

Beiträge zur Berechnung mehrstieliger Steifrahmen

**mit Verwendung eines durchlaufenden Balkens
als statisch unbestimmtes Hauptsystem.**

Von der

Königl. Sächs. Technischen Hochschule

zu Dresden

zur

Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs

genehmigte

Dissertation.

Vorgelegt von

Dipl.-Ing. Richard Rossin
aus Czernowitz.

Verlag M. Krayn, Berlin W
1912.

Referent: Professor Max Foerster, Dresden.

Korreferent: Geh. Hofrat Professor Georg
Christoph Mehrrens, Dresden.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
1. Vormerkungen	5
 I. Mehrstieliger Rahmen, dessen Außenstützen unverschieblich gelagert sind und dessen Mittelstützen nur in Richtung ihrer Achse Kräfte übertragen können	
2. Allgemeine Gleichung für die Bogenkraft.....	6
3. Einflußlinie für die Bogenkraft	9
4. Berechnung des Nenner von X	23
5. Horizontal belastetes Hauptsystem	27
6. Berechnung der Bogenkraft für wagerechte Kräfte	40
7. Nachgeben der Widerlager und Temperaturspannungen.....	43
 II. Mehrstieliger Rahmen, dessen sämtliche Stützen Momente übertragen können	
8. Rahmen mit unverschieblich gelagerten Mittelstützen.....	45
9. Rahmen mit beliebig vielen unverschieblich gelagerten Stützen	48
10. Rahmen mit eingespannten Außenstützen	59
 III. Beispiele	
11. Sechsstieliger Hallenbinder	66
12. Eisenbahnbrücke	77

1. Vorbemerkungen.

Ein Rahmen ist ein ebenes Tragwerk, bestehend aus lotrechten Stielen (Stützen, Säulen) und aus beliebig geformten Querbalken (Riegeln), an die die Säulenköpfe angeschlossen sind, während deren Füße auf einer Grundmauer ruhen. Es kommen aber auch Bauwerke mit geneigten Außenstützen vor; diese werden jedoch vom statischen Gesichtspunkte aus richtiger als Riegelteile aufgefaßt, so daß dann die Stützen verschwinden. Als ein charakteristisches Merkmal jedoch aller Rahmen sind die steifen Verbindungen zwischen Riegel und Stütze sowie zwischen zwei Riegelteilen anzusehen.

Nach der Anzahl der Stiele, bzw. der durch diese gebildeten Felder werden die Rahmen in 2-, 3- ... $(r+1)$ -stielige, bzw. 1-, 2- ... (r) -schiffige Rahmen eingeteilt.

Zum Unterschiede vom geraden Balken ruft jede Belastung in den Stützpunkten, Stützenkräfte hervor, die im allgemeinen beliebig gerichtet sind. In dieser Hinsicht sind die Rahmen mit Bogenträgern verwandt.

Die Berechnung erfolgt auf Grund der Elastizitätstheorie. Für einschiffige, gelenkig gelagerte oder fest eingespannte Rahmen liefern die Sätze von Mohr und Castigliano gut verwendbare Ergebnisse. Sobald es sich jedoch um mehrschiffige Systeme handelt, wächst die Zahl der Überzähligen bedeutend, so daß es sich empfiehlt, den Satz von Mohr über die Einflußlinie einer elastischen Biegung anzuwenden.

Die Zahl der Überzähligen kann dadurch verringert werden, daß an Stelle eines einfachen Balkens auf zwei Stützen als statisch unbestimmtes Hauptsystem ein über sämtliche Stützpunkte durchlaufender Balken eingeführt wird, da für einen solchen sämtliche Momente und Querkräfte leicht

Werden mit M^0 das statische Moment und mit Q^0 die Querkraft des Hauptsystems, mit μ^v die Stützenmomente und mit Q^v die Balkenquerkräfte infolge der Vertikalkräfte $V_1, V_2 \dots$ bezeichnet, so beträgt an beliebiger Schnittstelle der Rahmenachse das Angriffsmoment

$$M = M^0 - X \cdot y + \mu^v \dots \quad (1)$$

und die Längskraft

$$N = Q^0 \cdot \sin \varphi - Q^v \cdot \sin \varphi + X \cdot \cos \varphi \dots \quad (1a)$$

wobei unter φ der Winkel zu verstehen ist, den die Rahmenachse an der Schnittstelle mit der Kämpferlinie einschließt.

