

**A** Auer

**e book**

Andreas Barnieske  
Corinna Cornelius

# Mit Montessori Addition & Subtraktion begreifen



Mit Kopiervorlagen

**Andreas Barnieske**, Lehrer an einer inklusiven Montessori-Grundschule, diplomierter Montessori-Pädagoge, teilabgeordnet als Moderator in das Kompetenzteam des Schulamts Düsseldorf für den Bereich Inklusion, Publikationen und Vorträge in den Bereichen Montessori-Pädagogik, Inklusion sowie Leseförderung

**Corinna Cornelius**, Lehrerin und stellvertretende Schulleiterin an einer inklusiven Montessori-Grundschule, diplomierte Montessori-Pädagogin, teilabgeordnet in das Beratungsteam Gemeinsames Lernen des Schulamts Düsseldorf

© 2022 Auer Verlag, Augsburg  
AAP Lehrerwelt GmbH  
Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der\*die Erwerber\*in der Einzellizenz ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im eigenen Präsenz- oder Distanzunterricht zu nutzen.

Produkte, die aufgrund ihres Bestimmungszweckes zur Vervielfältigung und Weitergabe zu Unterrichtszwecken gedacht sind (insbesondere Kopiervorlagen und Arbeitsblätter), dürfen zu Unterrichtszwecken vervielfältigt und weitergegeben werden.

Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen schulweiten Einsatz und Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte einschließlich weiterer Lehrkräfte, für die Veröffentlichung im Internet oder in (Schul-)Intranets oder einen weiteren kommerziellen Gebrauch.

Mit dem Kauf einer Schullizenz ist die Schule berechtigt, die Inhalte durch alle Lehrkräfte des Kollegiums der erwerbenden Schule sowie durch die Schüler\*innen der Schule und deren Eltern zu nutzen. Nicht erlaubt ist die Weiterleitung der Inhalte an Lehrkräfte, Schüler\*innen, Eltern, andere Personen, soziale Netzwerke, Downloaddienste oder Ähnliches außerhalb der eigenen Schule.

Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlags.

Sind Internetadressen in diesem Werk angegeben, wurden diese vom Verlag sorgfältig geprüft. Da wir auf die externen Seiten weder inhaltliche noch gestalterische Einflussmöglichkeiten haben, können wir nicht garantieren, dass die Inhalte zu einem späteren Zeitpunkt noch dieselben sind wie zum Zeitpunkt der Drucklegung. Der Auer Verlag übernimmt deshalb keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Internetseiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind, und schließt jegliche Haftung aus.

Autor\*innen: Andreas Barnieske, Corinna Cornelius  
Covergestaltung: metamedien | Werbung und Mediendienstleistungen, Burgau  
Fotos: Andreas Barnieske/Corinna Cornelius (S. 5–26)  
Satz: Typographie & Computer, Krefeld  
ISBN 978-3-403-**37570-8**

[www.auer-verlag.de](http://www.auer-verlag.de)

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort .....	4
<b>A Hierarchische Materialien für die Addition und Subtraktion .....</b>	<b>5</b>
<b>1 Goldenes Perlenmaterial/Dienes-Material (Addition und Subtraktion) .....</b>	<b>5</b>
Beschreibung des Materials .....	5
Einführung in das Dezimalsystem .....	6
Einführung der Addition .....	7
Addieren ohne Stellenwertüberschreitung .....	7
Addieren mit Stellenwertüberschreitung .....	8
Einführung der Subtraktion .....	9
Subtraktion ohne Stellenwertunterschreitung .....	9
Subtraktion mit Stellenwertunterschreitung .....	10
Halbschriftliche Rechenverfahren der Addition und Subtraktion .....	11
<b>2 Markenspiel (Addition und Subtraktion) .....</b>	<b>11</b>
Beschreibung des Materials .....	11
Zahldarstellung .....	12
Addieren ohne Stellenwertüberschreitung .....	13
Addieren mit Stellenwertüberschreitung .....	13
Subtrahieren ohne Stellenwertunterschreitung .....	14
Subtrahieren mit Stellenwertunterschreitung .....	15
<b>3 Kleiner und großer Rechenrahmen (Addition und Subtraktion) .....</b>	<b>17</b>
Beschreibung des Materials .....	17
Zahldarstellung .....	18
Addieren ohne Stellenwertüberschreitung .....	19
Addieren mit Stellenwertüberschreitung .....	19
Subtrahieren ohne Stellenwertunterschreitung .....	20
Subtrahieren mit Stellenwertunterschreitung .....	21
<b>4 Punktspiel (Addition) .....</b>	<b>23</b>
Beschreibung des Materials .....	23
Addieren mit Stellenwertüberschreitung .....	23
<b>B Ausblick:</b>	
<b>Die schriftlichen Rechenverfahren der Addition und Subtraktion unter</b>	
<b>Berücksichtigung der hierarchischen Materialien .....</b>	<b>25</b>
<b>1 Einführende Hinweise .....</b>	<b>25</b>
<b>2 Das Verfahren der schriftlichen Addition .....</b>	<b>25</b>
<b>3 Das Verfahren der schriftlichen Subtraktion .....</b>	<b>25</b>
<b>C Literaturhinweise und Material .....</b>	<b>27</b>
<b>D Anhang .....</b>	<b>30</b>

