DIE THEORIEN

DER

ELEKTRODYNAMIK

NACH IHRER GESCHICHTLICHEN ENTWICKELUNG.

VON

DR. GEORG HELM,

GEH. HOFRAT,
O. PROFESSOR AN DER K. TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU DRESDEN.

MIT FIGUREN.

LEIPZIG
VERLAG VON VEIT & COMP.
1904

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig

Vorwort.

Dieses Buch ist aus Vorlesungen hervorgegangen, die es sich zur Aufgabe gestellt hatten, in den Ideenkreis der heutigen Elektrodynamik durch eine Übersicht über das geschichtliche Werden und Wandeln dieser Ideen einzuführen. Im Unterricht und in der Literatur treten dem jungen Elektriker heute so mannigfache Betrachtungsweisen und Darstellungsmethoden entgegen, daß es für ihn besonders wertvoll ist, den inneren Zusammenhang zu erkennen, der alle diese Gedankenkreise als Glieder einer und derselben Entwickelungskette erscheinen läßt. Auch enthalten die älteren, in den systematischen Darstellungen jetzt mehr und mehr zurücktretenden Theorien so viel Klares und Gereiftes, daß ihre Methoden nicht verdienen, bei der Ausbildung in der Elektrodynamik gänzlich übergangen zu werden. Freilich lohnt es nicht bei der reichen Fülle dessen, was der Studierende sich aneignen muß, die Geschichte dieses Wissensgebietes um ihrer selbst willen zu überliefern, vielmehr kann der Zweck solcher geschichtlichen Darstellungen nur der sein, das Verständnis des jetzigen Zustandes zu klären und zu vertiefen. Ich habe mich daher für berechtigt gehalten, überall nur das Grundlegende zu geben und manche ältere Theorie so darzustellen, wie der Urheber seinen physikalischen Gedanken durchgeführt hätte, wenn er bereits mathematische Methoden hätte anwenden können, deren Verständnis sich erst später, gerade infolge der physikalischen Entwickelung, verbreitet hat.

Wie die jeweiligen wissenschaftlichen Erfahrungen begriffen und mathematisch erfaßt werden, wie die Theorie dient, Erscheinungen vorauszusagen, sei es für technische Zwecke, sei es zur Prüfung der Theorie selbst, und wie sich in diesen Bestrebungen nun wieder

die Theorie verändert, — das alles läuft in der Elektrodynamik während einer nach historischem Maße so kurzen Spanne Zeit ab, daß der eigentümliche Reiz, den dieses Spiel der Ideen auf den Beschauer ausübt, nicht ohne Eindruck auf seine naturwissenschaftlichen Anschauungen bleiben kann. Wenn irgend eine physikalische Ideenentwickelung, kann ihn die Geschichte der Elektrodynamik lehren, daß alle Tatsachen Beziehungen sind und daß alles Absolute, insoweit es als absolut gedacht wird, keiner Tatsache entspricht.

Ich hoffe, diesen Zielpunkt vor allem bei der Darstellung der hypothetischen Versuche im sechsten Teile des Buches getroffen zu haben, wo auch eine Skizze eigener Entwürfe Aufnahme gefunden hat.

Die Schwierigkeit der Aufgabe, dies ganze bewegte Geistesleben in kurzen Zügen wiederzugeben, ist mir während der Bearbeitung immer bewußter geworden. Obschon ich im Texte nur so viel zitiert habe, als für den Studierenden, der die Quellen aufsucht, angemessen ist, wird dies doch genügen, um zu kennzeichnen, was ich anderen Darstellungen der Elektrodynamik entlehnt habe. Indessen sei an dieser Stelle ausdrücklich hervorgehoben, daß der Kenner manche Züge aus COHNS tief gearbeiteter Darstellung des MAXWELLschen Systems in meinem Buche wiederfinden wird. Für die ältere Elektrodynamik aber habe ich vor allem die Arbeiten CARL NEUMANNS benutzt und kann nur wünschen, daß etwas von der eindringlichen Klarheit seiner Darstellung und der Genauigkeit seines Urteils auf meinen Abriß übergegangen sein möchte.

Dresden, August 1904.

Georg Helm.

Inhalt.

Erster Teil: Wechselwirkung zwischen Magnet und Strom. Oersted, Ampère.

Seite

1. Abschnitt: Oerstedts Entdeckung und seine Auffassung derselben . 1
Die Entdeckung. Die Fassung des Gesetzes. Physikalische Ideen. Der elektrische Konflikt.

2. Abschnitt: Die Ampèresche Schwimmeregel und das Gesetz von Biot und Savart 5
Die Fassung des Gesetzes. Zwei Koordinatensysteme. Einfache Anwendungen des Gesetzes.

3. Abschnitt: Die Newtonsche Fernwirkung und die elektromagnetischen Rotationen 9
Newtons Anziehungsgesetz. Coulombs Gesetze. Die Erhaltung der Flächen. Ampères Formeln für die Kraftkomponenten. Elektromagnetische Rotationen.

4. Abschnitt: Der Satz von Stokes 14
Hilfsintegrale. Stokesscher Satz für verschwindend kleine Flächen. Quirl eines Vektors. Allgemeiner Satz von Stokes.

