

KANON DER PHYSIK.

DIE
BEGRIFFE, PRINCIPIEN, SÄTZE, FORMELN,
DIMENSIONSFORMELN
UND KONSTANTEN DER PHYSIK

NACH DEM NEUESTEN STANDE DER WISSENSCHAFT
SYSTEMATISCH DARGESTELLT

VON

Dr. FELIX AUERBACH,
PROFESSOR DER THEORETISCHEN PHYSIK
AN DER UNIVERSITÄT JENA.



LEIPZIG,
VERLAG VON VEIT & COMP.
1899

KANON DER PHYSIK

Vorrede.

Die moderne physikalische Litteratur ist reich an vortrefflichen Lehrbüchern der Physik, der experimentellen wie der mathematischen, und auch das Bedürfnis nach einem vielbändigen Nachschlagewerke ist durch das von Winkelmann herausgegebene Handbuch der Physik vor kurzem befriedigt worden. Dagegen fehlte es noch immer, und zwar nicht bloß in Deutschland, an einem kompendiösen Buche, in welchem die Begriffe und Prinzipien, Lehrsätze und Formeln, Dimensionsformeln und Zahlen jener Wissenschaft systematisch dargestellt und zusammengestellt wären, und zwar in einer Weise, die zwei Absichten zugleich gerecht würde: einerseits dem Leser einen zusammenhängenden, durch methodische, historische und andere Einzelheiten nicht gestörten Überblick über das Ganze zu gewähren, andererseits dem Nachschlagenden auf eine Frage, um die er das Buch zu Rate zöge, ohne Umschweife eine bestimmte Antwort zu erteilen. Die prinzipielle Schwierigkeit eines solchen „Kanon“ der Physik liegt offenbar darin, daß es in der exakten Wissenschaft in vielen, vielleicht in den meisten Fällen gar nicht möglich ist, auf eine kurze Frage eine kurze Antwort zu setzen. Wird z. B. gefragt: Was ist Masse? Was ist Elastizität? Was ist Entropie?, so pflegt der Gefragte tief Atem zu

holen und mit einer längeren Einleitung zu beginnen — und nicht mit Unrecht; denn die Schwierigkeit einer kurzen, von allem übrigen losgelösten Antwort liegt in der Natur der Sache. Aber für unüberwindlich darf diese Schwierigkeit nicht gelten. Man muß nur das Augenmerk auf das Wesentliche, Charakteristische richten, dieses in der Antwort zum Ausdruck bringen und im übrigen, soweit dies erforderlich ist, durch nachträgliche Zusätze oder Bemerkungen das Gesagte präzisieren resp. ergänzen.

In diesem Sinne ist das vorliegende Buch ausgearbeitet worden. Es umfaßt das Wichtigste aus dem Gesamtgebiete der Physik; besondere Sorgfalt aber ist denjenigen Begriffen und Sätzen zugewendet, die bei der neuerlichen ungeheuren Ausdehnung des Beobachtungsmaterials und der Mannigfaltigkeit der daran geknüpften hypothetischen Vorstellungen in eine gewisse Fluktuation geraten sind; sie sind hier in einem bestimmten, durch die Natur der Sache und das Gewicht der Autoritäten gestützten Sinne festgelegt worden, etwa abweichende Auffassungen aber trotzdem nicht unberücksichtigt geblieben. Als Übersetzungen in eine exaktere Sprache sind den Begriffen die Dimensionsformeln, den Sätzen die entsprechenden Formeln zur Seite gestellt und schliesslich, um das Buch nach allen Richtungen hin nützlich zu machen, reichliche Zahlentabellen aus allen Gebieten hinzugefügt worden.

Die Anordnung des Stoffes weicht von der üblichen einigermaßen ab, indem sie sich erst in zweiter Reihe an die durch unsere Sinnesempfindungen bedingte Verschiedenheit der Erscheinungen, in erster Reihe aber an die wichtigsten Begriffe: Raum und Zeit, Kraft und Masse, Energie und Entropie, anlehnt. Daß dieses Einteilungsprinzip gegenwärtig noch nicht streng durchführbar ist, dessen ist sich der Verfasser wohl bewußt gewesen; insbesondere hat der allgemeine Entropiebegriff noch zu wenig feste Gestalt angenommen, als daß sich, wie es im Prinzip sein sollte, alle wirklichen Naturerscheinungen, seien es solche des Gleichgewichtes oder der Veränderung, ungezwungen an ihn anschließen ließen. Es lassen sich daher gegen die Einordnung

des Stoffes in die Kapitel, besonders in das Energie- resp. Entropiekapitel, Bedenken erheben; es findet sich in ihnen sogar einzelnes, was prinzipiell in frühere Kapitel gehört hätte (z. B. die geometrische Optik in das Kapitel vom Raum), und was nur des Zusammenhanges wegen oder aus anderen äußerlichen Gründen bis dorthin aufgespart wurde. Andererseits hätte auch noch weiter gegangen und gleich mit der Energie begonnen werden können, entsprechend der Forderung der Energetiker; ein solcher Versuch erschien aber dem Verfasser bei dem ersten Erscheinen eines Buches wie das vorliegende zu gewagt, und er glaubt in der Weise, wie er vorgegangen ist, die richtige Mitte inne gehalten zu haben.

Das Buch macht, soweit das Thatfachenmaterial der Physik dies erfordert, von der Formelsprache der höheren Mathematik vollen Gebrauch; es ist aber so gearbeitet, daß es mit Ausschluß der genannten Partien auch für den Nichtmathematiker ohne Schwierigkeit zu benutzen ist, und es wendet sich in seiner knappen Form nicht zum wenigsten gerade an diejenigen, für welche die Physik eine Hilfswissenschaft ist.

Der Übersichtlichkeit halber sind sechs verschiedene Numerierungen durchgeführt worden, nämlich:

fette Ziffern für die Begriffe,
fette Kursivziffern für die Sätze,
kleine lateinische Buchstaben für die Formeln,
große lateinische Buchstaben für die Dimensionsformeln,
deutsche Buchstaben für die Zahlentabellen,
gewöhnliche Ziffern in Klammern für die jeder Nummer beige-
fügten Anmerkungen.

Eine strenge Trennung von Begriffen, Sätzen und Anmerkungen ließ sich übrigens nicht überall durchführen.

Die Zahlentabellen geben, je nachdem es die Umstände geboten erscheinen ließen, neueste Werte oder Mittel aus den zuverlässigsten Werten; die Stoffe sind fast durchweg alphabetisch geordnet, ihre

Auswahl erfolgte nach Rücksichten teils des wissenschaftlichen Interesses, teils der praktischen Wichtigkeit.

Die Autorennamen und Jahreszahlen sind erst bei der Korrektur hinzugefügt worden und machen selbstverständlich auf irgend welche Vollständigkeit keinen Anspruch.

Schließlich spreche ich den hiesigen und auswärtigen, engeren und weiteren Fachgenossen, die mich durch Rat und That freundlichst unterstützt haben, meinen wärmsten Dank aus.

Jena, im Juni 1899.

F. Auerbach.

Inhalt.

	Seite
Erstes Kapitel. Allgemeines	1—5
1. Physik. 2. Beobachtung und Experiment. 3. Theorie. 4. Experimental- und theoretische Physik. 5. 6. Begriffe. 7. Größen. 8. Prinzipien. 9. Variable und Konstanten.	
Zweites Kapitel. Raum und Zeit	6—16
10. Raum. 11. Punkt, Linie, Fläche, Körper. 12. Skalare, Vektoren, Tensoren. 13. Einheiten. 14. Richtungen. 15. Winkel. 16. Ort, Koordinaten, Ortstabelle. 17. Gestalt. 18. Zusammenhang. 19. Zeit. 20. Tag. 21. Sekunde. 22. Zeitraum und Zeitpunkt.	
Drittes Kapitel. Bewegung	16—37
23. Ruhe und Bewegung. 24—26. 1. 2. Geschwindigkeit. 27. 28. 3. 4. Beschleunigung. 29. Verschiebung und Drehung. 30. Periode. 31. Phase. 32. Amplitude. 33. Geschwindigkeitsgesetz. 5. Koexistenz der Schwingungen. 6. Fourier'scher Satz. 34. Schwingungsform. 35. Dämpfung. 36. Freie und erzwungene Schwingung. 37—40. Wellen. 41. Interferenz. 7. Huygens'sches Prinzip. 42. Beugung. 43. Strahlen. 44. Polarisierung. 45. Schatten. 8. Entfernungsgesetz. 46. Absorption. 47. 48. 9. Reflexion und Brechung. 49. Dispersion.	
Viertes Kapitel. Kraft und Masse	37—54
50. Kraft. 51. 10. Beharrung. 52. Gleichgewicht. 11. Kraftprinzip. 12. Parallelogramm der Kräfte. 53. Kraftkomponenten. 54. Masse. 55. Kraft. 13. Massenprinzip. 14. Wechselwirkungsprinzip. 56. Arten der Kräfte. 57. Moment. 58. 15. Druckkomponenten. 59. Gewicht. 60. Gramm. 61. Dyne. 61 a—c. Gewichts- und Gravitationsmaaß. 62. Druckeinheit.	
Fünftes Kapitel. Eigenschaften der Materie	54—146
63. Dichte. 64. 16. Dilatation und Kontraktion. 65. Spezifisches Gewicht. 17. Konstanz der Masse. 18. Äquivalenz der Stoffe.	

66. Homogen und heterogen, isotrop und heterotrop. 67. Schwerpunkt. 19. Schwerpunktssatz. 68. Trägheitsmoment. 20. Flächensatz. 69—73. 21. Krystalle. 74—78. Elastizität. 79. Aggregatzustände. 22. Elastizität. 80. Thermische Ausdehnung. 23. Druckgesetz. 24 *a, b*. Boyle-Gay-Lussac'sches Gesetz. 81. Temperatur. 82. Hypothetische Stoffe. 83 *a—c*. Schmelzung, Auflösung, Verdampfung. 84. Dämpfe. 85. Kritischer Zustand. 86. 25. Gemische. 87. 26. Lösungen. 88. Absorption. 89. Elastische Vollkommenheit. 90. Festigkeit. 91. Härte. 92. Plastizität. 93. Adhäsion. 94. 95. Reibung. 96. Kapillarität. 97. Konvektion, Leitung, Strahlung. 98. Konstitution der Materie. 99. Molekeln und Atome. 100—102. 27. 28. Kinetische Gastheorie. 103. 29 *a, b*. Molekulartheorie der Lösungen; 104. der festen Körper. 105. Wirbelatome.

Sechstes Kapitel. Potential 146—172

106. Geschwindigkeitspotential. 30. 107—109. Strömung und Wirbelbewegung. 110. Potential. 111. Kraftfeld. 31. Entfernungsgesetz der Kraft. 112—116. Potential des Punktes, der Linie, Fläche, des Körpers, des Punktpaares u. s. w. 32. Grundgleichung des Potentials. 33. Green'scher Satz u. s. w. 117. Potential der Druckkräfte.

Siebentes Kapitel. Energie.

Erster Abschnitt: Allgemeines. 172—186

118. Arbeit. 119. Erg. 120. Effekt. 121. Energie. 34. Konstanz der Energie. 122. Zustand, Prozeß. 123. Aktuelle und potentielle Energie. 124. Energiearten. 125. Energiebewegung und -Verwandlung. 35. Äquivalenz der Energien.

Zweiter Abschnitt: Mechanische Energie 186—189

36. Satz von der lebendigen Kraft.

Dritter Abschnitt: Schall 189—198

126. Schall, Knall, Ton, Geräusch. 127. Tonhöhe. 128. Schallstärke. 129. Klang.

Vierter Abschnitt: Wärme 199—229

130. Wärme. 37. Erster Hauptsatz. 131. Carnot'scher Kreisprozeß. 132. Wärmeäquivalent. 133. 134. Spezifische Wärme. 38. Thomson-Joule'scher Satz. 39. Adiabatische Gasgesetze. 135. 40. 41. Molekular- und Atomenergie. 136. Schmelzwärme. 137. Lösungswärme. 138. Verdampfungswärme. 139. Spezifische Wärme des Dampfes. 140. Chemische Wärme.

Fünfter Abschnitt: Elektrizität und Magnetismus. 229—308

141. Elektrizität und Magnetismus. 142. Elektrizitätsmenge. 42. Elektrisches Grundgesetz. 143. Elektrisches Potential u. s. w. 43. Kontaktspannungen. 44. Elektrisches Gleichgewicht. 144. Kapazität. 145. Dielektrizität. 146. Elektrostatische Induktion. 147. Elek-

trischer Strom. 148. Widerstand. 45. Ohm'sches Gesetz. 149. Magnetismus. 46. Magnetisches Grundgesetz. 150. Magnetisierung. 151. 47. Magnetisches Potential. 152. Magnetische Induktion. 153. Natürliches Maaßsystem. 48. Elektromagnetismus. 49. Elektrodynamik. 154. 50. Induzierte Ströme. 51. Äquivalenz von Strömen und Magneten. 155. 156. Die drei absoluten und das praktische Maaßsystem. 157. Elektro- und Magnetostriktion, Piezo- und Pyroelektrizität. 158. 52a, b. Joule'sche, Peltier-, Thomsonwärme. 159. 53. Thermostrome. 160. Magnetisierungswärme. 161. 54. 55. Elektrolyse, Polarisation.

Sechster Abschnitt: Licht 308—321

162. Licht. 163. Natürliches und polarisiertes Licht. 164. Farbe. 165. Intensität des Lichtes. 166. Lichteinheiten. 56. Psychophysisches Gesetz für Lichtstärken.

Achtes Kapitel. Entropie.

Erster Abschnitt: Allgemeines 321—328

167. Wirkungsfähigkeit der Energie. 57. Umwandlungsprinzip. 168. Wirkungsgrad. 169. 58. Kinetisches Potential. 59. 170. Gleichgewicht.

Zweiter Abschnitt: Mechanik 328—380

171. Kräfte und Bedingungen. 172. Mechanik. 60. Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten. 61. Gleichgewicht des Punktes, 62. des starren Körpers. 173. 63. Einfache Maschinen. 64. Kettenlinie. 65. Elastisches Gleichgewicht. 66. 67. Hydrostatik. 68. Kapillares Gleichgewicht. 69. Aerostatik. 70. Bewegungsprinzip. 71. Lagrange'sche Gleichungen. 72. Freier Fall. 73. Wurf. 174. 74. Pendel. 75. Kepler'sche Gesetze. 76. Rotation. 175. 77. Elastische Dynamik. 78. Stoß. 79—83. Hydrodynamik. 84. Aerodynamik. 85. Reibung. 176. 86. Diffusion.

Dritter Abschnitt: Schall 380—393

177. Tonschwingungen. 87—91. Töne von Saiten, Stäben, Gabeln, 92. von Membranen und Platten, 93. von Pfeifen. 178. Fortpflanzung des Schalles. 94. Resonanz. 95. Interferenz.

Vierter Abschnitt: Wärme 393—423

179. Wärmebewegung. 96. 180. 97. Wärmeleitung. 181. 182. 98—100. Wärmestrahlung. 101. Zweiter Hauptsatz. 183. Absolute Temperatur. 184. Wirkungsgrad. 185. 102. Entropie. 186. 103. Freie Energie, thermodynamisches Potential. 104. Zweite Hauptgleichung. 105. Anwendungen. 106. Thermodynamische Bewegungsgleichungen.

Fünfter Abschnitt: Elektrizität und Magnetismus . . 424—454

107. Elektrische und magnetische Energieverwandlung. 187. Elektrizitätsbewegung. 108. Stationäre Ströme. 188. 109. Leitvermögen,

	Seite
189. Geschwindigkeit. 190. Elektrische Strahlung. 191. 110. Maxwell'sche Theorie.	
Sechster Abschnitt: Licht	455—508
192. Lichtbewegung. 111. Grundgleichungen. 193. Geschwindigkeit, Aberration. 194. 112—117. Geometrische Optik. 118. Reflexion und Brechung. 195. Interferenz. 196. Beugung. 197. Dispersion. 198. Krystalloptik. 199. Fluorescenz und Phosphorescenz. 200. Elektrisches Licht. 201. Photographie.	
Register	509—522
Berichtigungen	522

Erstes Kapitel.

Allgemeines.

1. Physik ist die Lehre von den Energieerscheinungen, insbesondere von den Orts-, Modalitäts- und Qualitätsänderungen, welche die Energie erfährt, ohne ihre Gesamtquantität zu ändern.

(1) Dem Brauche gemäß wird hier eine Definition des heutigen Begriffes „Physik“ an die Spitze gestellt, und zwar diejenige, welche der jetzigen Auffassung resp. dem jetzigen Stande der Erkenntnis am meisten entspricht. Wie es aber überhaupt unmöglich ist, eine Wissenschaft exakt zu definieren, ohne von den in ihr vorkommenden Begriffen oder mindestens von einem von ihnen Gebrauch zu machen, so werden hier die Begriffe der Energie (121), des Ortes (16), der Modalität und Qualität vorweggenommen. Der rechtmäßige Platz obiger Definition ist demnach hinter den angeführten.

(2) Ganz entsprechend ist die Chemie die Lehre von den Verwandlungen des Stoffes unter Wahrung seiner Quantität. Da übrigens Stoff und Energie aneinander geknüpft sind und niemals gesondert auftreten, giebt es streitige Grenzgebiete zwischen beiden Wissenschaften, die man unter dem Namen „Physikalische Chemie“ zusammenfaßt.

