e book

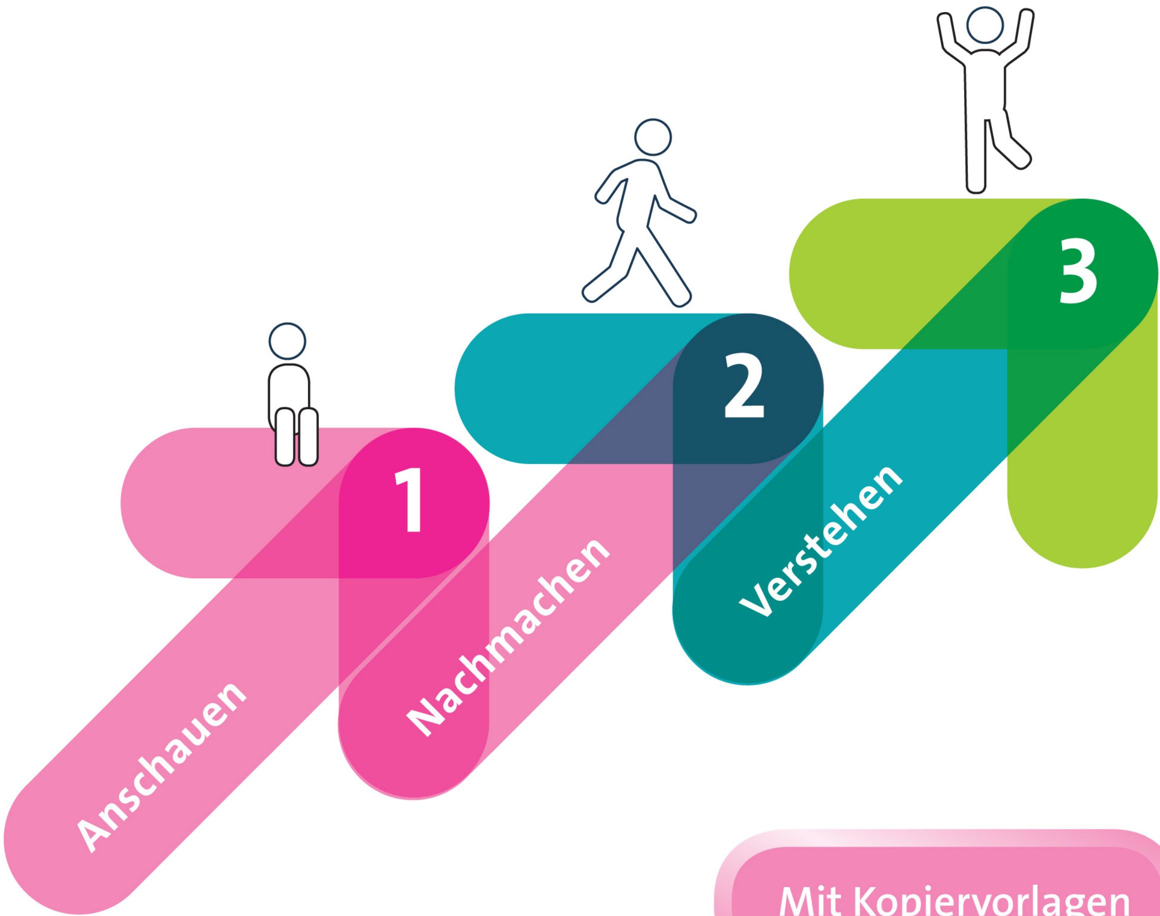
Auer

Hardy Seifert

Mathematik ganz einfach *mit Lösungsbeispielen*

9/10

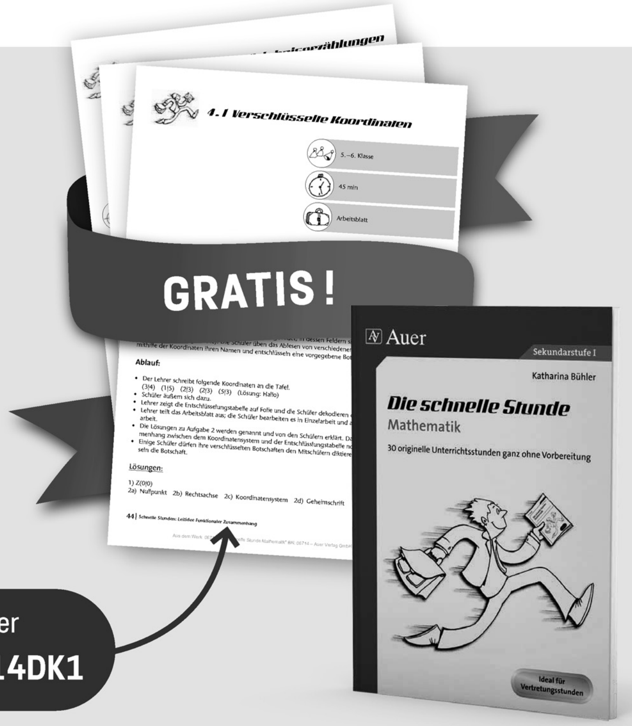
Von der Lösung Schritt für Schritt zum eigenständigen Rechnen



Mit Kopiervorlagen

GRATIS-DOWNLOADS
für das Fach Mathematik

Sichern Sie sich 2 originelle, komplett ausgearbeitete Unterrichtsstunden, die aus dem Stegreif in maximal 5 Minuten vorbereitet sind – ideal für Vertretungsstunden.



Download der Gratis-Materialien unter
www.auer-verlag.de/06714DK1

1. Auflage 2019
© 2019 Auer Verlag, Augsburg
AAP Lehrerfachverlage GmbH
Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werks ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im Unterricht zu nutzen. Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen weiteren kommerziellen Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte oder für die Veröffentlichung im Internet oder in Intranets. Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlags.

Sind Internetadressen in diesem Werk angegeben, wurden diese vom Verlag sorgfältig geprüft. Da wir auf die externen Seiten weder inhaltliche noch gestalterische Einflussmöglichkeiten haben, können wir nicht garantieren, dass die Inhalte zu einem späteren Zeitpunkt noch dieselben sind wie zum Zeitpunkt der Drucklegung. Der Auer Verlag übernimmt deshalb keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Internetseiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind, und schließt jegliche Haftung aus.

