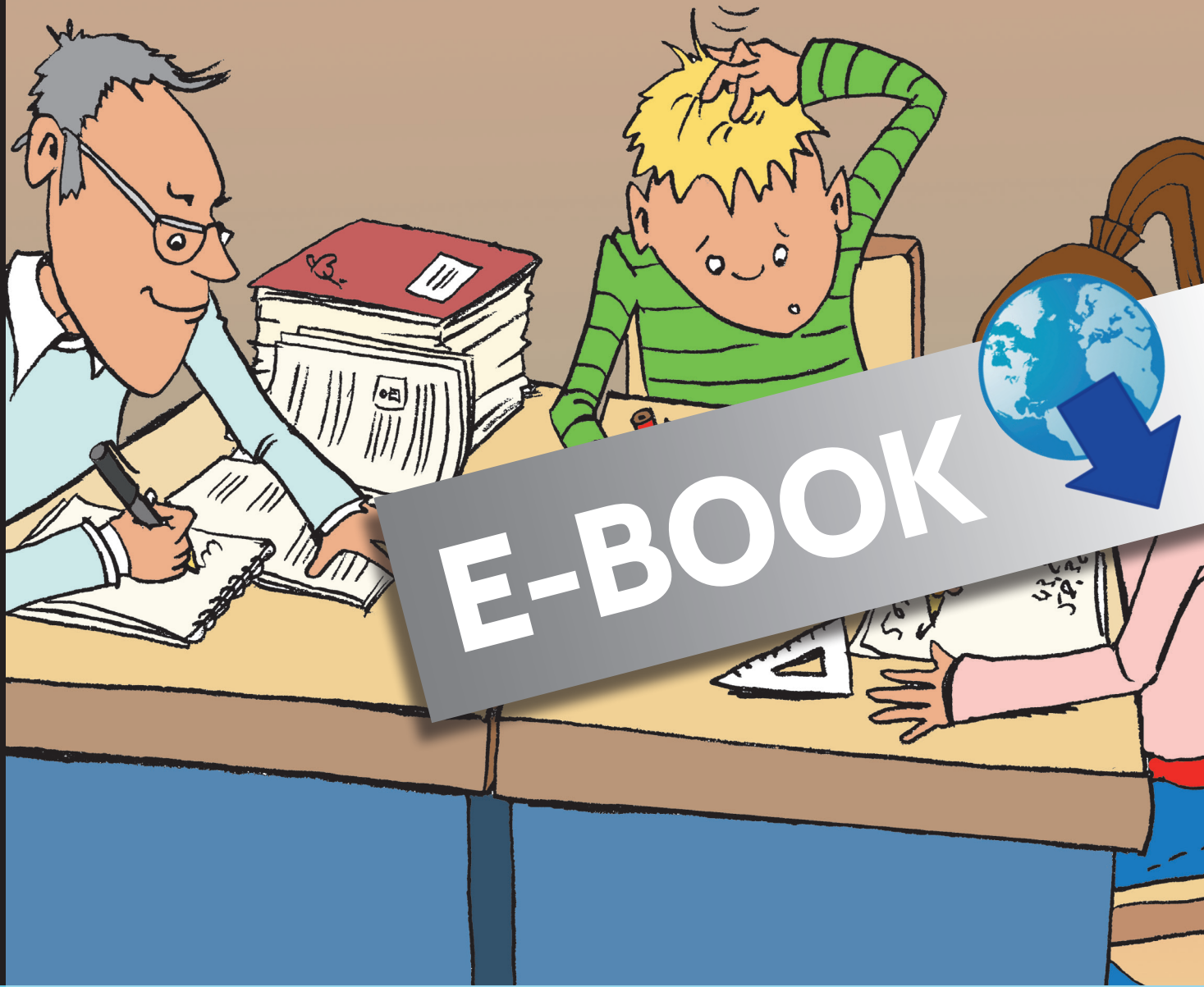




Kompetenztests für den Mathematikunterricht

Marco Bettner/Erik Dinges

Kompetenztests für den Mathematikunterricht

5./6. Klasse



Die Autoren:

Marco Bettner – Rektor als Ausbildungsleiter für Mathematik und Informatik am Studienseminar Friedberg (Hessen), Haupt- und Realschullehrer, Referent in der Lehrerfortbildung, zahlreiche Veröffentlichungen

Dr. Erik Dinges – Konrektor an einer Schule für Lernhilfe, Referent in der Lehrerfortbildung, zahlreiche Veröffentlichungen

© 2014 PERSEN Verlag, Hamburg
AAP Lehrerwelt GmbH
Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werks ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im Unterricht zu nutzen. Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen weiteren kommerziellen Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte oder für die Veröffentlichung im Internet oder in Intranets. Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlags.