5. Abschnitt: Geschlossene Ströme und Magnete 18
Wirkung zwischen einem Magnetpol und einem geschlossenen Strom. Ersatz eines geschlossenen Stromes durch einen Magnet. Solenoide. Ampères Theorie des Magnetismus. Magnetische Doppelschicht. Erregung von Magnetismus durch geschlossene Ströme.

Zweiter Teil: Wechselwirkungen zwischen Strömen. Ampère.

1. Abschnitt: Ampères Grundgesetz 24
Ampères Entdeckung. Die Form des Gesetzes. Die Abhängigkeit der Konstante von den Konstanten des Biot-Savartschen und des Coulombschen Gesetzes. Einfache Anwendungen. Elektrodynamische Rotation.

2. Abschnitt: Wirkung geschlossener Ströme 31
Einige Umformungen zur Ampèreschen Formel. Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Stromelement. Direktrix. Wechselwirkung geschlossener Ströme. Magnetische Doppelschicht. Die Feldstärken.

Seite

3. Abschnitt: Die Potentialfunktion 37
Magnetisches Potential. Potential eines Stromes auf einen Magnetpol. Kegelöffnung. Unstetigkeit des Potentials einer magnetischen Doppelschicht. Vieldeutigkeit des Linienintegrals der von einem Strom herrührenden Kraft. Potential zweier Ströme aufeinander.

Dritter Teil: Die Induktionserscheinungen. Faraday, Franz Neumann.

1. Abschnitt: Faradays Entdeckung und das Neumannsche Gesetz . . 48
Faradays Beschreibung der Erscheinungen. Der elektrotonische Zustand. Gesetze von Lenz und Neumann.

2. Abschnitt: Anwendungen der Induktionstheorie 54
Berechnung eines Induktionskoeffizienten. Besondere Fälle. Webers Theorie des Diamagnetismus. Webers Methoden des Erdinduktors.

3. Abschnitt: Elementargesetze und Integralgesetze 59
Elementargesetz der Induktion. Beziehungen zwischen Elementar- und Integralgesetzen. Webers, Faradays Auffassung der elementaren Vorgänge. Stellung des Energiegesetzes. Überblick über das Folgende.

Vierter Teil: Theoretischer Zusammenschluß und mathematische Verarbeitung der Erfahrungstatsachen.

1. Abschnitt: Die Erhaltung der Energie. Joule, Helmholtz 62
Mechanische Arbeit. Kinetische und potentielle Energie. Gesetz von Joule. Magnetinduktion und elektromagnetische Bewegung. Induktion und ponderomotorische Wirkung. Elektromagnetische Energie eines Systems zweier Ströme. Gegenseitige Stützung der Erfahrungstatsachen durch das Energiegesetz. Bedeutung der Theorien.

2. Abschnitt: Das absolute Maßsystem. Gauss und Weber 71
Die Maßsysteme und die Technik. Rechnen mit Maßeinheiten. Elektromagnetisches Maßsystem. Identität der Elektrizität verschiedenen Ursprungs. Die verschiedenen elektrischen Maßsysteme. Ihre Invariante. Die praktischen Einheiten. Leitfähigkeit des Quecksilbers.

3. Abschnitt: Die Elektronenhypothese in ihrer älteren Gestalt. Weber 79
Das Webersche Gesetz. Herleitung der ponderomotorischen, der elektromotorischen Wirkungen aus ihr. Atomistische Konstitution der Elektrizität. Elektrolyse. Elektronen. Das Webersche Potential. Das Neumannsche Potential und seine Fortpflanzung.

4. Abschnitt: Die Strömung, besonders in körperlichen Leitern. Kirchhoff 87
Die Strömung als Vektor. Ohmsches Gesetz. Kirchhoffsche Gesetze für verzweigte Leiter. Hydrodynamische Analogie. Erwärmung des durchströmten Volumelements. Räumliche Verteilung der Strömungsvektoren. Potential eines Magneten auf

Seite

einen durchströmten Körper. Potential zweier durchströmten Körper aufeinander. Induktion auf Körper. KIRCHHOFFS Differentialgleichungen der elektrischen Strömung. Differentialgleichung der elektrischen Entladung im einfachen Schließungsbogen mit Kapazität und Selbstinduktion. Elektrische Schwingungen.

Fünfter Teil: Der elektrotonische Zustand. Faraday, Maxwell, Hertz.

1. Abschnitt: Das elektrostatische Feld 99
FARADAYS Auffassung. Dielektrizitätskonstante. Übergang aus der Fernwirkungstheorie zur Potentialtheorie, zu der Dielektrizitätstheorie, endlich zum reinen FARADAY-MAXWELLschen Standpunkte. Die elektrische Feldstärke als Vektor. Dessen Verteilung, beschrieben mittels Potentialflächen, mittels Kraftlinien. Analytische Behandlung. Die elektrische Energie.

2. Abschnitt: Das magnetische Feld 110
Para- und diamagnetische Stoffe. Die magnetische Intensität und die magnetische Energie. Selbstinduktionskoeffizienten. FARADAY.

3. Abschnitt: Das elektromagnetische Feld 116
Erweiterung der Begriffe. Die beiden Gruppen der MAXWELL-HERTZschen Gleichungen. MAXWELLS Behandlung der Nichtleiter. MAXWELLS Ergebnisse gegenüber seinen Methoden. Nahewirkungen. Elektromagnetische Theorie des Lichtes. Brechungsexponent und Dielektrizitätskonstante. Transmissionskoeffizient und Leitfähigkeit. HERTZ. Der elektrostatische, der magnetische Zustand und das stationäre Feld als besondere Fälle des elektrotonischen Zustands. Das Vektorpotential $\mathfrak{A}$. POYNTINGS Energiestrahlung.

