

CUENTOS Y CUENTAS DE LOS MATEMÁTICOS

RAFAEL RODRÍGUEZ VIDAL

MARÍA DEL CARMEN
RODRÍGUEZ RIGUAL



EDITORIAL REVERTÉ

CUENTOS Y CUENTAS DE LOS MATEMÁTICOS

Rafael Rodríguez Vidal

Catedrático de Matemáticas
de la Facultad de la Universidad de Zaragoza

M^a del Carmen Rodríguez Rigual

Profesora agregada
del Instituto de Bachillerato de Lérida



EDITORIAL
REVERTÉ

Barcelona · Bogotá · Buenos Aires · México

Cuentos y cuentas de los matemáticos

Copyright © Rafael Rodríguez Vidal, María del Carmen Rodríguez Rigual

Edición en papel:

© Editorial Reverté, S. A., 1986

ISBN- 978-84-291-5149-7

Edición e-book (PDF):

© Editorial Reverté, S. A., 2020

ISBN: 978-84-291-9138-7

Diseño de la cubierta: David Kimura + Gabriela Varela

Propiedad de

EDITORIAL REVERTÉ, S. A.

Loreto, 13-15, Local B

08029 Barcelona

Tel: (34) 93 419 33 36

reverte@reverte.com

Reservados todos los derechos. La reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos, queda rigurosamente prohibida sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas por las leyes.

A nuestra
C A R M E L A ,
con gratitud siempre creciente.

R.

C.

Prólogo

*La alentadora acogida que ha conseguido el libro *Diversiones matemáticas*¹ ha sido una invitación a insistir en aquel modo de información matemática, que entre el pasatiempo y la ciencia, procuraba conservar la amenidad. Pero el autor de aquel libro, sujeto a otras obligaciones profesionales, no hubiese podido cumplir su deseo de continuar el ensayo, de no haber contado con una colaboración valiosa, la cual, con un criterio de didáctica activa, ha seleccionado las más oportunas entre las papeletas disponibles, ha añadido otras nuevas, y finalmente, ha ordenado el cúmulo de material elegido, hasta darle forma publicable, adecuada para la utilidad del libro que el lector tiene en sus manos.*

En cierto modo podríamos decir que éste es un libro de matemáticas compartidas, por varias razones. En primer lugar, creemos que presenta bastantes ejemplos de hechos matemáticos cuyo interés pueden compartir, como juego, los mayores y los niños. (Esto es de por sí un hecho social positivo, pero además, en lo que hace a la enseñanza, los recursos lúdicos y notas históricas, compartidos entre maestros y alumnos, resultan a veces inmejorable medio de orientar el interés o aliviar la tensión de la clase de Matemáticas. De donde, la cada vez mayor atención que se les otorga en la Didáctica.)

Por otra parte, se apuntan breves relatos y comentarios, que ponen de relieve cómo en las biografías de los matemáticos (tan desconocidas generalmente), se presentan circunstancias políticas, sentimentales, y hasta cómicas, cuyo valor humano hace que el interés por ellas puedan compartirlo personas muy ajenas al mundo matemático. Y asimismo, el valor estético de muchos resultados matemáticos puede ser compartido con el artista o espíritu cultivado que ponga un mínimo interés en aprehenderlo.

Y no hay más que explicar ahora, porque el libro es breve y él muestra pronto lo que da de sí. Para expresar nuestro deseo nos parecen conformes unas palabras escritas por el P. JUAN ANDRÉS (hacia 1790): «A mí me basta poder presentar una obra, que no sea enteramente inútil a los lectores, donde los estudiosos encuentren algo que aprender, y no tengan los doctos mucho que reprobar.»

R. R. V.

C. R. R.

¹ R. Rodríguez Vidal. *Diversiones matemáticas* (Edit. Reverté, S. A., 1.ª ed. 1983), libro que se reconoce deudor al de R. Rodríguez Annoni, *Al margen de la clase* (1958).

