

SAMMLUNG GÖSCHEN BAND 210

# KRISTALLOGRAPHIE

von

PROF. DR. W. BRUHNS †

Fünfte Auflage

neubearbeitet von

DR. P. RAMDOHR

ord. Professor an der Universität Heidelberg

Mit 164 Abbildungen



**WALTER DE GRUYTER & CO.**

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung · J. Guttentag,  
Verlagsbuchhandlung · Georg Reimer · Karl J. Trübner · Veit & Comp.

BERLIN 1958

©

Copyright 1958 by Walter de Gruyter & Co., Berlin W 35. — Alle Rechte, einschließlich der Rechte der Herstellung von Photokopien und Mikrofilmen, von der Verlagshandlung vorbehalten. — Archiv-Nr. 11 02 10. — Gesamtherstellung: Hubert & Co., Göttingen

Printed in Germany

## Inhalt

	Seite
Einleitung . . . . .	4
Allgemeines . . . . .	7
Definition von Kristall und kristallin . . . . .	7
Das Grundprinzip des Kristallwachstums . . . . .	9
Begriff Symmetrie und Symmetrieelemente . . . . .	13
Die „Grundgesetze“ der geometrischen Kristallographie . . . . .	17
Die 32 Symmetrieklassen . . . . .	26
Beschreibung der Kristallformen und Symmetrieklassen . . . . .	34
I. Das kubische (reguläre) System . . . . .	35
II. Das tetragonale (quadratische) System . . . . .	42
III. Das hexagonale System . . . . .	45
IV. Trigonale Abteilung . . . . .	47
V. Das orthorhombische System . . . . .	51
VI. Das monokline System . . . . .	53
VII. Das triklone System . . . . .	54
Gesetzmäßige Verwachsungen . . . . .	55
Der Feinbau der Kristalle . . . . .	60
Allgemeines . . . . .	60
I. Die röntgenographischen Verfahren . . . . .	61
II. Gittertypen . . . . .	64
III. Polymorphie . . . . .	71
IV. Metall-, Covalent-, Ionen-, Molekül-Bindung . . . . .	73
V. Ideal- und Realkristall . . . . .	75
VI. Mischkristallbildung . . . . .	76
Die physikalischen Eigenschaften der Kristalle . . . . .	77
Kohäsion . . . . .	78
Die optischen Eigenschaften der Kristalle . . . . .	81
Optisch einaxige Kristalle . . . . .	86
Optisch zweiachsig Kristalle . . . . .	93
Optisches Drehungsvermögen . . . . .	98
Absorption des Lichtes in Kristallen . . . . .	100
Die optische Charakterisierung der Kristallsysteme . . . . .	101
Wärmeleitung in Kristallen . . . . .	104
Piezo- und Pyroelektrizität . . . . .	105
Sachregister . . . . .	108

## Einleitung

Die moderne Naturwissenschaft hat erkannt, daß die festen Substanzen, gleichgültig ob es anorganische Naturkörper, also Mineralien oder ihre Gemenge, Produkte der chemischen Synthese, also die Metalle, die keramischen Massen, die Farbstoffe, die Fällungen der Analyse, oder die Festkörper der Tier- und Pflanzenwelt, etwa Knochen, Holzfasern, aber z. B. auch Viren sind, ganz überwiegend kristallin sind. Damit ist für alle diese Stoffe ein gemeinsamer Gesichtspunkt zur Betrachtung und Untersuchung gegeben.