Covergestaltung: annette forsch konzeption und design, Berlin
Satz: Fotosatz H. Buck, Kumhausen
ISBN 978-3-403-38137-2
www.auer-verlag.de

Vorwort 4
Klasse 9 5
Gleichungssysteme · Lösungsverfahren 5
Gleichsetzungsverfahren 5
Einsetzungsverfahren 7
Additionsverfahren 9
Strahlensätze 11
1. Strahlensatz 11
2. Strahlensatz 13
Wurzelgleichungen 15
Wurzelgleichungen 15
Satzgruppe des Pythagoras 17
Satz des Pythagoras 17
Höhensatz (des Euklid) 19
Berechnungen zum Kreis 21
Kreis 21
Kreisring 23
Flächeninhalt Kreisausschnitt 25
Quadratische Funktionen 27
Normalparabel $y = x^2$ 27
Verschobene Normalparabel $y = (x - d)^2$ 29
Verschobene Normalparabel $y = (x - d)^2 + e$ 31
Quadratische Gleichungen 33
Quadratische Gleichungen $x^2 + px = 0$ 33
Quadratische Gleichungen $x^2 + px + q = 0$ 35
Klasse 10 37
Zentrische Streckung 37
Zentrische Streckung 37
Potenzen anwenden 39
Potenzieren von Produkten 39
Potenzieren von Quotienten 41
Potenzieren von Potenzen 43
Oberflächeninhalt und Volumen geometrischer Körper 45
Zylinder 45
Pyramide 47
Kegel 49
Kugel 51
Trigonometrie 53
Sinus 53
Kosinus 55
Tangens 57
Sinussatz 59
Kosinussatz 61
Textaufgaben 63
Exponentialfunktionen 65
Exponentialfunktion 65
Lösungen 67

