

Helfried Moosbrugger

# Lineare Modelle

Regressions- und  
Varianzanalysen

4., vollständig überarbeitete und ergänzte Auflage

Moosbrugger  
**Lineare Modelle**

Verlag Hans Huber  
**Psychologie Lehrtexte**

*Wissenschaftlicher Beirat:*

Prof. Dr. Dieter Frey, München

Prof. Dr. Lutz Jäncke, Zürich

Prof. Dr. Meinrad Perrez, Freiburg i.Ü.

Prof. Dr. Franz Petermann, Bremen

Prof. Dr. Hans Spada, Freiburg i.Br.

**HUBER**



## Bücher aus verwandten Sachgebieten

Leonhart

### **Lehrbuch Statistik**

Einstieg und Vertiefung

2. Aufl. 2009. ISBN 978-3-456-84611-8

Borg / Staufenbiel

### **Lehrbuch Theorien und Methoden der Skalierung**

4. Aufl. 2007. ISBN 978-3-456-84447-3

Hüsler / Zimmermann

### **Statistische Prinzipien für medizinische Projekte**

5. Aufl. 2010. ISBN 978-3-456-84868-6

Coggon

### **Statistik**

Einführung für Gesundheitsberufe

2007. ISBN 978-3-456-84465-7

Weitere Informationen über unsere Neuerscheinungen finden Sie im Internet unter [www.verlag-hanshuber.com](http://www.verlag-hanshuber.com).

Helfried Moosbrugger

# Lineare Modelle

## Regressions- und Varianzanalysen

4., vollständig überarbeitete und ergänzte Auflage

Mit einem Anhang über Matrixalgebra, 23 Abbildungen,  
26 Tabellen, Anwendungsbeispielen, Prüfverteilungen und  
Literaturverzeichnis, Personen- und Sachregister

Unter Mitarbeit von Julia Engel, Sonja Etzler, Kevin Fischer  
und Michael Weigand

Verlag Hans Huber, Bern

*Anschrift des Autors:*

Univ.-Prof. Dr. Helfried Moosbrugger  
Leiter der Abteilung Psychologische Methodenlehre, Evaluation und Forschungsmethodik  
Institut für Psychologie  
Goethe-Universität Frankfurt am Main  
Mertonstr. 17  
D-60054 Frankfurt am Main  
moosbrugger@psych.uni-frankfurt.de

*Mitarbeit:*

cand. psych. Julia Engel  
cand. psych. Sonja Etzler  
cand. psych. Kevin Fischer  
Dipl.-Psych. Michael Weigand

Lektorat: Monika Eginger  
Herstellung: Daniel Berger  
Umschlaggestaltung: Claude Borer, Basel  
Druck und buchbinderische Verarbeitung: AZ Druck und Datentechnik GmbH, Kempten  
Printed in Germany

*Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek*

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.



Dieses Werk, einschließlich aller seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen sowie die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen oder Warenbezeichnungen in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen-Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürfen.

*Anregungen und Zuschriften bitte an:*

Verlag Hans Huber  
Lektorat Medizin/Gesundheit  
Länggass-Strasse 76  
CH-3000 Bern 9  
Tel: 0041 (0)31 300 4500  
Fax: 0041 (0)31 300 4593  
[verlag@hanshuber.com](mailto:verlag@hanshuber.com)  
[www.verlag-hanshuber.com](http://www.verlag-hanshuber.com)

Die 1. Auflage erschien 1987 unter dem Titel *Regressions- und Varianzanalysen auf der Basis des Allgemeinen Linearen Modells*.