Sind Internetadressen in diesem Werk angegeben, wurden diese vom Verlag sorgfältig geprüft. Da wir auf die externen Seiten weder inhaltliche noch gestalterische Einflussmöglichkeiten haben, können wir nicht garantieren, dass die Inhalte zu einem späteren Zeitpunkt noch dieselben sind wie zum Zeitpunkt der Drucklegung. Der PERSEN Verlag übernimmt deshalb keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Internetseiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind, und schließt jegliche Haftung aus.

Illustrationen: Julia Flasche
Satz: MouseDesign Medien AG, Zeven

ISBN 978-3-403-53787 -8

www.persen.de

Einführung	4
------------------	---



5. Klasse

Leitidee Zahl



1	Große Zahlen	8
2	Runden	9
3	Zehnerpotenzen	10
4	Andere Zahlssysteme	11
5	Addieren und Subtrahieren 1	12
6	Addieren und Subtrahieren 2	13
7	Multiplizieren und Dividieren 1	14
8	Multiplizieren und Dividieren 2	15
9	Die vier Grundrechenarten	16
10	Rechengesetze	17

Leitidee Messen



11	Geld 1	18
12	Geld 2	19
13	Zeit 1	20
14	Zeit 2	21
15	Längen 1	22
16	Längen 2	23
17	Gewichte 1	24
18	Gewichte 2	25
19	Umfang, Flächeninhalt und Maßstab 1	26
20	Umfang, Flächeninhalt und Maßstab 2	27

Leitidee Raum und Form



21	Punkt, Strecke und Gerade	28
22	Vielecke 1	29
23	Vielecke 2	30
24	Senkrecht und parallel 1	31
25	Senkrecht und parallel 2	32
26	Rechteck und Quadrat 1	33
27	Rechteck und Quadrat 2	34
28	Würfel und Quader 1	35
29	Würfel und Quader 2	36
30	Achsensymmetrie	37

Leitidee Daten und Zufall



31	Diagramme 1	38
32	Diagramme 2	39
33	Kombinatorik	40
34	Zufall	41



6. Klasse

Leitidee Zahl



35	Teiler, Vielfache und Primzahlen	42
36	ggT und kgV	43
37	Einführung in die Bruchrechnung 1 ..	44
38	Einführung in die Bruchrechnung 2 ..	45
39	Gemischte Schreibweise	46
40	Erweitern und Kürzen	47
41	Addition u. Subtraktion v. Brüchen 1 ..	48
42	Addition u. Subtraktion v. Brüchen 2 ..	49
43	Multiplikation und Division von Brüchen	50
44	Brüche und Größen 1	51
45	Brüche und Größen 2	52
46	Gleichungen	53
47	Einführung in die Dezimalschreibweise	54
48	Vergleichen und Ordnen	55
49	Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen 1	56
50	Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen 2	57
51	Multiplikation und Division von Dezimalbrüchen	58
52	Dezimalbrüche und Größen	59
53	Arten von Dezimalbrüchen	60

Leitidee Messen



54	Einführung Raumeinheiten 1	61
55	Einführung Raumeinheiten 2	62
56	Quader 1	63
57	Quader 2	64
58	Winkel 1	65
59	Winkel 2	66

Leitidee Raum und Form



60	Kreis 1	67
61	Kreis 2	68
62	Winkel	69

Leitidee Daten und Zufall



63	Absolute und relative Häufigkeiten 1 ..	70
64	Absolute und relative Häufigkeiten 2 ..	71
65	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen 1	72
66	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen 2	73

Allgemeine Bemerkungen

Begriffe wie „Standard“ und „Qualitätsentwicklung“ waren bis vor einigen Jahren eher aus den Bereichen Wirtschaft und Industrie bekannt. Erst vor einiger Zeit haben solche Begriffe auch in Schule und Unterricht Einzug gehalten. Dafür mag es viele Gründe geben. Ein Grund sind sicherlich die internationalen Schulleistungsstudien wie Pisa (Programms of International Student Assessment), TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) oder IGLU (Internationale Grundschul-Lese-Untersuchung). Die Ergebnisse, die deutsche Schülerinnen und Schüler in diesen Studien erzielt haben, haben eine starke öffentliche Diskussion angeregt.