Vorwort

Im Mathematikunterricht wird häufig ein Lösungsbeispiel erarbeitet oder besprochen und dann folgen Übungsaufgaben mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden. In einer ganzen Reihe von Publikationen (z. B. *mathematik lehren Nr. 109/2001*) wird darauf hingewiesen, dass Schüler[1] Aufgaben in einem neuen Gebiet erfolgreicher bearbeiten, wenn sie die Gelegenheit bekommen, sich zunächst mit **mehreren Lösungsbeispielen** auseinanderzusetzen. Bei diesem Vorgehen sind die Lernenden zunächst von komplexen Problemlöseaktivitäten entlastet und haben damit kognitive Ressourcen zur Verfügung, um die neuen Vorgehensweisen besser zu verstehen. Für den Lernerfolg mit Lösungsbeispielen ist es wichtig, dass die Lernenden zusätzlich zu den Beispielen noch die Gelegenheit bekommen, sogenannte **„Selbsterklärungen“** zu erstellen. Beim Anfertigen dieser „Selbsterklärungen“ wird ein tieferes Verständnis für die Aufgaben aufgebaut.

Aus diesem Grund werden in dieser Unterrichtshilfe **zu jedem Thema zwei Arbeitsblätter** angeboten:

Auf dem ersten Arbeitsblatt mit dem Titel „So wird’s gemacht!“, finden die Schüler die Lösungsbeispiele, wobei nur das erste Beispiel („1. So gehst du vor“) komplett ausgearbeitet ist. Die nächsten beiden Aufgaben („2. Mach es nach“, „3. Jetzt wird es schwieriger“) sind Teillösungen, die die Lernenden nach dem Muster des ersten Beispiels zu einer Lösung ergänzen müssen. Dabei erhöht sich sukzessive die Komplexität bis zur letzten Aufgabe („4. Jetzt kannst du es“).

Das zweite Arbeitsblatt mit dem Titel „Geh der Sache auf den Grund!“ leitet die Lernenden mit abwechslungsreichen Aufgabenstellungen dazu an, sich nochmals mit den einzelnen Schritten in den Beispielen auseinanderzusetzen und diese zu reflektieren. Dabei entstehen Selbsterklärungen, die zu einem tieferen Verständnis für die Vorgehensweise in den Beispielen führen sollen.

Die Lösungen finden sich am Ende des Heftes.

Viel Erfolg mit den Materialien wünscht Ihnen

Dr. Hardy Seifert

1 Aufgrund der besseren Lesbarkeit ist in diesem Buch mit Schüler auch immer Schülerin gemeint, ebenso verhält es sich mit Lehrer und Lehrerin etc.

Gleichsetzungsverfahren

So wird's gemacht!

1. So gehst du vor:

Bestimme die Lösungsmenge.

$y = 2x + 3$	Gleichung I
$y = 3x - 7$	Gleichung II

Gleichung I und II gleichsetzen.

$3x - 7 = 2x + 3$	$-2x$
$x - 7 = 3$	$+7$
$x = 10$	$x = 10$ in Gleichung I einsetzen
$y = 2 \cdot 10 + 3 = 23$	$L = \{(10 \mid 23)\}$

2. Mach es nach:

Bestimme die Lösungsmenge.

$y = x + 5$	Gleichung I
$y = 2{,}5x - 10$	Gleichung II

Gleichung I und II gleichsetzen.

$2{,}5x - 10 = x + 5$	$-x$
______ = ______	$+10$
$1{,}5x = 15$	$:1{,}5$
$x =$ ______	$x = 10$ in eine Gleichung (I oder II) einsetzen
$y =$ ______	$L = \{(10 \mid 15)\}$

3. Jetzt wird es schwieriger:

Bestimme die Lösungsmenge.

$2y = 2x - 4$	Gleichung I
$2y = 4x - 20$	Gleichung II

Gleichung I und II gleichsetzen.

$4x - 20 = 2x - 4$	$-2x$
______ = ______	______
______ = ______	______
$x =$ ______	______
$y =$ ______	$L =$ ______

4. Jetzt kannst du es: (Arbeite im Heft.)

Bestimme die Lösungsmenge.

$4y = -7x - 1$	
$4y = -8x$	

Hardy Seifert: Mathematik ganz einfach mit Lösungsbeispielen 9/10
© Auer Verlag

Gleichsetzungsverfahren

Geh der Sache auf den Grund!