Man hat früher als Hauptmerkmal kristallisierter Materie die äußere „Kristall“form angesehen, die in der Tat das augenfälligste Kennzeichen darstellt. Die Formen von Quarz, Schneeflocken, Kalkspat, Gips, Rohrzucker sind dem Menschen seit ältesten Zeiten aufgefallen, und es ist selbstverständlich, daß sie den Ausgangspunkt zur Untersuchung der Kristalle<sup>1)</sup>, zur „Kristallographie“ bildeten. Die äußere Form ist aber nur eines der Merkmale, eines, das zudem oft aus den verschiedensten Gründen fehlt. Es ist damit nicht berechtigt, sie so einseitig zu bevorzugen, wie das bisher allgemein und auch in früheren Auflagen dieses Werkchens geschah. Wenn wir gleich als Grundprinzip für die Anordnung der kleinsten Teilchen fester Materie im Raum den Satz kennenlernen: „Die chemischen Bausteine haben das Bestreben, sich möglichst hochsymmetrisch mit ihresgleichen zu umgeben“, so ist zur schulmäßigen Aneignung des Begriffes der Kristallsymmetrie aber keine Methode so gut geeignet, wie eben das Vertrautwerden mit den lange bekannten Kristallformen. Damit wird in einem

<sup>1)</sup> „Kristall“, von griech. κρύσταλλος = Eis, übertragen Bergkristall. Es müßte also „Krystall“ geschrieben werden. Kristall bzw. Kristalle wird im folgenden abgekürzt x bzw. xx, auch x'graphisch = kristallographisch usw.

für den Anfänger bestimmten Buch ihnen immer ein erheblicher Teil gewidmet bleiben müssen.

Die geometrische Kristallographie, die Lehre von den geometrischen Eigenschaften der Kristalle, und die physikalische Kristallographie (oder Kristallphysik), die Beziehungen der physikalischen Eigenschaften mit den geometrischen zunächst empirisch verfolgt, sind beide zu einem gewissen Abschluß gekommen. Dagegen ist die chemische Kristallographie, oder wiesiejetzt allgemein genannt wird, die Kristallchemie z. Zt. in blühendster Entwicklung und erklärt oft leicht bisher unverständliche Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten der Form, der physikalischen Eigenschaften, der chemischen Mischkristallbildung.

**Literatur.** Da die geometrische und physikalische Kristallographie stets die wichtigsten Hilfswissenschaften der Mineralogie waren, finden sich die Angaben darüber besonders in den mineralogischen Lehrbüchern und Spezialwerken, z. B.

1. *Klockmann-Ramdohr*, Lehrbuch der Mineralogie. 13. Aufl. Stuttgart 1948.
2. *Niggli, P.*, Lehrbuch der Mineralogie und Kristallchemie. 3. Aufl. 2 Bde. Berlin 1941.
3. *Correns, C. W.*, Einführung in die Mineralogie, Kristallographie und Petrologie. Heidelberg 1949.
4. *Liebisch, Th.*, Geometrische Kristallographie. Leipzig 1881.
5. *Liebisch, Th.*, Physikalische Kristallographie. Leipzig 1891.
6. *Winkler, H.*, Struktur und Eigenschaften der Kristalle. Heidelberg 1950.

Die Grundlagen der Kristallstrukturlehre und der Kristallchemie gehören heute zum Gemeingut der Mineralogie, Chemie und Physik (und vieler anderer

Wissenszweige!) und sind demnach in Lehrbüchern aller dieser Wissenszweige — natürlich mit entsprechend verschiedener Betonung — enthalten. Ich nenne da:

7. *Bragg, W. L.*, Atomic Structure of Minerals. New York 1937.
8. *Pauling, L.*, The Nature of the Chemical Bond. Cornwell 1945.
9. „Internationale Tabellen“ zur Bestimmung der Kristallstrukturen. Berlin 1935. Neu: International Tables for X-Ray Crystallography I. Birmingham 1952.
12. *Stillwell, C. W.*, Crystal Chemistry. McGraw Hill, New York 1938.
13. *Evans, R. C.*, Crystal Chemistry. Cambridge 1946. Übersetzt von *E. Thilo* „Einführung in die Kristallchemie“. Leipzig 1954.
14. *Hiller, J. E.*, Grundriß der Kristallchemie. Berlin 1952.
15. *Strunz, H.*, Mineralogische Tabellen. Leipzig 1958.

