

Taschenbuch
für
Praktische Geometrie

Von

Dr. H. Löschner

o. ö. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn

Mit 10 Figuren im Text



Berlin und Leipzig 1922
Vereinigung wissenschaftlicher Verleger
Walter de Gruyter & Co.

vormalig G. J. Göschen'sche Verlagsbuchhandlung · J. Guttenberg, Verlagsbuchhandlung · Georg Reimer · Karl J. Trübner · Veit & Comp.

Alle Rechte, einschließlich des Übersetzungsrechts, vorbehalten.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Vorwort.

„Wissen allein ist nicht der Zweck
des Menschen auf Erden;
das Wissen muß sich im Leben auch
betätigen.“

Helmholtz

Dieses Taschenbuch enthält die wichtigsten Formeln der Praktischen Geometrie, dann Konstanten und Genauigkeitsangaben, Leitsätze für die Beobachtungen und Merkgeln für die Behandlung, Beförderung und Aufbewahrung geodätischer Instrumente und Geräte. Die Ergebnisse bemerkenswerter Untersuchungen sind tunlichst berücksichtigt, eigene Erfahrungen des Verfassers kurz und bündig niedergelegt und literarische Hinweise für weiteres, tiefergehendes Studium aufgenommen, soweit es der beschränkte Raum erlaubte.

Die Ableitungen der Formeln sind als bekannt vorausgesetzt: diesbezüglich wird auf die Vorlesungen und Lehrbücher verwiesen. Das gleiche gilt von den Berichtigungen der Instrumente, die im Hinblick auf den knapp bemessenen Umfang des Taschenbuches nicht aufgenommen werden konnten.

Die Anordnung des Stoffes ist so getroffen, daß nach einleitenden Abschnitten allgemeiner Bedeutung zunächst Auftrags- und Rechenarbeiten sowie sonstige Zimmerarbeiten, die den Gegenstand von Winterübungen an der

Hochschule bilden, behandelt werden, sodann die Feldarbeiten als Gegenstand der Sommerübungen.

Die Praktische Geometrie ist in diesem Taschenbuche hauptsächlich vom Gesichtspunkte des Bauingenieurs und Geometers behandelt, ohne daß gelegentliche Ausblicke in die Anwendungsgebiete der Geodäten, Topographen, Markscheider, Geographen, Forschungsreisenden ausgeschaltet wären. Entsprechend den erhöhten Anforderungen unserer Zeit ist auf die Erzielung wirtschaftlicher Arbeit besonderes Gewicht gelegt. Denn schon mit dem Beginne selbständiger Arbeit muß das Bestreben einsetzen, mit dem geringsten Aufwand an Zeit und Kosten die größten Leistungen zu vollbringen unter Bedachtnahme auf die jeweils erforderliche Genauigkeit, die sich in erster Linie nach dem Zwecke der Aufnahme richtet und weder zu gering, noch zu hoch eingeschätzt sein soll. Das richtige Einschätzen der unter gegebenen Verhältnissen zu erwartenden Genauigkeit und die danach zu treffende Auswahl der besten Arbeitsmethode bedingt besondere Vorsicht und Erfahrung, weil der Ingenieur seine Beobachtungen und Messungen zumeist unter allen möglichen, oft recht ungünstigen Begleitumständen zu machen gezwungen ist. Für sehr heikle Arbeiten wird allerdings jeder gewissenhafte Ingenieur durch geeignete Arbeitseinteilung besonders günstige Beobachtungsverhältnisse vorzubehalten suchen im Sinne der Worte, die Gauss an Olbers richtete:

„Man sollte nie anders als unter günstigen Umständen beobachten, wo die Luft nicht wallt, kein Wind das Instrument erschüttert, die Aufstellung ganz solide ist.“

Brünn, im September 1922.