In dieser Diskussion kommen immer wieder Begriffe wie „Standard“, „Bildung“ und „Qualität“ vor. Was wird jedoch darunter verstanden, wenn von dem Begriff „Standard“ gesprochen wird? Termini wie „Minimalstandards“, „Maximalstandards“, „Content standards“, „Performance standards“ oder „Opportunity-to-learn-standards“ sind in diesem Zusammenhang zu klären¹. Auch wenn die Bedeutung des Begriffs „Standard“ nicht definiert wird, so verbindet man damit in Deutschland meist zunächst negative Assoziationen: Meint er doch das Normale, das Gewöhnliche und beschreibt übliche Anforderungen. Etwas zu standardisieren heißt, etwas in ein Korsett zu pressen – Besonderheiten und Unterschiede einzuebnet.

Bezieht man diese Sichtweise auf das System Schule, so ergibt sich folgende Fragestellung: Werden Individualität, werden Schwächen und Stärken von Schülerinnen und Schülern durch Standards mit ihren normativen Erwartungen eingeebnet oder nicht? Möchte man diese Frage wenigstens zum Teil beantworten, so muss man sich auf eine „etwas“ andere Sichtweise auf den Begriff „Standard“ einlassen – nämlich durch die Hinzufügung des „kleinen“ Adjektivs „hoch“: Spricht man von einem hohen Standard, fallen die negativen Assoziationen weg. Mit hohem Standard verbindet man in der Regel etwas Besonderes. Hier meint man nicht mehr nur übliche Anforderungen.

Gleichermaßen taucht beim Begriff „hoher Standard“ gleichzeitig auch der Qualitätsbegriff auf. Hohe Standards mit niedriger Qualität ist ein Begriffspaar, das es nicht gibt. Bezogen auf die Schule bedeutet dies die Frage nach der Bildungsqualität. Bildung stellt einen Prozess zur Aneignung von Kultur, von Werten, Normen, Regeln, von Wissen und Fertigkeit dar. Die Schule als gesellschaftliches Subsystem organisiert Wissensbildung, aber auch Persönlichkeitsbildung. Tatsache ist aber auch, dass Schule inzwischen ein Massenphänomen geworden ist. Tausende von Lehrenden unterrichten Millionen Lernende. Insofern stellt sich berechtigt die Frage, wie wird dort Bildung überhaupt ermöglicht. Es stellt sich weiterhin die Frage nach der Qualität der Bildung. Dies darf nicht ungeprüft gelassen werden.

Man muss Vorstellungen entwickelt haben, wann Bildungsprozesse gut oder weniger erfolgreich verlaufen. Überprüft werden muss dies in erster Linie von den Beteiligten, das heißt von Eltern, Lehrenden, Schülerinnen und Schülern. Diese tragen zur Qualitätsentwicklung bei. Unterstützt werden muss dieser Prozess allerdings auch von außerhalb, z.B. durch geeignete Verfahren. Es müssen allgemein verbindliche Erwartungen und Maßstäbe festgelegt sein, die der Einschätzung der Qualität der pädagogischen Arbeit dienen. Somit gelangt man wieder zum Begriff „Standard“ und es wird deutlich, dass nur eine Verbindung der Begriffe „Standard“ und „Bildungsqualität“ einen Sinn ergibt.

¹ Hier eine kurze Klärung zu dem Begriff „Standards“:

- Minimalstandards: Diese beschreiben das minimale Erwartungsniveau.
- Maximalstandards: Diese entsprechen dem idealen Erwartungsniveau.
- Content standards: Diese beziehen sich auf die Lerninhalte und Lernziele schulischen Lernens.
- Performance standards: Diese stellen die Leistungen der Schülerinnen und Schüler in den Mittelpunkt („output“).
- Opportunity-to-learn-standards: Diese beziehen sich auf den „input“ schulischen Lernens (z. B. Ausstattung der Schule).