(3) Geometrie (d. h. die Lehre von den Mannigfaltigkeiten und Änderungen der räumlichen Gestalt), Physik und Chemie bilden zusammen die exakte Naturwissenschaft, d. h. diejenige Naturwissenschaft, deren Aufgabe es ist, nicht bloß die Qualität, sondern auch die Quantität der Vorgänge festzustellen, also alle sie bestimmenden Begriffe als „Größen“ zu definieren. Jene drei Disciplinen bilden zugleich die ganze exakte Naturwissenschaft und durchdringen damit auch die übrigen naturwissenschaftlichen Disciplinen; was in letzteren exakt ist, ist geometrisch oder physikalisch oder chemisch, es sei denn, daß man das biologische als ein viertes Prinzip, für das jedoch die Definition fehlt, anerkennen will.

(4) Der Zusatz betr. die Konstanz der Quantität (des Stoffes resp. der Energie) könnte überflüssig erscheinen, zumal bisher keine wissenschaftliche, ihm widersprechende Thatsache festgestellt ist; er ist aber

notwendig, insofern Physik und Chemie, im Vertrauen auf jene Konstanz, sie geradezu als leitendes Postulat benutzen und somit alle etwa abweichenden, überlieferten oder noch zu erwartenden Erscheinungen, ohne über deren außernaturwissenschaftliche Möglichkeit ein Urteil zu fällen, prinzipiell von ihrem Bereiche ausschließen.

(5) Die meisten Physiker (in neuester Zeit z. B. HERTZ) bezeichnen es als die Aufgabe der Physik, alle Erscheinungen auf Bewegung (Mechanik) zurückzuführen; andere wiederum (z. B. OSTWALD) erklären dies für einen Rückschritt und wollen jede Energieerscheinung spezifisch aufgefaßt wissen; näheres siehe weiter unten.

2. Beobachtung und Experiment. Beobachtung ist die wissenschaftliche Feststellung von Erscheinungen, welche sich in der Natur vorfinden. Experiment oder Versuch dagegen ist die wissenschaftliche Feststellung von Erscheinungen, welche künstlich hervorgerufen werden.

Beobachtung und Experiment zusammengenommen bilden das Gebiet der Erfahrung.

(1) Die Physik im engeren Sinne hat es stets mit Experimenten zu thun; insoweit sie sich mit Beobachtungen befaßt, geht sie über in das Gebiet der kosmischen Physik (Astronomie, Geophysik, Meteorologie), der Mineralphysik, der Biophysik. Entsprechendes gilt von der Chemie (reine Chemie, Mineralchemie, physiologische Chemie).

3. Theorie ist die Zurückführung von Erscheinungen auf einfachere und die dadurch ermöglichte Verknüpfung verschiedener Erscheinungen miteinander durch ein einfaches Gesetz.

(1) Durch diese Verknüpfung und Vereinfachung („einfachste und vollkommenste Beschreibung“ nach KIRCHHOFF) nimmt die Theorie formell den Charakter einer „Erklärung“ an, ohne materiell eine solche zu sein.

(2) Die Theorie ist am wertvollsten, wenn sie ohne „Hypothesen“, d. h. unbewiesene Annahmen, auskommt, und sie ist alsdann von unbedingter Sicherheit. Enthält sie Hypothesen, so hat sie nur eine gewisse Wahrscheinlichkeit, die sich desto mehr steigert, je mehr aus ihr zu ziehende Folgerungen durch die Erfahrung bestätigt werden, und die zur Sicherheit wird, wenn es nachträglich gelingt, die Hypothesen selbst zu erweisen.

4. Experimentalphysik und theoretische Physik. Die Experimentalphysik bedient sich zur Feststellung der Gesetze jeder einzelnen Erscheinung des Experimentes, ihr Gang ist vom speziellen zum allgemeinen („induktive Methode“). Die theoretische Physik sucht umgekehrt aus möglichst wenigen Erfahrungsthatfachen möglichst viele Erscheinungen auf dem Wege der Theorie abzuleiten, ihr Endziel ist geradezu, die Zahl der erforderlichen Erfahrungsthatfachen auf das

geringste Maaß zurückzuführen; ihr Gang ist, auf der so gewonnenen Grundlage, vom Allgemeinen zum Speziellen („deduktive Methode“).

(1) Auch die theoretische Physik ist hiernach Erfahrungswissenschaft und als solche nicht zu verwechseln mit der „spekulativen Physik“ oder „Naturphilosophie“ früherer Zeiten, die auf der Grundlage der reinen Idee die Probleme der Natur zu lösen vorgab.¹

(2) Zur Formulierung, Lösung und Anwendung ihrer Probleme muß sich die theoretische Physik in allen nicht äußerst einfachen Fällen und jedenfalls stets, wenn es sich um exakte, quantitative Ermittlungen handelt, der mathematischen Sprache bedienen, weshalb man sie auch als „Mathematische Physik“ bezeichnet. Die Gesamtheit der für ein Problem typischen Formeln bildet in ihr dessen Beschreibungs- oder Erklärungssystem.

5. Allgemeine Begriffe sind solche, welche bei einer großen Zahl im übrigen verschiedenartiger Erscheinungen eine wesentliche Rolle spielen.

(1) Die Zahl der allgemeinen Begriffe wird einerseits durch die fortschreitende Vollkommenheit der Erkenntnis und Verknüpfung der Erscheinungen erhöht, andererseits durch die zunehmende Einfachheit der Beschreibung herabgemindert.

6. Grundbegriffe und abgeleitete Begriffe. Grundbegriffe sind solche allgemeine Begriffe, auf die alle übrigen, die aber selbst nicht auf andere zurückgeführt werden können; die übrigen kann man demgemäß abgeleitete Begriffe nennen. Die Gesamtheit der Grundbegriffe heißt das System der Grundbegriffe, Grundsystem oder Fundamentalsystem. Das heute vorherrschende ist das Länge-Zeit-Massesystem.

(1) Im Laufe der Zeit sind verschiedene Grundsysteme aufgestellt worden, und noch heute werden verschiedene vertreten. Zunächst ist zu unterscheiden zwischen Systemen mit einer verschiedenen Zahl von Grundbegriffen, nämlich 4, 3, 2 oder 1. Allen Systemen gemeinsam ist der Grundbegriff Raum (Länge); allen mehr als eingliedrigen die Grundbegriffe Raum und Zeit. Den viergliedrigen ist ferner gemeinsam die Masse, dagegen unterscheiden sie sich durch Wahl entweder der Kraft oder der Energie zum 4. Begriff; jenes kann das historische, dieses das energetische System genannt werden. Bei den dreigliedrigen Systemen ist der 3. Grundbegriff entweder die Masse (siehe oben) oder die Kraft (Länge-Zeit-Kraftsystem). Bei den zweigliedrigen Systemen wird auch noch die Masse resp. die Kraft (z. B. mittels des NEWTONschen Gesetzes), bei den eingliedrigen überdies noch die Zeit (z. B.

¹ Die heutige „natural philosophy“ der Engländer ist identisch mit „theoretische Physik“.

mittels des WEBERSchen Gesetzes) eliminiert, so daß schließlich nur der Grundbegriff der Länge übrig bleibt.

(2) Als Hauptvertreter sind zu nennen für das historische System GALILEI, NEWTON, LAGRANGE u. A., für das energetische OSTWALD und HELM, für die dreigliedrigen KIRCHHOFF und HERTZ, für die zwei- und eingliedrigen GAUSS u. A.

(3) Die dreigliedrigen Systeme haben vor den viergliedrigen den Vorzug größerer Einfachheit der Grundlegung; außerdem aber im Vergleich zum historischen System den Vorzug größerer Freiheit von metaphysischen Vorstellungen, dem energetischen gegenüber den Vorzug größerer Anschaulichkeit und infolgedessen größerer Zuverlässigkeit. Immerhin kommen auch die dreigliedrigen Systeme nicht ohne Hilfsvorstellungen (Konfiguration, verborgene Bewegung u. s. w.) aus. Noch schwieriger gestaltet sich die Ausbildung des zwei- resp. eingliedrigen Systems, so daß diese bisher nicht in merklichem Maße benutzt worden sind.

(4) Zu den abgeleiteten Begriffen gehört auch die Temperatur. Da dieser Begriff indessen im folgenden schon eine Rolle spielen wird, ehe es möglich sein wird, ihn auf die Grundbegriffe zu reduzieren, soll er, rein empirisch, als der durch die Angabe des Thermometers (nach CELSIUS, Eispunkt = 0° , Siedepunkt des Wassers = 100°) bestimmte Zustand eines Körpers angesehen und provisorisch als Grundbegriff betrachtet werden.

7. Zahlengrößen und Dimensionsgrößen. Eine Zahlengröße oder reine Zahl ist durch Angabe eines Zahlenwertes vollständig charakterisiert. Dagegen enthält eine Dimensionsgröße drei verschiedene Elemente in sich: a) die Dimension, d. h. die Art, in welcher die Grundbegriffe in ihr enthalten sind; b) die Einheiten, welche für diese Begriffe benutzt werden; c) den in diesen Einheiten ausgedrückten Zahlenwert. Eine Dimensionsgröße, als quantitativer Ausdruck eines Begriffes, heißt oft auch schlechthin Größe.

(1) Bei gleicher Einheit verhalten sich die Zahlenwerte verschiedener Größen wie diese Größen; bei verschiedenen Einheiten verhalten sich die Zahlenwerte einer und derselben Größe umgekehrt wie die Einheiten.

(2) Man unterscheidet zwischen absoluten Einheiten und praktischen Einheiten; ein prinzipieller Unterschied zwischen beiden besteht jedoch nicht, vielmehr zeichnen sich die absoluten Einheiten nur dadurch aus, daß sie für das Gesamtgebiet der Erscheinungen und auf Grund möglichst allgemeiner Übereinkunft benutzt werden.

(3) Das Schema einer Größe ist hiernach im dreigliedrigen System:

$$G = z l^{\lambda} t^{\tau} m^{\mu},$$

wo z der Zahlenwert, l, t, m die für die drei Grundbegriffe gewählten Einheiten und λ, τ, μ beliebige Zahlen sind. Handelt es sich nicht um den Zahlenwert, sondern lediglich um die Dimension der Größe, so setzt man diese in eckige Klammern und erhält die Dimensionsformel der Größe:

$$[G] = l^{\lambda} t^{\tau} m^{\mu}. \quad (\text{A})$$

Eine reine Zahl enthält weder l noch t noch m , d. h. alle drei Dimensionen in der 0. Potenz, man erhält also als Dimensionsformel für sie

$$[r.z] = 1. \quad (\text{B})$$

8. Grundprinzipien sind solche Sätze, welche irgendwie gegeben und nicht weiter reduzierbar sind.

(1) Unter den als Prinzipien bezeichneten Sätzen finden sich solche sehr verschiedenen Charakters, und zwar besonders folgende: a) Logisch einleuchtende Sätze, b) Definitionen der in ihnen enthaltenen Begriffe, c) Erfahrungsthat-sachen, d) Postulate; ein und dasselbe Prinzip rückt bei tieferem Eindringen in sein Wesen nicht selten aus einer dieser Klassen in eine andere ein, insbesondere erweisen sich manche Prinzipien, die für etwas Anderes gehalten wurden, lediglich als Definitionen. Aus diesen Gründen ist auch die Frage nach der notwendigen und hinreichenden Zahl von Grundprinzipien noch unbeantwortet, resp. noch nicht einheitlich beantwortet.

(2) Die übrigen Sätze, welche die Untersuchung der Erscheinungen liefert, werden je nach ihrer Tragweite Prinzipien, Gesetze, Lehrsätze oder Regeln genannt.

(3) In der mathematischen Physik werden Größen durch Buchstaben oder Kombinationen solcher untereinander und mit Zahlen, Gesetze und überhaupt Beziehungen zwischen Größen durch Gleichungen ausgedrückt (Differentialgleichungen für die infinitesimalen räumlichen und zeitlichen Beziehungen, wozu noch räumliche und zeitliche Grenzbedingungen kommen; endliche Gleichungen für die daraus sich ergebenden endlichen Beziehungen).

9. Variable und Konstanten. Unter den Größen giebt es solche, welche sich verändern und darum Variable heißen; man unterscheidet dabei unabhängige oder willkürliche Variable, deren Veränderung primären Charakters ist, und abhängige Variable oder Funktionen, deren Veränderung aus der jener unmittelbar folgt; die Beziehung zwischen beiden Veränderungen ist das Gesetz. Andererseits giebt es Größen, welche ihren Wert allgemein oder in gewissen Fällen beibehalten und deshalb Konstanten heißen. Man kann dabei zwischen universellen Konstanten, die eine allgemeine Bedeutung haben, und individuellen Konstanten, die z. B. nur für bestimmte Stoffe gelten, unterscheiden.

Zweites Kapitel.

Raum und Zeit.

10. Der Raum ist die Form unserer äußeren Anschauung (KANT); seine drei Mannigfaltigkeiten heißen Dimensionen.

(1) Räume von mehr Dimensionen sind für uns wohl abstrakt denkbar und können der formalen Rechnung unterworfen werden, sind aber nicht anschaulich und fallen daher nicht unter die obige Definition.

(2) Unser Raum heißt auch „ebener Raum“, weil er sich zu anderen denkbaren, aber nicht oder nur künstlich bis zu einem gewissen Grade (v. HELMHOLTZ) anschaulichen, ebenfalls dreidimensionalen Räumen verhält, wie die Ebene zu den übrigen Flächen, d. h. weil sein Krümmungsmaß überall null ist; in ihm gilt das Kongruenzprinzip, und hierauf beruht die Zulässigkeit unserer räumlichen Meßmethoden.

11. Punkt, Linie, Fläche, Körper. Ein Raumgebilde ohne Dimensionen heißt Punkt (mathematischer Punkt), ein Gebilde von einer Dimension heißt Linie oder Strecke, ein Gebilde von zwei Dimensionen heißt Fläche, von drei Dimensionen Körper. Die Größe einer Linie heißt Länge, die einer Fläche Flächeninhalt, die eines Körpers Rauminhalt oder Volumen.

(1) Die hier eingeführten Gebilde sind die geometrische Linie, die geometrische Fläche, der geometrische Körper, im Gegensatz zu den entsprechenden physikalischen Gebilden (s. w. u.).

(2) Ein-, zwei-, dreidimensionale Erscheinungen sind im engeren Sinne solche, die sich nur in einer Linie, einer Fläche oder aber im Raume abspielen (freier Fall, ebenes Pendel, Raumpendel; oder elektrischer Strom in Drähten, Platten, Körpern). Im weiteren Sinne versteht man aber darunter auch räumliche Vorgänge, wenn ihre Mannigfaltigkeit nur ein-, zwei-, dreidimensional ist, wenn sich also in allen parallelen (oder anderweitig zugeordneten) Linien resp. Flächen die Erscheinung in gleicher Weise abspielt (eindimensional: Regen, Abnahme des Luftdruckes mit der Höhe; zweidimensional: Strömung in einem breiten Kanal ohne Rücksicht auf die Ufer, Cylinderwellen u. s. w.).

12. Skalare, Vektoren, Tensoren. Größen, die durch Einheiten, Dimensionen und Zahlenwert vollständig bestimmt sind, heißen Skalare (HAMILTON 1853); Größen, welche außerdem noch eine bestimmte einseitige Richtung haben, Vektoren; Größen mit zweiseitiger, d. h. nach beiden Seiten gleichwertiger Richtung Bivektoren oder Tensoren (VOIGT); die beiden letzteren Größen zusammen werden auch Richtungsgrößen genannt.

(1) Von den Vektoren giebt es zwei Arten: axiale und polare (ohne oder mit unendlich vielen hindurchgehenden Symmetrieebenen).

(2) Typisch für den Skalarbegriff ist die Temperatur, für den axialen Vektor Rotation, weshalb auch der Name „Rotor“ dafür gebraucht wird (CLIFFORD, WIECHERT), für den polaren Verschiebung, für den Tensor Druck (vgl. auch weiter unten).

13. Längeneinheit, Flächeneinheit, Volumeneinheit. Als absolute Einheit der Länge dient das Centimeter (cm), der hundertste Teil des Meters (m), welches selbst wieder ursprünglich definiert war als der zehnmillionste Teil eines Meridianquadranten der Erde und durch einen Normalmaaßstab festgelegt wurde; diesen Normalmaaßstab hat man beibehalten, auch nachdem neuere Messungen für den Quadranten einen etwas anderen Wert ergeben haben; man kann also gegenwärtig nur definieren: 1 cm ist der hundertste Teil des Normalmeterstabes (bei 0° C.). Entsprechend ist die absolute Flächeneinheit das Quadratcentimeter (qcm oder cm²), die absolute Volumeneinheit das Kubikcentimeter (ccm oder cm³).

(1) Der Originalstab wird in Paris aufbewahrt, Kopien finden sich an vielen Orten.

(2) Der wahre Wert des Quadranten beträgt:

	$Q = 1\,000\,085\,576$ cm	(a)
des Meridians	$M = 4\,000\,342\,305$ „	(b)
des Äquators	$A = 4\,007\,036\,810$ „	(c)
des Polarradius	$r = 635\,607\,896$ „	(b)
des Äquatorialradius	$R = 637\,739\,715$ „	(e)
der Abplattung	$\frac{R-r}{R} = 0,003\,343 = \frac{1}{299,158}$	(f)

Übrigens sind, wie es scheint, auch die Meridiane verschieden lang, d. h. es ist auch der Äquator abgeplattet, die Abplattung beträgt aber wahrscheinlich noch nicht $\frac{1}{20}$ der polaren.