Hinsichtlich des Vorzeichens sei folgendes bestimmt:

Für den Teil zwischen dem linken Kämpfer und dem gedachten Schnitt sei M positiv, wenn es rechtsdrehend wirkt. Für den anderen Teil ist dann M positiv, wenn es linksdrehend wirkt. N sei stets negativ, wenn es gegen den Schnitt des betreffenden Teiles gerichtet ist, umgekehrt ist N positiv.

Mit Vernachlässigung des Einflusses der Längs- und der Querkräfte auf die Formänderung lautet die Bedingungsgleichung für X :

$$\mathfrak{A} = \int \frac{M}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\partial M}{\partial x} \cdot dz + \int \alpha t_0 \frac{\partial N}{\partial x} \cdot dz + \int \alpha \frac{\Delta t}{h_b} \cdot \frac{\partial M}{\partial x} \cdot dz \quad (2)^*$$

Hierin bedeutet:

t_0 die über den Stabquerschnitt gleichmäßig verteilte Temperaturänderung;

Δt den Unterschied der Temperaturen der äußersten Querschnittspunkte;

h_b die Höhe des Querschnittes.

Wird berücksichtigt, daß

$$\frac{\partial M}{\partial x} = -1 \cdot y \text{ und } \frac{\partial N}{\partial x} = -1 \cdot \cos \varphi$$

und wird Gleichung (2) beiderseits mit $\varepsilon^0 \varnothing^0$ multipliziert, wobei unter ε^0 ein ideelles Dehnungsmaß und unter $\varnothing^0$ ein ideelles Trägheitsmoment zu verstehen ist, so erhält man

*) ε bezeichnet das Elastizitätsmaß.

ist jedoch überflüssig, da, wie in Nr. 4 nachgewiesen werden wird, die Stützenmomente M^v zu X in einem konstanten, von der Belastung unabhängigen Verhältnisse stehen. Diese Beziehung geht auch unmittelbar aus der einfachen Überlegung hervor, daß das gewählte Hauptsystem einfach statisch unbestimmt ist und daß mit Aufhebung der Bogenkraft auch die zusätzlichen Stützenkräfte V verschwinden. — Setzen wir daher $M^v_1 = h_1 \cdot X$; $M^v_2 = h_2 X \dots M^v_r = h_r \cdot X$, so lautet die allgemeine Bedingungsgleichung für den Horizontalschub

$$X = \frac{\int \frac{\epsilon^0 \partial^0}{\epsilon \partial} M^0 y dz}{N} + \frac{\epsilon^0 \partial^0 \alpha \int t_0 dx}{N} + \frac{\epsilon^0 \partial^0 \alpha \int \frac{\Delta t}{h_b} y dz}{N} - \frac{\epsilon^0 \partial^0 \Delta L}{N} \dots (6)$$

Hierin ist

$$N = \int \frac{\epsilon^0 \partial^0}{\epsilon \partial} y^2 dz - h_1 f_1 - h_2 f_2 - \dots h_r f_r \dots (6a)$$

Die Integrale erstrecken sich über alle von X abhängigen Glieder, also über die Außenstützen und den Riegel, dagegen nicht über die Mittelstützen und etwaige Kragteile. Sind keine Mittelstützen vorhanden, so verschwinden in Gleichung (6a) die Größen $h f$ und die Bedingungsgleichung für den Horizontalschub ist gleichlautend wie beim Zweigelenkbogen.

Im folgenden wird für alle Querschnitte E als konstant angenommen, doch läßt sich dessen Veränderlichkeit leicht durch Multiplikation von ∂ mit $\frac{\epsilon'}{\epsilon^0}$ berücksichtigen.

3. Einflußlinie für die Bogenkraft.

Wird der Rahmen ADEFB (Figur 1) nur mit lotrechten Kräften belastet gedacht, so verschwinden die Momente in den Stielen. Unter der weiteren Annahme unverschieblicher Widerlage und daß im ganzen Rahmen Anfangstemperatur herrscht, vereinfacht sich Gleichung (6) zu

$$X = \frac{1}{N} \int_0^L \frac{\partial^0}{\partial} M^0 y \frac{dx}{\cos \varphi} \dots (7)$$