Índice analítico

PRIMERA PARTE

Problemas para plática y pasatiempo

1. Cuentos y cuentas de Oriente	3
a) Los guardianes de las naranjas	4
b) Problemas del <i>ilticá</i>	4
c) El codicioso castigado	4
2. Fábulas con la numeración	7
3. De ventas y precios extravagantes	9
a) Modesta ganancia en compraventa	9
b) Exigencia cumplida	10
c) Precio absurdo	10
d) Economías para una cadena rota	10
e) Pago exacto y puntual	10
f) Volatería	11
g) Negocio para tres	12
4. Multiplicaciones intrigantes	13
a) Amor por amor se acrece	13
b) Multiplicación forzada	14
c) Error mecanográfico	14
d) En la ciudad de los unos	14
e) Ejercicios de prestirritmia	15
5. Los trabacuentas	17
a) Trabacuentas florentino	17
b) Los comerciantes de Vich	19
c) Pleitos pastoriles	19

d) La propina	21
e) El bebedor internacional	21
f) La docenica del fraile	21
6. Juegos con veinte naipes	23
a) Elección aparente	23
b) Reparto de media baraja	24
c) Inocentadas	24
d) Diez parejas	25
7. Dardos, dados y billar	27
a) Puntería y Aritmética	27
b) Juego en familia	28
c) Suma de puntos con tres dados	28
d) Billar y Geometría	28
8. Para responder sin cálculos	31
a) Las diez fichas	31
b) Escala de estaturas	31
c) Juego con «chispa»	32
d) Cuestión de horario	32
e) Problemilla con moraleja	32
f) Las tapas desordenadas	33
g) Los maridos celosos	33
9. Para adivinar sin preguntar nada	35
a) Adivino improvisado	35
b) Los caramelos imaginarios	35
c) Compra segura	36
d) Cifra esperada	36
e) Final previsible	38
10. Número y forma en escena	39
a) Frase con cuenta y razón	39
b) Sobre lo que no ocurrió en Cartago	40
c) La Torre de Hanoi	41
11. Tangram y pavimentaciones	43
a) El tangram mínimo de Brügner	43

<i>Índice analítico</i>	XI
<i>b) Pavimentaciones regulares</i>	45
12. Para tertulias con lápiz y papel	47
<i>a) Adivinar la fecha de nacimiento</i>	47
<i>b) El teléfono del profesor</i>	47
<i>c) Por el hilo se saca el ovillo</i>	48
<i>d) El dominó recontado</i>	48
<i>e) Cuestión de medir y pesar</i>	49
<i>f) Teorema chino de los restos</i>	49
<i>g) Los dos bebedores</i>	51
13. Problemas notables de viejos libros	53
<i>a) Miscelánea aritmética</i>	53
<i>b) Música y progresión geométrica</i>	55
14. Los cuadrados mágicos	57
Definiciones	57
Un poco de historia	58
Sobre el número de cuadrados posibles	59
El grupo del cuadrado	60
Algunos métodos para obtener cuadrados mágicos	61
Cuadrados hipermágicos	64
Un cuadrado casi-mágico en el juego de los quince	65
<i>Soluciones y comentarios</i>	69

SEGUNDA PARTE

Relatos anecdóticos e históricos

15. La paradoja del montón de trigo	81
16. Las «paradojas» matemáticas del P. Feijóo	85
17. Paradojas ingenuas con el infinito	89
<i>a) Las cuentas del poeta</i>	89
<i>b) Diálogo de periodistas</i>	89
<i>c) Un mal paso al límite</i>	90

18. Panorámica de la historia de las matemáticas	91
1. Grecia. — 2. Alejandría. — 3. Roma. — 4. India. — 5. Arabia. — 6. Bizancio. — 7. El Renacimiento. — 8. El siglo XVII. — 9. Siglo XVIII. — 10. Siglo XIX	91
Nota en tres partes	
a) De THALES de Mileto	99
b) De PITÁGORAS de Samos	100
c) De ARQUÍMEDES de Siracusa	100
19. Mito, ciencia y poesía de los poliedros regulares	103
a) De Pitágoras a Alberti	103
b) El secreto de la estrella pitagórica	104
c) Media y extrema razón	106
d) Transferencia reiterada de la divina proporción	106
e) El más bello rectángulo	108
f) Poliedros regulares	110
g) Cosmología	112
h) Ángulos y polígonos construibles	113
20. Aforismos matemáticos de Leonardo da Vinci	115
21. Desafíos aritméticos	117
a) De Pisa a Méjico (pasando por España)	117
b) Desafíos aritméticos entre los grandes	119
22. Metodología según circunstancias	121
a) Lección para rústicos	121
b) Demostración para duques	123
c) Apunte cervantino de didáctica matemática	124
d) Un fraude histórico	125
e) Tres sabios y tres barqueros	126
23. Preparación aritmética al Fray Gerundio	129
24. Matemáticas, Física y fetichismo	133
25. Huellas femeniles en el camino de la Matemática	135
Hipatia de Alejandría. — Lilavati. — La monja Roswitha. — M. G. Agnesi. — Marquesa de Chastelet. — Marquesa de Espeja. — Lady Montagu. — Jo-	