(3) Andere, aus dem Centimeter abgeleitete Längenmaße, sowie die entsprechenden Flächen- und Volumenmaße sind folgende:

Kilometer	= km	= 100 000 cm	= 10^5 cm	} (g)
Meter	= m	= 100 „		
Dezimeter	= dm	= 10 „		
Millimeter	= mm	= 0,1 „		
Mikron	= μ	= 0,001 mm	= 0,0001 cm = 10^{-4} cm	
Millimikron	= $\mu\mu$	= 0,000001 „	= 0,0000001 „ = 10^{-7} „	
Quadratkilometer	= qkm (km ²)	= 10^{10} qcm	} (h)	
Quadratmeter	= qm (m ²)	= 10^4 „		
Quadratmillimeter	= qmm (mm ²)	= 0,01 „		

$$\left. \begin{array}{l} \text{Hektar} = \text{ha} = 10^4 \text{ qm} = 10^8 \text{ qcm} \\ \text{Ar} = \text{a} = 10^2 \text{ „} = 10^6 \text{ „} \end{array} \right\} \quad (f)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Kubikmeter} = \text{cbm} (\text{m}^3) = 10^6 \text{ ccm} \\ \text{Kubikdezimeter} = \text{cbdm} (\text{dm}^3) = 10^3 \text{ „} \quad (\text{Liter}) \\ \text{Kubikmillimeter} = \text{cbmm} (\text{mm}^3) = 0,001 \text{ „} \end{array} \right\} \quad (i)$$

(4) Zur Umrechnung älterer Maaße dienen folgende Angaben:

	cm			
Geographische Meile	742 044	Quadratmeile	55,0588 qkm	(l)
Preußische „	753 249	Preuß. Morgen	25,53 a	
Englische „	160 900	„ Quadratfuß	985,04 qcm	
Seemeile	185 500	„ Quadrat Zoll	6,8405 „	
Toise	194,9			
Yard	91,44	„ Kubikfuß	30916 ccm	(m)
Englischer Fuß	30,479	„ Kubikzoll	17,891 „	
Pariser „	32,484			
Rheinischer „	31,385			
Pariser Zoll	2,712			
„ Linie	0,2256			

(5) Für sehr große Strecken bedient man sich, besonders in der Astronomie, als Maaßes der Zeiten, welche der Lichtstrahl zu ihrer Zurücklegung im leeren Raume braucht; man spricht also von Lichtsekunden, Lichtminuten, Lichtstunden u. s. w. bis zu Lichtjahren; dabei ist:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Lichtsekunde} = 299\,890 \text{ km} \\ \text{Lichtjahr} = 94\,639 \cdot 10^8 \text{ km} \end{array} \right\} \quad (n)$$

Auch für sehr kleine Längen und überhaupt als absolute Längeneinheit hat man eine den Lichterscheinungen entnommene Größe vorgeschlagen, die „Lichtwelleneinheit“, d. h. die Wellenlänge einer bestimmten Spektrallinie, z. B. die rote, grüne oder blaue Kadmiumlinie (MICHELSON):

$$\left. \begin{array}{l} \lambda (\text{rot}) = 0,643\,847\,22 \mu \quad 1 \text{ cm} = 15531,635 \lambda (\text{rot}) \\ \lambda (\text{grün}) = 0,508\,582\,40 \text{ „} \quad 1 \text{ „} = 19002,497 \lambda (\text{grün}) \\ \lambda (\text{blau}) = 0,479\,991\,07 \text{ „} \quad 1 \text{ „} = 20833,721 \lambda (\text{blau}). \end{array} \right\} \quad (o)$$

(6) Dimensionsformeln für Länge, Fläche, Volumen:

$$[l] = l, \quad [f] = l^2, \quad [v] = l^3. \quad (\text{C, D, E})$$

14. Richtungen. Unter den Richtungen haben eine besondere Bedeutung die vertikale Richtung, d. h. die Richtung des Lotes, und die horizontale Richtung, d. h. die Richtung jeder in einer

Niveau- oder Horizontalebene verlaufenden Linie; beide stehen aufeinander senkrecht.

(1) Von der Lotrichtung sind, obwohl thatsächlich von ihr nur wenig verschieden, folgende Richtungen zu unterscheiden: a) die Richtung des freien Falles, b) die Richtung nach dem Erdmittelpunkt, c) d) die Richtungen nach den beiden Erdbrennpunkten. Ebenso ist von der Horizontalebene die Tangentialebene zu unterscheiden.

(2) Die Lotlinie unterliegt nicht nur örtlichen, sondern auch zeitlichen Einflüssen (Schwankungen der Lotlinie).

(3) Andere ausgezeichnete Richtungen sind die Nord-Süd-Richtung, die magnetische Nord-Süd-Richtung, die Richtung nach dem Himmelspol u. s. w.

15. Winkel. Man unterscheidet: a) Linienwinkel, d. h. Richtungsunterschied zwischen zwei geraden, sich schneidenden Linien. Als Einheit dient entweder der Grad, d. h. der 360. Teil des ganzen Umlaufes um einen Punkt, mit seinen Unterabteilungen:

$$1^{\circ} = 60 \text{ Minuten} = 60', \quad 1' = 60 \text{ Sekunden} = 60''; \quad (p)$$

oder der Winkel, für welchen ein zugehöriger Kreisbogen um den Winkelscheitel gleich dem betreffenden Kreisradius ist, also der Winkel:

$$\omega = \frac{360^{\circ}}{2\pi} = 57,2958^{\circ} = 3437,75' = 206\,265''. \quad (q)$$

$$\text{Umgekehrt ist} \quad 1^{\circ} = 0,017\,453. \quad (r)$$

Der rechte Winkel, d. h. der vierte Teil des ganzen Umlaufes, ist gleich 90° , resp. gleich $\pi/2$.

b) Flächenwinkel, d. h. der Richtungsunterschied zwischen zwei sich schneidenden Ebenen, besser der Richtungsunterschied zwischen zwei in demselben Punkte ihrer Schnittkante im gleichen Sinne auf ihnen errichteten Senkrechten; Einheit und Maaße wie beim Linienwinkel.

c) Körperwinkel, Raumwinkel oder Kegelöffnung, d. h. derjenige Bruchteil, welcher von einem beliebig geformten, von einem Punkte ausgehenden Kegel aus einer um diesen Punkt geschlagenen Kugelfläche ausgeschnitten wird; die Einheit ist der Quadratgrad, ausgeschnitten von einem Kegel von der Form einer quadratischen Pyramide, deren je zwei Kanten einen Winkel von 1° miteinander bilden; die ganze Kugeloberfläche hat

$$\frac{360 \times 360}{\pi} = 41252,86 \text{ Quadratgrade.} \quad (f)$$

(1) Das Dezimalsystem für Winkel ist schon wiederholt vorgeschlagen worden, hat sich aber nicht Bahn brechen können.

(2) Alle Winkel sind Verhältnisse gleichartiger Begriffe (Bogen : Kreis, Flächenausschnitt : Kugelfläche), also reine Zahlen:

$$[\omega] = 1, \quad [\omega'] = 1, \quad [\Omega] = 1 \quad (F)$$

(ω Linienwinkel, ω' Flächenwinkel, Ω Raumwinkel).

(3) In Fällen, wo es auf die Gleichheit der Teile nicht ankommt, teilt man die Kugelfläche nicht in Quadratgrade, sondern mittels der Längen- und Breitenkreise in Trapeze, deren es 64800 gibt, und von denen die dem Äquator anliegenden gleich Quadratgraden, die übrigen nach den Polen zu kleiner und kleiner sind.

(4) Mit dem Raumwinkel steht in unmittelbarem Zusammenhange die „scheinbare Größe“ einer beliebigen Fläche von einem Punkte aus. Formel:

$$S = \int \frac{dF}{r^2} \sin \alpha \quad (a)$$

(F wahre, S scheinbare Größe, r Abstand des Elementes dF vom Punkte, α Winkel der Sehrichtung mit dem Flächenelement); sich überdeckende Teile heben sich dabei eventuell auf. Die scheinbare Größe spielt in vielen Gebieten eine wichtige Rolle, z. B. im Magnetismus und in der Optik.

16. Ort, Koordinaten. Ort eines Punktes ist seine Entfernung von einem anderen Punkte, auf den sein Ort bezogen wird, und zwar dem Zahlenwerte und der Richtung im Raume nach. Da der Ort hiernach drei Elemente enthält, kann man auch anders verfahren und sagen: Der Ort eines Punktes ist durch drei beliebige, voneinander unabhängige, eindeutige Bestimmungsstücke charakterisiert, diese Größen heißen die Koordinaten des Punktes. Je nach der Wahl der Bestimmungsstücke erhält man verschiedene Koordinatensysteme. Eine Fläche, deren sämtliche Punkte eine Koordinate gemeinsam haben, heißt eine Koordinatenfläche, der ganze Raum wird von drei Scharen solcher Koordinatenflächen durchsetzt. Je nachdem die Flächen ersten Grades (Ebenen), zweiten u. s. w. Grades sind, unterscheidet man ebene Koordinaten, Koordinaten zweiten Grades („elliptische Koordinaten“) u. s. w.; ferner je nachdem sich die Flächen senkrecht oder schief schneiden, orthogonale oder anorthogonale Koordinaten, speziell für ebene Flächen rechtwinklige oder schiefwinklige Koordinaten. Spezielle Varianten von Koordinaten zweiten Grades sind die sphärischen oder Polarkoordinaten und die Cylinderkoordinaten.

In den ebenen Systemen heißen die drei Geraden, für deren Punkte zwei Koordinaten 0 sind, Koordinatenachsen, ihr Schnittpunkt Anfangspunkt oder Nullpunkt; in der Ebene selbst heißt die horizontale Axe Abscissenaxe, die vertikale Ordinatenaxe.

(1) Ort im Raume hat hiernach keine absolute, sondern nur relative Bedeutung.

(2) Rechtwinklige Koordinaten: x, y, z .

Schiefwinklige Koordinaten: ξ, η, ζ , Winkel zwischen den Ebenen α und β .

Polarkoordinaten: r (Radiusvektor), φ (Breite, zuweilen auch Pol-distanz), ψ (Länge).

Cylinderkoordinaten: ρ (Abstand von der Cylinderaxe), z (Abstand von der Grundebene), θ (Länge).

Formeln für den Übergang von einem zu einem anderen System (Koordinatentransformation):

a) von einem zu einem anderen rechtwinkligen

$$\left. \begin{aligned} x' &= a + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z, \\ y' &= b + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 z, \\ z' &= c + \gamma_1 x + \gamma_2 y + \gamma_3 z \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

(a, b, c Koordinaten des Nullpunktes des einen im anderen System, die α, β, γ die Cosinus der neun Winkel zwischen den Axen des einen und denen des anderen Systems);

b) von rechtwinkligen zu Polarkoordinaten (φ Breite, z wird Polaraxe, x die Nullaxe der Längen):

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \varphi \cos \psi, \\ y &= r \cos \varphi \sin \psi, \\ z &= r \sin \varphi; \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

umgekehrt

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \varphi = \arcsin \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad \psi = \arctg \frac{y}{x}; \quad (d)$$

c) von rechtwinkligen zu cylindrischen

$$x = \rho \cos \theta, \quad y = \rho \sin \theta, \quad z = z; \quad (e)$$

umgekehrt

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \arctg \frac{y}{x}, \quad z = z; \quad (f)$$

d) von rechtwinkligen zu elliptischen: den Koordinaten x, y, z entsprechen als elliptische die drei Wurzeln $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ der in λ kubischen Gleichung

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} + \frac{z^2}{\lambda} = 1. \quad (g)$$

(3) Entfernung eines Punktes vom Anfangspunkte:

$$\left. \begin{aligned} \text{rechtwinklig } r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \text{schiefwinklig} \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos \alpha + z^2 - 2z \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos \alpha} \cos \beta}, \end{aligned} \right\} \quad (h)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{polar} \quad r = r, \\ \text{cylindrisch} \quad r = \sqrt{\varrho^2 + z^2}. \end{array} \right\} \quad (\text{h})$$

Flächenelement in der xy -, resp. $r\varphi$ -Ebene:

$$\left. \begin{array}{l} \text{rechtwinklig} \quad df = dx dy, \\ \text{schiefwinklig} \quad df = dx dy \sin \alpha, \\ \text{polar} \quad df = r dr d\varphi. \end{array} \right\} \quad (\text{i})$$

Raumelement:

$$\left. \begin{array}{l} \text{rechtwinklig} \quad d\tau = dx dy dz, \\ \text{schiefwinklig} \quad d\tau = dx dy dz \sin \alpha \sin \beta, \\ \text{polar} \quad d\tau = r^2 \cos \varphi dr d\varphi d\psi, \\ \text{cylindrisch} \quad d\tau = \varrho d\varrho d\theta dz. \end{array} \right\} \quad (\text{k})$$

(4) Eindimensionale Erscheinungen (11 (2)) hängen nur von einer, zweidimensionale von zwei, dreidimensionale von allen drei Koordinaten ab.

(5) Tabelle einiger Orte auf der Erde mit ihren Polarkoordinaten: h = Höhe über dem Meeresspiegel in Metern (örtliches r minus wahren r), meist für die Sternwarte gültig; φ = geographische Breite (vom Äquator aus, + nach Norden, – nach Süden), ψ geographische Länge (von Greenwich, + östlich, – westlich).

Ort	h	φ	ψ	Ort	h	φ	ψ
Aachen	185	50° 47'	6° 5'	Chicago	183	41° 54'	– 87° 38'
Amsterdam	4	52 23	4 53	Christiania	23	59 55	10 43
Athen	105	37 59	23 44	Darmstadt	135	49 52	8 40
Basel (Münster) . .	282	47 33	7 36	Dorpat	73	58 23	26 43
Bergen	15	60 24	5 20	Dresden	115	51 2	13 44
Berlin	37	52 30	13 23	Dublin	16	53 23	– 6 20
Bern	572	46 57	7 26	Edinburg	71	55 57	– 3 11
Bologna	88	44 30	11 21	Erlangen			
Bonn	57	50 44	7 6	(Prot. K.)	324	49 36	11 0
Braunschweig . . .	72	52 16	10 32	Florenz	70	43 47	11 15
Bremen	4	53 5	8 48	Frankfurt(Dom) . .	74	50 7	8 41
Breslau	117	51 7	17 2	Freiburg (Bad.) . .	268	48 0	7 51
Breteil	67	48 50	2 16	Genf	407	46 12	6 9
Brocken	1041	51 48	10 37	Gießen	142	50 35	8 41
Brüssel	19	50 51	4 22	Glasgow	56	55 53	– 4 18
Budapest	153	47 30	19 2	Göttingen	146	51 32	9 57
Cambridge				Graz (Jes. Sch.) . .	392	47 5	15 27
(England)	12	52 13	0 6	Greenwich	47	51 29	0 0
Cambridge				Greifswald			
(Amerika)	64	42 23	– 71 8	(Leuchtt.)	0	54 15	13 56
Cap d. g. H.	8	– 33 56	18 29	Halle	108	51 30	11 58

Ort	h	φ	ψ	Ort	h	φ	ψ
Hamburg	7	53° 33'	9° 58'	Neapel	149	40° 52'	14° 15'
Hammerfest . .	58	70 42	23 44	New York . . .	56	40 44	-73 59
Hannover				Nizza	340	43 43	7 18
(Techn. H.) .	54	52 23	9 43	Oxford	64	51 45 $\frac{1}{2}$	- 1 16
Heidelberg . . .	112	49 25	8 42	Palermo	72	38 7	13 21
Helsingfors . . .	16	60 10	24 77	Paris	64	48 50	2 20
Hongkong	6	22 18	114 10	Potsdam	32	52 23	13 4
Jena	155	50 56 $\frac{1}{2}$	11 37	Prag	188	50 5	14 25
Innsbruck	592	47 16	11 24	Rio de Janeiro	64	-22 54	-43 10
Kairo	29	30 5	31 17	Rom (Ppstl. St.)	53	41 54	12 29
Karlsruhe	114	49 $\frac{1}{2}$	8 24	Rostock	27	54 5 $\frac{1}{2}$	12 9
Kiel	5	54 20 $\frac{1}{2}$	10 9	S. Franzisko . .	18	37 47	-122 26
Köln	55	50 57	6 58	St. Louis	174	38 38	-90 12
Königsberg . . .	22	54 43	20 30	St. Petersburg .	11	59 50	30 18
Konstantinopel				Stockholm . . .	20	59 20 $\frac{1}{2}$	18 3 $\frac{1}{2}$
(H. S.)	50	41 0	29 0	Straßburg	143	48 35	7 46
Kopenhagen . . .	10	55 41	12 35	Stuttgart	249	48 47	9 11
Krakau	220	50 4	19 58	Tiflis	487	41 41	44 51
Leipzig	120	51 20	12 23 $\frac{1}{2}$	Triest	26	45 39	13 45 $\frac{1}{2}$
Lissabon	95	38 42 $\frac{1}{2}$	- 9 11	Tübingen	322	48 31	9 2 $\frac{1}{2}$
Madrid	663	40 24 $\frac{1}{2}$	- 3 41	Turin	250	45 4	7 42
Mailand	130	45 28	9 11 $\frac{1}{2}$	Upsala	24	59 51 $\frac{1}{2}$	17 34 $\frac{1}{2}$
Marburg	240	50 49	8 46	Warschau	110	52 13	21 2
Melbourne	30	-37 50	144 59	Washington . . .	35	38 54	282 57
Montreal	20	45 31	-73 33	Wien	150	48 12 $\frac{1}{2}$	16 23
Moskau	147	55 45	37 34	Würzburg	184	49 48	9 58 $\frac{1}{2}$
München	525	48 9	11 36 $\frac{1}{2}$	Zürich	470	47 23	8 33
Münster	63	51 58	7 38				

17. Gestalt. Jedes Raumgebilde hat außer der Größe (11) noch ein zweites Charakteristikum, die Form oder Gestalt. Sie ist allerdings nicht von der Natur einer „Größe“ (7) und daher an sich nicht zahlenmäßig angebbar; sie läßt sich aber mit Hilfe anderer Größen als eine Beziehung zwischen diesen mathematisch formulieren: Gleichungen von Linien, Flächen, Körpern. Bei einem Körper kommt die Gestalt auf die Gestalt seiner Oberfläche hinaus; diese kann entweder eine einheitliche krumme Fläche sein (Kugel, Ellipsoid u. s. w.) oder sich aus mehreren ebenen Flächen (Polyeder) oder zusammenstossenden krummen Flächen (Linse) oder getrennten krummen Flächen (Hohlkugel u. s. w.) zusammensetzen; im letzteren Falle unterscheidet man äußere und innere Oberfläche. Eine spezielle Art der zweiten Klasse von Körpern sind die regulären Polyeder, deren ebene Grenzflächen untereinander gleiche, reguläre Polygone sind. — Körper, die in einer Dimen-

sion nur geringe Ausdehnung haben, heißen Platten, Lamellen oder Schalen; Körper, die in zwei Richtungen geringe Ausdehnung haben, heißen Fäden, Stäbe, Drähte, Saiten.