Es ist begreiflich, daß bei einer so gedrängten Darstellung eines schwierigen Stoffes auf Ableitungen meist verzichtet, die Zahl der Beispiele stark eingeschränkt und oft Hinweise auf spätere Abschnitte in Kauf genommen werden müssen. Der Verfasser hofft aber, daß das Büchlein trotz allem einigermaßen klar und wissenschaftlich korrekt geblieben ist. Damit der Leser unvermeidbare Gedankensprünge überbrücken und selbst tiefer in die Materie eindringen kann, ist auch schon recht speziellen Ansprüchen genügendes Schrifttum hier angeführt.

## Allgemeines

### Definition von Kristall und kristallin

Die Erweiterung der Kenntnisse vom Wesen der  $xx$  hat eine Änderung der alten Definition nötig gemacht. Die äußere Form ist nur eine der zahlreichen Gesetzmäßigkeiten, die in der Anordnung der kleinsten Bausteine im Raum begründet sind. — Die amorphen Körper, zu denen die Gase und Flüssigkeiten, von den festen Körpern aber nur recht wenige gehören (Glas, Gelatine), besitzen eine regellose statistische Verteilung dieser Teilchen. Als Folge davon verhalten sie sich in allen Richtungen gleich; sämtliche Eigenschaften lassen keine Richtungsverschiedenheiten erkennen. Die Form, die ein solcher Körper beim Wachstum annimmt, ist nur von Stoffzufuhr und Umgebung abhängig und wird bei idealen Bedingungen eine Kugel sein. Demgegenüber sind in den Kristallen die kleinsten Bausteine, die Ionen, Atome, Moleküle sein können, in gesetzmäßiger Weise angeordnet. Welcher Art diese Anordnung ist, war früher nur aus den durch sie bedingten Folgeerscheinungen z.B. richtungsverschiedener Kohäsion, Lichtdurchlässigkeit, Wachstumsgeschwindigkeit zu erschließen. Die Anschauungen darüber haben sich demgemäß von Capeller (1723) über Haüy (1782), Bravais (1850) und Schoenflies (1892) etwas geändert. Wir wissen seit Laue (1912) mit Sicherheit, daß diese Anordnung in Raumgittern erfolgt. Ein fester Körper ist also „kristallin“ oder ein „Kristall“, wenn seine kleinen Bausteine gesetzmäßig in Raumgittern angeordnet sind. — Wollen wir die äußere „Kristallform“ betonen, so müßten wir eigentlich immer von „wohlentwickelten“  $xx$  oder ähnlich sprechen; meist wird der Zusammenhang uns das ersparen.

**Begriff Raumgitter.** Was ist nun ein „Raumgitter“? Gehen wir aus von einer Reihe von Punkten, die in unendlicher Folge regelmäßig, einzeln und in gleichen Abständen einander folgen. Wir nennen sie „Punktreihe“. Wir übertragen diesen Begriff in die zweite Dimension und erhalten die „Netzebene“. In ihr kann die Folge in den Richtungen  $a$  und  $b$  dieselbe sein,

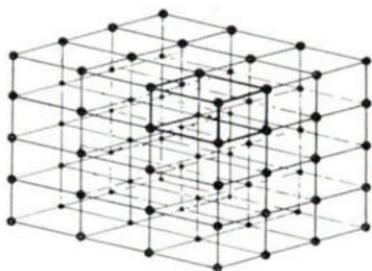


Abb. 1

braucht es aber nicht. Ihr  $\sphericalangle \gamma$  kann beliebig, jeweils aber natürlich gleichbleibend, im Spezialfall  $90^\circ$  oder  $60^\circ$  sein. Im dreidimensional-periodischen „Raumgitter“ sind die Abstände in den  $a$ -,  $b$ -,  $c$ -Richtungen im allgemeinen voneinander verschieden, ebenso die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$

(Abb. 1), im Speziellen wieder gleich bzw.  $90^\circ$  oder  $60^\circ$ .