## Vorwort

In der Montessori-Pädagogik genießen die Mathematikmaterialien eine hohe Popularität – gleich ob es sich um Materialien handelt, mit denen der Zahlenraum erschlossen wird, die für Operationen genutzt werden oder die dem Bereich der Geometrie zugeordnet sind. In diesem Band thematisieren wir die Operationen Addition und Subtraktion und stellen Ihnen zu diesem Zweck folgende hierarchische Materialien vor:

- das Goldene Perlenmaterial
- das Markenspiel
- den kleinen und den großen Rechenrahmen
- das Punktspiel

Die Materialien bauen in der genannten Reihenfolge aufeinander auf und steigern sich in ihrem Abstraktionsniveau stetig. Entsprechende Hinweise hierzu führen wir in den Materialkommentaren aus. Bei jedem Material erläutern wir Ihnen, wie handelnd die Addition und die Subtraktion vollzogen und durch die Handlung begreifbar gemacht werden. Dieser Zugang ermöglicht es auch lernschwachen Schülern<sup>1</sup>, durch intensives Üben und kleinschrittiges Vorgehen mathematische Zusammenhänge zu durchdringen und Lernfortschritte zu machen. Im inklusiven Unterricht kommt den Materialien daher eine besondere Bedeutung zu.

In der Montessori-Pädagogik stellen Schüler bereits in der Schuleingangsphase vierstellige Zahlen mit dem Goldenen Perlenmaterial und dem Kartensatz dar. Dahinter verbirgt sich das Prinzip Maria Montessoris, stets vom großen Ganzen auszugehen. Daher werden auch wir Beispielaufgaben aus diesem Zahlenraum verwenden. Didaktische Reduktionen sind jedoch grundsätzlich möglich. Vor allem mit dem Goldenen Perlenmaterial und dem Markenspiel können die Operationen auch im kleineren Zahlenraum thematisiert werden. Ausschlaggebend dafür, wann und wie lange ein Schüler mit dem Material arbeitet, ist der individuelle Lernstand und -fortschritt. Neben dem Einsatz im Klassenunterricht lassen sich die Materialien auch als Fördermaterial zur Vertiefung oder Differenzierung einsetzen.

Zu den Materialien haben wir Arbeitsblätter entwickelt, die wir Ihnen als Kopiervorlage im Anhang zur Verfügung stellen. Die Aufgaben steigern sich dabei in ihrem Anspruchsniveau und beziehen sich auf unterschiedliche Zahlenräume, sodass Sie flexibel die für Sie passenden Arbeitsblätter auswählen können. Als Alternative hierzu bieten sich doppelseitige Lernkarteien an, die neben der Aufgabe auf der Vorderseite zugleich die Fehlerkontrolle auf der Rückseite beinhalten. Die Aufgabensammlung im Anhang können Sie als Anregung für das Erstellen eigener Lernkarteien nutzen.