Sechster Teil: Bilder des elektrotonischen Zustandes.

1. Abschnitt: Die mathematischen Analogien. THOMSON, HELMHOLTZ . 136
Elastische Analogien THOMSONS. HELMHOLTZ' hydrodynamische Analogien. Kinematische und dynamische Bilder. FARADAY-MAXWELLS Zug und Druck der Kraftlinien.

2. Abschnitt. MAXWELLS Konstruktionen des Feldes 140
Unbefriedigende Bilder. Auffassung der Kraftlinien als Strömungslinien in hydraulischer Analogie. MAXWELLS Räderwerk als Bild des Feldes. Energetik des Feldes. MAXWELLS energetische Analogie.

3. Abschnitt: Ablehnungen und neue Versuche 145
Relativer Wert physikalischer Bilder. Verschiebung und Verwindung. Die Vektoren $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{M}$, durch $\mathfrak{A}$ und φ dargestellt. Vektorpotential $\mathfrak{A}$ als Verschiebung. Potentialfunktion φ als Druck. Schubspannungen in der Umgebung eines Stromes und ihre Beziehungen zu der magnetischen Kraft. Induktion. Inhalt der Molekeln, deren Zustand bei Elektrisierung und bei Magnetisierung. Energie der sichtbaren Bewegung als elektrotonisch verlorene Energie. Bewegung der Molekeln durch den Äther. Bewegungen als Folgen der Aufrechterhaltung des inneren Zustands der Molekeln.

Seite

4. Abschnitt: Die bilderfreie Beschreibung des elektrotonischen Zustandes 152
Ablehnung jeder physikalischen Umdeutung. Potentialtheorie. Begriffsbildungen. HEAVISIDE. Vektorentheorie. Lamellare und solenoidale Verteilung. Mathematik der physikalisch gewonnenen Begriffsbildungen.

Siebenter Teil: Die Elektronenhypothese in neuer Gestalt. Lorentz.

1. Abschnitt: Die LORENTZsche Theorie 156
Annahme über die Kräfte. ZEEMANsches Phänomen.

2. Abschnitt: Der neue Elektronenbegriff 159
Verhältnis $e:m$. Massenbegriff. Rückblick.

Erster Teil.

Wechselwirkung zwischen Magnet und Strom.

Oersted, Ampère.

Erster Abschnitt.

Oersteds Entdeckung und seine Auffassung derselben.

1. Die Geschichte der Elektrodynamik hebt mit dem Jahre 1820 an, mit der Feststellung einer neuen Tatsache. Hans Christian Oersted (geboren 14. August 1777 zu Rudkjöbing auf Langeland, gestorben 9. März 1851 zu Kopenhagen) veröffentlichte in einer vom 21. Juli 1820 datierten Mitteilung[1] die von ihm im Frühling 1820 zu Kopenhagen beobachtete neue Naturerscheinung, daß der galvanische Strom ablenkend auf die Magnetnadel wirkt.

Wer heute über die seit Oersteds Entdeckung verflossenen acht Jahrzehnte zurückblickt, wird die weittragende Wirkung jener Beobachtungen vor allem in den technischen Erfolgen erblicken, die sich an sie anknüpften, von der elektromagnetischen bis zur drahtlosen Telegraphie, bis zur elektrischen Beleuchtung und Kraftübertragung; aber unmittelbarer noch und dabei tiefgehend und nachhaltig war die Wirkung, die von den neuen Tatsachen auf das naturwissenschaftliche Denken überhaupt, insbesondere auf die theoretischen Anschauungen über die Naturkräfte ausgeübt wurde.

Wenn auch vor dem Jahre 1820 vereinzelte Vermutungen und Versuche über Beziehungen zwischen Elektrizität und Magnetismus aufgetaucht waren,[2] — für die allgemein geltenden Anschauungen standen doch diese beiden Erscheinungsgebiete völlig getrennt nebeneinander. Daß diese Trennung nicht aufrecht erhalten werden konnte,

---

[1] Die von Oersted lateinisch geschriebene Mitteilung erschien deutsch, von Gilbert übersetzt, in dessen Ann. d. Physik 66, S. 295, 1820. Auch in Ostwalds Klassikern Nr. 63, herausgegeben von Oettingen, ist sie abgedruckt.

[2] Wie diese später zu Prioritätsansprüchen gegen Oersted aufgebauscht wurden, ist aus Rosenberger, Geschichte der Physik III, S. 197 zu ersehen.

war für die Zeitgenossen das Auffälligste der neuen Erfahrung, und die ganz unerwartete neue Art der Wechselwirkung war hier das Verblüffende, mit dem immer eine neue Erkenntnis in unserm Geiste einsetzt. Nicht nur die Physiker von Fach, sondern weite Kreise wurden zu nachprüfender und ergänzender Mitarbeit angereizt, und so der neuen Tatsache eine für jene Zeit auffallend schnelle Verbreitung gesichert.

