

Komm mit ins ...

Matheabenteuer mit Lisa und Ali

Lehrerband



Herausgeber und Autor:
Sebastian Walter, Augsburg

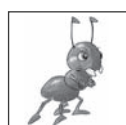
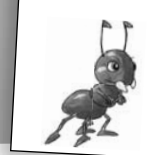
Konzeptionelle Mitarbeit:
Uta Lieder, München

1. Auflage 2017
© 2017 Auer Verlag, Augsburg
AAP Lehrerfachverlage GmbH
Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werks ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im Unterricht zu nutzen. Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen weiteren kommerziellen Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte oder für die Veröffentlichung im Internet oder in Intranets. Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlags.

Sind Internetadressen in diesem Werk angegeben, wurden diese vom Verlag sorgfältig geprüft. Da wir auf die externen Seiten weder inhaltliche noch gestalterische Einflussmöglichkeiten haben, können wir nicht garantieren, dass die Inhalte zu einem späteren Zeitpunkt noch dieselben sind wie zum Zeitpunkt der Drucklegung. Der Auer Verlag übernimmt deshalb keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Internetseiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind, und schließt jegliche Haftung aus.

Umschlaggestaltung: Büroecco Kommunikationsdesign GmbH, Augsburg
Umschlagillustration: Vivian Breithardt, Augsburg
Illustrationen: Vivian Breithardt, Augsburg
Satz: fotosatz griesheim GmbH
ISBN 978-3-403-37677-4
www.auer-verlag.de



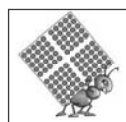
Vorwort

- Begrüßung 5
- Hinweise zur Nutzung 6



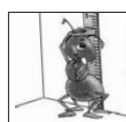
Kapitel 1: Wiederholung

- Fachdidaktischer Hintergrund 7
- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft 13



Kapitel 2: Zahlenraumerweiterung bis 100

- Fachdidaktischer Hintergrund 37
- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft 44



Kapitel 3: Längenmaße

- Fachdidaktischer Hintergrund 71
- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft 81



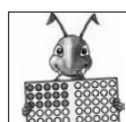
Kapitel 4: Rechnen im Zahlenraum bis 100

- Fachdidaktischer Hintergrund 93
- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft 101



Kapitel 5: Rechnen mit Größen und Daten

- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft 119



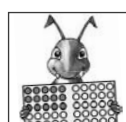
Kapitel 6: Malnehmen

- Fachdidaktischer Hintergrund 135
- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft 143



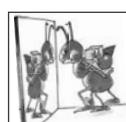
Kapitel 7: Umgang mit Flächen

- Fachdidaktischer Hintergrund 167
- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft 175



Kapitel 8: Teilen

- Fachdidaktischer Hintergrund 183
- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft 190



Kapitel 9: Symmetrie

- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft 201



Kapitel 10: Sachaufgaben lösen

- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft 209



Kapitel 11: Zeitmaße

- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft

213



Kapitel 12: Sachaufgaben mit Größen

- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft

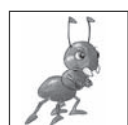
223



Kapitel 13: Übungen

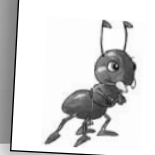
- Beschreibung der Seiten im Arbeitsheft

233



Literaturverzeichnis

248



Liebe Kolleginnen und Kollegen,

das vorliegende Werk zielt darauf ab, den gemeinsamen Unterricht von begabten Schülern, Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf und Schülern mit Rechenschwäche zu unterstützen. Das Rad wurde dabei nicht neu erfunden. Es gibt erfolgversprechende Ansätze, die in ihrem Arbeitsbereich evaluiert und bestätigt wurden. Was ist also neu an dem hier vorliegenden Unterrichtskonzept? Es wurde versucht, die große Bandbreite individueller Kompetenzen der Schüler von Beginn an in die Planung einzubeziehen. Die Themen werden anhand des gemeinsamen Arbeitsheftes eingeführt und dann auf dem individuellen Leistungsniveau der Schüler bearbeitet.

Neben dem Arbeitsheft (2-bändig) und dem vorliegenden Lehrerband mit Durchführungsvorschlägen und Hinweisen zur Differenzierung wurden zu jeder Übung dazu adaptive Arbeitsblätter in verschiedenen Schwierigkeitsgraden (DVD) erstellt. Schüler können so stets auf ihrem Niveau am gleichen Lerninhalt arbeiten. Zusätzlich gibt es auf der DVD viele Tafelbilder, Anregungen, Spiele und Differenzierungen als Kopiervorlage.

Ohne die Unterstützung und Mitarbeit einiger Personen und Behörden wäre es nicht möglich gewesen, das Projekt durchzuführen. Daher gilt mein Dank zuallererst meiner Illustratorin Vivian Breithardt, die auch unter Zeitnot jede noch so verrückte Idee liebevoll umgesetzt hat. Auch Professor Dr. Volker Ulm will ich danken. Er stand dem Projekt von Beginn an aufgeschlossen zur Seite. Ohne die Stiftung Augsburger Wissenschaftsförderung wäre die Finanzierung des Projekts sehr schwer gewesen. Uta Lieder war von Anfang an beratend am Projekt beteiligt. Das Bayerische Staatsministerium für Bildung und Kultus, die Bezirksregierungen und die Akademie für Lehrerfortbildung in Dillingen dürfen nicht unerwähnt bleiben. Auch Sie haben das Projekt unterstützt.