4. Auflage 2011

© 1987, 1994, 2002, 2011 by Verlag Hans Huber, Hogrefe AG, Bern  
ISBN 978-3-456-84965-2

# Inhaltsverzeichnis

<b>INHALTSVERZEICHNIS</b> .....	<b>I</b>
<b>VORWORT ZUR VIERTEN AUFLAGE</b> .....	<b>VI</b>
<b>ANMERKUNGEN ZUR SCHREIBWEISE</b> .....	<b>X</b>
<b>1 EINLEITUNG</b> .....	<b>1</b>
1.1 BESCHREIBUNG UND ERKLÄRUNG VON ZUSAMMENHÄNGEN .....	1
1.2 ALLGEMEIN- UND DIFFERENTIELLPSYCHOLOGISCHE SICHTWEISE.....	2
1.3 GRUNDANNAHMEN DES ALLGEMEINEN LINEAREN MODELLS (ALM).....	4
1.4 FRAGESTELLUNGEN IM ÜBERBLICK .....	7
1.5 KLASSIFIKATION VON ALM-BASIERTEN ANALYSEVERFAHREN .....	9
<b>2 DAS ALLGEMEINE LINEARE MODELL (ALM)</b> .....	<b>12</b>
2.1 GRUNDLAGEN .....	12
2.2 GEOMETRISCHE VERANSCHAULICHUNG IM VARIABLENRAUM.....	13
2.2.1 <i>Raumvorstellung</i> .....	13
2.2.2 <i>Punkteschwärme und Korrelationen</i> .....	14
2.2.3 <i>Zielvorgabe: Lineares Modell</i> .....	16
2.2.4 <i>Lineares Modell mit einer Prädiktorvariablen</i> .....	17
2.2.5 <i>Lineares Modell mit zwei Prädiktorvariablen</i> .....	22
2.2.6 <i>Lineares Modell mit drei oder mehr Prädiktorvariablen</i> .....	25
2.3 MODELLGLEICHUNG.....	26
2.4 KRITERIUM DER KLEINSTEN QUADRATE.....	29
2.5 PARAMETERSCHÄTZUNG .....	31
2.6 PRÄDIZIERTE WERTE UND PARAMETERINTERPRETATION .....	35
2.7 GEOMETRISCHE VERANSCHAULICHUNG IM PERSONENRAUM.....	37
2.7.1 <i>Raumvorstellung</i> .....	37
2.7.2 <i>Veranschaulichung von Korrelationen</i> .....	37
2.7.3 <i>Veranschaulichung von Einflussparametern</i> .....	39
<b>3 KONTINUIERLICHE UNABHÄNGIGE VARIABLEN: REGRESSIONSANALYSE</b>	<b>42</b>
3.1 GRUNDSÄTZLICHES .....	42
3.2 REGRESSIONSANALYTISCHES ANWENDUNGSBEISPIEL (I).....	42
3.2.1 <i>Schätzung der Einflussparameter</i> .....	44
3.2.2 <i>Interpretation und Punktschätzung</i> .....	47
3.3 QUALITÄTSBEURTEILUNG DER MODELLGÜTE .....	48