Wer erstmalig den Gedanken ausgesprochen hat, daß die Kristalle solche Raumgitteranordnungen darstellen, ist nicht leicht festzustellen. Größere Resonanz und durchgreifendere Anerkennung fand der Gedanke erst in der Form von R. J. Haüy (1782). Haüy ging aus von der Beobachtung, daß Kristallformen, z. B. das Oktaeder des Fluorits (Abb. 2) oft aus kleinen Bausteinen einer den Raum zwischenraumlos erfüllenden Form (Würfel bei Flußspat, Spaltrhomböeder bei Kalkspat) aufgebaut sind. Er dachte sich nun die kleinsten Bausteine, als die er die Moleküle ansah, von analoger Form

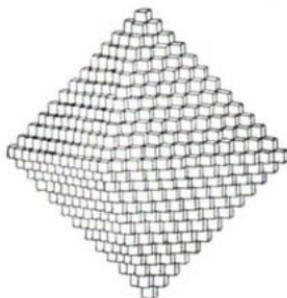


Abb. 2

und Anordnung (Moléculs intégrants). Da diese Packung, dicht auf dicht, manche Eigenschaften, z. B. die Kompressibilität, nicht ungezwungen erklärte, wurde die Überlegung etwas abgewandelt, die moléculs intégrants, z. B. durch lockere Punktsysteme oder ähnlich ersetzt (z. B. Seeber, 1822). Welcher Art die Punktsysteme sein konnten, hat erstmalig Frankenheim (1842 bzw. 1855), z. T. korrigiert durch Bravais (1850)<sup>1)</sup> entwickelt. Er stellte fest, daß es bei den gegebenen Möglichkeiten der Kristallsymmetrie nur 14 Elementargitter gibt, auf die alle Raumgitteranordnungen sich zurückführen lassen. Im folgenden sind von ihnen in jedem System die dorthin gehörenden vorangestellt. Wie man weiter zu den Raumgruppen, Symmetrieklassen, Kristallsystemen kommt, ist im folgenden (S. 15) dargestellt.

### Das Grundprinzip des Kristallwachstums

1723 hat, kaum beachtet, der Luzerner Arzt Cappeller den Gedanken geäußert — in heute verständlicher Form ausgedrückt! —, daß jedes Kristallwachstum auf das Bestreben der kleinsten Teilchen zurückgeht, sich möglichst hochsymmetrisch mit seinesgleichen zu umgeben. Wir fassen das zunächst einmal als eine Beobachtungstatsache auf; darzustellen, daß der Aufbau der Atome, insbesondere die in der äußeren Elektronenschale enthaltenen elektrischen Bindungskräfte, der Anlaß dazu ist, geht über den Rahmen dieses Buches hinaus. Wir erklären uns diese fundamentale Neigung hier nur so, daß das entstehende gesetzmäßige Bauwerk eine geringere freie Energie, d. h. größere Beständigkeit hat als eine regellose Anordnung.

**Koordinationszahlen.** Welche Art der Anordnung die kleinsten Bausteine zueinander wählen, hängt von ihrem Raumbedarf ab. Der Begriff des „Raumbedarfs“

<sup>1)</sup> Die Frankenheimsche Darstellung bleibt aber leichter faßlich und ist eigentlich allgemein angenommen (trotzdem wird von „Bravais-Gitter“ geredet!).