Dr. H. Löschner.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einiges aus der Literatur	IX
I. Maßsysteme	1
§ 1. Längenmaße	1
§ 2. Flächenmaße	4
§ 3. Winkelmaß	5
§ 4. Umwandlung von Bogen- in Gradmaß	6
II. Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate	6
§ 5. Der mittlere Fehler	6
§ 6. Der wahrscheinliche Fehler.	7
§ 7. Art der Beobachtungen und Prinzip der Ausgleichung	7
§ 8. Mittlerer Fehler einer Funktion direkt beobachteter Größen	7
§ 9. Direkte Beobachtungen	8
§ 10. Doppelbeobachtungen	9
§ 11. Vermittelnde Beobachtungen mit 2 Unbekannten	10
§ 12. Vermittelnde Beobachtungen mit 3 Unbekannten	12
§ 13. Bedingte Beobachtungen	13
III. Gestalt und Größe der Erde	15
§ 14. Festzahlen für das Erdellipsoid	15
§ 15. Schwerkraft und Länge des Sekundenpendels	17
§ 16. Das Geoid	19
§ 17. Festzahlen für die Erde als Kugel	22
IV. Zu Auftrags- und Rechenarbeiten	23
§ 18. Längenausdehnungskoeffizienten	23
§ 19. Thermometerteilungen	25
§ 20. Metall-Legierungen	25
§ 21. Innere Wärmeleitungsfähigkeit	26
§ 22. Ablesemittel	26
§ 23. Punktauftragung nach rechtwinkligen Koordinaten	29

	Seite
§ 24. Winkelauftragung	29
§ 25. Koordinatensysteme bei Landesvermessungen	30
§ 26. Triangulierung	31
§ 27. Meridiankonvergenz	35
§ 28. Hilfsformeln zur trigonometrischen Punktbestimmung	36
§ 29. Einfache trigonometrische Punktbestimmungen	36
§ 30. Polygonzüge (Streckenzüge)	42
I. Berechnung eines Polygonzuges mit beiderseitigem vollständigem Anschluß	42
II. Fehlergrenzen	44
III. Berechnung eines geschlossenen Zuges	49
IV. Berechnung eines freien (offenen) Zuges	50
§ 31. Flächenberechnung	50
I. Aus Messungszahlen	50
a) nach den Trapezformeln	50
b) nach den Gaußschen Formeln	52
c) nach der Dreiecksformel	53
d) für Vielecke aus Winkeln und Seiten	53
II. Aus dem Plane (graphisch)	54
a) durch Zerlegen der Berechnungsfigur in Dreiecke	55
b) durch Zerlegen nach Parallelen durch alle Ecken	55
c) durch graphische Verwandlung	55
d) mit Hilfe eines Parallelnetzes	55
e) mit Quadratnetz	55
f) mit Umfahrungsplanimeter	55
III. Halbgraphische Flächenberechnung	58
§ 32. Papiereingang	59
§ 33. Kontrolle und Fehlergrenzen für Flächenberechnungen	59
§ 34. Teilung und Grenzregelung bei Grundstücken verschiedener Bonität	61
V. Konstante an Bestandteilen der Instrumente	62
§ 35. Libellen	62
§ 36. Linsen	65
§ 37. Lupen	67
§ 38. Das zusammengesetzte Fernrohr	67
§ 39. Sehschärfe	70
VI. Zu Feldarbeiten	72
§ 40. Genauigkeit im Vertikalstellen von Fluchtstäben	72
§ 41. Genauigkeit im Ausfluchten von Geraden	72