3.3.1	Grundsätzliches.....	48
3.3.2	Kriteriumsvarianz, erklärte Varianz und Fehlervarianz.....	48
3.3.3	Konkrete Varianz- und Quadratsummenzerlegung.....	54
3.3.4	Determinations- und Korrelationskoeffizient als Maße der Modellgüte.....	55
	Einfacher Fall.....	57
3.4	STANDARDSCHÄTZFEHLER UND PROGNOSEINTERVALL.....	60
3.5	OPTIMIERUNG DES MODELLS.....	66
3.5.1	Modellverkleinerung und Dekremente.....	68
3.5.2	Modellerweiterung und Inkremente.....	69
3.5.3	Orthogonaler Fall, Kollinearer Fall und Suppressoreffekt.....	72
3.6	REGRESSIONSANALYTISCHES ANWENDUNGSBEISPIEL (II).....	76
3.6.1	Quadratsummenzerlegung und multipler Determinationskoeffizient.....	76
3.6.2	Punktschätzung und Prognoseintervall.....	78
3.6.3	Beurteilung einzelner Prädiktorvariablen im multiplen Kontext.....	82
3.7	RESIDUALANALYSE ZUR MODELLEVALUATION.....	91
3.8	KURVILINEARE REGRESSION.....	93
3.9	MODERIERTE REGRESSION.....	96
<b>4</b>	<b>HYPOTHESENPRÜFUNG IM ALM.....</b>	<b>100</b>
4.1	GRUNDSÄTZLICHES.....	100
4.2	HYPOTHESENFORMULIERUNG.....	101
4.2.1	Allgemeine Lineare Hypothese (ALH).....	102
4.2.2	Konkrete Beispiele.....	103
4.2.3	Uneingeschränktes und eingeschränktes Modell.....	107
4.2.4	Hypothesenquadratsumme.....	108
4.3	ÜBERPRÜFUNG DER HYPOTHESEN.....	110
4.3.1	F-Verteilung und inferenzstatistische Entscheidung.....	111
4.3.2	Signifikanzbeurteilung der ALH.....	114
4.3.3	Inferenzstatistische Voraussetzungen.....	118
4.4	REGRESSIONSANALYTISCHES ANWENDUNGSBEISPIEL (III).....	121
4.4.1	Globale Nullhypothese.....	121
4.4.2	Signifikanzbeurteilung der Prädiktorvariablen $x_1$ .....	123
4.4.3	Signifikanzbeurteilung der Prädiktorvariablen $x_2$ .....	124
<b>5</b>	<b>KATEGORIALE UNABHÄNGIGE VARIABLEN: VARIANZANALYSE.....</b>	<b>126</b>
5.1	GRUNDSÄTZLICHES.....	126
5.2	EXPERIMENTELLES DESIGN.....	126
5.3	ZELLENMITTELWERTEKODIERUNG.....	128
5.4	ERSTELLEN DER DESIGNMATRIX.....	130

5.5	ÜBERBLICK .....	130
<b>6</b>	<b>EINFAKTORIELLE VARIANZANALYSE .....</b>	<b>132</b>
6.1	VERSUCHSPLAN UND NUMERISCHES BEISPIEL .....	133
6.2	DESIGNMATRIX UND MODELLGLEICHUNG .....	134
6.3	PARAMETERSCHÄTZUNG .....	135
6.4	PRÄDIZIERTE WERTE .....	138
6.5	QUADRATSUMMENZERLEGUNG UND MULTIPLE BESTIMMTHEIT .....	139
6.6	EXKURS ZUR „KLASSISCHEN“ VARIANZANALYSE .....	142
6.7	HYPOTHESENFORMULIERUNG .....	148
6.7.1	<i>Globale Nullhypothese</i> .....	148
6.7.2	<i>Hypothesenformulierung mit orthogonalen Kontrasten</i> .....	150
6.8	HYPOTHESENQUADRATSUMME .....	153
6.9	INFERENZSTATISTISCHE ÜBERPRÜFUNG DER EFFEKTE .....	154
6.9.1	<i>Globaler Effekt</i> .....	154
6.9.2	<i>Effekte der einzelnen Faktorstufen</i> .....	155
6.10	TAFEL DER VARIANZANALYSE .....	157
6.11	SPEZIALFALL MIT ZWEI STUFEN (T-TEST) .....	159
<b>7</b>	<b>ZWEIFAKTORIELLE VARIANZANALYSE .....</b>	<b>162</b>
7.1	GRUNDSÄTZLICHES .....	162
7.2	VOLLSTÄNDIG GEKREUZTER VERSUCHSPLAN UND NUMERISCHES BEISPIEL .....	162
7.3	DESIGNMATRIX .....	164
7.4	PARAMETERSCHÄTZUNG .....	166
7.5	PRÄDIZIERTE WERTE .....	168
7.6	EFFEKTE IM ZWEIFAKTORIELLEN DESIGN .....	170
7.7	QUADRATSUMMENZERLEGUNG UND MULTIPLE BESTIMMTHEIT .....	172
7.8	INFERENZSTATISTISCHE ÜBERPRÜFUNG DER EFFEKTE .....	174
7.8.1	<i>Globaler Effekt</i> .....	174
7.8.2	<i>Haupteffekt des Faktors A</i> .....	176
7.8.3	<i>Haupteffekt des Faktors B</i> .....	181
7.8.4	<i>Wechselwirkungseffekt A x B</i> .....	185
7.9	TAFEL DER VARIANZANALYSE .....	192
7.10	ÜBERPRÜFUNG VON EINZELKONTRASTEN .....	193
7.11	ERKENNUNGSMERKMALE VON HAUPTEFFEKTEN UND WECHSELWIRKUNGEN .....	197
7.12	TYPEN VON WECHSELWIRKUNGEN .....	200
<b>8</b>	<b>MEHRFAKTORIELLE VERSUCHSPLÄNE .....</b>	<b>201</b>
8.1	GRUNDSÄTZLICHES .....	201
8.2	HAUPTEFFEKTE .....	202