ist schwer zu fassen und je nach der zugrunde liegenden Definition verschieden. Man kommt am bequemsten, wenn auch sicher übermäßig vereinfacht, zu einer verständlichen Darstellung, wenn man für jedes Atom oder in heteropolaren Verbindungen für jedes Ion einen empirisch feststellbaren „Atom- oder Ionenradius“ annimmt (s. u.). Dieser „scheinbare“ Radius wurde erstmalig von V. M. Goldschmidt aus Tausenden von Kristallarten für fast alle Elemente und die meisten Ionenarten tabellarisch erfaßt. Wir haben mit Größen etwa von 0,2 bis 2,4 Å zu rechnen. Geht man aus etwa vom Sauerstoffion  $O^{-2}$  mit relativ sehr großem Radius ( $\sim 1,35$  Å), so wird ein sehr kleines Ion, etwa  $B^{+3}$  ( $\sim 0,2$  Å) zwischen drei in einer Ebene liegenden Sauerstoffkugeln Platz finden, die Koordinationszahl ist 3 (Abb. 3b). Überschreitet die Größe der zweiten Ionenart einen gewissen Grenzwert, so hat es keinen Platz mehr, sondern legt sich in die Mitte zwischen 4 Kugeln, bildet „4er-Koordination“, weiter 6er-, 8er- und, bei etwa gleicher Größe wie das Sauerstoffion, 12er-Koordination (Abb. 3f). Die Grenzwerte für die Radienverhältnisse (klein : groß) rein rechnerisch sind 3er zu 4er 0,22, 4er zu 6er 0,41, 6er zu 8er 0,73. In praxi besteht eine gewisse Toleranz nach beiden Seiten, eine Beobachtung, die für manche später zu besprechenden Dinge bedeutsam ist. Die Toleranz wird durch Wärmeschwingungen erhöht, d.h. bei hohen Temperaturen werden oft eigentlich untragbare Radienverhältnisse beobachtet.

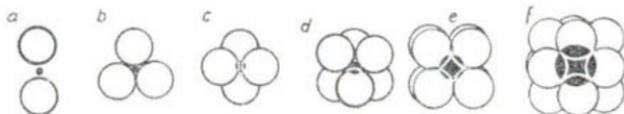


Abb. 3

Valenz spielt bei diesen Koordinationszahlen keine Rolle. Es können z.B.  $Cl^{+7}$ ,  $S^{+6}$ ,  $P^{+5}$ ,  $Si^{+4}$ ,  $Al^{+3}$ ,  $Be^{+2}$  in 4er-Koordina-

tion von Sauerstoff umgeben sein. Natürlich besitzt aber der Baustein als Ganzes eine Valenz, z. B.  $\text{BO}_3^{-3}$ ,  $\text{SiO}_4^{-4}$ ,  $\text{TiO}_6^{-8}$ ,  $\text{UO}_8^{-12}$ ,  $\text{BaO}_{12}^{-22}$ , die sich darin äußert, daß die entsprechende Anzahl von Kationen oder Anionen zur Bildung eines elektrostatisch abgesättigten Kristallgitters herangezogen werden müssen — in den gewählten Beispielen  $\text{Y}^{+3}$  zu  $[\text{BO}_3]^{-3}$ ,  $2\text{Mg}^{+2}$   $[\text{SiO}_4]^{-4}$ ,  $2\text{Ti}^{+4}$   $[\text{TiO}_6]^{-8}$ ,  $3\text{U}^{+4}$   $[\text{UO}_8]^{-12}$ ,  $(\text{Ba}_3\text{Ti}_4)^{+22}$   $[\text{BaO}_{12}]^{-22}$ .

Man kann roh einteilen in sehr große, große, mittlere, kleine und sehr kleine Ionen. Dabei sind die Kationen stets jeweils kleiner als die nichtionisierten Atome (z. B. von Metallen). Die Anionen sind demgegenüber größer als die Atome. Mehrere Ladungszahlen („Wertigkeiten“) bedeuten bei Kationen stets Abnahme des Radius für die höhere Wertigkeit (z. B.  $\text{Mn}^{\text{II}} \sim 0,98$ ,  $\text{Mn}^{\text{III}} \sim 0,73$ ,  $\text{Mn}^{\text{IV}} \sim 0,51$ ,  $\text{Mn}^{\text{VI}} \sim 0,40$ ,  $\text{Mn}^{\text{VII}} \sim 0,37$ ) (vgl. beistehende Atomradientabelle).

