

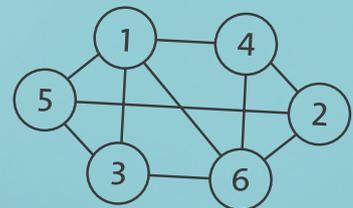
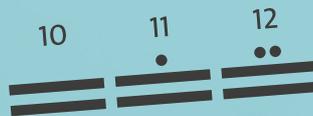
A Auer

e book

J. Peter Böhmer

Tüftelaufgaben für **Mathe-Asse**

Fördermaterialien für leistungsstarke
Kinder in der Grundschule

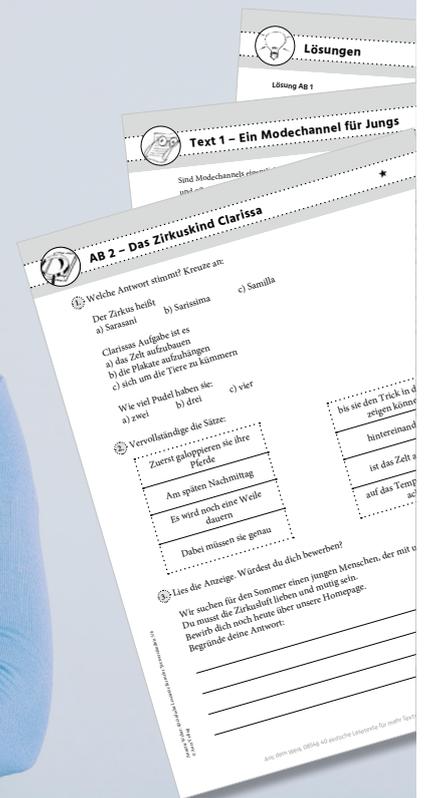


Mit Lösungsblättern
zum Download

**Gratis für
Lehrer*innen!**

**Kostenlose Materialien
sofort downloaden
und im Unterricht
einsetzen!**

**Download der Gratis-Materialien unter
www.auer-verlag.de/gratisdownloads**



Der Band ist eine Neuauflage und enthält die im Auer Verlag erschienenen Bände „Mathe-Ass“ und „Mathe-Ass plus“.

Wir haben uns für die Schreibweise mit dem Sternchen entschieden, damit sich Frauen, Männer und alle Menschen, die sich anders bezeichnen, gleichermaßen angesprochen fühlen. Aus Gründen der besseren Lesbarkeit für die Schüler*innen verwenden wir in den Kopiervorlagen das generische Maskulinum. Bitte beachten Sie jedoch, dass wir in Fremdtexen anderer Rechtegeber*innen die Schreibweise der Originaltexte belassen mussten.

In diesem Werk sind nach dem MarkenG geschützte Marken und sonstige Kennzeichen für eine bessere Lesbarkeit nicht besonders kenntlich gemacht. Es kann also aus dem Fehlen eines entsprechenden Hinweises nicht geschlossen werden, dass es sich um einen freien Warennamen handelt.

© 2024 Auer Verlag, Augsburg
AAP Lehrerwelt GmbH
Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der*die Erwerber*in der Einzellizenz ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im eigenen Präsenz- oder Distanzunterricht zu nutzen.

Produkte, die aufgrund ihres Bestimmungszweckes zur Vervielfältigung und Weitergabe zu Unterrichtszwecken gedacht sind (insbesondere Kopiervorlagen und Arbeitsblätter), dürfen zu Unterrichtszwecken vervielfältigt und weitergegeben werden. Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen schulweisen Einsatz und Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte einschließlich weiterer Lehrkräfte, für die Veröffentlichung im Internet oder in (Schul-)Intranets oder einen weiteren kommerziellen Gebrauch. Mit dem Kauf einer Schullizenz ist die Schule berechtigt, die Inhalte durch alle Lehrkräfte des Kollegiums der erwerbenden Schule sowie durch die Schüler*innen der Schule und deren Eltern zu nutzen. Nicht erlaubt ist die Weiterleitung der Inhalte an Lehrkräfte, Schüler*innen, Eltern, andere Personen, soziale Netzwerke, Downloaddienste oder Ähnliches außerhalb der eigenen Schule. Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlags.

Sind Internetadressen in diesem Werk angegeben, wurden diese vom Verlag sorgfältig geprüft. Da wir auf die externen Seiten weder inhaltliche noch gestalterische Einflussmöglichkeiten haben, können wir nicht garantieren, dass die Inhalte zu einem späteren Zeitpunkt noch dieselben sind wie zum Zeitpunkt der Drucklegung. Der Auer Verlag übernimmt deshalb keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Internetseiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind, und schließt jegliche Haftung aus.