8.3	WECHSELWIRKUNGEN ERSTER ORDNUNG .....	205
8.4	WECHSELWIRKUNG HÖHERER ORDNUNG .....	206
<b>9</b>	<b>UNVOLLSTÄNDIGE VERSUCHSPLÄNE .....</b>	<b>209</b>
9.1	GRUNDSÄTZLICHES.....	209
9.2	LATEINISCHES QUADRAT.....	210
9.3	HIERARCHISCHES DESIGN.....	212
<b>10</b>	<b>VARIANZANALYSE MIT MESSWIEDERHOLUNG.....</b>	<b>217</b>
10.1	WITHIN-DESIGN.....	217
10.2	ZELLENMITTELWERTEKODIERUNG UND PARAMETERSCHÄTZUNG .....	219
10.3	QUADRATSUMMENZERLEGUNG .....	220
10.4	INFERENZSTATISTISCHE ÜBERPRÜFUNG DER EFFEKTE .....	221
10.4.1	<i>Haupteffekt des experimentellen Faktors</i> .....	221
10.4.2	<i>Haupteffekt des Personenfaktors</i> .....	223
10.4.3	<i>Wechselwirkungseffekt</i> .....	224
10.5	SIGNIFIKANZBEURTEILUNG.....	225
10.5.1	<i>Problematik der Fehlervarianzschätzung</i> .....	225
10.5.2	<i>Residualvarianz als Ersatz für Fehlervarianz</i> .....	226
10.5.3	<i>Hypothesenprüfung</i> .....	227
10.6	MULTIVARIATE ANALYSE VON MESSWIEDERHOLUNGSDESIGNS .....	230
<b>11</b>	<b>GRUNDBEGRIFFE DER MATRIXALGEBRA.....</b>	<b>231</b>
11.1	ALLGEMEINES.....	231
11.2	DEFINITIONEN.....	231
11.3	ADDITION UND SUBTRAKTION .....	235
11.4	TRANSPOSITION .....	236
11.5	MATRIZENMULTIPLIKATION .....	237
11.5.1	<i>Multiplikation einer Matrix mit einer konstanten Zahl</i> .....	237
11.5.2	<i>Produkt zweier Vektoren</i> .....	237
11.5.3	<i>Produkt zweier Matrizen</i> .....	239
11.5.4	<i>Produkt einer Matrix mit ihrer Transponierten</i> .....	242
11.6	MATRIZENDIVISION .....	244
11.6.1	<i>Grundüberlegung</i> .....	244
11.6.2	<i>Inverse Matrix</i> .....	244
11.6.3	<i>Determinanten</i> .....	246
11.6.4	<i>Kofaktorenmatrix</i> .....	252
11.6.5	<i>Berechnung der inversen Matrix</i> .....	253
11.6.6	<i>Durchführung der Division</i> .....	255
11.7	VERKNÜPFUNGSREGELN BEIM RECHNEN MIT MATRIZEN .....	256