2. Lehrreich ist schon die Form, in der Oersted seine Entdeckung zum Ausdruck bringt. Er beschreibt zunächst einfach, was er bei den verschiedenen möglichen Lagen einer Magnetnadel gegenüber einem die Pole der galvanischen Batterie verbindenden geradlinigen Leiterstück beobachtet hat, und seine Ausdrucksweise erscheint uns nur deshalb etwas schwerfällig, weil er den Namen elektrischer Strom, den erst Ampère einführte, noch nicht kennt und vor allem noch keine bestimmte Richtung auf dem Drahte als Stromrichtung ausgezeichnet hat. Er sagt von einer um eine vertikale Achse drehbaren Magnetnadel: „Der Pol, $\left\{\begin{matrix}\text{über}\\\text{unter}\end{matrix}\right\}$ welchem die negative Elektrizität eintritt, wird nach $\left\{\begin{matrix}\text{Westen}\\\text{Osten}\end{matrix}\right\}$ zu gedreht.“ Und: Der Pol, nahe bei welchem die negative Elektrizität herkommt, wird heruntergedrückt, wenn der Draht sich an der westlichen, dagegen

Fig. 1.

Fig. 2.

heraufgedreht, wenn er sich an der östlichen Seite derselben befindet. Bezeichnen wir die Stelle, „von der die negative Elektrizität herkommt“, als die Seite, nach der der Strom hinfließt, oder die Stromabflußseite, so erhalten wir die Beschreibung der Oerstedschen Beobachtungen nach der heute üblichen Bezeichnungsweise. (In den Figg. 1 und 2 ist die Ebene schraffiert, in der Strom- und Magnetachse liegen.)

3. In solchen Sätzen konnte ja Oersted sein Beobachtungsmaterial niederlegen, indem er nur alle sich bestätigenden Versuchsergebnisse über eine der gegenseitigen Lagen von Nadel und Strom zu einem Ausspruch vereinigte, — aber das Verlangen nach umfassenderen Beschreibungen, die es ermöglichen, mit wenigen Begriffsbildungen möglichst viele Erscheinungen zusammen zu erfassen und vorauszusagen, drängte ihn vorwärts.

An allem physikalischen Wissen lassen sich drei Stücke unterscheiden: neben den Erfahrungstatsachen, dem zumeist experimentell festgestellten, von der Natur unserm Denken unveränderlich gegebenen Stoffe, tritt die quantitativ vergleichende Prüfung und Zusammenfassung als mathematische Formulierung immer deutlich hervor; aber drittens erhebt sich eine, größere oder kleinere Erfahrungsgruppen beherrschende Idee aus dem Nachdenken, ohne die es uns nicht gelingt, oder doch nicht bequem genug erscheint, den Stoff so zu bewältigen, wie wir es beabsichtigen, nämlich so, daß wir Erscheinungen vorauszusehen vermögen. Diese Idee, die oft nur als physikalischer Begriff, oft als Grundlage einer Theorie, als Hypothese auftritt, ist historisch veränderlich, so sehr sie auch geneigt ist, den Anspruch zu erheben, daß sie die über den Erscheinungen stehende „Wahrheit" sei. Denn welche Idee unter allen einer Erfahrungsgruppe anzupassenden die zweckmäßigste ist, das wird, weil mit der Erweiterung unserer Erfahrungen auch diese Gruppe in neue Beziehungen tritt, von verschiedenen Zeiten, nicht selten sogar von verschiedenen Forschern derselben Zeit, verschieden beantwortet werden.

So suchte auch Oersted seine Versuchsergebnisse einer alle Fälle umfassenden Idee unterzuordnen, aber freilich gerät er in eine geistreich vage Verallgemeinerung, wenn er sagt: „Die Wirkung, welche in diesem Leiter und dem ihn umgebenden Raume stattfindet, wollen wir elektrischen Konflikt nennen. Dieser Konflikt beschreibt Kreise."[1] Gewiß, diese Idee erfaßt gleichsam vorahnend den Begriff des elektrischen Feldes und seine Darstellung durch Vektoren und Kraftlinien, — aber das ist alles noch unklar durcheinander gemischt und nicht zu praktisch brauchbarer Begriffsklarheit herausgearbeitet. Es spukt schon da etwas von der naturphilosophischen Richtung, die später in Oersted, dem Verfasser des 1850 erschienenen Werkes „Der Geist in der Natur" einen ihrer namhaftesten Vertreter fand.

4. Als elektrischer Konflikt tritt also das, was später von Faraday als elektrotonischer Zustand bezeichnet wurde, was wir heute das elektromagnetische Feld nennen, zuerst auf: Die Idee des Feldes

[1] Indem Oersted diese Kreisbewegung mit einer dem Drahte entlang fortschreitenden Bewegung verbindet, gelangt er dazu, die negative Elektrizität in rechtsgewundenen Spiralen bewegt zu denken, die nur auf den Nordpol fortstoßend wirken, während die positive Elektrizität sich in entgegengesetzter Richtung bewegt und nur auf den Südpol wirkt.