Die Tabelle, deren volle Wichtigkeit erst später erkennbar sein wird, zeigt bei den Atomen und analog in gleichwertig geladenen Ionen ein gesetzmäßiges Auf und Ab, analog der Kurve der Atomvolumina. Elemente gleicher Vertikalreihen im periodischen System werden jeweils mit größerer Ordnungszahl größer, die Größe nimmt aber innerhalb der Horizontalreihe jeweils ab von den Alkalien bis zu denen der achten Gruppe, um mit denen der Nebenreihen wieder anzusteigen. Eine sehr wichtige Ausnahme von der generellen Regel der Zunahme der Radien analoger Elemente besteht aber: Die Elemente nach dem Lanthan (d. h. die seltenen Erden) zeigen trotz gleicher Wertigkeit eine kleine Abnahme mit steigendem Atomgewicht. Die „Lanthanidenkontraktion“ wird dadurch wichtig, daß durch sie veranlaßt analoge Elemente vor ihr genau gleiche Radien haben können, wie solche nach ihr, d. h. in allen Verbindungen einander vertreten können, sich gegenseitig „tarnen“ (camouflieren) können. So ist die späte Auffindung des Hf in Zr-Mineralien, das stete Nebeneinander von Niob und Tantal, Gold und Silber, Platin und Palladium

verständlich. Erst neuerdings ist eine analoge Kontraktion bei Ac-Pa-U und den künstlichen Elementen Np, Pu, Am, Cm erkannt worden (Actinidenkontraktion).

Neben den durch die Lanthanidenkontraktion bedingten Ähnlichkeiten chemisch analoger Elemente zeigen aber auch Ionen verschiedener Wertigkeit oft sehr weitgehende Übereinstimmung der Radien. So sind  $\text{Ca}^{+2}$ ,  $\text{Y}^{+3}$ ,  $\text{Cp}^{+3}$ ,  $\text{U}^{+4}$  sehr ähnlich, aber auch  $\text{B}^{+3}$ ,  $\text{C}^{+4}$ ,  $\text{N}^{+5}$ ,  $\text{S}^{+6}$ ,  $\text{I}^{+7}$ . Das heißt, daß sie in ihrer Koordinationszahl z. B. zu Sauerstoff sich gleich verhalten, und, falls die weiter am Aufbau der kristallisierenden Verbindung beteiligten Elemente unter sich ebenfalls ähnliche Radien, aber entsprechend umgekehrte Valenz besitzen, sehr weitgehend in den Dimensionen übereinstimmende Verbindungen entstehen! So sind z. B. ähnlich:  $\text{Ba}^{\text{II}}\text{S}^{\text{VI}}\text{O}_4$  —  $\text{K}^{\text{I}}\text{Mn}^{\text{VII}}\text{O}_4$  —  $\text{Rb}^{\text{I}}\text{Cl}^{\text{VII}}\text{O}_4$  —  $\text{Cs}^{\text{I}}\text{B}^{\text{III}}\text{F}_4$ ;  $\text{Ca}^{\text{II}}\text{Ti}^{\text{IV}}\text{O}[\text{Si}^{\text{IV}}\text{O}_4]$  —  $\text{CaMgF}[\text{As}^{\text{V}}\text{O}_4]$ ;  $\text{Sc}_2^{\text{III}}[\text{Si}_2^{\text{IV}}\text{O}_7]$  —  $\text{Mg}_2^{\text{II}}\text{P}^{\text{V}}\text{O}_7$ ;  $\text{Al}_2^{\text{III}}\text{Be}^{\text{II}}\text{O}_4$  —  $\text{Mg}_2^{\text{II}}\text{Si}^{\text{IV}}\text{O}_4$  —  $\text{Li}^{\text{I}}\text{Fe}^{\text{II}}\text{P}^{\text{V}}\text{O}_4$ , oder, um einen komplizierten Fall zu erwähnen,  $\text{Ca}_5\text{Cl}[\text{PO}_4]_3$  —  $\text{Ca}_5\text{Cl}[\text{SO}_4|\text{PO}_4|\text{SiO}_4]$  —  $\text{Ca}_4\text{NaCl}[(\text{PO}_4)_2|\text{SiO}_4]$  usw.