Anmerkung: Wenn wir Ihnen hier ausgewählte Montessori-Materialien präsentieren und darlegen, wie hierdurch der Weg zur Addition und Subtraktion beschritten werden kann, möchten wir betonen, dass damit aus mathematikdidaktischer Perspektive nicht alles thematisiert ist, was für die genannten Operationen von Nöten ist. Das betrifft vor allen Dingen die ersten Schritte. Man denke exemplarisch an grundlegende Dinge wie Entdeckungen im Rahmen von Zahlzerlegungen; man denke weiterführend an das Wissen über Zahlbeziehungen, um Rechenoperationen zu lösen, z. B.:

- Ausnutzen der Zehnernähe:  $5 + 9 = 5 + 10 - 1$
- Kommutativgesetz:  $1 + 8 = 8 + 1$
- Teilschrittverfahren:  $8 + 7 = 8 + 2$  (Kraft der 10)  $+ 5 = 15$

Wichtig ist die Einsicht, dass je mehr die Kinder ihr Wissen über Zahlbeziehungen bei Operationen anwenden können (bzw. hierüber verfügen), desto eher automatisieren sie auch die Aufgaben des 1+1. In der Konsequenz müssen sie nicht mehr zählend rechnen, sondern kommen durch das Anwenden von Rechenstrategien auf die richtigen Ergebnisse. Damit wird schließlich auch das Rechnen mit größeren Zahlen möglich.

Um die Darstellungen in dieser Publikation einordnen und im Unterricht durch weitere Inhalte sachgemäß ergänzen zu können, ist daher ein grundlegendes mathematikdidaktisches Wissen über die hier nur angedeuteten Zusammenhänge zentral.

Jetzt wünschen wir Ihnen viel Freude und Erfolg bei der schulischen Umsetzung.

*Andreas Barnieske und Corinna Cornelius*

---

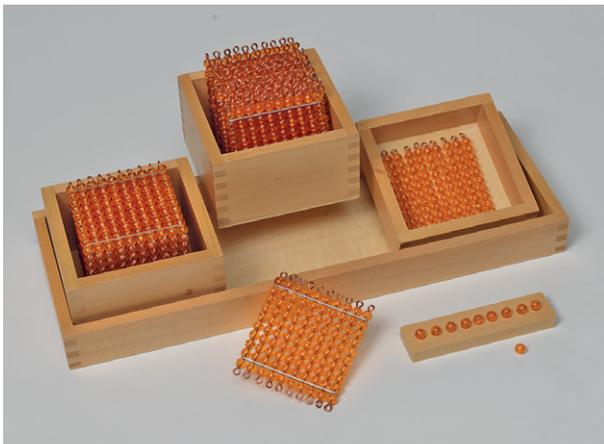
<sup>1</sup> Aus Gründen der besseren Lesbarkeit ist mit Schüler auch immer Schülerin gemeint. Ebenso verhält es sich mit Lehrer und Lehrerin. (Verlagsentscheidung)

## 1 Goldenes Perlenmaterial/ Dienes-Material (Addition und Subtraktion)

### Beschreibung des Materials

Das Goldene Perlenmaterial besteht im Wesentlichen aus

- goldenen Perlen  
→ Repräsentation der Einer-Stelle
- goldenen Perlen-Stäbchen  
→ Repräsentation der Zehner-Stelle
- goldenen Platten  
→ Repräsentation der Hunderter-Stelle
- goldenen Kuben  
→ Repräsentation der Tausender-Stelle



Mit dem Material können alle vier Grundrechenarten vollzogen werden: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division. Zur Zahldarstellung kann zudem auf den großen und den kleinen Kartensatz zurückgegriffen werden.



Typ: Bedeutung haben in der Montessori-Pädagogik im Bereich der Mathematik die Farben Grün, Blau und Rot. Sie werden zur Repräsentation der Stellenwerte bei der Zahldarstellung mit Ziffern genutzt:

<b>Einer-Stelle</b>	<b>grün</b>
<b>Zehner-Stelle</b>	<b>blau</b>
<b>Hunderter-Stelle</b>	<b>rot</b>
<b>Tausender-Stelle</b>	<b>grün</b>
<b>Zehntausender-Stelle</b>	<b>blau</b>
<b>Hunderttausender-Stelle</b>	<b>rot</b>
<b>Millionen-Stelle</b>	<b>grün</b>

Es ist von zentraler Bedeutung, dass Sie die Farben für die Stellenwerte anwenden, da bei allen hierarchischen Materialien auf diese Farbgebung zurückgegriffen wird. Für die Schüler eröffnet sich beim Umgang mit den Materialien so eine zusätzliche Stütze.

Als kostengünstige Alternative zum Goldenen Perlenmaterial bietet es sich an, auf das Dienes-Material zurückzugreifen.