An dieser Intention setzen die Rechenkompetenztests an: Sie dienen als Hilfe zur Feststellung der Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler in den in Lehrplänen und Bildungsstandards festgeschriebenen Inhaltsbereichen.

Bildungsstandards

Am 04.12.2003 hat die Kultusministerkonferenz (KMK) bundesweit geltende Bildungsstandards für den mittleren Abschluss in den Fächern Mathematik, Deutsch und erste Fremdsprache verabschiedet. Ein Dreivierteljahr später folgten die Standards für den Hauptschulabschluss und die Standards für Mathematik und Deutsch in der Grundschule.

Die Bildungsstandards sind mit einem deutlichen Schülerbezug formuliert. Daher lassen sich diese unter anderem mit den vorliegenden Kompetenztests für den Mathematikunterricht in der 5./6. Klasse überprüfen. Bei den Bildungsstandards im Fach „Mathematik“ unterscheidet man drei Dimensionen:

1. Allgemeine mathematische Kompetenzen
2. Inhaltsbezogene Kompetenzen („Leitideen“ genannt)
3. Anforderungsbereiche

Im Folgenden sollen diese drei Dimensionen bzw. Prozesse vorgestellt und die Umsetzung in der vorliegenden Veröffentlichung dargelegt werden.

Konzeption der Kompetenztests für den Mathematikunterricht

Für die Sekundarstufe I wurden folgende allgemeinen mathematischen Kompetenzen formuliert:

1. **Mathematisch argumentieren:** An dieser Stelle sollen typische Fragen für den Mathematikunterricht („Wie verändert sich ...?“, „Gibt es ...?“) gestellt und Vermutungen begründet geäußert werden. Es sollen Lösungswege beschrieben und begründet werden.
Beispiel: S. 64, Aufgabe 4. Die Aufgabe fragt nach einem allgemeinen Zusammenhang, der für alle Quadervolumen gilt. Daher die Zuordnung für den Bereich „Mathematisch argumentieren“.
2. **Probleme mathematisch lösen:** Es sollen sinnvolle Strategien und Prinzipien zum Problemlösen angewendet werden. Ergebnisse sollen überprüft und reflektiert werden.
Beispiel: S. 26, Aufgabe 3. Das Problem liegt bereits in einer mathematischen Formulierung vor. Es muss keine Modellierung vorgenommen werden. Daher die Zuordnung für den Bereich „Probleme mathematisch lösen.“
3. **Mathematisch modellieren:** Die Schülerinnen und Schüler sollen Alltagssituationen modellieren und auf der Ebene der Mathematik an ihnen arbeiten. Entsprechende Ergebnisse sollen auf die Eingangssituation interpretiert werden.
Beispiel: S. 15, Aufgabe 4. Diese Aufgabe ist ein typischer Vertreter für die Kategorie „Mathematisch modellieren“. Wie in vielen Textaufgaben muss für ein Problem aus dem Alltag (kein innermathematisches Problem) ein mathematisches Modell gefunden werden, um die Aufgabe zu lösen.
4. **Mathematische Darstellungen verwenden:** Verschiedene Darstellungsformen sollen angewendet und Beziehungen zwischen den unterschiedlichen Formen erkannt werden.
Beispiel: S. 64, Aufgabe 3. Diese Aufgabe arbeitet mit zwei Arten von mathematischen Darstellungen. Will man die Aufgabe lösen, müssen Informationen aus dem Text und aus der Grafik interpretiert werden.

5. Mit Mathematik symbolisch/formal/technisch umgehen: Die Schülerinnen und Schüler sollen mit Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen ... arbeiten. Sie sollen Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen. Mathematische Hilfsmittel bzw. Werkzeuge, wie z. B. der Taschenrechner, die Formelsammlung oder Software, sollen sinnvoll integriert und eingesetzt werden.

Beispiel: S. 70, Aufgabe 1. In dieser Aufgabe muss mit dem Diagramm gearbeitet werden. Daher die Zugehörigkeit zum Bereich „Mit Mathematik symbolisch/formal/technisch“ umgehen.

6. Mathematisch kommunizieren: In diesem Zusammenhang soll Fachsprache adäquat bzw. adressatengerecht verwendet werden. Eigene Ideen, Lösungswege und Ergebnisse sollen verständlich dargestellt und mit geeigneten Mitteln präsentiert werden.