**Mischkristalle.** Seit Mitscherlich wissen wir, daß gewisse Elemente in Verbindungen einander vertreten können, ohne daß die Kristallform sich dabei wesentlich ändert. Die beiden Endglieder der „Mischkristallreihe“ sind „isomorph“, die sich vertretenden Elemente sind „diadoch“ (irreführend ebenfalls isomorph genannt). Es stellte sich bald heraus, daß die diadochen Elemente keineswegs immer die gleiche Wertigkeit besitzen und andererseits, daß solche gleicher Wertigkeit oft sich nicht vertreten können. So bilden  $\text{Ba}^{\text{II}}\text{S}^{\text{VI}}\text{O}_4$  und  $\text{K}^{\text{I}}\text{Mn}^{\text{VII}}\text{O}_4$  Mischkristalle,  $\text{BaSO}_4$  und  $\text{CaSO}_4$  nicht. Notwendig für Mischkristallbildung ist in den beiden Gittern: Etwa gleiche Gitterdimensionen, gleicher Bindungstyp, meist gleiche Zahl Anionen und Kationen und schließlich analoger Gitterbau. Alle diese Bedin-

ungen brauchen, besonders bei höherer Temperatur, wo die Mischbarkeit überhaupt zunimmt, nicht streng erfüllt zu sein. Besonders wichtig ist die Gitterdimension, Vertretungsmöglichkeiten können also oft aus der Ionenradientabelle vorausgesagt werden. Ist die Valenz der diadochen Elemente nicht die gleiche, so muß an anderer Stelle „gekoppelter Valenzausgleich“ eintreten, wie im hier gezeigten Beispiel Bariumsulfat-Kaliumpermanganat, oder bei den Plagioklasen  $\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$ — $\text{CaAl}_2\text{Si}_2\text{O}_8$ .

Auf die Abweichungen, die z. B. darin liegen, daß leere Gitterplätze von zusätzlichen Ionen eingenommen werden, oder umgekehrt andere nicht besetzt werden, beides um den Valenzhaushalt zu erfüllen, und viele andere kann nicht eingegangen werden. — Auf die engen Beziehungen zu orientierten Verwachsungen, gewissermaßen Vorstufen der Mischkristallbildung, sei aber hingewiesen.

### Begriff Symmetrie und Symmetrieelemente

An den freigewachsenen Kristallen beobachten wir sehr häufig „Symmetrie“. Die außerordentlich vielgestaltigen Formen des Kalkspats haben z. B. das gemeinsam, daß bei voller Drehung ( $360^\circ$ ) um eine Axe der Kristall 3 mal (Abb. 4a, 4b) mit sich zur Deckung kommt: wir sagen: der Kalkspat hat eine „dreizählige“ Symmetrieaxe<sup>1)</sup> (S. A.). Oder etwa der Augit: alle Kristalle dieses Minerals lassen sich so zerschneiden, daß zwei spiegelbildlich gleiche Hälften entstehen. Wir sagen, der Kristall besitzt eine Symmetrie- oder

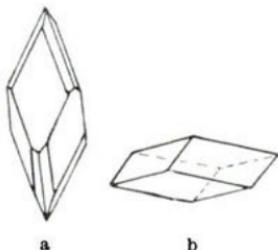


Abb. 4

<sup>1)</sup> Achse wird im x'graphischen Gebrauch meist „Axe“ geschrieben!

Spiegelebene (S.E., m) (Abb. 5a, 5b). Schließlich ein künstlich gezüchteter  $x$  von Kupfervitriol: Er sieht zunächst sehr unsymmetrisch