begleitet die Elektrodynamik von ihren ersten Anfängen an, sie ist keineswegs FARADAY eigentümlich. Auch hat OERSTEDS Anschauungsweise sogleich Anklang gefunden. Kein Geringerer als SEEBECK, der Entdecker der Thermoströme, nahm sie auf und zeichnet geradezu die Kraftlinien, wie wir sie heute nennen, indem er sich über die Verteilung des Magnetismus mittels der Feilstaubfiguren Klarheit verschafft.[1] Ja, er spricht 1821 schon von magnetischen Strömen, die den Draht umkreisen, kennt aber nicht den Ausdruck elektrischer Strom. Magnetische Atmosphäre nennt er, was wir nach dem Vorgange der Engländer jetzt als magnetisches Feld bezeichnen. Aber für die Beherrschung der Erscheinungen mittels dieser Idee war damals die Wissenschaft noch nicht reif; eine tiefe Entwickelung unserer mathematischen Begriffe, eine weite Entfaltung experimenteller Erfahrungen mußten eintreten, bevor im Lichte dieser Idee die Elektrodynamik aufgehellt werden konnte. Freilich führte dann auch diese den ersten Bearbeitern des Gegenstandes bereits vorschwebende Gedankenreihe tiefer, als die, der sich die Wissenschaft zunächst zuwandte.

Die Gedankenrichtung, die zunächst maßgebend wurde, bestimmte AMPÈRE. Indem er den Namen elektrischer Strom einführte, schränkte er OERSTEDS Auffassung auf den Leiter als Träger der elektrodynamischen Vorgänge ein. Diese Art, die Dinge zu sehen, hat dann fünfzig Jahre in Deutschland und Frankreich die Alleinherrschaft behauptet und sich so festgesetzt, daß es zweier Jahrzehnte bedurfte, ehe wir wieder zu der Auffassung gelangt sind, die OERSTED sich sogleich von der Sache zu bilden versuchte, und die sich dem naiven Blicke ohne weiteres darbietet, daß nämlich die elektrodynamischen Vorgänge auch den den Leiter umgebenden Raum erfüllen.

Man kann hiernach die Entwickelung kurz so darstellen, daß OERSTEDS Idee des elektrischen Konflikts in AMPÈRES Strom und in das elektromagnetische Feld FARADAYS zerfallen ist, zunächst aber unter dem Einflusse NEWTONscher Auffassung der Kraft nur die Stromvorstellung zur Klarheit gedieh.

---

[1] OSTWALDS Klassiker Nr. 63, herausgegeben von OETTINGEN, bringen SEEBECKS Abhandlung, die er Dezember 1820 und Februar 1821 der Berliner Akademie vortrug.

Zweiter Abschnitt.

Die Ampèresche Schwimmeregel und das Gesetz von Biot und Savart.

1. Gegenüber Oersteds flüchtiger Idee muß die geometrische Klarheit und Präzision der französischen Forscher mit Bewunderung erfüllen, denen es bereits ein Vierteljahr nach Oersteds Veröffentlichung gelang, die Gesamtheit seiner Beobachtungen in dauernde Begriffe umzuprägen.

Aus Versuchen Biots und Savarts über die Oerstedsche Erscheinung ergab sich das nach ihnen benannte Gesetz über die Wirkung eines Stromelements auf einen Magnetpol. Ist Ds die unendlich klein vorgestellte Länge des Leiterelements, das durch einen elektrischen Strom von der Stärke J durchflossen wird, m die Polstärke, r die Entfernung des Pols vom Stromelement, so ist die Stärke der am Pol angreifenden Kraft K bestimmt durch die Gleichung

$$1) \qquad c \cdot K = J \cdot Ds \cdot m \cdot \frac{\sin(r, Ds)}{r^2},$$

wobei c einen Proportionalitätsfaktor bedeutet, dessen Zahlwert von der Wahl des Längen- und des Kräftemaßes, sowie von den Einheiten abhängt, nach denen m und J bemessen werden. Bei geeigneter Wahl dieser Einheiten wird, wie später genauer auszuführen sein wird, $c = 1$, also

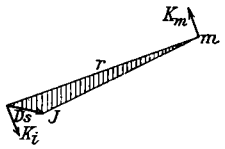

Fig. 3.

$$1b) \qquad K = J \cdot Ds \cdot m \cdot \frac{\sin(r, Ds)}{r^2}.$$

Diese Kraft ist normal zu der durch das Stromelement und den Pol bestimmten Ebene, also normal zur Ebene des Winkels (r, Ds) gerichtet. Was aber den Richtungssinn anlangt, nach welchem diese Kraft wirkt, so fanden dafür Ampère und fast gleichzeitig Gilbert kurz nach der Oerstedschen Entdeckung die elegante Schwimmeregel: Man denke sich mit dem Strome schwimmend, das Gesicht dem Pole zugewendet, dann weicht ein $\begin{cases}\text{Nord-}\\\text{Süd-}\end{cases}$pol aus nach $\begin{cases}\text{links}\\\text{rechts}\end{cases}$.

Daß der Strom einer Kraft unterliegt, die der auf den Pol ausgeübten gleich, aber entgegengesetzt gerichtet ist, hat schon Oersted bemerkt. Unmittelbar findet man sie aus der sogenannten

Flemingschen Linken-Hand-Regel, die, obschon weit später in Aufnahme gekommen, doch hier Erwähnung verdient: Die auf das Stromelement D_s ausgeübte bewegende Kraft, die vom Pol m auf einen am Orte des Stromelements gedachten magnetischen Nordpol ausgeübte magnetische Kraft, endlich die in Richtung des Stroms gedachte Stromkraft sind gegeneinander gerichtet wie die ersten drei Finger, Daumen, Zeige- und Mittelfinger, der linken Hand gerichtet sind, wenn man sie zueinander senkrecht ausstreckt.