(1) Die Lehre von den räumlichen Größen und Gestalten ist die Geometrie, ihre Anwendung auf die Krystallformen die geometrische Krystallographie.

18. Zusammenhang. Eine besonders wichtige Unterscheidung hinsichtlich der Gestalt ist die zwischen zusammenhängenden Linien, Flächen, Körpern, die aus einem, und unzusammenhängenden, die aus mehreren getrennten Stücken bestehen. Zusammenhängende Gebilde können wieder einfach, zweifach u. s. w. zusammenhängend sein, je nachdem ein, zwei oder mehr beliebige Schnitte sie zum Auseinanderfallen bringen. In einem einfach zusammenhängenden Raume kann man jede Verbindungslinie zweier Punkte in jede andere zwischen denselben Punkten stetig überführen, in einem mehrfach zusammenhängenden Raume ist das nicht möglich.

(1) Ein einfaches Beispiel eines einfach zusammenhängenden Raumes ist eine Kugel oder Hohlkugel, eines zweifach resp. dreifach zusammenhängenden Raumes ein ring- resp. 8-förmiger Raum.

(2) Zahlreiche Erscheinungen, z. B. Strömungen und Wirbel von Flüssigkeiten, elektromagnetische Wirkungen, spielen sich in ein- oder mehrfach zusammenhängenden Räumen wesentlich verschieden ab.

19. Die Zeit ist die Form unserer inneren Anschauung (KANT). Sie ist eindimensional, an sich aber keine exakt meßbare Größe, sondern wird dies erst unter Zuhilfenahme von Vorgängen im Raume.

(1) Die direkte Zeitschätzung ist ganz unsicher, sie hängt von der zeitlichen Entfernung der zu schätzenden Zeit von der Zeit des Schätzens ab, ferner von den Vorgängen während der Zeit, sie wird immer unsicherer, je schwächer von Vorgängen angefüllt die Zeit ist, und würde ganz unmöglich werden, wenn es möglich wäre, eine ganz „leere“ Zeit herzustellen.

(2) Zur Zeitmessung müssen solche räumliche periodische Vorgänge herangezogen werden, deren Perioden als sämtlich gleich nachgewiesen werden können, ohne daß es hierzu eines Zeitmaßes bedürfte. Einen diese Bedingungen prinzipiell und absolut erfüllenden Vorgang giebt es nicht; unter den praktisch brauchbaren ist die Axendrehung der Erde am geeignetsten.

20. Tag, genauer Sterntag, ist die Dauer der wahren Umdrehung der Erde um ihre Axe, d. h. die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen eines Fixsternes durch den Ortsmeridian. Vom Sterntag zu unterscheiden ist der wahre Sonnentag (Zeit zwischen zwei Durchgängen der Sonne durch den Meridian) und, da die verschiedenen

Sonnentage eines Jahres verschieden lang sind, der mittlere Sonnentag, nach welchem in der Astronomie und im bürgerlichen Leben (astronomischer resp. bürgerlicher Tag) gerechnet wird. Die Differenz zwischen mittlerer und wahrer Zeit heißt Zeitgleichung; sie wird viermal im Jahre Null, kann in der Zwischenzeit aber bis zu 16 Minuten anwachsen.

(1) Im Prinzip muß sich die Tageslänge wegen der Flutreibung, der Meteorfälle und anderer Einflüsse verändern und zwar im Endresultate vergrößern, solange bis sie der Jahreslänge gleich wird (wie sie beim Monde thatsächlich schon gleich der Monatslänge ist). Thatsächlich läßt sich aber aus den ältesten Nachrichten über Finsternisse der Schluß ziehen, daß eine merkliche Änderung der Tageslänge in historischer Zeit nicht eingetreten ist.

(2) Der mittlere Sonnentag (t) wird in 24 Stunden (h) zu je 60 Minuten (m) zu je 60 Sekunden (s) geteilt.

(3) Zwischen Sterntag, mittlerem Tag und Jahreslänge, genauer „tropisches Jahr“ (Dauer der Drehung der Erde um die Sonne, bezogen auf den Frühlingspunkt der Erde) bestehen folgende Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ Jahr} &= 365,2422 \text{ mittl. Sonnentage} = 365 \text{ t } 5 \text{ h } 48 \text{ m } 47,8 \text{ s} \\ 1 \text{ Jahr} &= 366,2422 \text{ Sterntage} \\ 1 \text{ Sterntag} &= 1 \text{ mittl. Tag} - 3 \text{ m } 55,9 \text{ s} = 0,99727 \text{ m. T.} \\ 1 \text{ mittl. Tag} &= 86400 \text{ s} \\ 1 \text{ Sterntag} &= 86164,09 \text{ s} \\ 1 \text{ Jahr} &= 31\,556\,926 \text{ s.} \end{aligned} \right\} \quad (u)$$

21. Sekunde. Als Zeiteinheit im absoluten Maaß-Systeme dient die Sekunde.

(1) Zur irdischen Festlegung und Reproduktion der Sekunde dient das Sekundenpendel, d. h. die Länge desjenigen einfachen Pendels, welches unter 45° Breite im Meeresspiegel eine Schwingungsdauer von 1 s besitzt (s. w. u.). Es ist

$$l = 99,349 \text{ cm.} \quad (v)$$

22. Zeitraum und Zeitpunkt. Bisher wurden nur Zeitdauern, die man auch Zeiträume (passender wäre Zeitstrecken) nennt, besprochen, und in der That ist die Zeitdauer die einzige wirkliche Grösse, welche es im Gebiete der Zeit giebt. Ihr gegenüber steht der Begriff des Zeitpunktes (entsprechend dem Orte im Raume), welcher nur durch Beziehung auf einen anderen als Anfangspunkt oder Nullpunkt der Zeit gewählten Zeitpunkt quantitative Bedeutung, und auch dann nur relative, gewinnt.

(1) Praktisch unterscheidet man zwischen absoluter und relativer Zeit, je nachdem man als Nullpunkt einen allgemeingültigen (Nullpunkt

der christlichen Zeitrechnung) oder einen für den besonderen Fall willkürlich angenommenen wählt. Für die eigentliche Physik, d. h. für das Gebiet des willkürlich angestellten Experimentes, ist die absolute Zeit gleichgültig (als Nullpunkt dient meist der Beginn des Experimentes); wesentlich dagegen ist die absolute Zeit (Säkulum, Jahreszeit, Tageszeit u. s. w.) für die kosmische Physik, d. h. für die Beobachtung natürlicher Erscheinungen.

(2) Die absolute Zeit ist für Orte auf demselben Meridian gleich, dagegen auf verschiedenen Meridianen verschieden (pro Grad um 4 m); sie heißt daher Ortszeit. Ihr gegenüber steht die für alle Orte gleiche Weltzeit, welche mit der Ortszeit der Sternwarte in Greenwich übereinstimmt. Da beide Zeiten Vorzüge und Nachteile haben, hat man einen Kompromiß zu schaffen gesucht, indem man die Erde in Zonen von je 15 Längengraden teilte, allen Orten einer Zone dieselbe Zeit beilegte und diese Zonenzeit nannte, so daß die verschiedenen Zonenzeiten um je 1 Stunde differieren. Die europäischen Zonen heißen osteuropäische, mitteleuropäische, westeuropäische; die amerikanischen atlantic, intercolonial, central, mountain, pacific. Im Stillen Ozean findet beim Durchgange durch den 180. Längengrad ein Datumwechsel statt, nach Westen vorwärts, nach Osten rückwärts.

(3) Der astronomische Tag fängt nicht wie der bürgerliche um Mitternacht, sondern erst am Mittag an.

(4) Es ist empfehlenswert, Zeitpunkte (meist unabhängige Variable) stets mit t , Zeitdauern (meist Konstanten) stets mit T zu bezeichnen.

(5) Die Lehre von der Zeit ist die Chronologie.

Drittes Kapitel.

Bewegung.

23. Ruhe und Bewegung. Ruhe ist die Beibehaltung, Bewegung die Änderung des Ortes mit der Zeit.

(1) Bewegung ist hiernach die allgemeinste Verknüpfung der Begriffe Raum und Zeit, ein Spezialfall von ihr ist die Ruhe. Wäre mit Raum und Zeit die fundamentale Mannigfaltigkeit erschöpft, so würde hieraus, wie in der That zahlreiche Naturforscher postulieren, die Möglichkeit und Notwendigkeit sich ergeben, alle Naturerscheinungen auf Bewegung zurückzuführen. Übrigens ist nach dem obigen einleuchtend, daß erkenntnistheoretisch nicht die Bewegung aus Ort und Zeit zusammengesetzt, sondern die Zeit aus Raum und Bewegung abstrahiert ist.

der christlichen Zeitrechnung) oder einen für den besonderen Fall willkürlich angenommenen wählt. Für die eigentliche Physik, d. h. für das Gebiet des willkürlich angestellten Experimentes, ist die absolute Zeit gleichgültig (als Nullpunkt dient meist der Beginn des Experimentes); wesentlich dagegen ist die absolute Zeit (Säkulum, Jahreszeit, Tageszeit u. s. w.) für die kosmische Physik, d. h. für die Beobachtung natürlicher Erscheinungen.

(2) Die absolute Zeit ist für Orte auf demselben Meridian gleich, dagegen auf verschiedenen Meridianen verschieden (pro Grad um 4 m); sie heißt daher Ortszeit. Ihr gegenüber steht die für alle Orte gleiche Weltzeit, welche mit der Ortszeit der Sternwarte in Greenwich übereinstimmt. Da beide Zeiten Vorzüge und Nachteile haben, hat man einen Kompromiß zu schaffen gesucht, indem man die Erde in Zonen von je 15 Längengraden teilte, allen Orten einer Zone dieselbe Zeit beilegte und diese Zonenzeit nannte, so daß die verschiedenen Zonenzeiten um je 1 Stunde differieren. Die europäischen Zonen heißen osteuropäische, mitteleuropäische, westeuropäische; die amerikanischen atlantic, intercolonial, central, mountain, pacific. Im Stillen Ozean findet beim Durchgange durch den 180. Längengrad ein Datumwechsel statt, nach Westen vorwärts, nach Osten rückwärts.

(3) Der astronomische Tag fängt nicht wie der bürgerliche um Mitternacht, sondern erst am Mittag an.

(4) Es ist empfehlenswert, Zeitpunkte (meist unabhängige Variable) stets mit t , Zeitdauern (meist Konstanten) stets mit T zu bezeichnen.

(5) Die Lehre von der Zeit ist die Chronologie.

Drittes Kapitel.

Bewegung.

23. Ruhe und Bewegung. Ruhe ist die Beibehaltung, Bewegung die Änderung des Ortes mit der Zeit.

(1) Bewegung ist hiernach die allgemeinste Verknüpfung der Begriffe Raum und Zeit, ein Spezialfall von ihr ist die Ruhe. Wäre mit Raum und Zeit die fundamentale Mannigfaltigkeit erschöpft, so würde hieraus, wie in der That zahlreiche Naturforscher postulieren, die Möglichkeit und Notwendigkeit sich ergeben, alle Naturerscheinungen auf Bewegung zurückzuführen. Übrigens ist nach dem obigen einleuchtend, daß erkenntnistheoretisch nicht die Bewegung aus Ort und Zeit zusammengesetzt, sondern die Zeit aus Raum und Bewegung abstrahiert ist.

(2) Die Lehre von den Bewegungen ist die Kinematik; sie steht zwischen der Geometrie (17 (1)) und der Mechanik (s. w. u.).

24. Bewegungsarten. Verschiedene Einteilungsprinzipien führen zu folgenden Bewegungsarten:

a) Gleichförmige und ungleichförmige Bewegung, je nachdem in gleichen Zeiten gleiche oder ungleiche Strecken zurückgelegt werden. Die ungleichförmige Bewegung wiederum ist beschleunigt oder verzögert, je nachdem die Strecken größer oder kleiner werden. Der einfachste Fall ist die gleichförmig beschleunigte resp. gleichförmig verzögerte Bewegung, bei welcher die Zu- resp. Abnahme der Strecken immer dieselbe ist.

b) Geradlinige, einfach krummlinige und doppelt gekrümmte Bewegung, je nachdem die Richtung dieselbe bleibt oder nur die Ebene dieselbe bleibt oder auch diese sich ändert. Der einfachste Fall einer krummlinigen Bewegung ist die Bewegung auf einem Kreise, nächst dem auf einer Ellipse u. s. w.

(1) Die Bahn während eines unendlich kleinen Zeiteilchens läßt sich im allgemeinen als gerade Linie, die zweier Zeiteilchen als Kreisbogen, die dreier Zeiteilchen als Schraubenlinie ansehen.

c) Unperiodische und periodische Bewegung, je nachdem dieselben Orte des Raumes nur einmal oder nach gewissen Zeiten immer wieder eingenommen werden.

(1) Manche Bewegung ist nur deshalb unperiodisch, weil die erste Periode noch nicht abgelaufen oder weil die Bewegung vor deren Ablauf abgebrochen worden ist.

(2) Bei einer im engeren Sinne periodischen Bewegung müssen alle Orte genau wieder eingenommen werden, bei einer weiteren Begriffsfassung braucht nur ein Teil der Orte, und auch dieser eventuell mit gewissen Modifikationen, sich zu wiederholen.

d) Drehung (Rotation) und Schwingung (Oscillation), je nachdem die Richtungsänderung allmählich oder mehr plötzlich erfolgt.

(1) Eine scharfe Trennung ist nur in besonderen Fällen vorhanden (z. B. ebenes Pendel); im allgemeinen findet ein allmählicher Übergang statt, und man wendet dann den Ausdruck Schwingungen allgemein auf alle Fälle an (z. B. Lichtschwingungen, die unter Umständen Rotationen sind).

(2) Eine Schwingungsbewegung hat sechs Charakteristika: Periode, Phase, Amplitude, Geschwindigkeitsgesetz, Form, Dämpfungsverhältnis (vgl. 30 bis 35).

e) Freie und unfreie Bewegung, je nachdem man sie durch Kräfte allein oder mit Hinzunahme von Bedingungen ausdrückt; eine mehr formell-mathematische Unterscheidung.

f) Verschiebung, Drehung, Deformation. Die Bewegung eines Körpers kann entweder eine Verschiebung sein, d. h. eine Bewegung aller Punkte in derselben Richtung und von gleichem Betrage; oder eine Drehung, d. h. eine Drehung aller Punkte um dieselbe Axe und den gleichen Winkel; oder eine Deformation (elastische Bewegung), bei welcher die verschiedenen Punkte verschiedene Bewegungen ausführen.

(1) Ein Körper, welcher nur die beiden ersten Bewegungsarten ausführen kann, heißt ein starrer Körper, ein Körper, welcher auch der dritten Art fähig ist, heißt ein elastischer Körper (s. weiter unten).

(2) Die Kombination der beiden ersten Bewegungsarten ergibt die allgemeinste unendlich kleine Bewegung eines starren, die Kombination aller drei die eines elastischen Körpers.

g) Stationäre, cyklische und veränderliche Bewegung. Bei einem Körper ist ferner der Fall herauszuheben, daß die Bewegung an jedem Orte des von dem Körper erfüllten Raumes zu allen Zeiten dieselbe ist: eine solche Bewegung heißt stationär, im Gegensatz hierzu steht die veränderliche. Ist die stationäre Bewegung überdies periodisch (in sich zurücklaufend), so nennt man sie eine cyklische Bewegung (v. HELMHOLTZ).