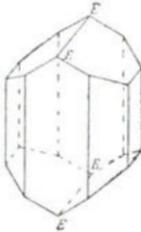


Abb. 5a

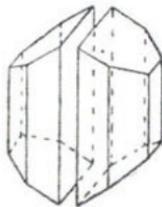


Abb. 5b

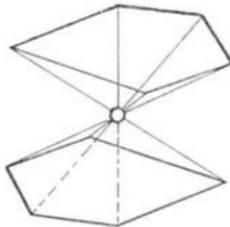


Abb. 6

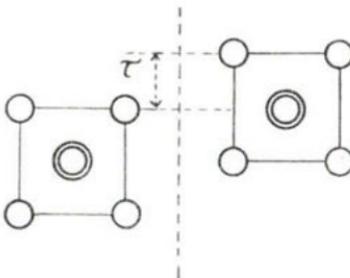
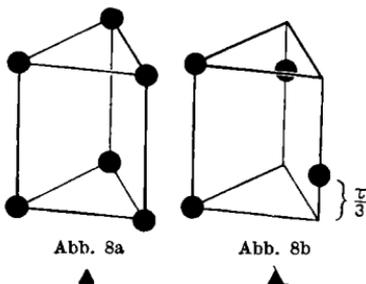


Abb. 7

aus. Wir erkennen aber bei genauem Hinsehen, daß jeder Fläche, Kante, Ecke auf der Vorderseite „invers“ d.h. richtungsverkehrt auf der Rückseite ein gleichwertiges Element entspricht. Der Kristall hat ein „Symmetrie-“ oder „Inversionszentrum“ (Z)-Abb. 6. Berücksichtigen wir dann weiter, daß der Kristall nicht kontinuierlich aus Masse besteht, sondern diskontinuierlich aus kleinsten Bausteinen aufgebaut ist, so müssen wir, um eine Ausgangszelle (in Abb. 1 dicker) in eine andere überzuführen, die Parallelverschiebung oder Gleitung hinzunehmen. Diese „einfachen Symmetrioperationen“ sind nun zu kombinieren: Drehung und Spiegelung führt zur Drehspiegelung, Spiegelung und Gleitung zur Gleitspiegelung (Abb. 7), Drehung und Gleitung zur „Drehgleitung“ oder Schraubung (Abb. 8a, b).

Da die Gleitbeträge  $\tau$  Bruchbeträge der Gitterdimensionen, und zwar  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{6}$  darstellen, sind die Symmetrieelemente, die eine Gleitung enthalten, mit freiem



Auge, also in der „groben“ Kristallographie nicht bemerkbar und unwesentlich. Bei jeder Behandlung des Gitters müssen wir sie aber berücksichtigen, auch sind sie für die Erklärung gewisser physikalischer Eigenschaften sehr bedeutsam. Symmetrieachsen können in Kristallen als

2-zählig (◊), 3-zählig (▲), 4-zählig (■) und 6-zählig (●) auftreten, demgemäß gibt es auch Axen, die erst durch Schraubung diese äußere Symmetrie hervorrufen:  $f$ , ▲, ■, ● — 2-, 3-, 4-, 6-zählige Schraubachsen. Es kann auch eine 4-zählige Schraubachse 2-zählige einfache Achse, eine 6-zählige Schraubachse 3- oder 2-zählige einfache Achse sein.

Drehspiegelachsen sind 4-zählig und gleichzeitig 2-zählig für einfache Symmetrie ◊, oder 6-zählig und gleichzeitig 3-zählig für letztere ●<sup>1)</sup>. (In diesem Fall ist das dasselbe wie 3-zählige Achse mit Inversionszentrum.) — Das Inversionszentrum läßt sich übrigens — für den Anfänger nicht recht bildhaft! — auch definieren als „1-zählige Achse, die 2-zählige Drehspiegelachse wird“.

**Die Symmetrieklassen und Raumgruppen.** Symmetrieachsen anderer Zähligkeit als (1), 2, 3, 4, 6 sind kristallographisch unmöglich, wie sich geometrisch leicht zeigen läßt. Gleichwertige Symmetrieachsen können nur Winkel von  $120^\circ$ ,  $109^\circ 28'$ ,  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  miteinander bilden. Damit wird die Zahl der möglichen Kombinationen der Symmetrieelemente stark eingeschränkt.

<sup>1)</sup> Die neuen International tables verwenden hierfür ▲<sup>1</sup>