Autor*innen: J. Peter Böhmer
Covergestaltung: Nicole Sandner, Neusäß
Umschlagfoto: AdobeStock #512355618; Urheber: LIGHTFIELD STUDIOS | AdobeStock #364740048; Urheber: OrlyDesign
Illustrationen: Bettina Weyland
Satz: Satzpunkt Ursula Ewert GmbH, Bayreuth
ISBN 978-3-403-38681-0

www.auer-verlag.de

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	4	Vorbemerkungen	38
Vorbemerkungen	5	Didaktisch-methodische Hinweise.....	39
Didaktisch-methodische Hinweise.....	6	Vierstellige Zahlen bilden	50
Zahlen von 1 bis 100 addieren.....	16	Summen teilen	51
Personen mit Handschlag begrüßen.....	17	Zahlenmauern bilden	52
Gruppen einteilen	18	Augenzahlen auf Würfeln bestimmen 1.....	53
Netze mit Zahlen bilden.....	19	Augenzahlen auf Würfeln bestimmen 2.....	54
Hausnummern bilden.....	20	Palindrom-Zahlen bilden.....	55
Zahlen im Quadrat	21	Zahlen als Summen darstellen.....	56
Gerade oder ungerade?	22	Würfel zerlegen.....	57
Karomuster zeichnen und berechnen.....	23	Digitale Ziffern darstellen	58
Mit Gewichtsstücken abwägen	24	Zahlen auf Linien eintragen	59
Äpfel verteilen	25	Zahlen sortieren	60
Maximum und Minimum bilden	26	Zahldarstellung bei den Maya	61
Unbekannte Zahlen bestimmen	27	Zahlenfolge: größer oder kleiner?.....	62
Hähne, Hennen und Küken kaufen.....	28	Zahlen auf Dreiecksseiten eintragen.....	63
Mauern mit Zahlen bilden.....	29	Einmaleins im Kreis darstellen	64
Magische Quadrate ausfüllen.....	30	Kleine magische Quadrate bilden.....	65
Quadrate in Quadraten entdecken.....	31	Vierlinge darstellen	66
Wann kriecht die Schnecke aus dem Brunnen?	32	Primzahlen teilen	67
Glückliche Zahlen bestimmen	33	Summe von Streifen bestimmen.....	68
Rechenzüge zusammenstellen	34	Bäume pflanzen	69
Immer das Ergebnis „6“ bilden	35		
OTTO-Zahlen entdecken	36		
Buchseiten nummerieren	37		

Die Benutzerhinweise zum Download des Zusatzmaterials und den entsprechenden Zusatzcode finden Sie am Ende des Buches.

Konzeption

Dieser Band enthält eine abwechslungsreiche Zusammenstellung von Tüftel- und Sachaufgaben zur individuellen Förderung leistungsstarker und hochbegabter Kinder der Klassen 3 und 4.

Trainiert werden:

- problemlösendes Denken
- arithmetisches und geometrisches Verständnis
- das Erkennen mathematischer Gesetzmäßigkeiten

Aufbau

Jede Lerneinheit besteht aus einem Arbeitsblatt. Zu jedem dieser Arbeitsblätter gibt es ein dazugehöriges Lösungsblatt, das auch zur Selbstkontrolle eingesetzt werden kann. Das Lösungsblatt findet sich zum Download im digitalen Zusatzmaterial.

In den didaktisch-methodischen Hinweisen sind zu jeder Lerneinheit Anmerkungen zur Zielsetzung, zur Lernvoraussetzung und zum Material aufgeführt. Dazu werden ausführliche Vorschläge zur Erarbeitung, zur Differenzierung und bei Bedarf zusätzliche Lösungsmöglichkeiten gegeben.

Der zweite Teil greift das Prinzip von Teil 1 auf, aber berücksichtigt darüber hinaus die allgemeinen mathematischen Kompetenzen und alle Anforderungsbereiche der Bildungsstandards. Die didaktisch-methodischen Hinweise enthalten deshalb zusätzlich Anmerkungen zur Leitidee sowie zu den allgemeinen und den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen.

Einsatz

Die Materialien eignen sich hervorragend zum Einsatz im Forder- und Förderunterricht, in Leistungskursen der Grundschule oder auch im außerschulischen Bereich.

Zielgruppe

- leistungsstarke Kinder im Grundschulalter (8 bis 10 Jahre)
- Kinder mit einer Hochbegabung

Didaktische Ziele

- Förderung problemlösenden Denkens
- allgemeine Intelligenzförderung

Einsatzbereich

- im Förder- und Forderunterricht in der Grundschule (Innere Differenzierung, Wochenplanarbeit, Freiarbeit, ...)
- in Leistungskursen in der Grundschule
- im außerschulischen Bereich für leistungsstarke/hochbegabte Kinder interessierter und engagierter Eltern (z. B. Deutsche Gesellschaft für das hochbegabte Kind, ...)