Mein Dank gilt auch all jenen nicht genannten Personen, die am Projekt beteiligt waren. Leider reicht der Platz nicht, um sie alle aufzuzählen. Insbesondere die Lehrkräfte, die bei der Evaluation mit dem Werk arbeiteten, haben sich mit vielen Verbesserungsvorschlägen und Anregungen eingebracht und einen großen Teil dazu beigetragen, dass das Konzept den Anforderungen in der Praxis entsprechen kann. Im Folgenden werden Sie eine Art „Gebrauchsanleitung“ für das Lehrerhandbuch finden.

Ich wünsche Ihnen und Ihren Schülern viel Spaß beim Arbeiten mit dem Material.

Sebastian Walter



Hinweise zur Nutzung

Das Lehrerhandbuch wird Ihnen zu den verschiedenen Arbeitsheftseiten Anregungen geben, wie die Inhalte im Unterricht behandelt werden könnten. Dabei handelt es sich um Vorschläge, die Sie zwar bei der Unterrichtsplanung unterstützen, aber keinesfalls einengen sollen.

Die Konzeption der einzelnen Kapitel finden Sie jeweils bei den fachdidaktischen Hintergründen. Dort ist der aktuelle Stand der Fachdidaktik und Forschung kurz zusammengefasst und es werden allgemeine Hinweise zu Unterricht, Differenzierung und Förderung gegeben.



Die Ameisenicons führen Sie durch das Buch. Auf die Bedeutungen soll im Folgenden kurz eingegangen werden:

Theorieteil



Fachdidaktischer Hintergrund

Hier werden eine kurze Zusammenfassung der aktuellen wissenschaftlichen Erkenntnisse im behandelten Gebiet sowie hilfreiche Modelle und Zusammenhänge beschrieben.



Zielsetzung des Kapitels

Die mit dem Kapitel verfolgte Zielsetzung wird erläutert.



Stolpersteine bei der Umsetzung

Mögliche Umsetzungsschwierigkeiten und Lernvoraussetzungen für das Kapitel werden behandelt.



Anregungen für den Unterricht

An dieser Stelle werden Vorschläge zur Einführung des Kapitels und der Behandlung der einzelnen Seiten gegeben.



Differenzieren und Verknüpfen

Hier erfolgen allgemeine Differenzierungshinweise zum Kapitel und Querverbindungen zu anderen Fachbereichen.

Praxisteil



Worum geht es?

Ein kurzer Überblick über die Intention und die Bedeutung der Heftseite wird gegeben.



Wie kann ich vorgehen?

Das mögliche Vorgehen im Unterricht und Querverbindungen werden hier dargestellt.



Wie kann ich differenzieren?

Differenzierungsmöglichkeiten für besonders starke oder schwächere Schüler werden erklärt.



Was wird benötigt?

Das benötigte Material und die weiterführenden Kopiervorlagen werden angegeben.



Arbeit mit den adaptiven Arbeitsblättern

Die zur Seite gehörenden Arbeitsblätter werden stichpunktartig dargestellt.



Kapitel 1: Wiederholung



Fachdidaktischer Hintergrund

Die Anknüpfung am Vorwissen der Schüler und dessen Aktivierung stellen ein Unterrichtsmerkmal für kognitiv aktivierenden Unterricht dar (vgl. HUGENER, PAULI und REUSSER 2007). Dem Vorwissen der Schüler kommt für das weitere Lernen eine besondere Bedeutung zu. Zu Beginn des neuen Schuljahres ist es wichtig, dass die gelernten Inhalte wiederholt und verfügbar gemacht werden. Während dies für manche Schüler lediglich eine Wiederholung darstellt, können andere Schüler mögliche Lücken schließen und mit besseren Lernvoraussetzungen starten. Gleichzeitig ergeben sich für die Lehrkraft eine Kontrollmöglichkeit, wie viel von dem Erarbeiteten Wissen bei den einzelnen Schülern noch verfügbar ist.

Wie bereits im Lehrerband zur 1. Jahrgangsstufe von „Komm mit ins Matheabenteuer ... mit Lisa und Ali“ betont ist der Erwerb von Rechenfertigkeiten und die Schulung des mathematischen Denkens nicht nur Übungssache. Nichtsdestotrotz erfordern jedes Lernen und jede Art von Wissenserwerb generell auch Übung und das unabhängig vom Lernbereich oder der Thematik (SCHERER / MOSER OPITZ 2010, 61; SCHERER 2006, 10). Dies gilt, so die Autoren, auch für alle Schüler unabhängig von ihren Fähigkeiten (a. a. O.). Die weiteren Ausführungen zum fachdidaktischen Hintergrund decken sich mit den Ausführungen im Band für Klasse 1. Da der richtige Umgang mit Übungen unabhängig von den Inhalten ist, kommen die Ergänzungen zur 2. Jahrgangsstufe vor allem bei der Zielsetzung, den Hinweisen für den Unterricht und den Stolpersteinen zum Tragen.

AUSUBEL (1980², 169) betont, dass, je sinnvoller etwas gelernt wird, d.h. je besser es auf die kognitive Struktur des Lernenden bezogen wird, desto besser wird es auch behalten. Dennoch gibt es das Phänomen des „Vergessens“, also ein Nachlassen der Verfügbarkeit über das Gelernte (ZECH 2002¹⁰, 140). AUSUBEL nennt als Ursache die „auslöschende Subsumtion“. Bedingt wird diese durch das Ökonomieprinzip des kognitiven Funktionierens selbst. Um mit der Flut der einströmenden Informationen fertig zu werden, werden diese in allgemeinere Ideen gefasst und als Einzelinformationen mit der Zeit ausgelöscht (ZECH 2002¹⁰, 140).