Hierbei können die Zusammenhänge der einzelnen Stellenwerte zueinander deutlicher nachvollzogen werden. So ist beispielsweise besser zu erkennen, dass zehn kleine Würfel (Einer-Stelle) einer Zehner-Stange entsprechen. Dieser Zusammenhang gilt analog auch für die anderen Stellenwerte. Ebenso hat das Dienes-Material gegenüber dem Goldenen Perlenmaterial den weiteren Vorteil, dass es für Schüler besser zu greifen und zu legen ist. Aus diesen Gründen werden wir in den nachfolgenden Darstellungen auch das Dienes-Material berücksichtigen.

## Einführung in das Dezimalsystem

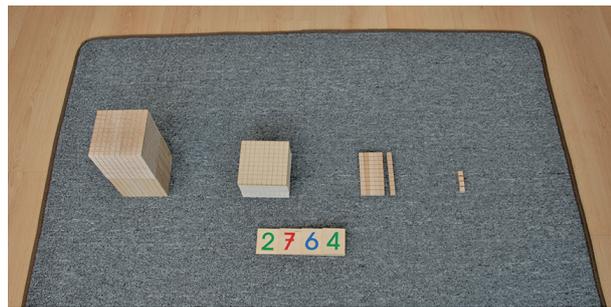
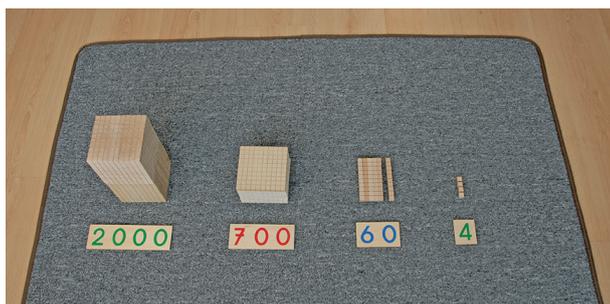
Um später mit dem Dienes-Material (bzw. dem Goldenen Perlenmaterial) operieren zu können, müssen die Schüler ein Verständnis der dezimalen Strukturen entwickelt haben und sicher in der Zahldarstellung sein.

Dazu können zunächst die Stellenwerte anhand des Dienes-Materials benannt werden: „Das ist ein Einer.“, „Das ist ein Zehner.“, „Das ist ein Hunderter.“ und „Das ist ein Tausender.“. Danach sollten die Stellenwerte in Beziehung zueinander gebracht werden. Hierfür kann zunächst mithilfe eines Einer-Würfels festgestellt werden, dass dieser genau zehnmal in eine Zehner-Stange passt. Diese Erkenntnis lässt sich auf die anderen Stellenwerte übertragen: Eine Zehner-Stange passt genau zehnmal in eine Hunderter-Platte usw. Verdeutlichen Sie auch die Zusammenhänge von Dienes-Material und Zahldarstellung mit dem Kartensatz: Ein Einer-Würfel entspricht beim Kartensatz der Zahl „1“; eine Zehner-Stange entspricht beim Kartensatz der Zahl „10“ usw.

Räumen Sie Ihren Schülern genügend Zeit ein, um diese Zusammenhänge zu durchdringen und zu üben.

Anstatt auf den kleinen und großen Kartensatz zurückzugreifen, können Sie die entsprechenden Zahlkarten gemäß der farblichen Konvention auch aus der Vorlage im Anhang (S. 30–34) selbst herstellen und laminieren.

Haben Ihre Schüler dies durchdrungen, können verschiedene Zahlen mit dem Dienes-Material und dem Kartensatz dargestellt werden.



Sensibilisieren Sie auch für Zahlen, die eine Nullstelle beinhalten. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Zahldarstellung mit der Kopiervorlage von S. 35 zu üben. Die Schüler können Elemente der Vorlage ausschneiden, in ihr Heft aufkleben und die Zahl mit bunten Stiften hinzuschreiben, um so eigenständig ohne Material verschiedene Mengen darzustellen.