	Seite
§ 42. Maßgenauigkeit für Meßplatten und Meßbänder	72
§ 43. Fehlerfortpflanzung und Genauigkeit bei direkten Längenmessungen	73
§ 44. Die Längenmessung geneigter Strecken.	75
§ 45. Genauigkeit der einfachen Winkelabstecker	76
§ 46. Ablesegrenze für Polygonzüge und Koordinatenaufnahmen	77
§ 47. Fehlergrenze für Grundteilungspläne	78
§ 48. Optische Längenmessung	78
I. Fadendistanzmesser nach Reichenbach	78
II. Logarithmische Methode nach Tichy	80
III. Mikrometrische Distanzmessung mit horizontaler Latte	81
IV. Trigonometrische Distanzmessung nach Böhler und nach Tichy	81
§ 49. Reduktion der Grundlinien auf den Meereshorizont	84
§ 50. Genauigkeit der Arbeit mit Staffelfenzug	85
§ 51. Genauigkeit im Abschreiten	85
§ 52. Messung mit Theodolit	86
I. Visurfehler (Zielfehler) und Ablesefehler	86
a) Einfluß der Operationsfehler bei einfacher Winkelmessung	86
b) Einfluß der Operationsfehler bei wiederholter einfacher Winkelmessung	86
c) Einfluß der Operationsfehler bei Repetition (Multiplikation)	87
d) Einfluß der Operationsfehler bei Richtungsbeobachtungen	87
II. Zielaachsen-, Kippachsen- und Stehachsenfehler	87
III. Zentrierungsfehler	88
§ 53. Zur Praxis der Horizontalwinkelmessung	89
§ 54. Genauigkeit beobachteter Winkel im Dreieck	92
§ 55. Leitsätze für Feinwinkelmessung	92
§ 56. Polygonzüge, Anlage und Messung	95
§ 57. Messungen mit Bussole	96
§ 58. Magnetische Deklination	96
§ 59. Theodolitzug und Bussolenzug	97
§ 60. Freihandwinkelschätzung	98
§ 61. Nivellieren, Fehlerformeln	98
§ 62. Genauigkeit von Nivellements	100
§ 63. Ausgangspunkte der Höhenangaben	101
§ 64. Merksätze zum Nivellieren	102

	Seite
§ 65. Zenitwinkel- und Höhenwinkelmessung	109
1. Durchlaufende Bezifferung am Höhenkreis	109
a) rechtssinnisch	109
b) widersinnisch	110
2. Quadrantenbezifferung	111
3. Halbkreisbezifferung	112
§ 66. Trigonometrische Höhenmessung	112
§ 67. Trigonometrische Querprofilmessung	114
§ 68. Tachymetrische Aufnahmen. — Formeln	115
§ 69. Regeln zur Tachymetrie	116
§ 70. Meßbandbussolenzüge	123
§ 71. Barometrische Höhenmessung	123
§ 72. Tiefenschätzung durch freien Fall	126
§ 73. Distanzschätzen nach dem Schalle	126
§ 74. Grundformeln zur Bildmessung (Photogrammetrie)	127
I. Einfache Bildmessung	127
II. Raumbildmessung	128
§ 75. Absteckungen	129
I. Hauptpunkte für Kreisbögen	129
II. Übergangskurve	130
III. Kleinpunkte des Kreisbogens	131
IV. Bogenabsteckungstafeln	133
§ 76. Leitsätze für Aufnahmen und Beobachtungen	133
§ 77. Günstigste Beobachtungszeit	135
I. bei Triangulierungen	135
II. für Feinnivellements	136
III. beim Höhenwinkel messen	136
IV. für optisches Längen messen	137
V. für Längen messen mit Stahlband	137
§ 78. Behandlung von Instrumenten und Geräten und Beseitigen von Mängeln	137
Namen- und Sachregister	142

Einiges aus der Literatur.

