega \cdot r$ bzw. $\omega = \frac{v}{r}$

- **Umrechnung** vom **Gradmaß** ins **Bogenmaß**: **(Gleichung M 1,4)** $\frac{\alpha}{360°} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$

Folge 2: Alles bewegt sich – aber wohin?

Die Überlagerung von Bewegungen

2

Übersicht

2.0 Einführung

Ärgern Sie sich auch immer, wenn aus dem vorausfahrenden Auto eine Zigarrettenkippe geworfen wird? Das nächste Mal sollten Sie sich nicht nur ärgern, sondern auch darauf achten, wo die Kippe hinfällt. Sie fliegt nämlich nicht nur seitlich weg, sondern sie fliegt in der Luft auch noch ein ganzes Stück in Fahrtrichtung mit. Auf dem Boden angekommen, rollt sie in der Regel noch ein Stück in derselben Richtung weiter.

Die Zigarrettenkippe führt offensichtlich mehrere Bewegungen gleichzeitig durch: Sie bewegt sich **in** Fahrtrichtung, aber auch **senkrecht** zur Fahrtrichtung vom Auto weg und sie fällt auch noch nach unten. In dieser Folge geht es darum, wie sich verschiedene Bewegungen überlagern, in welche Richtung und mit welchem Geschwindigkeitsbetrag die Bewegung weiter verläuft.

2.1 Überlagerung zweier Bewegungen in gleicher Richtung

2.1.1 Einführungsbeispiel

Ein Urlauber möchte ein Elektroboot mieten, um quer über einen See zu fahren und sich eine dort gelegene Kapelle anzusehen. Er muß das Boot allerdings in einer Dreiviertelstunde wieder dem Bootsverleiher zurückbringen, weil es ab diesem Zeitpunkt schon anderweitig belegt ist. Schafft er die Tour in der angegebenen Zeit, wenn das Boot 5 km/h schnell und der See an dieser Stelle 1500 m breit ist?

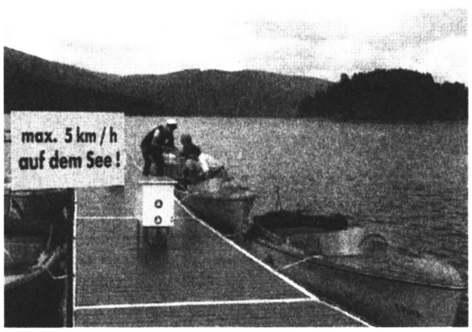


Bild 2.1

Aus der letzten Folge wissen Sie, wie man die gesuchte Zeitspanne berechnen kann.

Bei einer konstanten Geschwindigkeit von 5 km/h und einer gegebenen Streckenlänge von hin und zurück 3 km können wir die Zeit aus der Formel $v = \frac{s}{t}$ isolieren und die Daten einsetzen:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{3\text{ km}}{5\text{ km/h}} = \frac{3}{5}\text{ h}$$

Die Zeit müßte also ausreichen, wenn nichts dazwischen kommt.

$$= \frac{3 \cdot 60}{5}\text{ min} = 3 \cdot 12\text{ min} = 36\text{ min}$$

Problematisch kann es werden, wenn Wind aufkommt und der Rückweg bei Gegenwind angetreten werden muß. Angenommen, der Gegenwind bläst nur lau mit 2 km/h. Dann wird das Boot sicher nur mit einer Geschwindigkeit von 3 km/h vorwärtskommen, denn Boots- und Windgeschwindigkeit sind zwar gleichgerichtet, aber entgegengesetzt orientiert. Deshalb müssen die beiden subtrahiert werden, will man die effektive Geschwindigkeit des Bootes bestimmen.
Bei Rückenwind wird das Boot entsprechend schneller fahren. Jetzt sind Boots- und Windgeschwindigkeit gleich orientiert. Wir müssen die beiden Beträge addieren, um die effektive Geschwindigkeit des Bootes bestimmen.