Um diese Informationen also präsent zu halten, ist es notwendig, sie „sinnvoll“, also mit Verständnis, zu wiederholen. Dafür genügt die rein verbale „Wort-für-Wort-Wiederholung“ nicht, weil die Bedeutungshaltigkeit verloren gehen würde (vgl. a. a. O.). Inhalte werden deutlich schneller vergessen, wenn sie nicht wirklich verstanden, sondern rein mechanisch auswendig gelernt wurden (vgl. SCHIPPER 1990).

Verstärkt wird diese Forderung noch durch die Anforderungen der Arithmetik. Es gibt einige zentrale Inhalte, die auf lange Sicht automatisiert und sicher verfügbar sein sollten, die also den Abschluss des jeweiligen Lernprozesses darstellen (vgl. WITTMANN/MÜLLER 2007², 73).

Über die Notwendigkeit des Übens besteht daher kein Zweifel. Genauer sollten hingegen die Rolle des Übens im Lernprozess und die Anforderungen an „gute“ Übungsaufgaben betrachtet werden.

Grundsätzlich findet Üben in allen Unterrichtsphasen statt. Je nach Zielsetzung hat die Übung dabei eine unterschiedliche Gewichtung (vgl. WITTMANN 1992, 178). ZECH unter-

Um wichtige Informationen über eine längere Zeit hinweg präsent zu halten, ist es wichtig, dass sie mit Verständnis wiederholt werden. Mechanisches Auswendiglernen kann dies verhindern.



Die Verwendung von Anschauungs- und Arbeitsmitteln hat langfristig stets das Ziel, selbige überflüssig zu machen. Aus diesem Grund muss auch stets die Ablösung vom Material angeleitet werden.

scheidet dabei zwischen den verschiedenen Übungsschwerpunkten (2002¹⁰, 208):

- Verständnisübungen
- Stabilisierendes Üben
- Operatives Üben
- Automatisierendes Üben
- Anwendungsorientiertes Üben
- Wiederholungen

Für die Lehrkraft stellt sich bei den Übungsphasen also zunächst die Frage, welches Ziel mit der Übung verfolgt werden soll. Entsprechend findet dann eine Auswahl an Übungsformaten statt. So wird bei neu zu erarbeitenden Inhalten wohl keine automatisierende Übungsform erfolgen.

ZECH betont auch besonders, dass die automatisierenden Übungen nicht verfrüht eingesetzt werden sollten, da es sonst leicht zur Verfestigung falscher Techniken kommen könnte (ebd., 210). Zudem ist die Automatisierung immer in Gefahr, bald nicht mehr zu funktionieren, weil der Lernende bei „Ausfällen“ bald nicht mehr in der Lage ist, fehlende Teile mit Verständnis zu rekonstruieren, wenn zuvor nicht genügend Verständnis entwickelt wurde (a. a. O.). Erst die Einbettung in die mathematische Gesamtstruktur ermöglicht es den Schülern, Zusammenhänge zu erkunden, zu erkennen, wiederzuerkennen und zu nutzen (SCHMASSMANN 2003, 210).

Automatisieren meint also nicht nur das bloße Abspeichern von isolierten Einzelfakten, sondern das vernetzte Verinnerlichen dieser Inhalte (SCHERER / MOSER OPITZ 2010, 61). Der Automatisierungsphase sollte demnach eine hinreichend lange Erarbeitungs- und Einsichtsphase vorausgehen, in der, gestützt auf konkrete Materialien, Einsicht und Verständnis erarbeitet und mentale Bilder sowie die geistigen Operationen mit ihnen aufgebaut werden (vgl. KAUFMANN / WESSOLOWSKI 2011³, 33).

Die Veranschaulichungen bei den Übungen haben dabei eine zentrale Bedeutung (SCHERER / MOSER OPITZ 2010, 68). In diesem Zusammenhang findet sich bei WITTMANN (1992, 179) die Einteilung der Übungsformen hinsichtlich der Darstellungsform und der Strukturierung.

Kann die Übung direkt am Arbeitsmittel durchgeführt werden, so spricht er von gestützten Übungen. Werden sie rein auf der symbolischen Ebene gelöst, so handelt es sich um formales Üben (a. a. O.). Die gestützten Übungen haben vor allem die Aufgabe, innere Bilder aufzubauen und das Verständnis zu fördern. Das mentale Operieren soll mit den Vorstellungsbildern möglich werden. Dazu muss die Veranschaulichung den Kern des jeweiligen Lerngegenstandes herauschälen (SCHMASSMANN 2003, 212) und die individuellen Erfahrungen der Lernenden aufgreifen.

Ziel ist jedoch stets auch die Loslösung von den Veranschaulichungen (ebd., 213). Die Übersetzung von den Vorstellungsbildern ins Abstrakte und umgekehrt muss immer wieder angeregt werden. In diesem Werk sollte bei jeder Verwendung von Darstellungshilfen mit Material folgende idealisierte Reihenfolge berücksichtigt werden:

1. *Einführung von Operationen und Zahlbeziehungen mit konkretem Material*
2. *Verdeckter Materialeinsatz*
3. *Vorgestellter Materialeinsatz*
4. *Handeln aufgrund der verinnerlichten Zahlbeziehungen*

Dabei ist das Voranschreiten der Schüler auf den Stufen von ihren individuellen Vorerfahrungen und Kenntnissen sowie vom jeweils behandelten Inhalt abhängig. Es ist durchaus möglich, dass Schüler bei einzelnen Inhalten bereits nicht mehr vom Materialeinsatz ab-



hängig sind, während in anderen Bereichen noch am Verständnis gearbeitet wird. Zudem sind Überschneidungen möglich. Der versteckte Materialeinsatz erlaubt noch die konkrete Handlung, ohne sie jedoch visuell verfolgen zu können.