- Doležal, Hand- u. Lehrb. d. Nied. Geod. Wien, Seidel. 3 Bde. (11. Aufl. 1921).
- Jordan-Reinhertz-Eggert, Handb. d. Vermessgsk. Stuttgart. Metzler. 3 Bde. I. (7. Aufl.) 1920, II. (8. Aufl.) 1914, III. (6. Aufl.) 1916.
- Abendroth, Praxis des Vermessungsingenieurs. Parey. 1912.
- Adamczik, Kompendium der Geodäsie. Deuticke. 2. Aufl. 1919.
- Brathuhn, Markscheidkunst, 4. Aufl. Leipzig 1908.
- Eggert, Einführung in die Geodäsie. Teubner. 1907.
- Gauß, F. G., Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmeßkunst. 3. Aufl. Stuttgart 1906.
- Gesetze und Vorschriften betreffend den Grundsteuerkataster und dessen Evidenzhaltung. Wien 1912.
- Hammer, Lehrb. d. element. Praktischen Geometrie. Bd. I. (Feldmessen u. Nivellieren). Teubner. 1911.
- Helmert, Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. 2. Aufl. Teubner. 1907.
- Hohenner, Geodäsie. Teubner. 1910.
- Hugershoff u. Cranz, Grundlagen der Photogrammetrie aus Luftfahrzeugen, Wittwer 1919.
- Instruktion für Polygonalvermessungen des Grundsteuerkatasters (J. f. P.). Wien 1904.
- Instruktion für Meßtischaufnahmen (J. f. M.). Wien 1907.
- Kalender für Verm.-wesen u. Kulturtechnik (Hrsg. Jordan, Schleich, Müller), Wittwer. (Mit Müllers Angaben über Neuliteratur.)
- Katasteranweisung VIII vom 25. Okt. 1881. Berlin. Deckers Verlag.
- Katasteranweisung IX vom 25. Okt. 1881 (trigon. u. polygon. Arbeiten). Berlin. Decker.
- Katasteranweisung II vom 21. Febr. 1896. Berlin. Decker.
- Mintrop, Einführung in die Markscheidkunde, Springer 2. Aufl. 1916.
- Näbauer, Vermessungskunde. Springer. 1922.
- Pollack, V., Kurze Praktische Geometrie. Wien 1919. 2. Aufl.
- Pulfrich, Über Photogrammetrie aus Luftfahrzeugen, Jena 1919.

- Vogler, Geodätische Übungen. 2 Teile. 3. Aufl. Berlin 1910 und 1913.
 Weitbrecht, Lehrb. der Vermessungskunde. 2 Teile. Wittwer. 1910 u. 1911.
 Wellisch, Theorie u. Praxis der Ausgleichsrechnung. Fromme. 2 Bde. Wien u. Leipzig 1909.

Sammlung Götschen:

- Bd. 423. Adler, Fünfstellige Logarithmen.
 „ 302 u. 641. Weitbrecht, Ausgleichsrechnung.
 „ 102. Reinhertz-Förster, Geodäsie.
 „ 468 u. 469. Werkmeister, Vermessungskunde.
 „ 607. Hugershoff, Kartographische Aufnahmen.
 „ 699. Dock, Photogrammetrie und Stereophotogrammetrie.
 „ 30. Gelcich, Sauter und Dinse, Kartenkunde.

Sammlung „Aus Natur und Geisteswelt“:

- Egerer, Kartenkunde. 1920.
 Hegemann, Ausgleichsrechnung. 1919.
 Lüscher, Photogrammetrie. 1920.

Zeitschriften:

- Zeitschr. für Vermessungswesen. Stuttgart (Z. f. V.).
 Zeitschr. für Instrumentenkunde. Berlin (Z. f. I.).
 Österreichische Zeitschr. für Vermessungswesen. Wien (Ö. Z. f. V.).
 Schweizerische Zeitschr. für Vermessungswesen und Kulturtechnik (Schw. Z. f. V.).
 Allgemeine Vermessungs-Nachrichten (A. V. N.).
 Zeitschr. für Feinmechanik (Z. f. F.) (bis 1912 „Der Mechaniker“).
 Mitteilungen des k. u. k. Militärgeographischen Instituts, Wien (M. d. M. G. I.).

I. Maß-Systeme.

§ 1. Längenmaße.

Das Meter.