sefa Amar y Borbón. — Intermedio con Moratin. — Sophie Germain. — Mary Fairfax Sommerville. — Lady Ada Lovelace. — S. C. Kowalewsky. — Emmy Noether	135
26. Cuestiones de pares y nones	147
<i>a)</i> Números pares e impares	147
<i>b)</i> El Yan y el Ying	148
<i>c)</i> Los hexagramas de la aquilea	149
<i>d)</i> La aritmética binaria	150
<i>e)</i> Onomancia y numeración	151
<i>f)</i> Probabilidades de la paridad	151
<i>g)</i> Sustituciones pares e impares	153
<i>h)</i> Recorridos eulerianos	157
<i>i)</i> Cuadrícula plegable de Dudeney	159
Glosario cronológico de autores	161
Índice de nombres citados	171

Primera parte

Problemas para plática y pasatiempo

Capítulo 1

Cuentos y cuentas de Oriente

En la inmensa India, propicia a todas las posibilidades de la más fastuosa imaginación oriental, se fue creando, desde muchos siglos antes de nuestra era, un depósito inagotable de apólogos y leyendas. Se ha perdido el texto original de sus compilaciones, pero se conservan con relativa abundancia arreglos y adaptaciones más tardías. La más célebre de éstas fue escrita en siriaco, entre los siglos IV a VI, con el título de *Kaligay y Damnaq*, versión del nombre de los dos chacales protagonistas. Posteriormente fue vertida al árabe como *Kalilah wa Dimnah*, y de aquí siguieron numerosas traducciones europeas. En España, el Infante Don JUAN MANUEL, a principios del siglo XIV, toma muchas historias de este libro para su *Libro de los ejemplos del Conde Lucanor y de Petronio*, del que muchos cuentos persisten en el conocimiento general de nuestro tiempo.

Puede extrañar este recordatorio literario en un libro centrado en las matemáticas. Pero su objeto es poner la atención en dos historias paralelas. Porque al mismo tiempo que se ideaban estos cuentos, se inventaba en la India la numeración y el cálculo con cifras. Y la invención era traducida y comentada por los árabes, y a través de los árabes difundida por Europa.

Al genio de una misma civilización, que creó por una parte los cuentos de *Las mil y una noches*, y por otra el *Álgebra*, debía resultar espontáneo presentar en forma de cuentos o adivinanzas los problemas de cálculo, una veces difíciles y otras de puro juego. Lo mismo que en el caso literario, estos cuentos/problema fueron pronto traducidos y divulgados en Europa, como hizo, por ejemplo, LEONARDO DE PISA, llamado FIBONACCI al comenzar el siglo XIII. Las antologías de amenidades matemáticas son ya abundantes en el siglo XVI. En España, la primera fue la del Bachiller JUAN PÉREZ DE MOYA (1562). La redacción de los enunciados varía con los autores, naturalmente, pero el fondo matemático de cada cuestión es bastante invariable.

A veces, el tener en las manos un objeto arqueológico, aunque sea tan sencillo como, por ejemplo, un vaso doméstico, nos llega a emocionar algo, tal vez porque con más o menos consciencia, ese objeto nos enlaza con nuestros ancestros del pasado más remoto. Así también, puede sentirse una punta de emoción enfrentados con un acertijo numérico fabulado, si se piensa que, lo mismo que a nosotros nos incita ahora, debió entretener en su instrucción a muchachos de civilizaciones apagadas ya, o ha servido mil veces para distraer en pláticas amigables momentos intrascendentes consumidos hace siglos.

Veamos tres ejemplos de tales problemillas.

a) Los guardianes de las naranjas

Un vagabundo furtivo entró en un huerto ajeno para apropiarse algunas naranjas. Al salir tropezó con un guardián que, compadecido por su necesidad, le dejó pasar haciéndole entregar la mitad de las naranjas que llevaba y otra media naranja. Con un segundo guardián consiguió, por lástima de sus ruegos, que también le dejase pasar, pero dándole también la mitad de las naranjas que tenía más media naranja. Y lo mismo exactamente le sucedió con un tercer guardián. Después de esto el ladronzuelo se vio en campo libre y en posesión de dos naranjas. Se pregunta cuántas naranjas había cogido al principio (*Véase pág. 69.*)

b) Problemas del ilticá

En su excelente traducción comentada del texto de *Álgebra* de ABENBEDER (autor árabe sevillano de principios del siglo XII), llama J. A. SÁNCHEZ PÉREZ *problemas del ilticá* (ilticá = encontrarse) a una serie de cuestiones en las que se parte del supuesto de que dos personas se encuentran y se proponen mutuamente una igualdad. Puede ser ejemplo el siguiente.