Anmerkungen zu den Kopiervorlagen

Die Arbeitsbögen sind in Leistungskursen der 4. Jahrgangsstufe der Grundschule „Im Spiet Norden“ mehrfach erprobt und optimiert worden. Es hat sich im Unterricht herausgestellt, dass die Aufgaben mit den vorstrukturierten Lösungshilfen (Darstellungen, Tabellen, Grafiken, ...) von den Kindern ohne zusätzliche Hilfe gelöst werden können. Zum Erkennen der mathematischen Gesetzmäßigkeiten sind aber Impulse durch die Lehrkraft, manchmal auch vollständige Erklärungen erforderlich. Die Arbeitsbögen sind so aufgebaut, dass die Kinder die Aufgaben ohne zusätzliche Hilfe bearbeiten können. Darstellungen, Tabellen und Grafiken sollen dabei helfen, die Lösungsschritte zu unterstützen. Die einzelnen Aufgaben sind nach der Schwierigkeit gestuft angeordnet. In den didaktisch-methodischen Hinweisen befinden sich zu jeder Aufgabe Anmerkungen zur Zielsetzung und Lernvoraussetzung, zum Material, ausführliche Vorschläge zur Erarbeitung und zur Differenzierung und weitere Lösungen der Aufgabe. Die Lösungsseite sollte als selbstständige Kontrollmöglichkeit eingesetzt werden.

1 normale Aufgabe

2 ergänzende Aufgabe



Aufforderung zu einer Begründung

Zu KV 1 (Zahlen von 1 bis 100 addieren)

Zielsetzung

- Zahlen vorteilhaft addieren
- Strategien erkennen und anwenden

Lernvoraussetzung

- Zahlen bis 10 000
- Addition dreistelliger Zahlen

Material

- Hundertertafel
- Zahlenkarten 1 bis 100

Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst vorteilhafte Strategien entdecken und anwenden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, Gesetzmäßigkeiten in der Tabelle und bei den Summenbildungen zu entdecken.
- (3) Kinder entdecken die Strategie bei der Summenbildung: Summe der unteren Zeile (Zahlen 1 bis 10) beträgt 55, jede Zeile darüber immer + 100, da jede der zehn Zahlen immer um 10 größer ist.

Differenzierung

Weitere Aufgaben mit größeren Zahlbereichen stellen.

Zu KV 2 (Personen mit Handschlag begrüßen)

Zielsetzung

- Lösung in einem Diagramm darstellen
- Gesetzmäßigkeit in einer Tabelle erkennen, anwenden und übertragen

Lernvoraussetzung

- Zahlen bis 100

Material

- Kinder als Spielfiguren

Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst eine Gesetzmäßigkeit erkennen und auf die weitere Anzahl von Kindern übertragen.
- (2) Situation wird in einer Spielhandlung dargestellt. Ein Kind kommt in die Mitte. Ein zweites Kind kommt dazu und gibt zur Begrüßung die Hand. Ein drittes Kind kommt dazu, gibt den beiden Kindern die Hand. Ein viertes Kind kommt dazu, usw.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen zur Darstellung in einem Diagramm und zur Lösung in einer Tabelle und um die Gesetzmäßigkeiten in der Tabelle zu entdecken.

Lösungen

Ein anderer Lösungsansatz ist über die Kombinatorik möglich.

Jedes der Kinder (n) gibt ($n - 1$) Kindern die Hand. Bei vier Kindern gibt jedes der 4 Kinder 3 Kindern die Hand, es sind somit $4 \cdot 3 = 12$ Handschläge, allgemein somit $n \cdot (n - 1)$ Handschläge. Dabei wird jeder Handschlag doppelt gezählt, somit muss noch durch 2 dividiert werden ($12 : 2 = 6$). Diese Gesetzmäßigkeit kann durch die Pfeildarstellung im Diagramm begründet werden.

Es gilt somit die allgemeine Lösungsformel:

$$\frac{n \cdot (n - 1)}{2}$$

Differenzierung

Anzahl der Handschläge für eine größere Personenanzahl (z. B. 50, 100, 1 000) bestimmen.

Zu KV 3 (Gruppen einteilen)

Zielsetzung

- Lösungen in einem Diagramm darstellen
- Grunderfahrungen zu einer Restbildung sammeln
- Gesetzmäßigkeiten bei einer Restbildung erkennen und anwenden

Lernvoraussetzung

- Dividieren im Zahlenbereich bis 100

Material

- Spielfiguren

Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst eine Gesetzmäßigkeit bei der Restbildung erkennen und übertragen.
- (2) Situation wird in einer Spielhandlung dargestellt. Kinder stellen sich auf und zählen wie in den Anweisungen (a), (b) und (c) ab. Kinder sollen dabei die Gesetzmäßigkeit erkennen und zur Lösungsfindung verwenden.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen zur Darstellung der Lösung. Dabei sollten die Zahlenmengen notiert werden, die bei der Division durch 2 den Rest 1 haben, usw.