(1) Die stationären Bewegungen haben manche Eigenschaften mit der Ruhe gemeinsam, sie bilden ein Mittelglied zwischen der Ruhe und den veränderlichen Bewegungen.

(2) Im allgemeineren Sinne kann man von stationärer resp. cyklischer Bewegung auch noch sprechen, wenn die Bewegung an einem und demselben Orte sich sehr langsam ändert oder raschen periodischen Schwankungen (durchschnittlich stationäre Bewegung, unecht cyklische Bewegung) unterworfen ist.

(3) Man spricht von gekoppelten cyklischen Bewegungen, wenn mehrere einheitlich verknüpfte, in sich zurücklaufende Bewegungen existieren; dagegen von monocyclischen, dicyklischen, polycyclischen Bewegungen, je nachdem ein, zwei oder mehr voneinander unabhängige, in sich zurücklaufende Bewegungen in dem System stattfinden.

(4) Der Körper oder das System, in welchem sich die cyklischen Bewegungen abspielen, heißt ein Cykel (gekoppelter Cykel, unechter Cykel, Monocykel, Dicykel, Polycykel).

h) Absolute und relative Bewegung. Bewegung als Änderung des Ortes hat wie der Ort selbst (17(1)) nur relative Bedeutung, d. h. sie muß auf einen Nullpunkt und auf ein Axensystem, die als ruhend angesehen werden, bezogen werden.

(1) Zur Gewinnung eines letzten, gewissermaßen absoluten Bezugssystems sind verschiedene Vorschläge gemacht worden (Fundamentalaxen, „Körper α “, „Grundmaterie“ u. s. w.). Auch herrscht Widerstreit

über die Frage, ob es inhärente Eigenschaften der absoluten Bewegung gebe oder nicht (Erhaltung der Rotationsebene u. s. w.).

25. Geschwindigkeit ist der Grenzwert, dem sich das Verhältnis der zurückgelegten Strecke zu der Zeit, in der sie zurückgelegt wird, nähert, wenn beide Größen, von dem Orte und Zeitpunkte aus, für den die Geschwindigkeit gelten soll, kleiner und kleiner genommen werden. Die Geschwindigkeit ist ein Vektor, ihre Projektion auf irgend eine Richtung heißt Geschwindigkeitskomponente nach dieser Richtung, insbesondere heißen die Projektionen auf die Koordinatenachsen die Geschwindigkeitskomponenten nach den Koordinatenachsen. Zeichen: G , resp. u, v, w . Formeln (t Zeit, l Strecke, f und f_1 Funktionen, α, β, γ Richtungswinkel von G)

$$G = \frac{dl}{dt} = f(t) = f_1(l); \quad (l)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{dx}{dt} = G \frac{dx}{dl} = G \cos \alpha, \\ v &= \frac{dy}{dt} = G \frac{dy}{dl} = G \cos \beta, \\ w &= \frac{dz}{dt} = G \frac{dz}{dl} = G \cos \gamma; \end{aligned} \right\} \quad (m)$$

$$G = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}. \quad (n)$$

Dimensionsformeln:

$$[G] = l t^{-1}, \quad [u] = [v] = [w] = l t^{-1}. \quad (G)$$

(1) Für gleichförmige Bewegung ist die Geschwindigkeit konstant, für beschleunigte zunehmend, für verzögerte abnehmend. Bei der stationären Bewegung ist sie keine Funktion der Zeit, sondern nur des Ortes.

(2) Für gleichförmige Bewegung ist die Bildung des obigen Grenzwertes nicht notwendig; man kann dann einfacher definieren: Geschwindigkeit ist das Verhältnis der in irgend einer Zeit zurückgelegten Strecke zu dieser Zeit, oder noch kürzer: Geschwindigkeit ist die in der Zeiteinheit (sec) zurückgelegte Strecke (in cm). Formel:

$$G = \frac{l}{T} = L_{T=1} = \text{const.} \quad (o)$$

Die Einheit der Geschwindigkeit ist also die, bei der 1 cm in 1 sec zurückgelegt wird; hierfür sind verschiedene Namen (cel, kin) vorgeschlagen worden, aber nicht durchgedrungen.

(3) Während G für jede gleichförmige Bewegung konstant ist, sind es die rechtwinkligen Komponenten nur für die geradlinige gleichförmige Bewegung, die Polarkomponenten nur für gleichförmige Schraubenbewegung u. s. w.

(4) Zahlenwerte einiger Geschwindigkeiten (pro Sekunde):

	m		km
Schnecke	0,0015	Mond	1
Mensch im Schritt	1,25	Äquatorpunkt der Sonne	2
HALLEYS Komet im Aphel	3	Explosionswelle	6
Strom (Maximum)	6	Sonne	7,6
Pulswelle	9,4	Sirius	15,4
Dampfer (Maximum)	12	Erde	29,5
Fahrrad („)	15	Sternschnuppe	40
Schnellzug („)	30	HALLEYS Komet im Perihel	393
Nervenleitung	34	Kabelstrom	4000
Orkan	50	Licht u. elektr. Kraft	300 000
Cyklon (Maximum)	120		
Erdbebenwelle	300		
Schall in Luft	335		
Luft ins Vakuum	395		
Äquatorpunkt	463		
Kanonenkugel	600		
Flutwelle (Maximum)	800		

1. Geschwindigkeitsprinzip. Die Geschwindigkeit einer Bewegung hat in jedem Zeitpunkte die Richtung der Tangente an die Bahnlinie.

(1) Dieser Satz, der vielleicht selbstverständlich erscheint, gewinnt seine Bedeutung durch Vergleichung mit einem folgenden (3).

2. Parallelogramm und Polygon der Geschwindigkeiten. Werden einem Punkte gleichzeitig zwei Geschwindigkeiten erteilt, so gelangt er an den Endpunkt der Diagonale des Parallelogramms, dessen Seiten die beiden Einzelbewegungen darstellen; bei drei Bewegungen, die nicht in eine Ebene fallen, an das Ende der Diagonale des aus ihnen gebildeten Parallelepipeds; allgemein bei beliebig vielen Bewegungen, gleichviel ob oder ob nicht in einer Ebene, an den Punkt, den man erhält, wenn man die einzelnen Bewegungen als Linien eines Polygons nach Größe und Richtung aneinander setzt. Man kann alsdann, unter Einführung eines neuen Ausdruckes, auch sagen: Die resultierende Geschwindigkeit ist gleich der „geometrischen“ oder „Vektorsumme“ der einzelnen Geschwindigkeiten.

(1) Auch dieser Satz hat an sich, ohne Beziehung zu späterem, keinen über das Selbstverständliche hinausgehenden Sinn, weil ein Punkt (oder Körper) eben stets nur eine Bewegung ausführen kann. Die Einzelbewegungen sind also entweder zeitlich nacheinander zu setzen, und dann ist der Satz selbstverständlich (Definition des Begriffes „Diagonale“), oder sie sind reine Abstraktionen, fallen mit den Be-

wegungs- oder Geschwindigkeitskomponenten (25) zusammen, und führen dann zu folgender Fassung des Satzes: Von den Komponenten, in die man eine Bewegung (Geschwindigkeit) in Gedanken zerlegen kann, sind alle bis auf die letzte willkürlich; diese letzte aber muß so gewählt werden, daß die Bewegung die Diagonale des Komponentenpolygons (Parallelepiped, Parallelogramm) wird.

26. Winkelgeschwindigkeit. Bei Bewegung um ein Centrum betrachtet man häufig nicht die Geschwindigkeit, die man in diesem Falle als Strecken- oder Bogengeschwindigkeit bezeichnen kann, sondern das Verhältnis des zu dem Bogen gehörigen Winkels zu der Zeit, in welcher er beschrieben wird; diese Größe heißt Winkelgeschwindigkeit, aus der Streckengeschwindigkeit ergibt sie sich durch Division mit dem Abstand (r) des Punktes vom Centrum. Formel (φ Winkel):

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{G}{r} = \frac{1}{r} \frac{dl}{dt}. \quad (p)$$

Dimensionsformel: $[\omega] = t^{-1}. \quad (h)$

27. Beschleunigung heißt bei einer geradlinigen Bewegung der Grenzwert, welchem sich das Verhältnis der Änderung der Geschwindigkeit zu der Zeit, in welcher diese Änderung erfolgt, nähert, wenn die Zeit kleiner und kleiner genommen wird. Ihre Projektionen heißen Komponenten der Beschleunigung, speziell die Projektionen auf die Koordinatenachsen Komponenten der Beschleunigung nach den Koordinatenachsen. Formeln:

$$B = \frac{dG}{dt} = \frac{d^2 l}{dt^2} = F(t) = F_1(l); \quad (q)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi &= B \cos \alpha = \frac{du}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dG}{dt} \cos \alpha, \\ \eta &= B \cos \beta = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{dG}{dt} \cos \beta, \\ \zeta &= B \cos \gamma = \frac{dw}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dG}{dt} \cos \gamma; \end{aligned} \right\} \quad (r)$$

$$\left. \begin{aligned} B &= \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} = \sqrt{\left(\frac{du}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dw}{dt}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 z}{dt^2}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (s)$$

Dimensionsformel:

$$[B] = l t^{-2}, \quad [u] = [v] = [w] = l t^{-2}. \quad (I)$$

Für gleichförmige Bewegung ist die Beschleunigung null, für beschleunigte positiv, für verzögerte negativ; im letzten Falle wird ihr Zahlenwert auch Verzögerung genannt.

Für gleichförmig beschleunigte (oder verzögerte) Bewegung ist die

Beschleunigung konstant und kann als die Änderung der Geschwindigkeit in der Zeiteinheit definiert werden. Die Beschleunigung ist also 1, wenn die Geschwindigkeit sich in 1 sec um 1 cm vergrößert; für diese Einheit ist der Name gal (nach GALLER) vorgeschlagen worden, aber bisher nicht durchgedrungen.

Tangential- und Normal-(Centripetal-)Beschleunigung. Die Beschleunigung einer krummlinigen Bewegung ist kein einfacher Begriff, weil sie die Änderung der Geschwindigkeit sowohl der Größe als der Richtung nach angeben soll. Sie kann daher nicht direkt aus der Geschwindigkeit, wohl aber können ihre rechtwinkligen Komponenten aus denen der Geschwindigkeit (da diese sich auf geradlinige Bewegungen beziehen) abgeleitet und aus ihnen dann die Beschleunigung zusammengesetzt werden. Formeln (r Krümmungsradius der Bahn, ψ Winkel zwischen B und G):

$$\xi = \frac{du}{dt} = \frac{d\left(G \frac{dx}{dl}\right)}{dt} = \frac{dG}{dt} \frac{dx}{dl} + G^2 \frac{d^2x}{dl^2} \quad (\text{etc. etc.}^1); \quad (t)$$

$$B = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} = \sqrt{\left(\frac{dG}{dt}\right)^2 + \frac{G^4}{r^2}}; \quad (u)$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{G^2}{r \frac{dG}{dt}} = \frac{G^2 \omega}{\frac{dG}{dt}}. \quad (v)$$

Der erste der beiden Teile, aus denen sich hiernach B zusammensetzt, heißt Tangentialbeschleunigung und fällt in die Richtung der Bahn (also der Geschwindigkeit), der zweite heißt Normal- oder Centripetalbeschleunigung; er fällt in die Richtung des Krümmungsradius der Bahn. Formeln:

$$B_{\parallel} = \frac{dG}{dt}, \quad B_{\perp} = \frac{G^2}{r} = \omega^2 r. \quad (w)$$

Einige Zahlenwerte der Beschleunigung in cm/sec:

Mond gegen die Erde	0,27	}	(x)
Erde gegen die Sonne	0,58		
Fall mit 1° Neigung	17		
Abfahrender Schnellzug	60		
Freier Fall auf dem Monde	158		
Fall mit 10° Neigung	170		
„ „ 30° „	490		
Freier Fall	981	}	
„ „ auf der Sonne	26000		

¹ etc. etc. bedeutet, daß zwei analoge Gleichungen für η und ζ hinzukommen.

3. Beschleunigungsprinzip (vgl. 1). Die Beschleunigung einer beliebigen Bewegung in einem bestimmten Zeitpunkte fällt in die Schmiegungebene, aber nicht in die Richtung der Bahn, bildet vielmehr mit dieser einen Winkel, dessen Tangente gleich dem Geschwindigkeitsquadrat dividiert durch den Krümmungsradius und die Änderung der Geschwindigkeit mit der Zeit ist; anders ausgedrückt: sie zerfällt in eine Tangentialbeschleunigung, die aus der Geschwindigkeit wie bei einer geradlinigen Bewegung abzuleiten ist, und einer Centripetalbeschleunigung gleich dem Quadrat der Geschwindigkeit dividiert durch den Krümmungsradius, oder auch gleich dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit multipliziert mit dem Krümmungsradius.

(1) Bei der geradlinigen beschleunigten Bewegung existiert nur die Tangentialbeschleunigung, bei der krummlinigen gleichförmigen Bewegung nur die Normalbeschleunigung.

(2) Wie man aus dem Orte die Geschwindigkeit (1. Differentialquotient) und aus dieser die Beschleunigung (2. Differentialquotient) ableitet, so könnte man noch weitere Begriffe (höhere Differentialquotienten nach der Zeit) einführen; die Erfahrung hat aber gelehrt, daß damit für die Darstellung der Erscheinungen nichts gewonnen wird.

4 (vgl. 2). **Parallelogramm und Polygon der Beschleunigungen.** Werden einem Punkte gleichzeitig zwei oder mehr Beschleunigungen erteilt, so gelangt er an den Endpunkt der Diagonale des Parallelogramms oder Polygons, dessen Seiten die Bewegungen darstellen, die er ausführen würde, wenn man ihm die Beschleunigungen nacheinander einzeln erteilte.

(1) Über die Bedeutung dieses Satzes gilt das in 2, (1) Gesagte.

28. Winkelbeschleunigung. Sie wird aus der Beschleunigung abgeleitet, wie die Winkelgeschwindigkeit aus der Geschwindigkeit. Formel und Dimensionsformel:

$$\beta = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{B}{r}, \quad [\beta] = t^{-2}. \quad (\text{x}) \text{ (K)}$$

29. Verschiebungs- und Drehungskomponenten. Die Verschiebung eines Körpers (24f) läßt sich in die drei Verschiebungskomponenten u_1, v_1, w_1 zerlegen, wobei

$$G_1 = \sqrt{u_1^2 + v_1^2 + w_1^2} \quad (\text{y})$$

ist und die Richtung der Verschiebung durch die Winkel α, β, γ , für welche

$$\cos \alpha = \frac{u_1}{G_1}, \quad \cos \beta = \frac{v_1}{G_1}, \quad \cos \gamma = \frac{w_1}{G_1} \quad (\text{z})$$

ist, charakterisiert ist. Ebenso läßt sich die Drehung in die drei

Drehungskomponenten π_1, χ_1, ϱ_1 zerlegen. Zwischen beiden besteht die Beziehung:

$$\pi_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} - \frac{\partial v_1}{\partial z} \right), \quad \chi_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial z} - \frac{\partial w_1}{\partial x} \right), \quad \varrho_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial y} \right). \quad (\text{aa})$$

Die gesamte Drehung hat den Winkelbetrag

$$\omega_1 = \sqrt{\pi_1^2 + \chi_1^2 + \varrho_1^2} \quad (\text{ab})$$

und die Drehungsaxe ist durch ihre Richtungswinkel α, β, γ bestimmt, die den Gleichungen

$$\cos \alpha = \frac{\pi_1}{\omega_1}, \quad \cos \beta = \frac{\chi_1}{\omega_1}, \quad \cos \gamma = \frac{\varrho_1}{\omega_1} \quad (\text{ac})$$

genügen. Ersetzt man in allen diesen Formeln die Streckenkomponenten durch die Geschwindigkeitskomponenten u, v, w , so erhält man die Komponenten der Drehungsgeschwindigkeit und letztere selbst:

$$\pi = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad \chi = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \varrho = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (\text{ad})$$

$$\omega = \sqrt{\pi^2 + \chi^2 + \varrho^2}. \quad (\text{ae})$$

Dimensionsformeln:

$$[G_1] = [u_1] = [v_1] = [w_1] = l; \quad [\omega_1] = [\pi_1] = [\chi_1] = [\varrho_1] = 1; \quad (\text{L}) (\text{M}) \\ [G] = [u] = [v] = [w] = lt^{-1}; \quad [\omega] = [\pi] = [\chi] = [\varrho] = t^{-1}. \quad (\text{N}) (\text{O})$$

(1) Freiheitsgrade. Ein freier Punkt hat drei Freiheitsgrade, nämlich in jeder Raumdimension einen; ist er dagegen gezwungen, auf einer Fläche oder Kurve zu bleiben, so hat er nur zwei, resp. einen Freiheitsgrad. Ein freier Körper hat sechs Freiheitsgrade, nämlich drei Verschiebungen und drei Drehungen; durch den Zwang auf einer Fläche oder Kurve zu bleiben, verliert er hiervon einen, resp. zwei. Ein Körper mit einem festen Punkte hat nur drei Freiheitsgrade, nämlich die drei Drehungen; ein Körper mit zwei festen Punkten hat nur noch einen Freiheitsgrad, nämlich die Drehung um die Verbindungslinie jener Punkte.