Aufgabe

Ein Gleichungssystem aus zwei Gleichungen wurde mit dem Gleichsetzungsverfahren gelöst.
Beschreibe ausführlich die einzelnen Schritte.
Nutze dafür die folgenden Formulierungen:

Die Lösungsmenge wird angegeben.
$x = 10$ kann man nun in eine der Ausgangsgleichungen einsetzen, um y zu berechnen.
Auf beiden Seiten werden 2x abgezogen.
Die rechte Seite von Gleichung I wurde mit der rechten Seite von Gleichung II gleichgesetzt.
Die neue Gleichung enthält nur noch x als eine Unbekannte.
Durch weiteres Umformen erhält man den x-Wert.
Auf beiden Seiten werden 7 addiert.
Der x-Wert ($x = 10$) wurde in Gleichung I eingesetzt.
Der y-Wert ist 23.

Schritt 1			
I	$y = 2x + 3$		Beide Gleichungen sind in Normalform.
II	$y = 3x - 7$		
Gleichung I und II gleichsetzen.			
I = II	$2x + 3 = 3x - 7$		
I = II	$2x + 3 = 3x - 7$	$\vert -2x$	
I = II	$3 = x - 7$	$\vert +7$	
I = II	$x = 10$		

Schritt 2			
I	$y = 2 \cdot 10 + 3$		
I	$y = 23$		

Schritt 3			
	$L = \{(10 \vert 23)\}$		

Hardy Seifert: Mathematik ganz einfach mit Lösungsbeispielen 9/10
© Auer Verlag

1. So gehst du vor:

Bestimme die Lösungsmenge.

$x = 6 - 2y$	Gleichung I
$-3y = 2 + 7x$	Gleichung II

Gleichung I in II eingesetzt:

$-3y = 2 + 7 \cdot (6 - 2y)$	Klammer auflösen
$-3y = 2 + 42 - 14y$	+14y und zusammenfassen
$11y = 44$	:11
$y = 4$	y = 4 in Gleichung I einsetzen
$x = 6 - 2 \cdot 4 = -2$	$L = \{(-2 \mid 4)\}$

2. Mach es nach:

Bestimme die Lösungsmenge.

$y = -3x + 2$	Gleichung I
$6x + y = -4$	Gleichung II

Gleichung I in II eingesetzt:

$6x + (-3x + 2) = -4$	Klammer auflösen
$3x + 2 =$ ______________	–2 und zusammenfassen
$3x =$ ______________	:3
$x =$ ______________	x = –2 in Gleichung I einsetzen
$y =$ ______________	$L = \{(\quad \mid \quad)\}$

3. Jetzt wird es schwieriger:

Bestimme die Lösungsmenge.

$3x = 6y - 6$	Gleichung I
$y + 11 = 2x$	Gleichung II
$3x =$ ______________	Gleichung I geteilt durch 3
$x =$ ______________	Die Gleichung in Gleichung II einsetzen
$y + 11 =$ ______________	Klammer auflösen, die Gleichung lösen und
$y =$ ______________	y = 5 in Gleichung I einsetzen
$x =$ ______________	$L = \{(\quad \mid \quad)\}$

4. Jetzt kannst du es: (Arbeite im Heft.)

Bestimme die Lösungsmenge.

$3x = 1 + 2y$	
$2y = 2 - 6x$	

Hardy Seifert: Mathematik ganz einfach mit Lösungsbeispielen 9/10
© Auer Verlag

Einsetzungsverfahren

Geh der Sache auf den Grund!

Aufgabe

Ein Gleichungssystem aus zwei Gleichungen wurde mit dem Einsetzungsverfahren gelöst.
Beschreibe ausführlich die einzelnen Schritte.
Die folgenden Formulierungen helfen dir:

> Die Lösungsmenge wird angegeben.
> Auf beiden Seiten werden 14y addiert.
> Der y-Wert ($y = 4$) wurde in Gleichung II eingesetzt.
> Auf beiden Seiten wird durch 11 geteilt.
> Durch weiteres Umformen erhält man den x-Wert.
> Die neue Gleichung enthält nur noch y als Variable.
> Durch weiteres Umformen erhält man den y-Wert.
> Zunächst wird die Klammer aufgelöst.
> $y = 4$ kann man nun in eine der Ausgangsgleichungen einsetzen, um x zu berechnen.
> Gleichartige Terme werden zusammengefasst.
> Der Term $(6 - 2y)$ wird anstelle von x in Gleichung II eingesetzt.