Lösungen

Lösungsmengen zu den einzelnen Gruppenbildungen mit Rest werden notiert. Dann werden die gemeinsamen Zahlen dieser drei Lösungsmengen gesucht. Es gibt nur eine gemeinsame Zahl, die Zahl 29.

Ein weiterer Lösungsansatz:

Man überprüft nacheinander die Zahlen kleiner als 33 auf die Gültigkeit der drei Bedingungen. Wenn alle drei Bedingungen erfüllt werden, ist es die Lösung der Aufgabe.

Diese Tabelle kann dazu mit den Kindern erarbeitet werden:

	„1“ bei der 2er-Gruppe	„2“ bei der 3er-Gruppe	„4“ bei der 5er-Gruppe	sind alle Bedingungen erfüllt?
32	nein	ja	nein	nein
31	ja	nein	nein	nein
30	nein	nein	nein	nein
29	ja	ja	ja	ja
28	nein

Differenzierung

Weitere Aufgaben wie Aufgabe 2 stellen.

Zu KV 4 (Netze mit Zahlen bilden)

Zielsetzung

- Lösung in einem Diagramm darstellen
- Gesetzmäßigkeiten im Diagramm erkennen und anwenden

Lernvoraussetzung

- Vorgänger und Nachfolger

Material

- Chips mit den Zahlen 1 bis 7

Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst die Gesetzmäßigkeit im Diagramm erkennen und übertragen.
- (2) Die Zahlen werden als Zahlenfolge mit Chips dargestellt oder notiert. Dann werden Überlegungen angestellt, wie viele Verbindungslinien von den einzelnen Zahlen ausgehen können. Diese werden in ein Diagramm eingetragen und danach in eine übersichtliche Darstellung gebracht.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen zur Darstellung der Lösung. Dabei werden Chips mit den Zahlen verwendet, um über Ausprobieren die Lösung zu finden.

Lösungen

Zur Lösung der Aufgabe sollten Grundkenntnisse aus der Topologie herangezogen werden. Es geht dabei um Netze mit Knoten und Ecken. Jede Zahl stellt einen Knoten dar, die Verbindungslinien entsprechen den Ecken eines Knotens.

Die Zahlen „1“ und „5“ sind Knoten mit je drei Verbindungen, somit gehen auch drei Linien von diesen Feldern aus. Die Zahl „3“ darf nicht mit „2“ und „4“ verbunden sein, sie muss somit in der Grafik oben platziert werden. Für die „2“ und „4“ bleiben somit die beiden unteren Felder übrig. Mit der gleichen Überlegung ist die Aufgabe 2 zu lösen.

Differenzierung

Weitere Aufgaben wie Aufgabe 3 stellen.

Zu KV 5 (Hausnummern bilden)

Zielsetzung

- Lösungen übersichtlich darstellen
- Grunderfahrungen zur Kombinatorik sammeln
- Gesetzmäßigkeiten in einer Tabelle erkennen und anwenden

Lernvoraussetzung

- Multiplizieren im Zahlenbereich bis 100 000

Material

- Zahlenkarten

Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst die Gesetzmäßigkeit erkennen und übertragen.
- (2) Situation wird in einer Spielhandlung dargestellt. Drei Karten mit den Zahlen 1, 3 und 7 werden in verschiedenen Kombinationen angeordnet. Es sollen dabei Gesetzmäßigkeiten erkannt und die Möglichkeiten übersichtlich dargestellt werden.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen zur Darstellung der Lösung. Dabei sollten die Kombinationen notiert werden.

Lösungen

Die Lösungen sollten schrittweise entwickelt werden. Ein Notieren der Lösungen und ein Eintragen der Kombinationsmöglichkeiten in eine Tabelle hilft dabei, die Gesetzmäßigkeiten schneller zu erkennen und anzuwenden.

Bei 3 Ziffern gibt es $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ Möglichkeiten, bei einer vierten Ziffer wird die bestehende Anzahl mit 4 multipliziert, somit gibt es dann $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ Möglichkeiten (siehe unten stehende Lösungsmöglichkeiten zu Aufgabe 2).

In der Mathematik spricht man dann von „Fakultät“.

$4!$ (sprich: 4 Fakultät) bedeutet

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$\text{allgemein: } n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

Lösung der Aufgabe 2:

Es gibt 24 Kombinationsmöglichkeiten, und zwar

1378	1387	1837	8137
1738	1783	1873	8173
3178	3187	3817	8317
3718	3781	3871	8371
7138	7183	7813	8713
7318	7381	7831	8731