In jedem einzelnen Falle läßt sich die Zahl der Freiheitsgrade leicht angeben.

(2) Die allgemeinste unendlich kleine Bewegung eines geometrischen Körpers ist eine Schraubenbewegung; sie setzt sich zusammen aus einer Verschiebung in einer gewissen Richtung und einer Drehung um eine in dieser Richtung verlaufende Axe (vgl. 24b, (1)).

30. Periode, Schwingungsdauer und Schwingungszahl, Rotationsdauer und Tourenzahl. Das erste Charakteristikum einer Schwingung oder Rotation ist die Periode, dort Schwingungsdauer, hier Rotations-

dauer genannt. Die reziproke Größe, d. h. die Zahl der Schwingungen, resp. Umdrehungen in der Zeiteinheit heißt dort Schwingungszahl, hier Tourenzahl. Formel für letztere beiden:

$$n = \frac{1}{T}. \quad (\text{af})$$

Dimensionsformeln:

$$[T] = t, \quad [n] = t^{-1}. \quad (\text{P}) (\text{Q})$$

(1) Der größeren Deutlichkeit halber muß für Schwingungen die Periode als die Zeit definiert werden, welche vergeht, bis die Bewegung nach jeder Hinsicht (Ort, Richtung, Geschwindigkeit) von neuem beginnt, also die Zeit eines Hin- und Herganges; man nennt dies auch ganze Schwingung oder Doppelschwingung und spricht im Gegensatz dazu von einer einfachen oder halben Schwingung. Leider herrscht keine Einheitlichkeit hinsichtlich der Anwendung des Wortes Schwingung schlechthin (beim Pendel z. B. bedeutet es gewöhnlich einfache Schwingung, bei Tönen in Deutschland ganze, in Frankreich einfache Schwingung u. s. w.).

(2) Einige Schwingungs- resp. Rotationsdauern in sec (zum Teil nur die Größenordnung bezeichnend):

Erde um Sonne	31 556 926	Normal = a	0,0023	} (b)
Mond um Erde	2 551 443	Offene Induktions-Schw.	10^{-4}	
Erde um ihre Axe	86 400	Höchster Ton	5×10^{-5}	
Ebbe und Flut	44 700	Oscill. Flaschen-Entldg.	10^{-6}	
Minutenzeiger	3 600	Langs. HERTZsche Schw.	10^{-8}	
Größte Meereswogen	30	Schnellste „ „	10^{-10}	
Größte Schwungräder	10	Langsamste Wärme- „	3×10^{-13}	
Mittlere Wasserwellen	2	„ Lichtschwingung	3×10^{-14}	
Sekundenpendel	1	Natriumlicht	$1,96 \times 10^{-14}$	
Kräuselwellen	0,2	Schnellste Lichtschw.	$1,2 \times 10^{-14}$	
Tiefster Ton	0,07	„ photograph. Schw.	3×10^{-15}	

31. Phase. Die Phase, das zweite Charakteristikum einer periodischen Bewegung, kann auf vier verschiedene Arten definiert werden, nämlich als a) der einem bestimmten Orte auf der Bahn entsprechende Zeitpunkt, b) der einem bestimmten Zeitpunkte entsprechende Ort der Bahn, c) der Bruchteil der ganzen Periode, in welchem ein bestimmter Ort erreicht wird, d) der Bruchteil der in einer Periode zurückgelegten Strecke, welcher bis zu einem bestimmten Momente zurückgelegt wird. Am üblichsten ist die dritte Definition, und noch üblicher das 2π -fache des durch sie gegebenen Bruches. An sich ist die Phase nichts Charakteristisches, da durch sie nur der Nullpunkt der Zeit und der Nullpunkt

der Bahn in ihrem Verhältnis zu einander festgelegt werden. Charakteristisch wird sie aber bei der Vergleichung zweier Schwingungen oder Rotationen, und zwar ist alsdann charakteristisch die Phasendifferenz der beiden Bewegungen; sie ist konstant, wenn die Bewegungen gleiche Periode haben (und zwar null, wenn sie gleiche Phase haben), dagegen fortwährend, und zwar periodisch, veränderlich für Bewegungen von ungleicher Periode (s. weiter unten). Dimensionsformeln:

$$\text{a) } [ph] = t, \quad \text{b) } [ph] = l, \quad \text{c) d) } [ph] = 1. \quad (\text{R})$$

(1) Eine andere Bedeutung des Wortes „Phase“ (= Zustand) s. w. u.

(2) Die wichtigsten Spezialfälle sind die, wo die Phasendifferenz $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ der Periode $\left(\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ beträgt.

32. Amplitude. Das dritte Charakteristikum ist die Amplitude oder Schwingungsweite. Man versteht darunter bald die größte Abweichung des schwingenden Punktes von der Ruhelage, bald die Entfernung der beiden entgegengesetzt größten Abweichungen voneinander, also im allgemeinen das Doppelte der vorigen Größe; die erstere Definition ist vorzuziehen. Dimensionsformel:

$$[A] = l. \quad (\text{S})$$

(1) Bei Schwingungen, die aus einem geradlinigen Hin- und Hergange bestehen, ist die Amplitude die Strecke, die der Punkt von der Ruhelage bis zur Umkehr wirklich zurücklegt. Bei Schwingungen, die aus einem und demselben krummlinigen Hin-Hergange (z. B. ebenes Pendel) bestehen, wird die Definition modifiziert und unter Amplitude der wirkliche Bogen, oft auch der ihm entsprechende Winkel zwischen Ruhelage und Umkehrlage verstanden. Bei Bewegungen in geschlossener Bahn (z. B. Ellipse) ist die Amplitude die halbe große Axe (beim Kreis jeder beliebige Radius).

(2) Unter unendlich kleinen Schwingungen versteht man solche mit unendlich kleiner, praktisch genommen also sehr kleiner Amplitude.

33. Geschwindigkeitsgesetz. Das vierte Charakteristikum einer Schwingung u. s. w. ist das Gesetz, nach welchem während einer Periode (und ebenso während jeder folgenden) die Geschwindigkeit variiert.

(1) Zur besseren Veranschaulichung des Geschwindigkeitsgesetzes dient die chronographische Auflösung, d. h. die Aufzeichnung der (der Einfachheit halber geradlinig, z. B. von oben nach unten, angenommenen) Schwingung des Punktes auf einer senkrecht zur Schwingungsrichtung gleichförmig nach links fortbewegten Ebene; man erhält dann für jede Periode je nach dem Schwingungsgesetz eine andere

Kurve, z. B. für gleichförmigen Hin- und Hergang ein geradlinig symmetrisches Dach, desto steiler, je größer die Geschwindigkeit; für gleichförmigen Hingang und gleichförmigen, aber schnelleren oder langsameren Hergang ein geradlinig unsymmetrisches Dach; für gleichförmig verzögerten Hingang und gleichförmig beschleunigten Hergang eine Parabel; für eine nach dem Sinusgesetz oder Kosinusgesetz variierende Geschwindigkeit eine Sinuslinie oder Kosinuslinie u. s. w.

5. Prinzip der Übereinanderlagerung oder Koexistenz der Schwingungen. Wenn einem Punkte gleichzeitig mehrere Schwingungsbewegungen erteilt werden, so führt der Punkt die durch Superposition resp. Kombination aus ihnen entstehende Bewegung aus.

(1) Man vergleiche hierüber das bei 2 (1) und 4 (1) Gesagte. Übrigens sind die tatsächlichen Verhältnisse beim Zusammentreffen von Schwingungen noch nicht in allen Gebieten vollständig geklärt, und es ist notwendig, gewisse Unterscheidungen zu machen (z. B. bei Lichtschwingungen zwischen „kohärenten“ und „inkohärenten“). In seiner einfachsten Form gilt das Prinzip für unendlich kleine Schwingungen; für große Schwingungen nimmt die Kombination unter Umständen eine besondere Form an, und es können dann, außer der den Einzelschwingungen entsprechenden Erscheinung, noch besondere „Kombinationserscheinungen“ auftreten.

6. Fourier'scher Satz. Jede geradlinige Schwingung läßt sich darstellen als die Übereinanderlagerung geradliniger Sinusschwingungen, deren Schwingungszahlen sich wie die natürlichen Zahlen verhalten, und deren Amplituden geeignet gewählt sind.

(1) Die erste, langsamste dieser Schwingungen heißt Grundschwingung, die übrigen harmonische Oberschwingungen, jede einzelne heißt auch Teil- oder Partialschwingung.

(2) Die Sinusschwingung (oder Kosinusschwingung, was nur eine Phasendifferenz bedeutet), ist die einzige, welche die obige Eigenschaft hat; sie ist daher als einfache Schwingung, alle anderen sind als zusammengesetzte Schwingungen zu bezeichnen.

(3) Man kann nunmehr als das vierte Charakteristikum der Schwingungsbewegung (33) auch die Amplituden der in der Schwingung enthaltenen Partialschwingungen bezeichnen; mit anderen Worten: „Geschwindigkeitsgesetz“ und „Partialamplituden“ haben äquivalente Bedeutung.

(4) Formeln (x Abweichung von der Ruhelage zur Zeit t , a Amplitude, T Periode, n Schwingungszahl, τ Phase):

Einfache Schwingung

$$x = a \sin \frac{2\pi}{T} t = a \sin 2\pi n t = a \sin \alpha t. \quad (\text{ag})$$

Einfache Schwingung mit Phase

$$x = a \sin(\alpha t + \tau). \quad (\text{ah})$$

Zusammengesetzte Schwingung

$$\left. \begin{aligned} x &= a_1 \sin \alpha t + a_2 \sin 2 \alpha t + a_3 \sin 3 \alpha t + \dots = \sum a_m \sin m \alpha t = f(t) \\ \text{oder auch} \\ x &= b_0 + b_1 \cos \beta t + b_2 \cos 2 \beta t + \dots = \sum b_m \cos m \beta t = f(t), \\ \text{wobei die Koeffizienten } a \text{ und } b \text{ bestimmt sind durch die} \\ \text{Formeln} \\ a_m &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(u) \sin m u \, du, \quad b_m = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(u) \cos m u \, du. \end{aligned} \right\} \quad (\text{ai})$$

Allgemeinster Fall (Superposition beider Reihen)

$$x = \sum a_m \sin m \alpha t + \sum b_m \cos m \beta t = f(t). \quad (\text{ak})$$

Die obigen Reihen heißen Fouriersche Reihen.

34. Schwingungsform, Lissajous'sche Figuren. Das fünfte Charakteristikum der Schwingungsbewegung ist ihre Form, d. h. die Gestalt der von dem Punkte beschriebenen Bahn; man unterscheidet demgemäß geradlinige, kreisförmige oder Cirkular-, elliptische Schwingungen u. s. w. Die ebenen Schwingungsformen lassen sich aus zwei aufeinander senkrechten geradlinigen Schwingungen von verschiedener Periode, Phase, Amplitude und Schwingungsgesetz kombinieren und werden in diesem Sinne Lissajous'sche Figuren genannt. Ihre Mannigfaltigkeit ist sehr groß, weil für jede Komponente vier Elemente variiert werden können.

(1) Die Elimination von t aus den beiden Einzelformeln ergibt die Gleichung der Schwingungskurve. Am einfachsten ist die Zusammensetzung von Sinus- oder Kosinusschwingungen. Haben diese gleiche Periode, so hat man

$$\left. \begin{aligned} x &= a \cos \alpha t, & y &= b \cos(\alpha t + \tau), \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 2 \frac{xy}{ab} \cos \tau - \sin^2 \tau &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{al})$$

die Bahn ist eine Ellipse; ist die Phasendifferenz 0 oder π , so geht die Ellipse in eine gerade Linie über, deren Neigungstangente nach rechts oder links durch das Amplitudenverhältnis $b:a$ gegeben ist (also für gleiche Amplituden Neigung von 45°); ist dagegen $\tau = \pi/2$ oder $3\pi/2$, so wird die Ellipse eine solche, deren Axen in die Richtungen der Einzelschwingungen fallen, und speziell für gleiche Amplituden ein Kreis. Verhalten sich die Perioden wie 1:2, so hat man

$$\left. \begin{aligned} x &= a \cos \alpha t, & y &= b \cos (2\alpha t + \tau), \\ \frac{x}{a} &= \cos \tau \left[2 \left(\frac{y}{b} \right)^2 - 1 \right] - 2 \sin \tau \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b} \right)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{am})$$

also für $\tau = 0$ oder $\tau = \pi$ eine Parabel, für $\tau = \pi/2$ oder $\tau = 3\pi/2$ eine 8artige, für andere Werte dazwischenliegende Figuren. Je größer die kleinsten Zahlen werden, durch die man das Periodenverhältnis der Einzelschwingungen ausdrücken kann, desto komplizierter werden die Figuren. Ist das Verhältnis nicht genau, aber nahezu kleinzahlig, so besteht die komplizierte Figur aus einer Aufeinanderfolge nicht ganz geschlossener einfacherer Figuren, die dabei alle ihre möglichen Typen durchlaufen (z. B. bei nahezu 1:1 eine periodisch von der geraden Linie zum Kreise und umgekehrt sich verändernde Ellipse).

(2) Während eine geradlinige Schwingung keinen Richtungssinn hat, kann eine elliptische oder Cirkularschwingung rechts- oder links-herum erfolgen; man unterscheidet daher rechts- und links-cirkulare u. s. w. Schwingungen; sie sind beim Licht von Bedeutung (163). Eine Rechts- und eine Linkscirkularschwingung ergeben, wenn sonst gleich, eine geradlinige Schwingung; umgekehrt läßt sich diese in jene zerlegen (s. w. u.).

35. Dämpfungsverhältnis, logarithmisches Dekrement. Das sechste Charakteristikum einer Schwingungsbewegung ist das Verhältnis der Amplituden zweier aufeinander folgender einfacher (halber, vgl. 30 (1)) Schwingungen. Bei gleichförmigen Schwingungen ist es gleich Eins, bei zunehmenden Schwingungen kleiner, bei abnehmenden oder gedämpften Schwingungen größer. In letzterem Falle heißt es Dämpfungsverhältnis, und sein (der bequemeren Rechnung wegen eingeführter) Logarithmus, also die Differenz der Logarithmen zweier aufeinander folgender Amplituden heißt logarithmisches Dekrement. Eine Schwingung, bei welcher das logarithmische Dekrement konstant ist, heißt gleichförmig gedämpfte Schwingung. Formel für die gedämpfte Schwingung

$$x = a e^{-\alpha t} \sin \beta t \quad (\text{an})$$

und für ihr logarithmisches Dekrement

$$\lambda = \pi \frac{\alpha}{\beta}, \quad [\lambda] = 1. \quad (\text{ao}) \quad (\text{T})$$

(1) Wird α und damit λ so groß, daß der Punkt sich schon nach einer Periode oder gar schon nach einer halben, seinem ursprünglichen Orte mit auf null abnehmender Geschwindigkeit nähert, so heißt die Bewegung aperiodisch.

(2) Die verschiedenen Schwingungsarten können mit den exponentiellen Bewegungsarten in die allgemeine Formel

$$x = a e^{(\alpha + \beta i)t} \quad (a_0)$$

($i = \sqrt{-1}$) zusammengefaßt werden; dieselbe liefert:

- | | |
|---|---------------------|
| a) für $\alpha > 0, \beta = 0$: anschwellende Bewegung ($x = a e^{\alpha t}$) | } (a _p) |
| b) für $\alpha < 0, \beta = 0$: abschwellende Bewegung ($x = a e^{-\alpha t}$) | |
| c) für $\alpha = 0, \beta > 0$: gleichförmige Schwingung ($x = a \sin \beta t$) | |
| d) für $\alpha > 0, \beta > 0$: anschwellende Schwingung ($x = a e^{\alpha t} \sin \beta t$) | |
| e) für $\alpha < 0, \beta > 0$: gedämpfte Schwingung ($x = a e^{-\alpha t} \sin \beta t$) | |

36. Freie und erzwungene Schwingungen unterscheiden sich dadurch, daß jene von dem Punkt oder System selbst, diese von außen her erregt und in ihren Eigenschaften bestimmt werden. Erfolgt insbesondere die Erregung durch eine außerhalb bestehende Schwingungsbewegung, so wird die Erscheinung Mitschwingung oder Resonanz genannt (akustische, elektrische Resonanz, s. w. u.). Der primäre Körper heißt Erreger, der sekundäre Resonator; haben beide gleiche natürliche Periode, so heißen sie synchron; die Abweichung, bei der eben noch Resonanz eintritt, heißt Resonanzbreite.

37. Schwingungs- oder Wellenbewegung einer Punktreihe oder Linie. Es sind hier folgende Unterscheidungen zu machen:

a) Stehende und fortschreitende Schwingungen oder Wellen. Stehende Schwingungen sind solche, bei welchen alle Punkte dieselbe Phase haben, fortschreitende solche, bei welcher jeder folgende Punkt eine Phasendifferenz gegen den vorhergehenden aufweist.

(1) Bei den stehenden Schwingungen ist besonders wichtig der Fall, daß die Amplitude der verschiedenen Punkte verschieden ist, für gewisse am größten, für gewisse andere am kleinsten, im speziellen Falle geradezu null; jene Punkte heißen Schwingungsbäuche, diese Schwingungsknoten. Der wichtigste Fall fortschreitender Schwingungen ist umgekehrt der, wo die Amplitude aller Punkte dieselbe ist; Bäuche und Knoten existieren hier nicht.