Zur Zeit der französischen Revolution (1790) wurde in Frankreich die Einführung einer neuen Längeneinheit, des Meters (griech. metron, Maß), beschlossen. Es sollte ein „Naturmaß“, und zwar der zehnmillionste Teil des Erdmeridianquadranten durch Paris werden. Auf Grund der von Delambre und Méchain durchgeführten Gradmessung wurde die Länge des Meters mit 443,296 Pariser Linien der Toise du Perou bei $+ 13^{\circ}$ R ($16,25^{\circ}$ C) festgesetzt (mètre vrai et définitiv). Danach wurde 1799 als Urmeter (mètre prototype, Prototyp = Urbild, Urmaß) ein von Lenoir verfertigter Endmaßstab aus Platin (25 mm breit, 4 mm hoch) mit der Nominallänge bei der Temperatur 0° im Pariser Staatsarchiv hinterlegt.

Dieses Urmeter heißt mètre des archives (Archivmeter). Man fand bald, daß seine Länge nicht das gewünschte Naturmaß darstellt, behielt aber die durch den Platinstab bei 0° gegebene Längeneinheit (gegenüber dem beabsichtigten Naturmaß um 0,2 mm zu klein).

Die Unterteilungen des Meters sind mit latein. Vorsilben deci, centi, milli, die Vielfachen mit griech. Vorsilben deka, hekto, kilo bezeichnet.

Bei der 1867 in Berlin abgehaltenen Konferenz der vom preuß. General Baeyer 1861 gegründeten mitteleuropäischen Gradmessung¹ wurde die Schaffung eines neuen Meterprototyps

¹ 1866 zur „Europäischen Gradmessung“, 1886 zur „Internationalen Erdmessung“ erweitert.

angeregt. Die Vorschläge führten zu internationalen Verhandlungen und im Jahre 1875 wurde die internationale Meterkonvention gegründet, welcher Vertrag zur gemeinschaftlichen Errichtung des Internationalen Maß- und Gewichts-bureaus (Bureau international des poids et mesures) im Pavillon de Breteuil nächst Sèvres bei Paris führte. Auf der ersten Generalkonferenz dieses Internationalen Maß- und Gewichts-bureaus 1889 wurde ein neues internationales Meterprototyp aus 90% Platin und 10% Iridium angenommen. Es ist ein Strichmaß mit X-förmigem Querschnitt. Die Länge des Archivmeters ist in der neutralen Schicht aufgetragen und durch feine Querstriche begrenzt, denen zu beiden Seiten je ein Hilfsstrich beigezeichnet ist. Die Meßrichtung ist durch zwei parallele Längstriche von 0,2 mm Abstand gegeben.

Das Meter ist zu definieren als Abstand zweier Querstriche auf dem internationalen Meterprototypen im Pavillon de Breteuil, gemessen in der durch Doppelstrich bezeichneten Längsrichtung bei 0° C.

Von diesem internationalen Urmaße wurden 30 Kopien in gleicher Form und aus der gleichen Legierung für die der Meterkonvention angehörigen Staaten hergestellt. Das Deutsche Reich erhielt den Stab Nr. 18, Österreich die Stäbe Nr. 15 und Nr. 19 (Nr. 15 ist feuersicher eingeschlossen, Nr. 19 dient als Manipulationsnormale ersten Ranges). Die Stäbe befinden sich im Gebäude der Reichsanstalt für Maß und Gewicht in Berlin bzw. im Gebäude der Normaleichungskommission in Wien. Das mit gotisch \mathfrak{M} bezeichnete internationale Urmeter hat die Gleichung:

$$\mathfrak{M} = 1 \text{ m} + (8,651 t + 0,001 t^2) \mu,$$

$$\text{Urmaß Nr. 15} = 1 \text{ m} + 0,9 \mu + (8,655 t + 0,001 t^2) \mu \pm 0,2 \mu,$$

$$\text{Urmaß Nr. 18} = 1 \text{ m} - 1,0 \mu + (8,642 t + 0,001 t^2) \mu \pm 0,2 \mu.$$

$$t = \text{Temperatur in Celsius; } \mu \text{ (Mikron)} = 0,001 \text{ mm.}$$

Das Meter wurde gesetzlich eingeführt in Frankreich mit Gesetz vom 25. Juni 1800, in Deutschland durch Gesetz vom 17. August 1868 mit 1. Januar 1872, in Österreich-Ungarn durch Gesetz vom 23. Juli 1871 mit 1. Januar 1876.