Mit Loslösung von der anschaulichen Repräsentationsebene ist dabei allerdings nicht die Ablösung gemeint – die Vorstellungsbilder sollen weiterhin mental verfügbar bleiben und bei Bedarf zur Aufgabenlösung herangezogen werden – sondern die Verbindung zwischen den verschiedenen Repräsentationsebenen (vgl. SCHERER und MOSER OPITZ 2010, 69).

Strukturierte Übungen lassen sich weiter unterteilen in operativ strukturierte Übungen, problemstrukturierte Übungen und sachstrukturierte Übungen. Bei einer operativ strukturierten Übung entstehen gleichartige Aufgaben aus einer Serie systematisch variiert Übungen. Die Ergebnisse stehen in einem gesetzmäßigen Zusammenhang (WITTMANN 1992, 180). Die Strukturen können von den Schülern entdeckt und zur Aufgabenlösung verwendet werden.

Die problemstrukturierten Übungen sind gleichartige Aufgaben aus der Serie im Umkreis eines Problems bzw. einer übergeordneten Fragestellung (a. a. O.). Zur Untersuchung des übergeordneten Problems ist die Lösung der Aufgaben erforderlich.

Bei den sachstrukturierten Übungen ergeben sich die Aufgaben aus einem Sachzusammenhang (a. a. O.). Die Ergebnisse sowie die Diskussion bereichern das sachkundige Wissen der Schüler.

Bei den in diesem Kapitel angebotenen Übungsformen handelt es sich vor allem um problemstrukturierte und operativ strukturierte Übungen. Sachstrukturierte Übungen sind im Kapitel Sachrechnen zu finden.

Für die Auswahl und den Umgang mit den Übungsformaten ganz entscheidend ist der Zusammenhang von reflektivem Üben und immanentem Üben. Die tiefen Erkenntnisse der Schüler und das Verständnis für die Operationen, welche sie bei der Bearbeitung der Übungen gewinnen sollen kommen nicht von selbst. Dafür ist ein „Bewusst-werden“ der Strukturen notwendig. Nur dann ergeben sich die Vorteile der strukturierten Übungen gegenüber den unstrukturierten Übungen. Beim reflektiven Üben tritt der Zusammenhang zwischen den Aufgaben der Serie hervor, nachdem Aufgaben in größerer Zahl gelöst wurden. Unter Rückschau auf die erzielten Ergebnisse werden die Aufgaben reflektiert (a. a. O.).

Beim immanenten Üben wird der Strukturzusammenhang bereits am Beginn der Übung genutzt. Er kann in Form einer übergeordneten Zielsetzung vorliegen. Auswahl der Aufgaben und Bewertung der Ergebnisse erfolgt gesteuert von dieser Zielsetzung (a. a. O.). Erschließen sich den Schülern die strukturierten Verknüpfungen zwischen den Aufgaben nicht, so lösen sie die Aufgaben isoliert voneinander und gewinnen keine Erkenntnisse über die Zusammenhänge. Dies geschieht vor allem dann, wenn die individuellen Lernvoraussetzungen nicht zu den zu erfüllenden Anforderungen passen (vgl. SCHULZ 1999, 84).

BORN und OEHLER (2009³) haben sich intensiv mit den Anforderungen der neuropsychologischen Grundlagen des Lernprozesses an das Lernen beschäftigt (ebd., 46 ff.). Wenngleich der Autor dieses Lehrwerks ihren Schlussfolgerungen nicht uneingeschränkt zustimmen kann, so müssen diese Anforderungen doch im schulischen Lernprozess und, insbesondere bei der Gestaltung von Übungen, berücksichtigt werden.

Um Übungen als echte Lerngelegenheiten zu nutzen, ist eine bewusste Bearbeitung der Übungsaufgaben notwendig. Auch strukturierte Übungen können von Schülern ohne echten Lerngewinn rein mechanisch abgearbeitet werden.



Die Aufmerksamkeit kann bewusst auf bestimmte Inhalte gelenkt werden. Allerdings gelingt dies aufgrund der begrenzten Kapazität nur in eingeschränktem Maße.

Aufgrund der eingeschränkten Verarbeitungskapazität ist die sinnvolle Verknüpfung von sogenannten Stützpunktaufgaben eine gute Gedächtnisstütze.

Rolle der selektiven Aufmerksamkeit

Gemäß der Theorie des Konstruktivismus nehmen wir unsere Umwelt nicht „objektiv“ wahr. Jede Wahrnehmung wird unbewusst beeinflusst durch die individuellen Vorerfahrungen und das Vorwissen. Auch das Erkennen von mathematischen Strukturen in Veranschaulichungen wird so beeinflusst.

Neben dieser unbewussten Beeinflussung gibt es allerdings die „selektive Aufmerksamkeit“ (vgl. SPITZER 2012, 34 ff.; BORN / OEHLER 2004 16 ff.). Bestimmte Umweltreize können bevorzugt behandelt werden. Das bedeutet, dass bei Übungen oder Veranschaulichungen die Aufmerksamkeit gezielt auf die zu erfassenden Merkmale gelenkt werden kann. Allerdings weisen Forschungsergebnisse darauf hin, dass die selektive Aufmerksamkeit nur über eine ganz bestimmte, begrenzte Kapazität verfügt, um Informationen zu verarbeiten. Je mehr von der Aufmerksamkeit einer bestimmten Aufgabe zugewiesen wird, desto mehr wird sie an einer anderen Stelle abgezogen (BORN / OEHLER 20093, 15). Übertragen auf die Anforderungen bei Übungen bedeutet dies, dass eine Reizüberlastung oder zu viel „Neues“ in der Übung dazu führt, dass die Kapazität der selektiven Aufmerksamkeit nicht mehr ausreicht.