2. In einfachen Fällen ergibt sich die zu erwartende Naturerscheinung ziemlich unmittelbar aus diesen die Beobachtungen zum Ausdruck bringenden Naturgesetzen.

Fließt z. B. ein Strom durch einen unbegrenzt langen geradlinigen Leiter, so wird auf einen Nordpol, der sich im Abstande a von dem Leiter befindet, eine Kraft ausgeübt, die man als Resultante der von den einzelnen unendlich kleinen Leiterelementen ausgeübten Kräfte durch Integration in folgender Weise findet.

Man denke sich (Fig. 4) den Nordpol, dessen Polstärke m sei, im Koordinatenanfangspunkte eines rechtwinkligen Koordinatensystems. Die Folge der x-, y- und z-Achse wählen wir so, daß das System ein sogenanntes englisches ist, d. h. von der positiven Seite jeder Achse, z. B. der y-Achse, aus gesehen, folgen sich die beiden nächsten, hier also die z- und die x-Achse, in einem Drehsinne, der dem des Uhrzeigers entgegengesetzt ist. Gerade durch die elektromagnetischen Erscheinungen ist die Notwendigkeit, die zueinander symmetrischen Koordinatensysteme, die man in Ermangelung besserer Bezeichnungen englisches und französisches System nennen kann, zu unterscheiden, besonders eindringlich hervorgetreten. Auch kann man, der Ampèreschen Schwimmeregel entsprechend, die Unterscheidung in folgender Weise treffen: Wer einer in der zx-Ebene eines englischen Systems beschriebenen, den Koordinatenanfangspunkt O umgebenden geschlossenen Kurve in dem durch die Buchstabenfolge angezeigten Drehsinn entlang schwimmt, indem er den Blick nach O hin wendet, hat die y-Richtung zur Linken. Ebenso brauchbar ist die Angabe, daß, wer jener Kurve entlang den Punkt O so umschreitet, daß die positive y-Richtung für ihn nach oben zeigt, diese y-Richtung zur Linken hat. Wie hier mit Bezugnahme auf die menschliche Gestalt, so kann man auch durch Korkzieher, Schrauben und Ranken, deren Achsen einer der Koordinatenachsen parallel verlaufen, die Natur des Koordinatensystems beschreiben. Der Flemingschen Regel entspräche die Angabe, ob Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger der

rechten oder der linken Hand sich so rechtwinklig zueinander ausstrecken lassen, daß sie der Reihe nach x-, y- und z-Richtung eines vorgelegten Systems bezeichnen (oder der Daumen, die Handflächennormale und die übrigen vier Finger in dieser Reihenfolge so geordnet erscheinen). Ohne das Anschauungsbild einer Schraube, nur nach dem vom Gebrauche der Schraube und des Korkziehers her bekannten Muskelgefühl bestimmt man den Unterschied, indem man aussagt, ob die kürzeste Drehung xy im Sinne einer Rechtsschraube erfolgt, die sich nach $+x$ oder nach $-x$ vorschiebt. Bei unserem Systeme würde ersteres der Fall sein.

3. Der Strom verlaufe längs einer in der yx-Ebene liegenden Geraden, parallel der x-Achse in der Richtung der positiven x. Dann ist zunächst jede der Elementarkräfte gemäß dem Biot-Savartschen Gesetz der Größe nach proportional

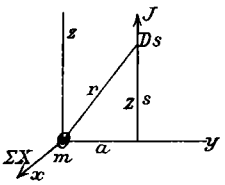

Fig. 4.

$$2) \qquad J \cdot Dx \cdot m \cdot \frac{a}{r^3} = Jma\frac{Dx}{\sqrt{a^2+x^2}^3}.$$

Da ferner nach der Ampèreschen Schwimmeregel alle diese Kräfte im Sinne der positiven x gerichtet sind, wenn positives m Nordmagnetismus bezeichnet, so findet man ihre Resultante durch einfache Addition, also gleich

$$3) \qquad \sum X = J \cdot m \cdot a \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Dx}{\sqrt{a^2+x^2}^3} = Jma\left[\frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}\right]_{-\infty}^{\infty} = \frac{2}{a}Jm,$$

wenn die Konstante c der Gleichung 1) infolge passender Wahl der Einheiten gleich 1 gewählt wird.

Daß die Gesamtkraft, die ein unbegrenzter geradliniger Strom J auf einen Pol m ausübt, dem Abstande a umgekehrt proportional ist, war das eigentliche Beobachtungsergebnis der Biot-Savartschen Versuche, und die oben angegebene Formel 1) für die Einwirkung eines unendlich kleinen, also der Beobachtung gar nicht zugänglichen Stromelements ist nur daraus induziert worden.

4. Noch einfacher ergibt sich die Wirkung eines Stromes, der einen kreisförmig gestalteten Leiter durchfließt, auf einen im Kreismittelpunkte befindlichen Nordpol. Ist a der Halbmesser des Kreises, so übt jedes Stromelement Ds auf den Mittelpunkt nach Größe und Richtung dieselbe Kraft aus, die bei $c = 1$, also nach Gleichung 1b) gleich

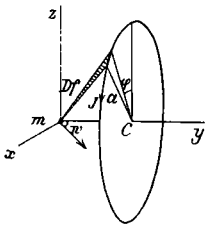

Fig. 5.