Als neues Naturmaß (zur Sicherung des Metersystems) gilt die Wellenlänge λ des roten Lichtes im Kadmiumspektrum, reduziert auf trockene Luft bei 15° C und 760 mm Druck (erste Messungen in Breteuil 1892/93 vom amerik. Prof. Michelson, neuere Messungen 1907). Das Platin-Urmeter hat die Länge:

$$1 \text{ m} = 1553164 \lambda, \text{ und } \lambda = 0,643847 \mu \text{ (Mikron).}$$

Größere Maße:

- 1 Megameter = 1000 km; 1 Myriameter = 10 km.
 1 Geographische Meile ($\frac{1}{15}$ Äquatorgrad) =
 7,42044 km.
 1 Seemeile (als mittl. Meridianminute) = 1,852 km.
 1 Seemeile (als Bogenlänge einer Äquatorminute =
 $\frac{1}{4}$ geogr. Meile) = 1,855 11 km.
 1 Kabel = $\frac{1}{10}$ Seemeile = 185 m.
 1 Faden (Nautik) = 6 Fuß, also gegen 2 m, in Ham-
 burg 1,719 m, in Preußen 1,833 m, in Frankreich
 1,642 m, in England 1,829 m.

Ältere Maße in den Nach-
 folgerstaaten Ostreichs

- 1 Wiener Klafter ($^{\circ}$) = 6 Fuß = 1,896484 m.
 1 Wiener Fuß ($'$) oder Schuh = 12 Zoll = 0,316081 m.
 1 Wiener Zoll ($''$) = 12 Linien ($'''$) = 2,6340 cm.
 Die Bergwerkslachter, die ursprünglich an verschiedenen
 Orten verschiedene Länge hatte, erhielt später gesetzlich
 die Länge einer Klafter. Für Vermessungszwecke wurde
 Klafter und Lachter dezimal unterteilt.
 1 Österr. (Post-)Meile = 4000 Wiener Klafter = 7,585936 km.
 1 Elle = 0,777558 m.
 1 Faust (Pferdemaß) = 4 Zoll = 16 Strich = 10,5360 cm.

Ältere deut-
 sche Maße

- 1 preuß. Rute = 12 Fuß = 3,766242 m.
 1 preuß. (rheinländ.) Fuß = 12 Zoll = 0,313853 m.
 1 preuß. Zoll = 12 Linien = 2,6154 cm.
 1 preuß. Dezimalfuß = 0,376624 m.
 1 preuß. Meile = 2000 Ruten = 7,53248 km.

In den anderen Ländern Deutschlands ist der Fuß kleiner,
 er sinkt bis 0,25 m (Hessen-Darmstadt). Die Verhältniszahlen
 der verschiedenen Fußmaße sind gelegentlich von Bedeutung,
 weil die Landesvermessung fast überall in die Zeit vor Einführung
 des Metersystems fällt.

Altfranzös.
 Maße

- 1 Toise = 6 Pariser Fuß = 1,9490 m.
 1 m = 0,513074 Toisen.
 1 Pariser Fuß = 12 Pariser Zoll = 32,48 cm.
 1 Pariser Zoll = 12 Pariser Linien = 2,71 cm.
 1 Pariser Linie = 2,26 mm.

Englisches Maßsystem	{	1 yard = 3 feet = 0,9144 m.
		1 foot = 12 inches = 30,479 cm.
		1 inch (Zoll) = 2,54 cm.
		1 fathom (engl. Faden für Tiefenmessungen) = 2 yards = 6 feet.
		1 rod, pole oder perch (engl. Rute) = 5 $\frac{1}{2}$ yards.
		1 surveyors chain (enthaltend 100 links) = 22 yards = 20,117 m.
		1 furlong = 10 chains = 220 yards.
		1 engl. Meile (statute mile) = 8 furlongs = 80 chains = 1760 yards = 1,609 km.
		1 engl. Knoten = 1,853 km (entspricht einer Seemeile).