(2) Beide Arten von Schwingungen können primär erregt, beide aber auch aus der anderen Art abgeleitet werden, z. B. stehende Schwingungen durch Superposition zweier gleicher, aber in entgegengesetzten Richtungen fortschreitender Schwingungen.

(3) Formeln: Stehende Schwingung (einfachster Fall)

$$\xi = A \sin \alpha x \sin \beta t, \quad (a_q)$$

fortschreitende Schwingung (einfachster Fall)

$$\xi = A \cos \alpha (x \pm v t) \quad (a_r)$$

(x Linienkoordinate, ξ Abweichung eines Punktes aus der Ruhelage; das Zeichen $-$ für Fortschreiten in der $+x$ -, $+$ in der $-x$ -Richtung). Über die Bedeutung von v s. 39.

* b) Querschwingungen und Längsschwingungen oder Transversalschwingungen und Longitudinalschwingungen. Längsschwingungen einer Linie sind solche, bei welchen die Bewegung jedes Punktes in die Richtung der Linie fällt, Querschwingungen solche, wo sie darauf senkrecht stehen. Bei Längsschwingungen ändern sich die Abstände der Punkte, oder, wie man sagen kann, die Dichten der Linien-elemente periodisch mit der Zeit und dem Orte, bei den Querschwingungen ändert sich die Gestalt der Linie periodisch.

(1) Es giebt, nach der Mannigfaltigkeit der Schwingungsrichtungen, nur eine Art von Längsschwingungen, dagegen unendlich viele Arten von Querschwingungen: geradlinige, in allen möglichen auf der Linie senkrechten Richtungen, elliptische u. s. w.; die nicht geradlinigen Querschwingungen werden unter Umständen zu Dreh- oder Torsionsschwingungen.

(2) Quer- und Längsschwingungen sind nur die einfachsten Grenzfälle; im allgemeinsten Falle bildet die Schwingungsrichtung mit der Linienrichtung einen schiefen Winkel; ist dieser klein, so kann man von „quasilongitudinalen“, ist er wenig von 90° verschieden, von „quasitransversalen“ Schwingungen sprechen.

38. Schwingungsbewegungen einer Fläche und eines Körpers. Es gelten hier die sinngemäß übertragenen Definitionen der vorigen Nummer.

(1) Das Mannigfaltigkeitsverhältnis von Quer- und Längsschwingungen kehrt sich bei einer Fläche, der Linie gegenüber, um: es giebt nur eine Art von Querschwingungen, dagegen unendlich viele Arten von Längsschwingungen.

(2) Eine besondere Art der Schwingungen eines Körpers sind die Pulsationen, d. h. die periodischen Veränderungen des Volumens.

39. Wellenbewegung heißt ganz allgemein das Vorhandensein und die Ausbreitung von Schwingungsbewegungen in einem Raume. Die Elemente der Wellenbewegung heißen Wellen (stehende bei überall gleicher, fortschreitende bei wechselnder Phase); bei wechselnder Phase diejenigen Flächen, deren sämtliche Punkte gleiche Phase haben, Wellenflächen; die Strecke, um welche zwei Wellenflächen, die eine Phasendifferenz gleich der Schwingungsdauer aufweisen, voneinander absteigen, heißt die Wellenlänge; das Verhältnis der Wellenlänge zur Schwingungsdauer heißt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung. Formeln (λ Wellenlänge, T Schwingungsdauer, v Fortpflanzungsgeschwindigkeit):

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda n, \quad \lambda = vT = \frac{v}{n}, \quad T = \frac{\lambda}{v}, \quad n = \frac{v}{\lambda}, \quad (\text{as})$$

Dimension: $[v] = l t^{-1}, \quad [\lambda] = l. \quad (\text{U}) (\text{V})$

(1) Die Wellenlänge ist die Fortpflanzungsstrecke während einer ganzen, die halbe Wellenlänge die während einer halben Schwingung; der Abstand eines Bauches vom nächsten oder eines Knotens vom nächsten ist stets eine halbe, der Abstand eines Bauches vom benachbarten Knoten im einfachsten (symmetrischen) Falle eine viertel Wellenlänge. Bei Transversalwellen unterscheidet man bildlich zwischen Wellenbergen und Wellenthälern als den beiden entgegengesetzten Arten von Bäuchen, während die dazwischen gelegenen Knoten gleichartig sind; bei Längsschwingungen unterscheidet man umgekehrt zwischen Punkten größter Verdichtung und Punkten größter Verdünnung als den beiden entgegengesetzten Arten von Knoten, während die dazwischen gelegenen Bäuche (größte Geschwindigkeit) gleichartig sind.

40. Ebene, Cylinder-, Kugelwellen. Die einfachste Klasse von Wellen ist diejenige, bei welcher die Erregung in einer Ebene stattfindet und die Wellenflächen lauter parallele Ebenen sind: ebene Welle; bei der cylindrischen Welle sind die Wellenflächen koaxiale Cylinderflächen, deren Axe die Erregungslinie ist; bei der sphärischen oder Kugelwelle konzentrische Kugelflächen, deren Centrum der Erregungspunkt ist.

(1) Diese drei Wellen sind die einfachsten Typen von (im Sinne von 11(2)) 1-, 2-, 3-dimensionalen Wellenbewegungen, und zwar die, welche auftreten, wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit an allen Stellen und nach allen Richtungen dieselbe ist (über die Bedingungen hierfür s. w. u.).

41. Interferenz ist das Resultat des Zusammentreffens verschiedener Wellen, kommt also auf die Superposition und Kombination der Schwingungen (5) zurück. Im einzelnen hängt die Natur der Interferenzerscheinung von zahlreichen Faktoren ab (Fortpflanzungsrichtung und Geschwindigkeit der Wellen, Schwingungsrichtung und Dauer, Amplitude, Phase, Schwingungsgesetz).

(1) Der einfachste Interferenzfall ist der, wo zwei Wellen von gleicher Schwingungsdauer und gleicher gerader Schwingungsrichtung zusammentreffen. Sind außerdem noch die Amplituden gleich, also nur die Phase verschieden, so entsteht eine Schwingung von gleicher Periode und einer Amplitude, die $2A$ oder null ist, je nachdem die Phasendifferenz gleich null oder der halben Periode ist, und in allen übrigen Fällen zwischen diesen Werten liegt; sind die Amplituden (A_1 und A_2) verschieden, so schwingt die resultierende Amplitude zwischen $A_1 + A_2$ und $A_1 - A_2$.

Sind die beiden interferierenden Schwingungsperioden (n_1 und n_2) verschieden, so entsteht eine zusammengesetzte Schwingung (6(2)), deren Periode gleich dem Generalnenner von n_1 und n_2 ist; sind n_1

und n_2 nur wenig verschieden, so kann man das Ergebnis auch anders auffassen, nämlich als eine einfache, aber der Amplitude nach periodisch schwankende Schwingung: Schwebung. Unter Umständen können diese Schwebungen wieder zu besonderen Erscheinungen Anlaß geben (s. 5(1) u. w. u. bei Akustik u. s. w.).

Bei verschiedener Schwingungsrichtung entstehen besondere Schwingungskurven (34).

(2) Finden in einem ganzen Raumgebiete Interferenzen statt, so tritt eine räumliche Interferenzerscheinung auf, die in den einfachsten Fällen eine ebene oder gar lineare Erscheinung ist. In dem in (1) bezeichneten Falle besteht sie aus einem örtlichen Wechsel maximaler und minimaler Amplituden. Sie entstehen insbesondere dann, wenn eine Schwingungsbewegung sich von dem Orte ihrer Entstehung auf verschiedenen Wegen nach denselben Stellen des Raumes fortpflanzen kann.

(3) Die Interferenz fortschreitender Wellen erzeugt unter Umständen stehende Wellen.

(4) In manchen Gebieten (Lichtwellen) sind erfahrungsgemäß nicht alle Wellen interferenzfähig, sondern nur die gleichen Ursprunges (s. oben 5(1)).

7. Huygens'sches Prinzip. Der Schwingungszustand eines Punktes in einem Raume mit einem Erregungspunkte ist bestimmt durch die Interferenz aller ihn treffenden Wellen, die man erhält, wenn man sich sämtliche Punkte der vor dem betrachteten Punkte getroffenen Wellenfläche als neue Erregungspunkte denkt. In dem einfachsten Falle, wenn nämlich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit überall und nach allen Richtungen dieselbe ist, und wenn zwischen der Wellenfläche und dem Punkte kein Hindernis ist, wenn also alle „Elementarwellen“ den Punkt wirklich treffen, hebt sich ihre Wirkung auf den Punkt gerade auf, mit Ausnahme der mittelsten, d. h. derjenigen, deren Erregungspunkt auf der Wellenfläche in der geraden Verbindungslinie des ursprünglichen Erregungspunktes mit dem betrachteten Punkte liegt; in diesem Falle pflanzt sich also die Wirkung geradlinig fort. In allen anderen Fällen liefert die Interferenz der seitlichen Elementarwellen Reste, und der Schwingungszustand in dem Punkte hängt von der Natur und Lage der Hindernisse ab.

(1) Das Prinzip enthält sachlich und historisch zwei verschiedene in sich; als Prinzip der Elementarwellen ist es von HUYGENS (1690) aufgestellt, durch Hinzufügung des Interferenzprinzipes ist es von FRESNEL (1818) in die obige Form gebracht worden. Schließlich hat die Potentialtheorie (GREEN) die Möglichkeit gegeben, ihm einen strengen mathematischen Ausdruck zu verleihen (KIRCHHOFF 1875 resp. 1882, s. weiter unten).

42. Beugung oder Diffraktion ist die Abweichung von der geradlinigen Fortpflanzung, welche eine Wellenbewegung in einem Medium durch den Rand von Hindernissen erleidet. Die hierdurch im weiteren Verlaufe der Wellenbewegung hervorgerufenen Erscheinungen heißen Beugungserscheinungen oder Diffraktionserscheinungen.

43. Strahlen sind die geraden Linien, in denen eine Wellenbewegung in genügender Entfernung von Rändern seitlicher Hindernisse fortschreitet. Ein Komplex solcher Strahlen heißt Strahlenbündel oder Strahlenbüschel. Der Vorgang und die Wirkung der Ausstrahlung von Strahlen heißt Strahlung.

(1) Ein Strahl ist eine reine Abstraktion, nämlich die Axe oder Mittellinie einer Wellenbewegung oder eines Strahlenbündels, welches letztere aber selbst wiederum eine Abstraktion ist, da es nur einen von allen wirklichen Rändern genügend entfernten centralen Teil einer Wellenbewegung darstellt. Wollte man einen Strahl durch Verengerung des Bündels isolieren, z. B. indem man es durch eine immer kleiner gedachte Öffnung in einem Hindernis hindurchschickt, so würde man nicht nur keinen realen Strahl erhalten, sondern auch die Abstraktion des Strahles verlieren; von der Öffnung geht alsdann ein neues Bündel nach allen Seiten aus.

(2) Die verschiedenen spezifischen Strahlenarten sind Schallstrahlen, Wärmestrahlen, elektrische Strahlen, Lichtstrahlen. Bis zu welchen Dimensionen herab die Erscheinungen den Charakter von Strahlen haben, während sie bei engeren Bündeln Beugungscharakter haben, hängt von der Wellenlänge ab; je größer diese, desto früher wird jene Grenze erreicht, und es haben daher Schallstrahlen einen sehr geringen, Lichtstrahlen einen sehr großen Geltungsbereich.

(3) Im allgemeinen, d. h. bei nicht kugeligem, cylindrischem oder ebener Gestalt der Wellenflächen stehen die Strahlen auf den Wellenflächen nicht senkrecht, und es ist daher zwischen „Strahl“ und „Wellennormale“ zu unterscheiden.

(4) Diffusion oder diffuse Ausbreitung heißt die Ausbreitung einer Wellenbewegung nach allen Richtungen; sie findet nicht nur vom Erregungscentrum der Wellenbewegung, sondern auch von einem engen Öffnungspunkte, durch den sie hindurch muß, aus statt; überhaupt immer dann, wenn die Wellenbewegung Punkte trifft, die durch sie zu sekundären Erregungscentren werden.

44. Polarisation. Polarisirt heißt ein in Transversalschwingungen bestehender Strahl, wenn unter den möglichen Schwingungsrichtungen oder Schwingungsformen auf seinen einzelnen Strecken eine bestimmte herrscht oder vorherrscht. Man unterscheidet hiernach (vgl. 34 und 34(2)) geradlinig, rechts- und linkschirkular, elliptisch polarisierte

und andererseits unpolarisierte Strahlen. Die Verwandlung unpolarisierter in polarisierte Strahlen und der Zustand der letzteren heißt Polarisation.

(1) Bei der longitudinalen Wellenbewegung giebt es keine Polarisation, oder richtiger, es sind hier alle Strahlen geradlinig polarisiert nach der Strahlrichtung.

45. Schatten heißen die von einer gegebenen Wellenbewegung unberührt bleibenden Raumteile. Infolge der Beugungserscheinungen ist zwischen geometrischem Schatten und physikalischem Schatten zu unterscheiden; jener ist teils ausgedehnter, teils beschränkter als dieser.

(1) Sind verschiedene Erregungscentren vorhanden, so ist zwischen partiellen Schatten, in die nur die Wirkung einiger fällt, und totalen Schatten, in die gar keine Wirkung fällt (die aber nicht immer vorhanden zu sein brauchen), zu unterscheiden; ebenso bei ausgedehnten Erregungskörpern zwischen Halbschatten und Kernschatten; vgl. w. u.

(2) Die Schattenbildung ist desto markierter, je kleiner die Wellenlänge ist, also z. B. scharf markiert beim Licht, sehr verschwommen beim Schall.

8. Entfernungsgesetz der Strahlung. Die Intensität einer Strahlung von gleichbleibender Wellenamplitude nimmt mit der Entfernung vom Orte der Erregung in demselben Verhältnis ab, wie die Größe der Wellenflächen zunimmt. Sie ist also bei Kugelwellen umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung vom Erregungspunkt, bei Cylinderwellen umgekehrt proportional dem Abstände von der Erregungslinie, bei ebenen Wellen unabhängig vom Abstände von der Erregungsebene, also konstant.

(1) Dieses Gesetz der Strahlungsintensität (Schallstärke, Lichtstärke u. s. w.) ist im Grunde nichts anderes, als die Definition des Begriffes „Strahlungsintensität“ als der auf die Flächeneinheit entfallenden Wellenbewegung; näheres darüber s. w. u.

46. Absorption der Strahlung ist die mit dem Fortschreiten einer Wellenbewegung verknüpfte Abnahme der Amplitude.

(1) Absorption ist also als Vorgang im Raume das Entsprechende, was Dämpfung rein zeitlich ist (35); auch die Begriffe Absorptionsverhältnis und logarithmisches Dekrement können in analogem Sinne benutzt werden.

(2) Bei Vorhandensein von Absorption gelten natürlich die obigen Strahlungsgesetze (8) nicht mehr. Die Abnahme der Intensität mit wachsender Entfernung ist dann stärker, als dort angegeben.

47. Reflexion (Spiegelung, Zurückwerfung) und Brechung (Refraktion) sind die Zerteilung, welche eine Wellenbewegung erfährt, wenn sie an die Grenze zweier Gebiete gelangt, in denen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der betreffenden Wellenbewegung verschieden ist, und zwar heißt Reflexion das Vorhandensein einer im

Ausgangsgebiete, Brechung das Vorhandensein einer im zweiten Gebiete in veränderter Richtung fortschreitenden Wellenbewegung. Die ursprüngliche Wellenbewegung heißt einfallende Welle (einfallendes Strahlenbüschel, einfallender Strahl), die durch Reflexion entstandene reflektierte Welle (reflektiertes Strahlenbüschel, reflektierter Strahl), die durch Brechung entstandene gebrochene Welle (gebrochenes Strahlenbüschel, gebrochener Strahl). Die Winkel der drei Strahlen mit dem Einfallslot heißen Einfallswinkel, Reflexionswinkel, Brechungswinkel, die drei entsprechenden Ebenen Einfalls-, Reflexions- und Brechungsebene.

(1) Auch die Erscheinungen von Reflexion und Brechung beziehen sich thatsächlich nur auf Strahlenbüschel, nicht auf Strahlen (43 (1)).

(2) Im allgemeinen existieren beide Teile, d. h. es findet partielle Reflexion und partielle Brechung statt. Unter gewissen Umständen hingegen existiert keine gebrochene Wellenbewegung; es findet dann totale Reflexion statt.

(3) Ändert sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung in einem Gebiete fortwährend und allmählich, so findet fortwährend minimale Brechung statt, und man erhält gekrümmte Strahlen.

(4) Auch bei der einfachen Bewegung eines Körpers, z. B. auf einer Unterlage oder in einer Flüssigkeit, findet Reflexion (an den Wänden) und Brechung (an der Grenze zweier Unterlagen resp. Flüssigkeiten von verschiedenem Widerstande) statt; aber auch hier muß der Körper eine endliche Breite haben.