Aufgaben

1. Berechnen Sie die Zeit für den Rückweg vom gegenüberliegenden Seeufer zum Bootsverleih
   a) bei Gegenwind von 2 km/h,
   b) bei Rückenwind von 2 km/h.
2. Der Wind bläst von vornherein mit 2 km/h in Richtung gegenüberliegendes Seeufer. Benötigt der Bootsfahrer jetzt immer noch 36 Minuten für seine Tour, da er ja auf dem Hinweg Rückenwind und auf dem Rückweg Gegenwind hat?

2.2 Vektoren und Skalare

Wir stellen fest, daß es für unseren Bootsurlauber nicht unerheblich ist, ob ihn der Wind mit 2 km/h von hinten noch zusätzlich anschiebt und damit die effektive Geschwindigkeit des Bootes erhöht, oder ob ihn der Wind mit derselben Geschwindigkeit abbremst und damit die effektive Geschwindigkeit des Bootes verringert. Bei der Geschwindigkeit kommt es also nicht nur auf den **Betrag** an (hier: 2 km/h), sondern auch auf die **Richtung**.

Physikalische Größen, die durch die beiden Angaben von Betrag und Richtung festgelegt sind, heißen **Vektoren**. Weitere Vektoren sind beispielsweise die Kraft oder die Beschleunigung. Auch die Strecke s ist ein Vektor, denn es ist schließlich nicht egal, ob ich 5 m in die eine oder in die entgegengesetzte Richtung laufe.

Bild 2.2

Vektoren werden durch **Pfeile** dargestellt. Dabei symbolisiert die **Länge des Pfeils** den **Betrag des Vektors**. Eine Pfeilspitze gibt die Orientierung des Vektors an.
Um zu kennzeichnen, welche physikalische Größe ein Vektor ist, werden über die Buchstabensymbole der Größen ebenfalls kleine Pfeilspitzen gesetzt, z. B.: $\vec{v}$, $\vec{s}$, $\vec{F}$.

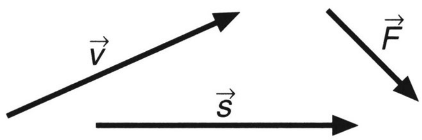


Bild 2.3

Diejenigen physikalischen Größen, die keine Richtung haben, werden **Skalare** genannt. Skalare Größen sind beispielsweise die Zeit t oder die Masse m.
In Rechnungen interessiert oft nur der Betrag einer vektoriellen Größe; hier wird dann das Pfeilchen weggelassen. Aber Vorsicht: Die Beträge mehrerer Vektoren dürfen nicht einfach addiert werden, wenn die Vektoren nicht in dieselbe Richtung zeigen und gleich orientiert sind. Doch davon im nächsten Abschnitt mehr.
Weitere vektorielle und skalare Größen werden Sie in den nächsten Folgen kennenlernen.

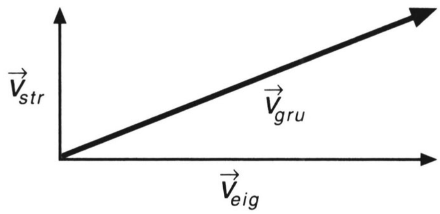
2.3 Überlagerung von Bewegungen in beliebiger Richtung

2.3.1 Senkrecht aufeinander stehende Geschwindigkeitsrichtungen

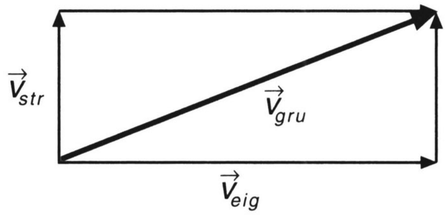
Nicht immer kann man das Resultat der Überlagerung von Geschwindigkeiten so einfach berechnen wie die Effektivgeschwindigkeit des Bootes bei Gegen- oder Rückenwind. Wie groß wird die Geschwindigkeit, wenn der Wind von der Seite oder von schräg vorne kommt?