Das Urmaß des yard ist durch ein Strichmaß auf einem Bronzestab bei 62° F (16 $\frac{2}{3}$ ° C) gegeben und wird laut Gesetz von 1878 im „Board of Trade“ aufbewahrt. Je eine Kopie befindet sich in der Sternwarte Greenwich, in der Royal Society, in der Royal Mint und im Westminster Palast.

Das englische Maß bildet auch die Grundlage des nord-amerikanischen und zum Teil des russischen Maßes.

Die russische Längeneinheit ist die Saschene.

1 Saschene = 3 Arschinen = 7 englische Fuß = 2,13358 m.

1 Arschine (Elle) = 28 Zoll oder 16 Verschock = 0,71 m.

Russische Fuß und Zoll sind gleich den englischen.

1 russ. Werst = 500 Saschen = 3500 Fuß = 1,06679 km.

Mit 1. Januar 1922 wurde in Rußland das metrische Maß- und Gewichtssystem für Handel und Verkehr eingeführt.

§ 2. Flächenmaße.¹

1 a = 100 m².

1 ha = 100 a = 10000 m².

1 km² = 100 ha = 10000 a = 1000000 m².

1 geogr. Quadratmeile = 55,06293 km².

¹ Die vom internationalen Meterausschuß 1884 beschlossenen Abkürzungen km², m², cm² sind über Beschluß des Bundesrates vom Dezember 1911 auch im Deutschen Reiche neben den daselbst 1877 eingeführten Quadratzeichen qkm, qm, qcm in Gebrauch gekommen. Zur Trennung der Einerstellen von den Dezimalstellen dient in Deutschland das Komma, in den Nachfolgestaaten Österreichs der Punkt

Nachfolgestaaten Oesterreiche	}	1 Quadratmeile = 10000 Joch.
		1 Joch = 1600 Quadratklafter = 57,54642 a.
		(Im alten Katastermaßstab 1'' = 40° entspricht 1 Quadrat- zoll = 1 Joch.)
		1 Quadratklafter (q ^o) = 3,596652 m ² .
		1 ha = 1,737727 Joch.
		1 Strich (oder Scheffel) = 1/2 Joch.
Preußen	}	1 Metzen = 1/2 Joch.
		1 ha = 5,198 Metzen.
		1 ungar. Joch = 1200 Quadratklafter.
		1 preuß. Quadratrute = 144 Quadratfuß = 14,184579 m ² .
		1 preuß. Quadratfuß = 0,0985 m ² .
		1 preuß. Morgen = 180 Quadratruten = 0,255322 ha.
engl. Maß	}	1 preuß. Hufe = 30 Morgen.
		1 acre = 160 sq. rods = 0,404678 ha.
		1 square mile = 640 acres = 2,58994 km ² .
		1 sq. foot = 144 sq. inches.

§ 3. Winkelmaß: A. Gradmaß, B. Bogenmaß.

A 1. Sexagesimalteilung (a. T. = alte Teilung):

Voller Winkel (Vollkreis) = 360°; 1° = 60'; 1' = 60''.

A 2. Zentesimalteilung (n. T. = neue Teilung):

Voller Winkel = 400^s (Neugrad); 1^s = 100^c (Neu-
minuten); 1^c = 100^{cc} (Neusekunden).¹

Diese Zentesimalteilung wurde im Jahre 1919 in Frankreich gesetzlich eingeführt; die 90°-Teilung des Quadranten ist dort nur noch nebenbei zugelassen.

Umwandlung: 9° = 10^s; 1^s = 54'; 1° n. T. = 32,4'
a. T.; 1^{cc} n. T. = 0,324'' a. T.