Beispiel: S. 62, Aufgabe 4. Die Aufgabe gehört zu der allgemeinen mathematischen Kompetenz „Mathematisch kommunizieren“, da ein Lösungsweg gefunden und dokumentiert werden muss.

In der Konzeption der Kompetenztests für den Mathematikunterricht wurde versucht, Aufgaben zu allen der o. a. Kompetenzen zu entwickeln. Dabei ist zu erwähnen, dass nicht jede Aufgabe immer eindeutig einer allgemeinen Kompetenz zuzuordnen ist. In manchen Fällen liegen auch Überschneidungen von zwei oder mehreren allgemeinen Kompetenzen vor. Dies gilt auch für die unten aufgeführten Anforderungsbereiche.

Mit den Kompetenzen verbunden sind die fünf mathematischen Leitideen: Zahl, Messen, Raum und Form, Funktionaler Zusammenhang, Daten und Zufall. Im Inhaltsverzeichnis wurden die einzelnen Tests den Leitideen zugeordnet. Ausführliche Anmerkungen zu den einzelnen Leitideen sind im Internet unter der Adresse www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Mathematik_MSA_BS_04-12-2003.pdf eingestellt.

Als dritte Ebene der Bildungsstandards werden den Aufgaben drei Kompetenzklassen bzw. Anforderungsbereiche zugeordnet:

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieses Niveau umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholten Zusammenhang.

Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

Anforderungsbereich III: Verallgemeinerung und Reflexion

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

Jeder Aufgabe der Rechenkompetenztests wurde das entsprechende Anforderungsniveau zugeordnet. Die entsprechende Angabe befindet sich in Klammern hinter einer jeden Aufgabe. Dabei steht „R“ für den Bereich „Reproduzieren“, „Z“ für den Bereich „Zusammenhänge herstellen“ und „V“ für den Bereich „Verallgemeinerung und Reflexion“.

Zu jeder mathematischen Thematik werden in vielen Fällen zwei Kompetenztests angeboten. Dabei hat der erste Test ein leichteres Anforderungsniveau: Auf diesen Arbeitsblättern wurden vorwiegend Aufgaben aus dem Anforderungsbereich „Reproduzieren“ und im geringen Maße auf den Anforderungsbereich „Zusammenhänge herstellen“ ausgewählt. In dem zweiten Kompetenztest werden in der Regel alle drei Kompetenzklassen angesprochen. Damit wird auch der Aspekt der Versprachlichung mathematischer Sachverhalte immer wichtiger.

Die Ergebnisse der schriftlichen Tests geben den Schülerinnen und Schülern, den Lehrerinnen und Lehrern und auch den Eltern Rückmeldung über die jeweiligen Leistungsstände innerhalb der für die Klasse 5 und 6 relevanten Inhaltsbereiche. Besonders Lehrkräfte können darüber hinaus auch neue Impulse für die Planung und Weiterentwicklung ihrer pädagogischen Arbeit erhalten.

Aufgabe 1 (R)

Betrachte die Stellenwerttafel. Schreibe die angegebenen Zahlen hinein.

Beispiel: 15.893.054.859

- a) 1043936459

b) 4 Md 8 ZT 4 H

c) 5 ZB 8 HM 9 ZM 7 HT 5 Z

d) drei Billionen 400 Millionen
dreihunderttausend und eins

e) 6 HB 8 Md 6 HM 9 ZM 8 ZT 8 H 1 E



Billionen			Milliarden			Millionen			Tausender			Einer		
H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E
				1	5	8	9	3	0	5	4	8	5	9

Aufgabe 2 (Z)

Beantworte folgende Fragen:

- a) Wie heißt die größte 6-stellige Zahl?

b) Wie heißt die größte 11-stellige Zahl?

c) Wie heißt die kleinste 8-stellige Zahl?

d) Mit wie vielen Nullen am Ende schreibt man 4 HM?

Aufgabe 3 (Z)

Ordne die Zahlen nach ihrer Größe. Beginne mit der kleinsten Zahl.