Schritt 1		
I	$x = 6 - 2y$	Die Gleichungen sind zwar nicht in Normalform, aber bei Gleichung I steht die Variable x auf einer Seite.
II	$-3y = 2 + 7x$	
Gleichung I in II einsetzen.		
I in II	$-3y = 2 + 7 \cdot (6 - 2y)$	
I in II	$-3y = 2 + 42 - 14y$	
I in II	$-3y = 44 - 14y$	
I in II	$11y = 44$	
I in II	$y = 4$	

Schritt 2		
II	$-3 \cdot 4 = 2 + 7x$	
II	$x = -2$	

Schritt 3		
	$L = \{(-2 \mid 4)\}$	

Hardy Seifert: Mathematik ganz einfach mit Lösungsbeispielen 9/10
© Auer Verlag

1. So gehst du vor:

Bestimme die Lösungsmenge.

$x + y = 8$	
$\underline{-x + 2y = 7}$	Gleichung I und Gleichung II adddieren
$3y = 15$	:3
$y = 5$	y = 5 in Gleichung I einsetzen
$x + 5 = 8$	–5
$x = 3$	L = {(3I5)}

2. Mach es nach:

Bestimme die Lösungsmenge.

$4x + 6y = 5$	
$\underline{-15x - 6y = -27}$	Gleichung I und Gleichung II adddieren
$-11x =$ __________	:(–11)
$x =$ __________	x = 2 in Gleichung I einsetzen
$4 \cdot 2 + 6y =$ __________	–8
$6y =$ __________	:6
$y =$ __________	L = {(2I–0,5)}

3. Jetzt wird es schwieriger:

Bestimme die Lösungsmenge.

$21x - 35y = 147$	
$-21x - 6y = -24$	Gleichung I und Gleichung II adddieren
$-41y =$ __________	__________
$y =$ __________	__________
$21x - 35 \cdot (-3) =$ __________	__________
$21x =$ __________	__________
$x =$ __________	L = {(I)}

4. Jetzt kannst du es: (Arbeite im Heft.)

$5x - 4y = 23$

$-5x + 8y = 9$

Hardy Seifert: Mathematik ganz einfach mit Lösungsbeispielen 9/10
© Auer Verlag

Additionsverfahren

Geh der Sache auf den Grund!

Aufgabe a

Das folgende Gleichungssystem soll mit dem Additionsverfahren gelöst werden:

I $6x - 14y = 26$
II $2x + y = 20$

Damit man das Additionsverfahren anwenden kann, muss man eine der beiden Gleichungen so verändern, dass beim anschließenden Addieren eine Variable entfällt.
Finde insgesamt vier Möglichkeiten. Bilde Sätze mit den folgenden Satz-Bausteinen:

Satzmuster:

Gleichung I Gleichung II	auf beiden Seiten	mit durch	(–3) (–4) 14 3 4	multipliziert. dividiert.

1. Die Variable x fällt beim anschließenden Addieren weg, wenn man ...

2. Die Variable x fällt beim anschließenden Addieren weg, wenn man ...

3. Die Variable y fällt beim anschließenden Addieren weg, wenn man ...

4. Die Variable y fällt beim anschließenden Addieren weg, wenn man ...

Aufgabe b

I $6x \cdot 14y = 26$
II $-6x - 3y = -60$

Das Gleichungssystem aus Aufgabe a wurde so verändert, dass beim Addieren die Variable x wegfällt.
Welche der vier Möglichkeiten aus Aufgabe a wurde angewendet?

Aufgabe c (Arbeite im Heft.)

Berechne die Lösungsmenge des Gleichungssystems auf Aufgabe a mit dem Additionsverfahren.

Hardy Seifert: Mathematik ganz einfach mit Lösungsbeispielen 9/10
© Auer Verlag