A 3. Nonagesimalteilung (Sexagesimalsystem mit dezi-
maler Unterteilung):

Voller Winkel = 360°; z. B. 8,732° mit Zehntel-,
Hundertstel- und Tausendstelgraden.

¹ Man findet auch die Bezeichnungen: 1^s = 1° = 100', 1' = 100'

6 II. Ausgleichsrechnung nach d. Methode kleinster Quadrate.

A 4. Strichteilung (Militärmaß):

Voller Winkel = 6400 Strich; Quadrant = 1600 Strich;
1 Strich = $3' 22,5''$ (entsprechend dem Winkel
für 1 m in 1 km Abstand).

B. Das Bogenmaß gibt die Bogenlänge für $r = 1$.

§ 4. Umwandlung von Bogen- in Gradmaß.

Zum Winkel α , ausgedrückt im Gradmaß, gehöre
die Bogenlänge $\widehat{\alpha}$, ausgedrückt in der Halbmessereinheit.

$$\begin{aligned} \alpha' &= \rho' \cdot \widehat{\alpha}; & \rho' &= 3437,75 = \text{rd. } 3438' \\ \alpha'' &= \rho'' \cdot \widehat{\alpha}; & \rho'' &= 206264,8 = \text{rd. } 206265'' \end{aligned}$$

für Zentesimalteilung (n. T.):

$$\begin{aligned} \alpha^{\infty} &= \rho^{\infty} \cdot \widehat{\alpha}; \\ \rho^{\infty} &= \frac{200 \times 100 \times 100}{\pi} = 636619,71^{\infty} = \text{rd. } 636620, \end{aligned}$$

ρ = Umwandlungszahl (Reduktionsfaktor).

II. Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate.

§ 5. Der mittlere Fehler.

Ist w der wahre Wert, o der Beobachtungswert und Δ der „wahre Fehler“, dann ist

$$o + \Delta = w \quad \text{und} \quad \Delta = w - o.$$

Bei n Beobachtungen folgt der „mittlere Fehler“ m einer Beobachtung aus:

$$m^2 = \frac{[\Delta^2]}{n}$$

6 II. Ausgleichsrechnung nach d. Methode kleinster Quadrate.

A 4. Strichteilung (Militärmaß):

Voller Winkel = 6400 Strich; Quadrant = 1600 Strich;
1 Strich = $3' 22,5''$ (entsprechend dem Winkel
für 1 m in 1 km Abstand).

B. Das Bogenmaß gibt die Bogenlänge für $r = 1$.

§ 4. Umwandlung von Bogen- in Gradmaß.

Zum Winkel α , ausgedrückt im Gradmaß, gehöre
die Bogenlänge $\widehat{\alpha}$, ausgedrückt in der Halbmessereinheit.

$$\begin{aligned} \alpha' &= \rho' \cdot \widehat{\alpha}; & \rho' &= 3437,75 = \text{rd. } 3438' \\ \alpha'' &= \rho'' \cdot \widehat{\alpha}; & \rho'' &= 206264,8 = \text{rd. } 206265'' \end{aligned}$$

für Zentesimalteilung (n. T.):

$$\begin{aligned} \alpha^{\infty} &= \rho^{\infty} \cdot \widehat{\alpha}; \\ \rho^{\infty} &= \frac{200 \times 100 \times 100}{\pi} = 636619,71^{\infty} = \text{rd. } 636620, \end{aligned}$$

ρ = Umwandlungszahl (Reduktionsfaktor).

II. Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate.

§ 5. Der mittlere Fehler.

Ist w der wahre Wert, o der Beobachtungswert und Δ der „wahre Fehler“, dann ist

$$o + \Delta = w \quad \text{und} \quad \Delta = w - o.$$

Bei n Beobachtungen folgt der „mittlere Fehler“ m einer Beobachtung aus:

$$m^2 = \frac{[\Delta^2]}{n}$$