365466846847 // 684169654 // 6384654684 // 234544454 // 3654234897 // 234999 // 999999 //
322347927 // 23934937 + 3248734 // 99999999 – 34828436 // 2134873425 · 2

Aufgabe 4 (Z)

Ein Hausdach ist mit etwa 1000 Ziegeln eingedeckt. Auf einer Straße steht alle 10 Meter ein Haus. Das Haus ist etwa 10 m breit.

- a) Wie viele Meter muss man gehen, bis man an 2 Millionen Dachziegeln vorbeigelaufen ist?

- b) Wie bist du vorgegangen? Erkläre.

Aufgabe 1 (R)

In den unteren Beispielen wurde immer auf die Hunderterstelle gerundet.

I) $1459 \approx 1500$

II) $729 \approx 700$

III) $3936 \approx 3900$

IV) $19376 \approx 13400$

a) Notiere alle Ziffern, bei denen aufgerundet wird.

b) Notiere alle Ziffern, bei denen abgerundet wird.

Aufgabe 2 (R)

Runde 13952 auf

a) volle Zehner: _____

b) volle Hunderter: _____

c) volle Tausender: _____

Aufgabe 3 (R)

Runde auf die nächst größere Einheit.

a) 3 cm 23 mm: _____ b) 17 km 379 m: _____ c) 23 cm 9 mm: _____

d) 49 kg 734 g: _____ e) 2 kg 372 g: _____ f) 39 kg 402 g: _____

g) 75 € 31 ct: _____ h) 8 € 51 ct: _____ i) 37 € 50 ct: _____



Aufgabe 4 (Z)

Wenn wir eine Anzahl runden – beispielsweise eine Menschengruppe von 23498 Personen vor einem Konzert – dann sagen wir, dass es etwa 23500 Leute sind.

Finde weitere Begriffe, die man in Verbindung mit dem Wort „runden“ bringen kann.

Aufgabe 5 (V)

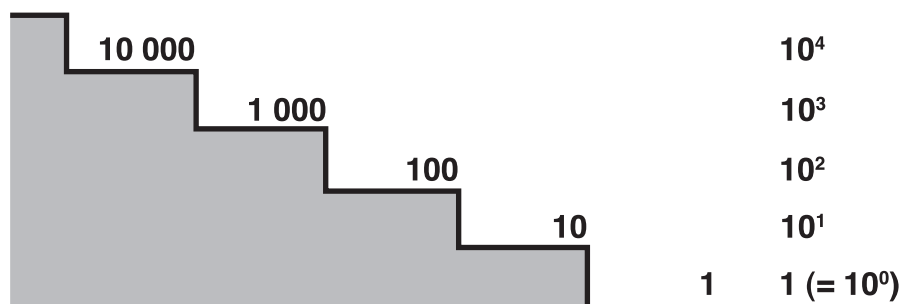
Oft geben Institutionen wie Krankenkassen ihre Anzahl an Mitgliedern gerundet an. Krankenkasse „Heilmichschnell“ gibt gerundet auf volle HT 200000 Mitglieder an, Krankenkasse „Fühldichwohl“ gibt gerundet auf volle HT 300000 Mitglieder an.

Die Krankenkasse „Fühldichwohl“ behauptet, 100000 Mitglieder mehr zu haben.

Stimmt dies oder nicht? Begründe deine Entscheidung.

Aufgabe 1 (Z)

Auf der Abbildung sind einige Zahlen und die dazugehörigen Zehnerpotenzen dargestellt.



Wie werden die Zehnerpotenzen gebildet?
Vervollständige das Beispiel und beschreibe.

Beispiel: $10000 = 10 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 10^4$

Aufgabe 2 (R)

Schreibe als Zehnerpotenzen.

a) $1000 = \underline{\hspace{2cm}}$ b) $100000 = \underline{\hspace{2cm}}$ c) $10000000 = \underline{\hspace{2cm}}$ d) $10000 = \underline{\hspace{2cm}}$

e) 1 Million = $\underline{\hspace{2cm}}$ f) 1 Milliarde = $\underline{\hspace{2cm}}$ g) 100 Billionen = $\underline{\hspace{2cm}}$

Aufgabe 3 (Z) + (V)

a) Wie viele Nullen werden an eine Zahl angehängt, die mit ZT, M, H oder ZM multipliziert wird?

b) Beschreibe auch den Zusammenhang zu den Zehnerpotenzen.