Kapazität des Arbeitsgedächtnisses

Kinder können je nach Alter etwa 5 oder weniger Items auf einmal abspeichern und im Arbeitsgedächtnis präsent halten (ebd., 46). Automatisierte Lerninhalte reduzieren die zu verarbeitenden Informationseinheiten bei komplexen Rechenprozessen. Übungen, die mehr „bewusste“ Rechenschritte (noch nicht automatisierte Schritte) erfordern, als das Arbeitsgedächtnis in der Lage ist zu verarbeiten, führen demnach nicht zu einem Lern- und Übungserfolg.

Während die Autoren in diesem Zusammenhang auf das Auswendiglernen von arithmetischem Faktenwissen hinweisen (ebd., 53 f.), soll an dieser Stelle eine klare Gegenposition dargestellt werden. Wiederholt wurde von verschiedenen Autoren (SPITZER 2002, 76; SCHMASSMANN 2003, 210; SCHERER / MOSER OPITZ 2010, 61 ...) auf die Gefahren des isolierten Lernens von Einzelfakten hingewiesen. BORN und OEHLER sprechen sich beispielsweise gegen die Erarbeitung der Multiplikationsaufgaben über die sogenannten Kernaufgaben aus (ebd., 50). An einer anderen Stelle (ebd. 21) nennen sie ein Beispiel für die Vergessenskurve, dass bei einer an einem Tag beherrschten Einmaleinsreihe 2 Tage später nur noch die Aufgaben 1×8 , 2×8 , 5×8 und 10×8 beherrscht werden. Allerdings sind gerade dies die Aufgaben, aus denen sich bei Erarbeitung über die Kernaufgaben alle anderen wieder leicht ableiten lassen. Entgegen der Äußerung der Autoren, die Schüler bekämen lediglich die Kernaufgaben beigebracht, findet im alltäglichen Unterricht die Erarbeitung über die Kernaufgaben statt und bleibt nicht bei diesen stehen. Das isolierte Lernen von Einzelfakten erweist sich beim Lernen und Üben nicht nur als unzureichend, sondern kann sogar sehr negative Folgen haben.

Gerade weil die Verarbeitungskapazität im Kurzzeitgedächtnis beschränkt ist, wie die Autoren betonen, und auch beim Langzeitgedächtnis verknüpft Wissen leichter abgerufen und gespeichert werden kann, ist es notwendig, die Aufgaben des kleinen Einspluseins, Einsminuseins und auch des Einmaleins über Stützpunktaufgaben zu erarbeiten, von denen die anderen Aufgaben aus elaboriert werden können. Für die Übungen bedeutet dies, dass die Zusammenhänge mit



den „Stützpunktaufgaben“ in den Übungsformaten deutlich sein sollten. Zu Beginn sollte zudem eine verstärkte Übung der Stützpunktaufgaben stattfinden. In unserem Fall wären dies die Zahlbeziehungen $+ 1/- 1$, die Verdopplungsaufgaben, die Zahlzerlegungen der 5 und der 10 und die Zahlzusammensetzungen mit 5. Alle Aufgaben des kleinen Einspluseins sowie Einsminuseins lassen sich über die erarbeiteten Strategien mit den Stützpunktaufgaben leicht abrufbar im Langzeitgedächtnis einprägen (vgl. GERSTER 2003, 157).

Aus dieser Position leitet sich auch die Forderung nach strukturierten Übungen ab. Die Zusammenhänge zwischen den Aufgaben müssen deutlich gemacht werden, damit Schüler diese zur Lösung von Aufgaben verwenden können. Bei sogenannten „bunten Hunden“ (WITTMANN 2007, 157 ff.) fehlen diese Zusammenhänge und die Schüler können die Beziehungen zwischen Aufgaben nicht erfassen und somit auch nicht für weitere Aufgaben nutzen. Denn auch die Anwendung der nicht-zählenden Rechenstrategien muss an geeigneten Aufgaben geübt werden.

Die Übungen in diesem Kapitel wurden so ausgewählt, dass möglichst die Grundideen der Arithmetik so behandelt werden können, dass Bearbeitungen auf unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen möglich sind. Vielfältige weitere Übungen finden sich in den unterschiedlichen Kapiteln des Lehrwerks.



Zielsetzung des Kapitels

Die wesentlichen Inhalte des ersten Schuljahrs werden in komprimierter Form wiederholt. Dabei werden sowohl die Zahlbeziehungen als auch die verschiedenen Übungsformate gezielt aufgegriffen. Im Sinne eines Spiralcurriculums werden die

Übungsformate dann auf den erweiterten Zahlenraum und die weiteren Grundrechenarten übertragen. Dabei soll der Umgang mit den Formaten sicher beherrscht sowie ein Einblick in mögliche Lösungsstrategien gegeben werden.

Ein Schwerpunkt ist die bewusste Arbeit mit dem Teile-Ganzes-Konzept (Zahlenmauern, Zahlentripel, Ergänzungsaufgaben, Rechendreiecke) auch im Zahlenraum bis 100, die Voraussetzung für viele weitere Lernfortschritte in der Arithmetik ist.