## VIII

11.7.1	Addieren - Addieren.....	256
11.7.2	Multiplizieren - Multiplizieren.....	257
11.7.3	Skalarmultiplikation-Matrixinversion.....	258
11.7.4	Transponieren-Addieren bzw. -Multiplizieren.....	258
11.7.5	Addieren-Multiplizieren.....	258
<b>12</b>	<b>RECHENTECHNISCHE HINWEISE.....</b>	<b>260</b>
<b>13</b>	<b>PRÜFVERTEILUNGEN.....</b>	<b>263</b>
13.1	F-VERTEILUNGEN.....	263
13.1.1	F-Verteilung ( $df_i$ von 1 bis 10) für $\alpha = 0.05$ .....	264
13.1.2	F-Verteilung ( $df_i$ von 11 bis 20) für $\alpha = 0.05$ .....	265
13.1.3	F-Verteilung ( $df_i$ von 1 bis 10) für $\alpha = 0.01$ .....	266
13.1.4	F-Verteilung ( $df_i$ von 11 bis 20) für $\alpha = 0.01$ .....	267
13.2	t-VERTEILUNGEN.....	268
<b>14</b>	<b>LITERATURVERZEICHNIS.....</b>	<b>269</b>
<b>15</b>	<b>PERSONENVERZEICHNIS.....</b>	<b>275</b>
<b>16</b>	<b>SACHREGISTER.....</b>	<b>277</b>

# Vorwort zur vierten Auflage

## **Allgemeines Lineares Modell als Basis zahlreicher statistischer Analyseverfahren**

Auch in seiner vierten Auflage besteht das wesentliche Anliegen des vorliegenden Lehrbuchs weiterhin darin, in die Linearen Modelle als wohl erfolgreichste Gruppe statistischer Analyseverfahren einzuführen. Welche Bedeutung dem „Allgemeinen Linearen Modell“ (ALM) und den darauf aufbauenden statistischen Verfahren in der Forschungsmethodik zukommt, wird deutlich, wenn man nicht nur Einzelrezepte für exemplarische Fragestellungen präsentiert, sondern in synoptischer Betrachtung die gemeinsame Basis einer Vielzahl von Analyseverfahren vermittelt. Erst wenn das gemeinsame Konzept in den Vordergrund tritt, kann die Einsicht entstehen, dass zwischen durchaus gegensätzlich erscheinenden Themen methodisch kein grundsätzlicher Unterschied besteht, so z.B. zwischen Zusammenhangs- und Unterschiedsfragestellungen, Korrelationshöhe und Mittelwertdifferenz, Einfachregression und t-Test, multipler Regression und Varianzanalyse, Regressionsparametern und experimentellen Effekten, moderierter Regression und Wechselwirkungen, oder auch zwischen kurvenlinearen Modellen und Trendtests.

## **Rückblick auf bisherige Auflagen**

Allen bisherigen Auflagen war gemeinsam, dass der wesentliche Fokus darauf gerichtet war, in grundlegender Form aufzuzeigen, wie mit Linearen Modellen Zusammenhänge zwischen Prädiktor- und Kriteriumsvariablen mathematisch modelliert werden können. Nach der ersten Auflage, welche unter dem Titel „Regressions- und Varianzanalysen auf der Basis des Allgemeinen Linearen Modells“ (Moosbrugger & Klutky, 1987) erschienen war, wurde bereits in der zweiten Auflage unter dem Titel „Lineare Modelle. Regressions- und Varianzanalysen“ (Moosbrugger, 1994, unter Mitarbeit von Roland Zistler) ein wesentlich stärkeres Augenmerk auf die inhaltliche Trennung zwischen den theoretischen Grundlagen Linearer Modelle und ihren charakteristischen Anwendungsformen gerichtet. Mit dieser Konzeption ging eine vollständige Neubearbeitung einher, welche u.a. die Betrachtung von Inkrementen bzw. Dekrementen als Folge von Modellerweiterungen bzw. Modelleinschränkungen in ihrer Logik so grundlegend behandelt, dass die darauf aufbauenden

Modelltests zur Überprüfung von Hypothesen einen nahtlosen Übergang zu multivariaten Modellen und zu Strukturgleichungsmodellen mit latenten Variablen (LISREL) ermöglichen. In der dritten Auflage (Moosbrugger, 2002, unter Mitarbeit von Ulrike Rabl) wurde diese Konzeption weiter verfeinert und an die stets steigenden unterrichtsdidaktischen Anforderungen angepasst. Außerdem wurden Ergänzungen vorgenommen wie z. B. die räumliche Veranschaulichung von Daten im Personenraum sowie die Darstellung von Modellierungsmöglichkeiten nichtlinearer Variablenzusammenhänge mit dem ALM, wobei sowohl auf kurvilineare Regression als auch auf Moderatormodelle besonders eingegangen wurde.