In der Sendung haben Sie ein Boot beobachtet, das einen Kanal überqueren sollte. Das Wasser im Kanal strömte mit einer Geschwindigkeit von 8 cm/s, das Boot soll zunächst senkrecht zur Strömungsgeschwindigkeit mit einer Eigengeschwindigkeit von 20 cm/s gesteuert werden. Logischerweise wird das Boot in Strömungsrichtung abgetrieben. Aber in welche Richtung fährt es genau, und wie schnell ist es effektiv über Grund?

Wir zeichnen dazu die beiden Pfeile für die Geschwindigkeiten von Strömung und Boot senkrecht zueinander und maßstabgerecht ein:

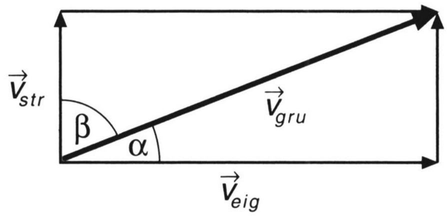


Man kann aus einer maßstabsgerechten Zeichnung die Pfeillängen ablesen und über den Maßstab die Geschwindigkeiten berechnen. Bei uns bewegt sich das Boot etwa mit einer Geschwindigkeit von effektiv 21,5 cm/s über Grund. Bei Verbindung der Pfeilspitzen entsteht ein **Parallelogramm**. Da in unserem Fall die beiden Geschwindigkeiten $\vec{v}_{str}$ und $\vec{v}_{eig}$ senkrecht aufeinander stehen, erhalten wir speziell ein Rechteck.



Die Effektivgeschwindigkeit des Bootes $\vec{v}_{gru}$ ist die **Diagonale** in diesem Parallelogramm. Man nennt sie die **Resultierende**, weil sie das Resultat der Überlagerung der beiden Geschwindigkeiten $\vec{v}_{str}$ und $\vec{v}_{eig}$ ist. Die Pfeile auf den Seiten des Parallelogramms, also bei uns die Geschwindigkeiten $\vec{v}_{str}$ und $\vec{v}_{eig}$, heißen im allgemeinen Fall **Komponenten**.
Die Resultierende bei der Überlagerung von zwei Geschwindigkeiten erhält man also, indem man das zugehörige Parallelogramm konstruiert und die Diagonale vom Angriffspunkt der beiden Vektoren bis zum Zusammentreffen der Pfeilspitzen einzeichnet.

Die Richtung der Resultierenden kann man als Winkel zwischen der Resultierenden und den ursprünglichen Pfeilen bestimmen. Bei uns beträgt die Abweichung der Geschwindigkeit über Grund gegenüber der ursprünglichen Richtung der Eigengeschwindigkeit des Bootes $\alpha = 21{,}8°$, der Winkel zwischen $\vec{v}_{gru}$ und $\vec{v}_{str}$ beträgt entsprechend $\beta = 68{,}2°$.



Falls die Strömungsgeschwindigkeit sich ändert, muß das Parallelogramm entsprechend modifiziert werden. Bei doppelter Strömungsgeschwindigkeit $\vec{v}_{str} = 16$ cm/s wird der zugehörige Pfeil doppelt so lang gezeichnet. Das Parallelogramm sieht folgendermaßen aus:

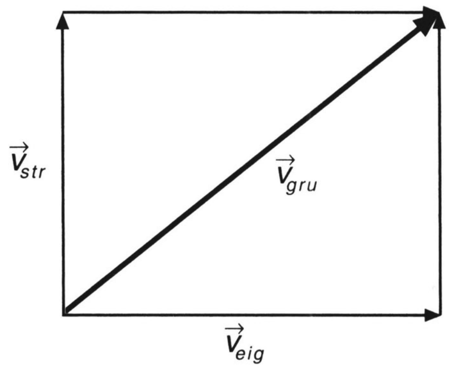


Bild 2.4 – 2.7: Maßstab: 1 cm ≙ 4 cm/s