Einen weiteren Schwerpunkt bilden problemstrukturierte Aufgaben, welche die Schüler an das mathematische Problemlösen heranführen sollen (Zielzahlen, Rechendreiecke, Zahlenreihen, Rechnen mit Quadraten/das Zauberquadrat).



Stolpersteine bei den Übungen

Das Teile-Ganzes-Konzept ist eine grundlegende Einsicht, die für die weitere mathematische Kompetenzentwicklung und insbesondere die Anwendung einiger nicht-zählender Rechenstrategien von Bedeutung ist. Verschiedene Übungsformen bauen auf dieser Erkenntnis auf bzw. vertiefen sie. Ohne das Wissen, dass sich jede Zahl aus einer beliebigen Anzahl anderer Zahlen zusammensetzen lässt, sind einige Übungen nur schwer zu lösen. Wurde das Prinzip für den eingeschränkten Zahlenraum bis 20 nicht verstanden, kommt es auch im erweiterten Zahlenraum zu Schwierigkeiten.

Das Operationsverständnis für die vier Grundrechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) ist grundlegend für viele Übungen. Besonders der Wechsel zwischen den Grundrechenarten oder das falsche Übertragen von Prozeduren können zu Fehlern führen. So lässt sich die Aufgabe $4 + 6$

Um den Transfer von Aufgabenlösungen zu unterstützen, ist es wichtig, dass die Zusammenhänge zwischen den Aufgaben deutlich gemacht werden.



Die in Jahrgangsstufe 1 erarbeiteten Zahlbeziehungen bilden die Grundlage für den Erwerb nichtzählender Rechenstrategien.

durch gegensinnige Veränderung in $5 + 5$ umformen. Die gleiche Änderung wäre bei $4 \cdot 6$ allerdings nicht zulässig.

Um nichtzählende Rechenstrategien nutzen zu können, ist die Verinnerlichung der in Jahrgangsstufe 1 erarbeiteten Zahlbeziehungen grundlegend. Ohne diese Grundlage werden auch gut gestaltete Übungen „nur“ zählend genutzt und führen zu keinem Lernzuwachs.



Anregungen für den Unterricht

Übungen sollen dann in den Unterricht eingebunden werden, wenn sie inhaltlich passen und vom Stand der Schüler ausgehend bearbeitet werden können. Werden Übungsformen von der Addition auf die Multiplikation übertragen, so ist es sinnvoll, die wesentlichen Unterschiede zu erarbeiten.

Bei den Übungen gibt es, unabhängig von der behandelten Grundrechenart, Zusammenhänge und Strukturen zu entdecken, die bei der Aufgabenlösung helfen können. Geben Sie den Schülern zunächst Gelegenheit, diese selbst zu entdecken, bevor sie im gemeinsamen Unterrichtsgespräch explizit thematisiert werden. Die Zusammenhänge und Strukturen werden von den Schülern nicht zwingend selbstständig entdeckt. Daher ist diese explizite Behandlung im Unterricht notwendig. Allerdings sollte im Anschluss unbedingt nochmals allen Schülern die Gelegenheit gegeben werden, diese Strategien und Zusammenhänge für die Aufgabenlösung zu nutzen. Die Behandlung der Übungen gliedert sich demnach in folgende Phasen:

1. *Einführung des Aufgabenformats mit Beispielaufgabe*
2. *Freie Arbeit der Schüler am Aufgabenformat in Einzelarbeit*

3. *Gemeinsame Arbeit der Schüler am Aufgabenformat in Partnerarbeit*
4. *Präsentation der Ergebnisse und Erkenntnisse*
5. *Arbeit der Schüler am Aufgabenformat in Partnerarbeit*
6. *Reflexion: Hilft mir die Strategie? Wie rechne ich?*

Natürlich bedeutet dies nicht, dass die Aufgabenformate nach einmaliger Behandlung nicht wieder aufgegriffen werden. Auch die Strukturen und Zusammenhänge sollten wiederholt besprochen und untersucht werden. So ist gewährleistet, dass die Schüler den größtmöglichen Lernzuwachs erreichen können.



Differenzieren und Verknüpfen

Die Übungen erlauben jeweils eine Behandlung auf unterschiedlichen Niveaus. Durch Variation der Veranschaulichungsmittel, des Zahlenraums und der Komplexität der Aufgabenstellung können die Schwierigkeiten variiert werden. Die Zusammenhänge mit den grundlegenden arithmetischen Erkenntnissen, die bereits behandelt wurden, sollten immer wieder aufgegriffen und verknüpft werden.

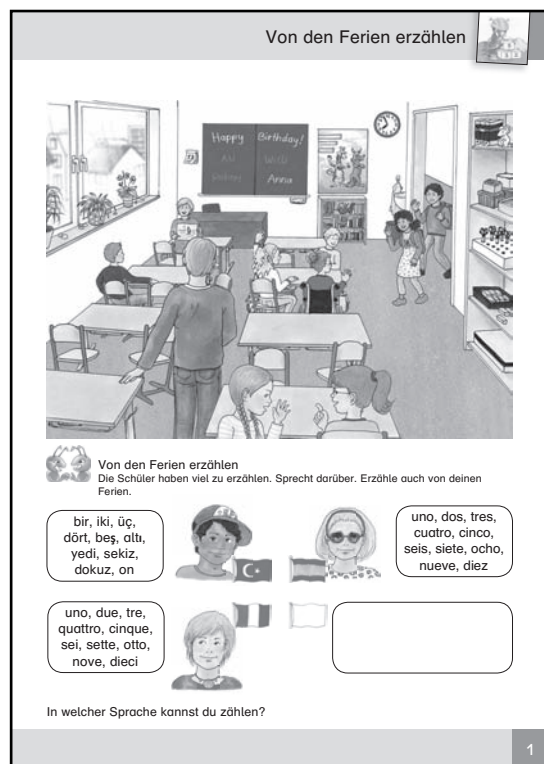


Abb. 1: Arbeitsheft 2A, Seite 1

Worum geht es?