Für die nun vorliegende vierte Auflage habe ich insbesondere mein Forschungssemester im WS 2009/10 dazu benutzt, das Lehrbuch gänzlich neu zu gestalten, vollständig zu überarbeiten, zu ergänzen und bezüglich der didaktischen Qualität weiter zu optimieren. Dabei wurde zur Gewährleistung einer besseren Übersicht die Gliederung gestrafft und geglättet, wobei besonders in den Kapiteln 3 (Regressionsanalyse), 6 und 7 (Einfaktorielle und Mehrfaktorielle Varianzanalyse), aber auch in Kapitel 11 (Matrixalgebra) erhebliche Änderungen stattfanden. So wurde zum Beispiel in Kapitel 3.6 der Text zur Erstellung von Prognoseintervallen gründlich präzisiert und mit neuen Abbildungen illustriert, um die Nachvollziehbarkeit für den Leser zu erleichtern. Völlig neu aufgenommen wurde das Kapitel 3.7 (Residualanalyse), in welchem zur Modellevaluation tiefer auf die Analyse der Verteilung der Fehlervariablen eingegangen wird. Auch wurde das bisher getrennt behandelte Thema der kurvilinearen und moderierten Modelle als Kapitel 3.8 und 3.9 in das Regressionskapitel eingepasst. Des Weiteren wurden die Anwendungsbeispiele in der einfaktoriellen und mehrfaktoriellen Varianzanalyse (Kapitel 6 und 7) komplett neu konzipiert, um die wesentlichen Effekte für den Leser durch eine prägnantere Darstellung leichter verständlich zu machen. Auch wurde als Kapitel 6.6 ein Exkurs zur „Klassischen Varianzanalyse“ neu aufgenommen, um die Analogie des ALM-Ansatzes zu traditionellen Darstellungen der Varianzanalyse in anderen Lehrbüchern noch deutlicher aufzuzeigen. Ergänzt wurde der Text auch um das Kapitel 7.12, in welchem die verschiedenen Typen von Wechselwirkungen genauer dargestellt und mit neuen Graphiken

## **Neuerungen der vierten Auflage**

untermauert werden. Hinzu kommen eine Vielzahl von Textänderungen und -präzisierungen sowie die Aufnahme von zahlreichen neuen Abbildungen, die zu einer besseren Verdeutlichung der im Lehrbuch dargestellten Sachverhalte beitragen sollen.

### **Randeintragungen (Marginalien) als Strukturierungshilfe**

Als sichtbarste Neuerung der vierten Auflage ist das konsequente Anbringen von Randeintragungen (Marginalien) hervorzuheben, was zu einer vollständig Neugestaltung des Buches geführt hat. Diese prägnanten Kurzkennzeichnungen der Absatzinhalte führen als didaktisch-kognitive Strukturierungshilfe zu einer erheblichen Steigerung der Sicherheit bei der Informationsverarbeitung, woraus sich für die Studierenden eine deutliche Lernerleichtung ergibt.