4) $$J \cdot Ds \cdot m \cdot \frac{1}{a^2}$$

gefunden wird. Die Gesamtkraft ist demnach

5) $$J \cdot 2\pi a \cdot m \cdot \frac{1}{a^2} = J \cdot m \cdot \frac{2\pi}{a}.$$

Auch noch in dem Falle, daß der Pol m in der auf der Kreisebene im Mittelpunkt C errichteten Senkrechten liegt und zwar im Abstande e vom Kreismittelpunkte, sind alle Elementarkräfte gleich groß, nämlich gleich

6) $$J \cdot Ds \cdot m \cdot \frac{1}{a^2 + e^2}.$$

Aber diese Elementarkräfte sind jetzt nicht mehr gleich gerichtet, jede steht senkrecht auf der durch den Pol und das Stromelement gelegten Ebene, also auf dem Oberflächenelement eines Kegels, dessen Basis die Kreisebene und dessen Spitze der Pol ist. Dieses Oberflächenelement ist

7) $$Df = \tfrac{1}{2} \cdot Ds \cdot \sqrt{a^2 + e^2}.$$

Die nach der Normale der Kreisebene genommene Komponente einer der Elementarkräfte ist nun

8) $$J \cdot Ds \cdot m \cdot \frac{1}{a^2 + e^2} \cos w = \frac{2Jm}{\sqrt{a^2 + e^2}^3} \cdot Df \cdot \cos w,$$

wobei w den Winkel zwischen der Kraft und dieser Normale oder auch zwischen dem Kegelmantelelement und der Kegelbasis bezeichnet. Daher ist $Df \cdot \cos w$ die Projektion des ersteren auf die letztere, und die Summation aller jener Komponenten ergibt als die vom Strom auf den Pol ausgeübte, in Richtung der Kreisnormale fallende Kraft

9) $$\frac{2Jm}{\sqrt{a^2 + e^2}^3} a^2 \pi = \frac{2\pi Jm}{a \sqrt{1 + \left(\frac{e}{a}\right)^2}^3}.$$

Daß die auf den Pol ausgeübte Kraft keine Komponente parallel der Kreisebene liefert, ergibt sich aus vorstehender Entwickelung ohne weitere Ausführung.

Dritter Abschnitt.

Die Newtonsche Fernwirkung und die elektromagnetischen Rotationen.

1. An den Beispielen des vorangehenden Abschnitts, die beim Experimentieren über die neue Naturerscheinung unausgesetzt zur Beobachtung kamen, drängte sich als besonders auffällig die Richtung der elektromagnetischen Kraft in den Mittelpunkt des Interesses. Der Gebrauch des Multiplikators, den SCHWEIGGER schon 1820 angab und POGGENDORFF 1821 auf die Form brachte, die sich dauernd erhielt,[1] führte dieses Neue besonders eindringlich vor Augen und erinnerte den Physiker unausgesetzt daran, daß sich die von OERSTED entdeckte Naturkraft den aus früheren Erfahrungen über Fernwirkungen angewöhnten Vorstellungen in einem Punkte nicht fügte, so sehr es auch im übrigen AMPÈRE gelungen war, sie den altgewöhnten Ansichten über Fernkräfte unterzuordnen.

Die Idee der Fernwirkung geht von NEWTON aus; nach NEWTONS Gravitationsgesetz wirken zwischen allen Himmelskörpern und deren Teilen, also schließlich zwischen irgend zwei Massenpunkten anziehende Kräfte. Die Kraft, mit der ein Massenpunkt von einem andern angezogen wird, ist proportional dem Produkte der Massen und umgekehrt proportional dem Quadrate ihres Abstandes; gerichtet aber ist diese Kraft längs der Verbindungsgeraden beider Massenpunkte. Zwischen je zwei Massenpunkten wirken hiernach nicht nur gleich große, entgegengesetzt gerichtete Kräfte, sondern diese Kräfte liegen auch in derselben Geraden und üben daher um jede beliebige Achse entgegengesetzt gleiche Drehmomente aus.

2. Nach dem Muster dieser NEWTONschen Fernwirkung war es dann COULOMB (geb. 1736, gest. 1806) gelungen, die Wirkungen, die zwischen zwei elektrischen Ladungen und die, die zwischen zwei magnetischen Polen stattfinden, quantitativ zu fassen. Sind zwei im Abstande r befindliche Punkte mit den elektrischen Ladungen e_1 und e_2 behaftet, so üben sie aufeinander Kräfte K aus, die gleich groß sind, nämlich gegeben durch

$$10) \qquad \varepsilon \cdot K = \frac{e_1 \cdot e_2}{r^2},$$

[1] Über die allmähliche Ausbildung dieses Instruments vergleiche HOPPE, Geschichte der Elektrizität, Leipzig 1884, sowie GERLAND und TRAUMÜLLER, Geschichte der physikalischen Experimentierkunst, Leipzig 1899.

wo ε ein nur von den angewendeten Maßeinheiten abhängiger positiver Proportionalitätsfaktor ist; ebenso würden magnetische Pole m_1 und m_2 im Abstande r Kräfte K ausüben, die aus

11) $$\mu \cdot K = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

folgen, wo wiederum unter μ eine nur von den Maßeinheiten abhängige positive Konstante zu verstehen ist. Wir werden meistens das Maß für die Polstärken so mit den Maßen für Länge und Kraft verknüpfen, daß der Faktor $\mu = 1$ wird; doch soll über diese Wahl der Einheiten erst später ausführlicher gehandelt werden.