Dos hombres se encuentran teniendo cada uno de ellos una carga de limones. Le dice uno a su compañero: Si me das de los que tú llevas tres limones, tendremos los dos la misma carga. Contesta el segundo: Si tú me das de los que tienes seis limones, vendré a tener dos veces lo que te queda. Se pregunta cuántos limones llevaba cada uno. (*Véase pág. 69.*)

c) El codicioso castigado

Un campesino se dirigía a la ciudad, pensando tristemente que el dinero que llevaba no iba a ser suficiente para comprar el lechoncillo que deseaba. A la entrada del puente se encontró a un raro tipo (era el diablo, ni más ni menos) que le dijo: Conozco tu preocupación, y voy a proponerte un trato. Si lo aceptas, cuando hayas cruzado el puente tendrás en tu bolsa doble dinero que al empezar. No cuentes el dinero, que sería desconfianza por tu parte. Sólo debes contar 32 monedas para echarlas al río; yo sabré encontrarlas y éstas serán mi paga.

Aceptó el aldeano, y apenas cruzado el puente comprobó, lleno de alegría y sin necesidad de contar, que su bolsa pesaba bastante más que antes. Con gran contento echó las 32 monedas al agua. Le vino entonces la tentación de repetir la acción y no supo resistirla, así

que de nuevo pasó el puente, duplicó el dinero de su bolsa y pagó con 32 monedas. Todavía una tercera vez hizo esto mismo y, entonces, desolado, comprobó que se había quedado absolutamente sin ningún dinero. Desesperado, se tiró desde el puente al río, y el diablo cobró así su trabajo. Se pregunta cuánto dinero llevaba el campesino cuando le propusieron el malhadado trato. (*Véase pág. 69.*)

NOTA BREVE

Acerca de la práctica y la enseñanza de las Matemáticas en el antiguo Egipto se sabe muy poco. Los monumentos faraónicos, la agrimensura, los cálculos astronómicos y calendario, demuestran un nivel matemático muy superior al del único testimonio escrito que nos ha llegado, un papiro escrito por el sacerdote AHMES hacia el 1.700 a. de C., que se cree copiado de un original tal vez cinco siglos anterior. En cualquier caso, se trata de un formulario para cálculos de áreas y volúmenes y algún problema de progresiones y otros temas. Aún así, no desprecia del todo el fabular algún enunciado, o tal parece, si es acertada la siguiente versión de uno de ellos:

Siete personas tienen cada una siete gatos, cada gato come siete ratones, cada ratón come siete espigas de cebada, y cada espiga produce siete medidas de grano. ¿Cuál es el número de personas, gatos, ratones, espigas de cebada y medidas de grano en total?

Pero, según hemos ya apuntado, la cultura que primero dio a sus problemas de Matemáticas un enunciado poético y contable (de cuento), fue la hindú. Así, por ejemplo, el historiador J. BABINI cita entre otros enunciados, los siguientes:

1. En la mitad del combate, el furioso hijo de Prit'ha tomó un cierto número de flechas para matar a Carna; empleó la mitad contra su defensa; el cuádruplo de la raíz cuadrada contra los caballos; seis flechas traspasaron al cochero Salya, otras tres desgarraron el parasol de Carna y rompieron su estandarte y su arco, y una le atravesó la cabeza. ¿Cuántas flechas tenía el hijo de Prit'ha?

2. En una lucha amorosa se rompió un collar de perlas; un sexto de las perlas cayó al suelo, un quinto quedó sobre el lecho, la zagala salvó un tercio, un décimo guardó consigo el mancebo y seis perlas quedaron enhebradas. Dime ¿cuántas perlas tenía el collar?

Los textos de matemática hindú están frecuentemente en forma rimada, tal vez como recurso mnemotécnico, o para su uso como adivinanzas en fiestas sociales.

Para solucionar la cuestión 1, un estudiante de ahora llamaría x^2 al número de flechas pedido, y por ende x a su raíz cuadrada, con lo que traducirá el enunciado en la siguiente ecuación

$$\frac{x^2}{2} + 4x + 6 + 3 + 1 = x^2,$$