### **Vertiefungs- und Übungsmaterialien**

Jenen Leserinnen und Lesern, welche sich mit dem behandelten Themengebiet zur Vertiefung des Stoffes oder zu Übungszwecken bei der Vorbereitung auf Prüfungen intensiver befassen möchten, sei als Ergänzung das „Statistik-Arbeitsbuch: Aufgabensammlung und vollständige Lösungen zu Regressions- und Varianzanalysen“ (zweite Auflage; Moosbrugger, Zwingmann & Mildner, 2011) empfohlen, welches als „Book on Demand“ bei den Autoren geordert werden kann. Dieses ausführliche Übungsbuch, welches mit dem Lehrbuch thematisch wie didaktisch koordiniert ist, kann auch zur vertiefenden Einarbeitung in die Grundbegriffe der Matrixalgebra sinnvoll benutzt werden. Weitere Übungsmaterialien mit Klausurbeispielen und voll elaborierten Lösungen liegen in Form der Institutsveröffentlichung „Kontrollfragen, Übungsmaterial und Klausurbeispiele zu „Psychologische Statistik II“ (Moosbrugger & Rabl, 2006) vor und können über die Autoren bezogen werden. Für Dozenten sind auf Anfrage auch Power-Point-gestützte Unterrichtsscreens verfügbar, deren Anpassung an die vierte Auflage dankenswerterweise von Frau cand. psych. Hannah Nagler unterstützt wurde.

### **Unterrichts- erprobung und Evaluation**

Im Sommersemester 2010 wurde ein Vorabdruck dieser vierten Auflage von zahlreichen Studierenden im Rahmen der Unterrichtserprobung kritisch gegengelesen und evaluiert. Die daraus resultierenden Anmerkungen und Empfehlungen konnten dazu beitragen, dass die endgültige Druckfassung noch einen letzten Feinschliff erhielt.

## **Dank für Mitarbeit**

Besondere Verdienste am Zustandekommen dieser vierten Auflage haben sich meinen Mitarbeiter/-innen cand. psych. Julia Engel, cand. psych. Sonja Etzler, cand. psych. Kevin Fischer und Dipl.-Psych. Michael Weigand erworben. Sie hatten die schwierige, viel Ausdauer und Umsicht erfordernde Aufgabe übernommen, die komplette Textedition des neuen Buches organisatorisch durchzuführen. Darüber hinaus haben sie mit ihrem ausgezeichneten Sachverstand und ihrer mehrsemestrigen Unterrichtserfahrung als Tutoren/-innen in beträchtlicher Weise zu effizienten Präzisierungen des Textes beigetragen sowie die Erstellung der Register übernommen. Für ihre qualitätvollen Beiträge und die hervorragende Unterstützung gebührt ihnen mein allerbesten Dank. Namentlich bedanken möchte ich mich auch bei Dr. Wolfgang Rauch, Dipl.-Psych. Christina Werner und Dipl.-Psych. Holger Brandt, die mit der Überlassung bzw. Neuerstellung von Abbildungen beträchtlich zur Verdeutlichung der im Lehrbuch dargestellten Sachverhalte beigetragen haben.

Möge die vierte Auflage auch weiterhin dazu beitragen, den Linearen Modellen jenen Stellenwert zu sichern, der ihrer Bedeutung entspricht.

*Helfried Moosbrugger*

Kronberg im Taunus, September 2010

# Anmerkungen zur Schreibweise

Um leichter zwischen Matrizen, Vektoren und Variablen unterscheiden zu können, wird in der Regel folgende Schreibweise verwendet:

*Matrizen:*

Großbuchstaben in Fettdruck, z.B. **X**

*Vektoren:*

Kleinbuchstaben in Fettdruck, z.B. **x, y**

*Elemente einer Matrix:*

Kleinbuchstaben in Normaldruck mit zwei Indizes, z.B.  $x_{ij}$

*Elemente eines Vektors:*

Kleinbuchstaben in Normaldruck mit einem Index, z.B.  $x_i, y_i$

*Variablen:*

Kleinbuchstaben in Normaldruck ohne Indizierung

Darüber hinaus wird zur Unterscheidung zwischen Populationsparametern und Stichprobenkennwerten folgende Schreibweise verwendet:

*Populationsparameter:*

Symbole aus dem griechischen Alphabet, z.B.  $\beta, \mu, \sigma$

*Stichprobenkennwerte:*

Symbole aus dem lateinischen Alphabet, z.B.  $b, \bar{x}, s$