Die Schüler kommen aus den Ferien wieder und haben viel erlebt.

Viele der Erlebnisse bieten Anknüpfungspunkte für Rechengeschichten und mathematische Untersuchungen. Das Bild auf Seite 1 wird als Sprech Anlass zu den Ferien genutzt. Auch Lisa und ihre Freunde kommen nach den Ferien wieder in die Schule. Die unterschiedlichen Spracherfahrungen, die Schüler in den Ferien machen konnten, können aufgegriffen werden, um in anderen Sprachen zu zählen.



Wie kann ich vorgehen?

Das Bild wird gemeinsam betrachtet. Die Schüler beschreiben das Bild. Dabei werden auch gezielt mathematische Inhalte hervorgehoben (z. B. 2 Kinder kommen dazu ... es fehlen noch ...). Die Schüler erhalten den Impuls, dass die Schüler in

Lisas Klasse von ihren Ferien erzählen (Pascal im Bild). Nun können auch die Schüler selbst von ihren Ferien erzählen. Gezielte Rückfragen lenken dabei die Aufmerksamkeit immer wieder auf mathematische Inhalte in den Erzählungen, allerdings ohne diese zu stören. Die Schüler denken sich anschließend eine Rechengeschichte aus, die zu ihrer Ferien erzählung passt. Sie zeichnen dazu ein Bild und notieren die Rechnung (KV2 001). Die Rechengeschichten werden anschließend vorgestellt.

Ali, Pascal, Robert und Marion werden dargestellt, wie sie in unterschiedlichen Sprachen zählen. Die Schüler betrachten die Fahnen und versuchen, ihnen Länder zuzuordnen. Dann werden die Zahlennamen genauer betrachtet. Die Schüler zählen in den Sprachen der unterschiedlichen Länder. Wenn Schüler in der Klasse sind, die eine andere Sprache sprechen, können diese zeigen, wie man in ihrer Muttersprache zählt. Verschiedene Zählübungen dienen dazu, mit den Sprachen zu experimentieren.



Wie kann ich differenzieren?

Gezielte Frageimpulse helfen den Schülern dabei, die eigenen Rechengeschichten oder die zu erstellenden Rechengeschichten zu gliedern. Auch schwächere Schüler können von ihren Ferien erzählen und durch die Impulse zum mathematischen Gehalt ihrer Erzählungen gelenkt werden.



Was wird benötigt?

Demonstrationsmaterial: Arbeitsheft

Arbeitsmaterial: Arbeitsheft, KV2 001

Abb. 1:

Das Bild bietet zunächst einen Sprech Anlass. Die Kinder kommen aus den Ferien wieder in die Schule. An der Tafel stehen alle Geburtstagskinder, die in den Ferien Geburtstag hatten.

Marion, Pascal und Ali zählen in der Sprache der Länder, die sie besucht haben.

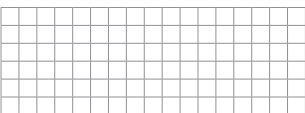
Manche Schüler benötigen zusätzliche Impulse durch gezielte Rückfragen, um die eigene Rechengeschichte gliedern zu können.

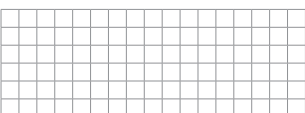
**Abb. 2:**

Auf der Seite üben die Schüler den Umgang mit Rechengeschichten im Zusammenhang mit dem Thema Ferien.

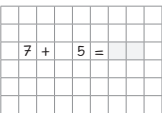
Rechengeschichten finden

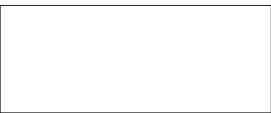
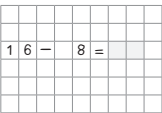
1. Erzähle zu den Bildern eine Rechengeschichte. Schreibe die Rechnungen auf und löse die Aufgaben.

a)  

b)  

2. Erzähle eine Rechengeschichte zu den Rechnungen, male passende Bilder und löse die Aufgaben.

a)  

b)  

 **Rechengeschichten zeigen**
Denke dir mit deinem Partner weitere Rechengeschichten aus. Zeige die Handlung mit Wendeplättchen.

 **5 - 2**

2

Abb. 2: Arbeitsheft 2A, Seite 2

**Worum geht es?**

Die Erlebnisse der Schüler bieten Anknüpfungspunkte für Rechengeschichten und mathematische Untersuchungen. Durch die thematische Einbindung der Aufgaben in das Thema „Ferien“ haben die Schüler eine zusätzliche Hilfe für das Erfinden der eigenen Rechengeschichten. Die wechselseitige Übersetzung von Sachsituationen in Rechnungen und umgekehrt stellt eine wichtige Übung zur Förderung der Kompetenz des mathematischen Modellierens dar.

**Wie kann ich vorgehen?**

Bevor die 1. Aufgabe gelöst wird, können noch einmal eigene Rechengeschichten der Schüler aufgegriffen und in Rechnungen übersetzt werden. Bei Aufgabe 1 müssen die Schüler eine passende Rechnung zu den Rechengeschichten finden.