Gerichtet sind die COULOMBschen Kräfte längs der Verbindungslinie der elektrisch geladenen oder der magnetischen Punkte; sie sind Abstoßungen, wenn das Vorzeichen des nach 10) oder 11) für sie gefundenen Zahlenwertes K, also das Vorzeichen des Produktes $e_1 \cdot e_2$ bzw. des Produktes $m_1 \cdot m_2$ positiv ausfällt, andernfalls Anziehungen.

Die x-Komponente $X_2^{(1)}$ der von m_1 auf m_2 ausgeübten Kraft wird daher durch den Ausdruck

12a) $$\mu X_2^{(1)} = \frac{m_1 m_2}{r^3} \cdot \frac{x_2 - x_1}{r} = -\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{m_1 m_2}{r}\right)$$

gegeben, wenn

13) $$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

den Abstand des Punktes $(x_2 \mid y_2 \mid z_2)$, in dem sich m_2 befindet, von dem Punkte $(x_1 \mid y_1 \mid z_1)$, dem Orte des Magnetpols m_1, darstellt. Und andererseits wird die von m_2 auf m_1 ausgeübte Kraft eine x-Komponente besitzen

12b) $$X_1^{(2)} = \frac{m_1 m_2}{\mu r^3} \cdot \frac{x_1 - x_2}{r} = -\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{m_1 m_2}{\mu r}\right) = -X_2^{(1)}.$$

3. Daraus ergibt sich eine Folgerung von großer Tragweite. Für irgend ein Körpersystem, zwischen dessen Teilen neben Gravitationskräften auch noch infolge elektrischer Ladungen oder magnetisierter Bestandteile jene von COULOMB gemessenen elektrischen und magnetischen Kräfte wirken, gilt sowohl der Satz von der Erhaltung des Schwerpunkts, als auch der von der Erhaltung der Flächen, da sowohl die Komponenten dieser Kräfte nach irgend einer Richtung, als auch die Drehmomente um irgend eine Achse sich paarweise tilgen.

Der Flächensatz würde nicht mehr gelten, wenn sich ein Körpersystem herstellen ließe, dem ein elektrischer Leiter und ein einzelner Magnetpol angehören, denn in diesem Falle wären zwar die auf den Leiter und die auf den Pol ausgeübten Wechselwirkungen

gleich und von entgegengesetzter Richtung, doch würden sich, da diese Kräfte nicht einer und derselben Geraden angehören, ihre Drehmomente nicht tilgen und dadurch die Erhaltung der Flächenbewegungsgröße ausgeschlossen sein.

Derartig ungewöhnten Vorstellungen gegenüber nimmt man gewöhnlich zunächst seine Zuflucht zu dem Versuche, sie als unnötig zu beseitigen. Im vorliegenden Falle versuchte man, den Stromleiter als magnetisiert ansehen zu können und zwar quer magnetisiert, d. h. senkrecht zur Stromrichtung. Aber dieser Versuch erwies sich fürs erste als fruchtlos, und erst im weiteren Verlaufe der Entwickelung wird sich zeigen, daß der Ersatz des Magneten durch Ströme ebenso wie des Stroms durch Magnete allerdings möglich ist und sich sogar dauernd als wertvolle Anschauungsweise erhält. Aber vor der Ausbildung solcher Anschauungen war nötig, sich der neuen Tatsache vor allem mit eindringlicher Aufmerksamkeit hinzugeben und die neue Erfahrung experimentell und mathematisch klar durchzuarbeiten.

4. Die mathematische Aufgabe erledigte ANDRÉ MARIE AMPÈRE (geb. 1775 in Lyon, gest. 1836 in Marseille).

Der Magnetpol m befinde sich im Koordinatenursprunge eines englischen Koordinatensystems, das Leiterelement Ds beginne im Punkte $(x\,|\,y\,|\,z)$ und endige im Punkte $(x+Dx\,|\,y+Dy\,|\,z+Dz)$, wobei Beginn und Ende im Sinne des Stromes J verstanden sein soll, der Ds durchfließt. Setzt man noch

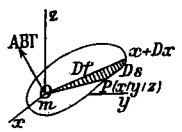

Fig. 6.

$$14) \qquad r^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

so hat das durch Ds und m bestimmte unendlich schmale Dreieck den Inhalt

$$15) \qquad Df = \tfrac{1}{2} r \cdot Ds \cdot \sin(r, Ds),$$

und seine Projektionen auf die drei Koordinatenebenen sind durch bekannte Determinanten darstellbar; z. B. ist die auf die xy-Ebene:

$$16) \qquad \tfrac{1}{2}\begin{vmatrix} x & x+Dx \\ y & y+Dy \end{vmatrix} = \tfrac{1}{2}(x \cdot Dy - y \cdot Dx),$$

und dieser Flächeninhalt wird sich positiv ergeben, wenn die xy-Projektionen der von O aus nach dem Anfangs- und nach dem Endpunkt des Elements Ds gezogenen Strahlen sich in positiver Drehrichtung folgen, d. h. von z aus gesehen in entgegengesetztem Sinne, als der Uhrzeiger dreht.