Anschließend kann das sogenannte „Wechselspiel“ durchgeführt werden: Die Schüler holen eine beliebige Menge an Einer-Würfeln, Zehner-Stangen, Hunderter-Platten und Tausender-Kuben. Um die entstandene Menge ablesen zu können, wird das Material erst nach Stellenwerten geordnet – also Einer-Würfel zu Einer-Würfel, Zehner-Stange zu Zehner-Stange usw. Danach muss ggf. in den jeweils nächsthöheren Stellenwert getauscht bzw. gewechselt werden. Liegen z. B. zwölf Zehner-Stangen aus, werden zehn Stangen gegen eine Hunderterplatte getauscht, sodass nur noch zwei Zehner-Stangen übrig bleiben. Seien Sie hier nicht zu vorschnell mit Erläuterungen. Oft kommen Ihre Schüler selbst auf die Erkenntnis, dass von einer Sorte nicht mehr als neun liegen dürfen. Hilfreich ist es, wenn beim Wechselspiel ein Schüler die Rolle der Bank übernimmt und den Vorgang des Tauschens vollzieht. Die Strategie, dass beim Wechseln sinnigerweise bei der Einer-Stelle begonnen wird, sollte zu einem späteren Zeitpunkt ebenfalls thematisiert werden. Der Vorgang ist dann abgeschlossen, wenn die Zahl mit dem Kartensatz dargestellt werden kann.

Tipp: Um das Umtauschen zu verdeutlichen, kann auch das „Aufbrechen“ geübt werden. Es wird nur eine Zehner-Stange präsentiert. Die Schüler erhalten den Auftrag, dem Lehrer zwei Einer-Würfel zu geben. Es muss hierfür eine Zehner-Stange gegen zehn Einer-Würfel getauscht werden. Das lässt sich mit anderen Stellenwerten wiederholen. Gegeben ist eine Hunderter-Platte, der Lehrer möchte eine Zehner-Stange erhalten usw. Besonders eindrucksvoll ist der Tausch über mehrere Stellenwerte hinweg: Gegeben ist ein Tausender-Kubus, der Lehrer möchte einen Einer-Würfel erhalten. Bei leistungsstarken Schülern eignet sich diese Aufgabe auch als Einstiegsaufgabe.

### Einführung der Addition

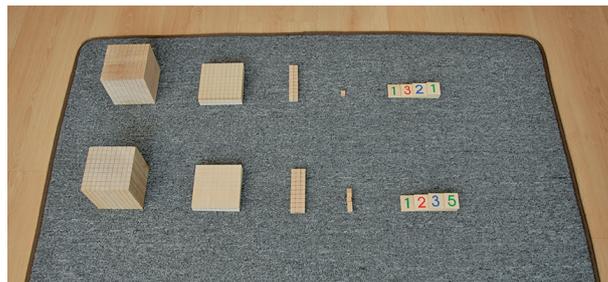
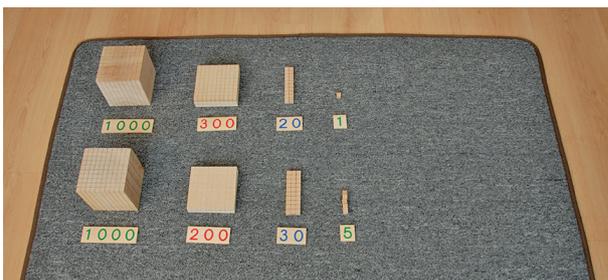
Wie bereits im Vorwort erwähnt, führen wir die Operationen mit dem Dienes-Material (wie auch mit allen anderen Montessori-Materialien) exemplarisch mit vierstelligen Zahlen durch. Bei lernschwachen Schülern sollte jedoch auf einen kleineren Zahlenraum zurückgegriffen werden.

Zu Beginn lernen die Schüler das Wesen der Addition kennen. Sie bilden hierfür zwei oder drei beliebig große Mengen mit dem Dienes-Material. Die Mengen werden schließlich zusammengeschoben. Der Lehrer erläutert: „Wir haben alles zusammengefügt. Das nennt man addieren.“

### Addieren ohne Stellenwertüberschreitung

Beispielaufgabe:  $1321 + 1235$

Zunächst werden beide Summanden mit dem Dienes-Material und zwei kleinen Kartensätzen dargestellt.



Durch das Zusammenschieben der Mengen wird die Addition vollzogen. Die beiden Kartensätze werden untereinander geschoben und das Plus-Zeichen als Symbol der Addition wird eingeführt: „Wenn wir etwas zusammenfügen, ist das das Zeichen für Addieren: plus. 1321 plus 1235.“



Die Menge wird stellenwertgerecht sortiert und die entsprechenden Zahlen des großen Kartensatzes werden hinzugelegt.



Das Ergebnis kann schließlich mit dem großen Kartensatz durch Übereinanderlegen der Karten abgelesen werden.