Zuerst sollen sie sich eine passende Rechengeschichte ausdenken und diese in der Klasse erzählen. Anschließend werden die Rechnungen gelöst.

Aufgabe 2 erfordert das umgekehrte Denken. Die Schüler überlegen sich eine passende Rechengeschichte zu den vorgegebenen Rechnungen und erzählen diese den Mitschülern. Dabei wird jeweils geprüft, ob die Geschichte auch wirklich zu der gegebenen Rechnung passt. Dazu wird eine Zeichnung angefertigt. Die Rechnungen werden anschließend gelöst.

**Wie kann ich differenzieren?**

Auch hier können gezielte Frageimpulse helfen, die zu erstellen den Rechengeschichten zu gliedern. So könnte zum Beispiel bei Aufgabe 2 zunächst nachgefragt werden, was in der Rechengeschichte vorkommen soll. Wie viele davon müssen es sein? Was passiert dann in der Geschichte? Passt dies zur vorgegebenen Rechnung? Dabei wird zugleich wiederholt, welche Angaben in der Rechnung für welche Elemente in der Geschichte stehen und welche Zahl die Veränderung angibt.

**Was wird benötigt?**

Demonstrationsmaterial: Arbeitsheft, Zählgegenstände
Arbeitsmaterial: Arbeitsheft, Zählgegenstände, Buntstifte



Vierecke untersuchen

1. Verbinde richtig.

Seite
Ecke

A B C D

Alles Vierecke?
Vergleiche die dargestellten Formen gemeinsam mit deinem Partner. Nehmt Stellung zu der Aussage, dass es sich bei allen Formen um Vierecke handelt.

2. Untersuche die Formen von Aufgabe 1. Trage ein und kreuze an. ☒ Ja ☐ Nein

	A	B	C	D
Anzahl der Ecken?				
Anzahl der Seiten?				
Hat 4 rechte Ecken?				
Alle 4 Seiten gleich lang?				
Immer 2 Seiten gleich lang?				

Vierecke bestimmen
Passt die Aussage auf die Form? Begründe und kreuze an. ☒ Ja ☐ Nein

	A	B	C	D
Ein Viereck hat 4 Seiten und 4 Ecken.	☐	☐	☐	☐
Ein Rechteck hat 4 Seiten und 4 rechte Ecken.	☐	☐	☐	☐
Ein Quadrat hat 4 gleich lange Seiten und 4 rechte Ecken.	☐	☐	☐	☐

3. Zeichne zu jedem Viereck von Aufgabe 1 drei ähnliche Vierecke ins Heft.

Viereck, Rechteck, Quadrat?
Warum passen manche Formen zu mehreren Begriffen? Begründe.

3

Abb. 3: Arbeitsheft 2A, Seite 3



Worum geht es?

Durch die Kategorisierung der Vierecke mittels der Differenzierung hinsichtlich der Eigenschaften bezüglich Seitenlänge und Winkel lassen sich unterschiedliche Typen von Vierecken unterscheiden. Die Schüler müssen dabei ein Verständnis für Ober- und Untergruppen bilden. Die Unterscheidung von „notwendigen“ oder „hinreichenden“ Bedingungen sollten zumindest inhaltlich verstanden werden. So ist zwar jedes Quadrat auch ein Rechteck, umgekehrt gilt dies aber nicht, da die notwendige Bedingung der 4 rechten Winkel für die Definition des Quadrats um die Bedingung 4 gleich langer Seiten ergänzt werden muss.



Wie kann ich vorgehen?

Um die Begriffe Seite und Ecke nochmals zu wiederholen, werden die farbigen Markierungen bei der 1.

Aufgabe mit den richtigen Begriffen verbunden. Dies stellt die Basis für die weitere Untersuchung der Vierecke dar.

Die Schüler beschäftigen sich anschließend im Rahmen der Partneraufgabe mit der Untersuchung der dargestellten Vierecke. Dadurch können die Schüler eigene Ideen und Theorien entwickeln, die sowohl ihr Vorwissen aktivieren als auch die Aufmerksamkeit der Schüler gezielt auf die zu unterscheidenden Eigenschaften lenken.

Mit der 2. Aufgabe werden die Formen dann gezielt hinsichtlich der vorgegebenen Merkmale untersucht. Diese Ergebnisse dienen dann als Sprechanlass, wenn sie mit den bei der Partneraufgabe aufgestellten Theorien gegenübergestellt werden.

Dies wird in der 2. Partneraufgabe wieder aufgegriffen, da für manche Formen auch mehrere Begriffe passen können. Eine Möglichkeit, die Gruppen und Untergruppen visuell darzustellen, stellt ein Baumdiagramm dar, welches an der Tafel dargestellt werden kann. Unter der vorgegebenen Eigenschaft (z. B. zu Beginn „hat 4 Ecken“) werden jeweils alle passenden Vierecke gezeichnet, bevor die Verzweigung in die Untergruppen erfolgt.

Das Zeichnen der ähnlichen Vierecke ins Heft (Aufgabe 3) erfordert von den Schülern ein Abstrahieren der wesentlichen Eigenschaften für dieses Viereck. In der Besprechung der Aufgabe sollten die Schüler daher zunächst verbalisieren, auf welche Eigenschaften sie besonders achten müssen. Eine gute Möglichkeit, die Lerninhalte visuell festzuhalten, stellt die Gestaltung von Lernplakaten durch Schülergruppen. Die Formen sollten dazu auf Tonpapier gezeichnet und ausgeschnitten werden.

Abb. 3:

Auf der Seite untersuchen die Schüler Vierecke. Dabei verwenden sie die Fachbegriffe Ecke und Seite.