9. Reflexions- und Brechungsgesetz der Strahlung an der Grenze von Gebieten mit nach allen Richtungen gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit: Die Reflexions- und die Brechungsebene fallen mit der Einfallsebene zusammen, der reflektierte und der gebrochene Strahl liegen auf der dem einfallenden Strahle abgekehrten Seite des Einfallslotes, der Reflexionswinkel (β) ist gleich dem Einfallswinkel (α), und der Sinus des Einfallswinkels verhält sich zum Sinus des Brechungswinkels (γ) wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ersten Gebiete zu der im zweiten, dieses Verhältnis ist also für alle Einfallswinkel dasselbe. Formeln:

$$\beta = \alpha, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const.} \quad (\text{at}) (\text{au})$$

(1) Für Gebiete, in denen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nach verschiedenen Richtungen verschieden ist, wird das Gesetz wesentlich komplizierter, auch tritt dann als neue Erscheinung die Doppelbrechung auf, d. h. es existieren zwei in verschiedenen Richtungen verlaufende gebrochene Strahlen.

(2) Für die der Strahlung gegenüberstehende Fortpflanzungsart, die sog. Leitung, existiert ein ähnliches Brechungsgesetz (tg statt sin).

48. Brechungsquotient (Brechungsindex, Brechungsverhältnis, Brechungsexponent, Brechungskoeffizient) an der Grenze zweier Gebiete oder auch Brechungsquotient des zweiten Gebietes relativ zum ersten heißt das Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten einer und derselben Wellenbewegung im ersten und zweiten Gebiete, also das konstante Verhältnis des Einfallssinus zum Brechungssinus. Formel:

$$n = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}, \quad [n] = 1. \quad (\text{av}) \text{ (W)}$$

(1) Wählt man als erstes Gebiet ein bestimmtes als Norm dienendes (leerer Raum), so erhält man in n den absoluten Brechungsquotienten des zweiten Gebietes.

49. Dispersion; Spektrum. Dispersion heißt das bei der Beugung oder Brechung eines Strahles, welcher aus zusammengesetzten Schwingungen — oder aus Partialschwingungen von verschiedener Periode — resp. Partialwellen von verschiedener Länge (vgl. oben) — bestehende Auseinandergehen der gebrochenen Strahlung nach verschiedenen Richtungen und zwar, unter normalen Verhältnissen, gemäß dem Brechungsgesetz so, daß die Partialstrahlen desto stärker gebrochen werden, je kleiner die in ihnen enthaltene Periode resp. Wellenlänge ist. Das Resultat der Dispersion, d. h. die stetige Aneinanderreihung von Strahlen verschiedener Periode, heißt Spektrum (Schall-, Wärme-, elektrisches, Licht-, photochemisches Spektrum).

(1) Alles Nähere, insbesondere über Lichtstrahlen, s. w. u.

Viertes Kapitel.

Kraft und Masse.

50. Kraft ist die „Ursache“ der Bewegung, also umgekehrt Bewegung die „Wirkung“ der Kraft. Die Ruhe hat keine Ursache, sie ist der Zustand, in welchem sich die Materie „von selbst“ befindet. Die Ursache der geradlinigen gleichförmigen Bewegung ist eine Kraft, welche wirksam war, aber nicht mehr wirksam ist. Die Ursache einer geradlinigen beschleunigten oder einer krummlinigen (gleichförmigen oder beschleunigten) Bewegung ist eine gegenwärtig wirksame Kraft. Man kann hiernach bestimmter sagen: Kraft ist die Ursache der Beschleunigung. Durch Verallgemeinerung erhält man hieraus den erweiterten Begriff der Kraft als Ursache irgend einer Erscheinung (Wirkung), z. B. die elektromotorische Kraft als Ursache des elektrischen Stromes, die magnetisierende Kraft als Ursache des Magnetismus.

48. Brechungsquotient (Brechungsindex, Brechungsverhältnis, Brechungsexponent, Brechungskoeffizient) an der Grenze zweier Gebiete oder auch Brechungsquotient des zweiten Gebietes relativ zum ersten heißt das Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten einer und derselben Wellenbewegung im ersten und zweiten Gebiete, also das konstante Verhältnis des Einfallssinus zum Brechungssinus. Formel:

$$n = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}, \quad [n] = 1. \quad (\text{av}) \text{ (W)}$$

(1) Wählt man als erstes Gebiet ein bestimmtes als Norm dienendes (leerer Raum), so erhält man in n den absoluten Brechungsquotienten des zweiten Gebietes.

49. Dispersion; Spektrum. Dispersion heißt das bei der Beugung oder Brechung eines Strahles, welcher aus zusammengesetzten Schwingungen — oder aus Partialschwingungen von verschiedener Periode — resp. Partialwellen von verschiedener Länge (vgl. oben) — bestehende Auseinandergehen der gebrochenen Strahlung nach verschiedenen Richtungen und zwar, unter normalen Verhältnissen, gemäß dem Brechungsgesetz so, daß die Partialstrahlen desto stärker gebrochen werden, je kleiner die in ihnen enthaltene Periode resp. Wellenlänge ist. Das Resultat der Dispersion, d. h. die stetige Aneinanderreihung von Strahlen verschiedener Periode, heißt Spektrum (Schall-, Wärme-, elektrisches, Licht-, photochemisches Spektrum).

(1) Alles Nähere, insbesondere über Lichtstrahlen, s. w. u.

Viertes Kapitel.

Kraft und Masse.

50. Kraft ist die „Ursache“ der Bewegung, also umgekehrt Bewegung die „Wirkung“ der Kraft. Die Ruhe hat keine Ursache, sie ist der Zustand, in welchem sich die Materie „von selbst“ befindet. Die Ursache der geradlinigen gleichförmigen Bewegung ist eine Kraft, welche wirksam war, aber nicht mehr wirksam ist. Die Ursache einer geradlinigen beschleunigten oder einer krummlinigen (gleichförmigen oder beschleunigten) Bewegung ist eine gegenwärtig wirksame Kraft. Man kann hiernach bestimmter sagen: Kraft ist die Ursache der Beschleunigung. Durch Verallgemeinerung erhält man hieraus den erweiterten Begriff der Kraft als Ursache irgend einer Erscheinung (Wirkung), z. B. die elektromotorische Kraft als Ursache des elektrischen Stromes, die magnetisierende Kraft als Ursache des Magnetismus.

(1) Der Begriff der physikalischen Kraft ist eine dem Muskelgefühl nachgebildete Abstraktion aus den beobachteten Erscheinungen, welche dazu dient, einerseits unser Kausalitätsbedürfnis, wenn auch nur formell, zu befriedigen (vgl. 3 (1)), andererseits die Darstellung der Erscheinungen einfacher und einheitlicher zu gestalten. In diesem, aber auch nur in diesem Sinne ist es erlaubt zu sagen, es sei die Aufgabe der Physik, die in der Natur waltenden Kräfte zu ermitteln.

(2) Eine Kraft, welche nur während einer sehr kurzen Zeit wirksam ist, heißt Momentankraft oder Impuls.

(3) Die Ursache einer verzögerten Bewegung ist eine negative Kraft oder ein Widerstand. Das Wort Widerstand wird jedoch noch in einem anderen, sachlich nahe verwandten, aber begrifflich abweichenden Sinne gebraucht, nämlich als Inbegriff der Eigenschaften, vermöge deren in einem Körper eine Widerstandskraft zur Geltung kommt (hydrodynamischer, elektrischer, magnetischer Widerstand).

(4) An sich ist die Kraft zwar eine Richtungsgröße wie die Beschleunigung, aber nichts absolut Räumliches; man pflegt sie jedoch räumlich auszugestalten und insbesondere ihr einen Sitz im Raume zuzuschreiben, der innerhalb oder außerhalb des oder der sich bewegenden Körper liegen kann, und dem im letzteren Falle der sog. Angriffspunkt gegenübersteht.

51. Trägheit oder Beharrungsvermögen ist die Eigenschaft der Körper in dem Zustande der Ruhe oder der geradlinigen gleichförmigen Bewegung, in dem sie sich einmal befinden, von selbst zu beharren.

10. Trägheits- oder Beharrungsprinzip (GALILLEISCHES PRINZIP 1638). Jeder Körper beharrt, wenn keine Kraft auf ihn wirkt, in dem Zustande der Ruhe oder geradlinigen gleichförmigen Bewegung, in dem er sich befindet.

(1) Dieser Satz heißt auch das erste NEWTONSCHE Bewegungsprinzip (1686).

(2) Das Beharrungsprinzip kommt im Grunde auf die Definition der Begriffe „von selbst“ und „Kraft“ hinaus. Es wäre auch eine andere Definition des Kraftbegriffes möglich, nämlich als Ursache einer geradlinigen gleichförmigen Bewegung, und dann würde das Prinzip ganz anders, nämlich so, lauten: Jeder Körper, der sich selbst überlassen ist, bleibt in Ruhe, wenn er in Ruhe ist, und kommt zur Ruhe, wenn er in Bewegung ist. Diese Auffassung würde für die stationären Erscheinungen zwar zu einer einfacheren, für die anwachsenden Erscheinungen aber zu Komplikationen führen. Bei der herrschenden Auffassung wird z. B. ein anfahrender Zug oder eine angehende Maschine durch die Dampfkraft in Gang gebracht, der gleichförmig fahrende Zug oder die in Gang befindliche Maschine dagegen durch

die Beharrung in Gang erhalten, während die Kräfte, Dampfkraft und Widerstandskraft, sich gerade aufheben. Die Namen Trägheit und Trägheitsprinzip würden bei jener Auffassung charakteristisch sein, während bei der herrschenden die Bezeichnungen Beharrungsvermögen und Beharrungsprinzip vorzuziehen sind.

(3) Nachwirkung oder Hysteresis. Wie die Bewegung, so haben auch die anderen Wirkungen der Kraft (50) Beharrung, d. h. sie bleiben unter Umständen bestehen, auch wenn die Kraft zu wirken aufgehört hat; diese Erscheinung heißt Nachwirkung, neuerdings auch Hysteresis; am wichtigsten unter ihnen sind die elastische und die magnetische Nachwirkung (s. w. u.), am beträchtlichsten von allen ist wohl die thermische.

52. Gleichgewicht. Wenn ein Körper in Ruhe oder in gleichförmig geradliniger Bewegung ist, so ist es häufig von Vorteil, anzunehmen, daß mehrere Kräfte auf ihn wirken, die, richtig kombiniert, zusammen die Kraft null ergeben; man sagt dann: die Kräfte befinden sich im Gleichgewicht, oder auch: der Körper ist im Gleichgewicht; der letztere Ausdruck findet jedoch meist nur auf den Ruhezustand Anwendung. Näheres über das Gleichgewicht s. w. u. (Entropie).

11. Kraftprinzip. Die Beschleunigungen, die ein Körper durch verschiedene Kräfte erfährt, sind diesen Kräften direkt proportional.

Formel:
$$K_1 = B, \quad (\text{aw})$$

$$[K_1] = l t^{-2}. \quad (\text{X})$$

(1) Das Kraftprinzip stimmt mit dem zweiten NEWTONSchen Bewegungsprinzip überein.

(2) Die obige Form des Prinzips ist die deduktive, auf dem einmal gewonnenen Kraftbegriff fußende; die erkenntnistheoretisch ursprüngliche Form würde lauten: die Kräfte, die man einführen muß als Ursachen verschiedener Beschleunigungen, die ein und derselbe Körper in verschiedenen Fällen hat, sind diesen Beschleunigungen direkt proportional.

(3) Da der Proportionalitätsfaktor gänzlich unbestimmt bleibt, kann man, solange man es nur mit einem und demselben Körper zu thun hat, die Größen der Kraft und der Beschleunigung geradezu einander gleich setzen (*causa aequat effectum*).

(4) Da der Impuls nur eine spezielle Art von Kraft ist, kann man ihn wie diese durch die während seiner Dauer stattfindende Beschleunigung pro sec messen; zweckmäßiger ist es, ihn durch die ganze durch ihn erzeugte Beschleunigung, also, wenn der Körper vorher ruhte, durch die Geschwindigkeit zu messen, die der Körper durch seine Wirkung erlangt. Man erhält dann einen ganz neuen Begriff

des Impulses, der sich von dem der Kraft durch Hinzutritt der Zeitdauer der Kraft als Faktor unterscheidet:

$$J_1 = \int K_1 dt, \text{ im speziellen Falle } J_1 = K_1 T; \quad (\text{ax})$$

zugleich ergibt sich der Satz (Impulsprinzip):

Die Geschwindigkeiten, welche ein Körper durch das Wirken von Impulsen erlangt, sind diesen Impulsen direkt proportional. Formel:

$$J_1 = G, \quad (\text{ay})$$

$$[J_1] = lt^{-1}. \quad (\text{Y})$$

(5) Die durch die Beschleunigung gemessene Kraft heißt auch beschleunigende Kraft; besser wäre kinematische Kraft und analog kinematischer Impuls, im Gegensatz zu späteren Definitionen.

(6) In entsprechender Weise sind die Verzögerungen proportional den Widerständen.

12. Parallelogramm der Kräfte. Wirken zu gleicher Zeit zwei Kräfte auf einen Punkt, so kann man sie durch eine einzige ersetzen, die durch die Diagonale des aus den gegebenen Kräften gebildeten Parallelogramms dargestellt wird. Ebenso kann man eine gegebene Kraft in zwei andere zerlegen, deren erste beliebig, deren zweite so beschaffen ist, daß das aus beiden gebildete Parallelogramm die gegebene Kraft zur Diagonale hat.

(1) Über die Bedeutung dieses Satzes gilt das bei den analogen früheren Sätzen in 2 und 4 Gesagte.

(2) Der Satz läßt sich zum Parallelepiped der Kräfte und schließlich, für beliebig viele gleichzeitige Kräfte, zum Polygon der Kräfte erweitern und lautet dann: Mehrere gleichzeitige Kräfte lassen sich ersetzen durch eine einzige, die man erhält, wenn man die gegebenen Kräfte nach Größe und Richtung darstellenden Linien zu einer gebrochenen Linie aneinander reiht und den Anfangs- und Endpunkt der letzteren verbindet; kurz: die resultierende Kraft ist die geometrische oder Vektorsumme der einzelnen. Umgekehrt sind bei der Zerlegung einer gegebenen Kraft alle Einzelkräfte willkürlich bis auf die letzte, deren Endpunkt bei obiger Konstruktion mit dem Endpunkt der gegebenen Kraft zusammenfallen muß.

(3) Der Satz heißt auch Kombinations-, Zerlegungs- oder Unabhängigkeitsprinzip und sagt als letzteres aus, daß gleichzeitige Kräfte sich in ihrer Wirkung nicht beeinflussen; diese Aussage geht jedoch über die formale Feststellung des Begriffes gleichzeitiger Kräfte nicht hinaus und besagt nichts über die bei der Kombination von Erscheinungen in Wirklichkeit auftretenden spezifischen Kombinations- oder Interferenzerscheinungen.

(4) Haben die Einzelkräfte gleiche Richtung, so addieren sie sich einfach. In dem Unabhängigkeitsprinzip ist demgemäß das Kraftprinzip (11) enthalten.

53. Kraftkomponenten sind diejenigen Kräfte, die, in der Richtung der Koordinatenachsen wirkend, zusammengenommen mit der ganzen Kraft äquivalent sind. Für die rechtwinkligen Kraftkomponenten X_1, Y_1, Z_1 gelten die Formeln (vgl. 27):

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= K_1 \cos \alpha = \xi \\ Y_1 &= K_1 \cos \beta = \eta \\ Z_1 &= K_1 \cos \gamma = \zeta \end{aligned} \right\} K_1 = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2}. \quad (a2)$$

Entsprechend für die Impulskomponenten.

54. Masse. Für die Masse sind zwei verschiedene Definitionen möglich, deren jede zu einem neuen erweiterten Kraftbegriffe (55) und zu einem neuen Prinzip (13 und 14) führt:

a) Massen sind die Faktoren, mit denen man die Beschleunigungen (im Spezialfalle die Geschwindigkeiten), die verschiedene Körper unter gleichen Umständen erfahren, multiplizieren muß, um stets dasselbe Produkt zu erhalten.

b) Massen sind die Faktoren, mit denen man die Beschleunigungen (im Spezialfalle die Geschwindigkeiten), die zwei Körper sich gegenseitig erteilen, multiplizieren muß, um für beide dasselbe Produkt zu erhalten.

55. Kraft im weiteren Sinne (im Spezialfalle Impuls im weiteren Sinne) heißt das bei der einen oder der anderen Massendefinition (54 a, b) auftretende gleiche Produkt. Man erhält also die Definitionen: Kraft ist das Produkt aus Masse und Beschleunigung; Impuls ist das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit. Formeln:

$$K = m B, \quad B = \frac{K}{m}, \quad m = \frac{K}{b}; \quad (ba)$$

$$J = m G, \quad G = \frac{J}{m}, \quad m = \frac{J}{G}; \quad (bb)$$

$$[m] = m, \quad [J] = l t^{-1} m, \quad [K] = l t^{-2} m. \quad (Z) (AA) (AB)$$

13. Massenprinzip. Die Beschleunigungen, welche verschiedene Körper unter gleichen Umständen (durch dieselbe Kraft) erfahren, sind ihren Massen umgekehrt proportional.

14. Wechselwirkungsprinzip (Prinzip der Gleichheit von Aktion und Reaktion). Die Beschleunigungen, welche sich zwei Körper gegenseitig erteilen, sind entgegengesetzt und ihren Massen umgekehrt proportional. Oder: Die Kräfte, mit denen zwei Körper aufeinander wirken, sind einander entgegengesetzt gleich. Oder verallgemeinert: Zu jeder aus den Erscheinungen abstrahierten Kraft gehört