

SAMMLUNG GÖSCHEN BAND 136

**PHYSIKALISCHE
FORMELSAMMLUNG**

von

PROF. G. MAHLER †

Fortgeführt von

PROF. KARL MAHLER

Neubearbeitet von

DR. HERBERT GRAEWE

Mit 69 Figuren

Elfte Auflage



WALTER DE GRUYTER & CO.

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung · J. Guttentag,
Verlagsbuchhandlung · Georg Reimer · Karl J. Trübner · Veit & Comp.

BERLIN 1963

©

Copyright 1963 by Walter de Gruyter & Co., vormals G. J. Göschen'sche Verlags-
handlung - J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung - Georg Reimer - Karl J.
Trübner - Veit & Comp., Berlin 30. - Alle Rechte, einschl. der Rechte der
Herstellung von Photokopien und Mikrofilmen, von der Verlagshandlung vorbe-
halten. - Archiv-Nr. 7740636. - Satz: Mercedes-Druck, Berlin 61.

Druck: Walter de Gruyter & Co., Berlin 30.

Printed in Germany

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Literatur	6
I. Kapitel. Mechanik des materiellen Punktes und der starren Körper	
1. Mechanische Grundeinheiten und abgeleitete Einheiten	7
2. Die gleichförmige, geradlinige Bewegung	9
3. Das Parallelogramm der Bewegungen	9
4. Die gleichförmig beschleunigte Bewegung	11
5. Freier Fall und Bewegung auf der schiefen Ebene	12
6. Der Wurf	13
7. Masse. Kraft	15
8. Impuls. Energie. Leistung	17
9. Die Dimension	19
10. Die Zentralbewegung	19
11. Die harmonische Bewegung	20
12. Das mathematische Pendel	22
13. Die Grundgesetze des Gleichgewichts starrer Körper	24
14. Die Zusammensetzung zweier Kräfte mit verschiedenen Angriffspunkten	24
15. Drehkräfte. Moment einer Kraft	26
16. Schwerpunkt	29
17. Die einfachen Maschinen	30
18. Das Trägheitsmoment	33
19. Gesetze der drehenden Bewegung. Kreisel	35
20. Fallmaschine. Physisches Pendel	37
21. Reibung	38
22. Die allgemeine Gravitation	39
23. Elastizität	40
24. Der Stoß	41
II. Kapitel. Statik der Flüssigkeiten und Gase	
25. Druck in einer ruhenden Flüssigkeit	43
26. Archimedisches Prinzip	45
27. Spezifisches Gewicht (Wichte). Dichte	46
28. Eigenschaften der Gase	47
29. Luftdruck. Luftpumpen	48
30. Gesetz von Boyle	50
III. Kapitel. Dynamik der Flüssigkeiten und Gase	
31. Strömung von Flüssigkeiten und Gasen	51
32. Ausfluß von Flüssigkeiten und Gasen aus einer Öffnung	53
33. Flächen in Luft und Wasser	55
IV. Kapitel. Molekularphysik	
34. Oberflächenspannung. Kapillarität. Diffusion. Osmose	58
35. Strömung in Kapillaren. Turbulenz. Gesetz von Stokes	59
36. Kinetische Theorie der Gase	60

	Seite
V. Kapitel. Wärmelehre	
37. Thermometer	62
38. Ausdehnung der Körper durch die Wärme	62
39. Kalorimetrie; spezifische Wärme	65
40. Änderung des Aggregatzustandes	66
41. Thermodynamik	68
VI. Kapitel. Wellenlehre und Akustik	
42. Wellenlehre I	70
43. Wellenlehre II	74
44. Schwingungszahl. Tonleiter	75
45. Tonquellen	77
46. Ausbreitung des Schalles. Schallgeschwindigkeit	79
VII. Kapitel. Geometrische Optik	
47. Reflexion des Lichtes an ebenen Flächen	80
48. Kugel- oder sphärische Spiegel	81
49. Brechung des Lichtes	84
50. Prisma	87
51. Brechung an sphärischen Begrenzungsflächen	88
52. Brechung durch Linsen	89
53. Sphärische Aberration bei der Brechung	94
54. Optische Instrumente	96
VIII. Kapitel. Optische Strahlung	
55. Photometrie	101
56. Geschwindigkeit des Lichtes	102
57. Spektroskopie	104
58. Achromasie	107
59. Wellenlängenmessung	107
60. Polarisation. Doppelbrechung	108
IX. Kapitel. Das elektrische Feld	
61. Elektrisches Feld	109
62. Eigenschaften der Ladung	111
63. Spannung. Feldstärke. Verschiebungsdichte	112
64. Kapazität und Kondensator	113
65. Kräfte und Arbeit im elektrischen Feld	115
66. Das elektrische Feld unter Zugrundelegung des absoluten elektro- statischen Maßsystems	116
X. Kapitel. Das magnetische Feld	
67. Magnetisches Feld	118
68. Ausmessung des magnetischen Feldes	120
69. Magnetisches Feld unter Zugrundelegung des absoluten elektro- magnetischen Maßsystems	122
70. Das Moment und das Drehmoment eines Magneten	123
71. Ablenkung und Schwingungen eines drehbaren Magneten	124
72. Erdmagnetismus	124

	Seite
XI. Kapitel. Elektrische Strömung	
73. Ohmsches Gesetz. Widerstand	125
74. Stromstärke einer Batterie	126
75. Stromverzweigung. Sätze von Kirchhoff	128
76. Stromenergie. Gesetz von Joule. Spannungseinheit	131
77. Die Gesetze von Faraday. Das elektrische Elementarquantum.	133
XII. Kapitel. Induktion	
78. Grundlagen der Induktion	134
79. Die Selbstinduktion	136
80. Kräfte in magnetischen Feldern	138
81. Der Einphasenwechselstrom	139
82. Dreiphasenwechselstrom. Transformator	142
83. Elektrische Schwingungen	143
XIII. Kapitel. Elektrische Strahlung. Theorie der Materie	
84. Kathoden- und Anoden- (Kanal-) Strahlen	145
85. Die Dreielektrodenröhre	146
86. Röntgenstrahlen	148
87. Radioaktivität	149
88. Atombau und Atomumwandlung. Periodisches System der chemischen Elemente	151
89. Relativitätstheorie	156
90. Bohrsche Sätze. Wasserstoffatom	157
Register	160

Bemerkung

Den Bezeichnungen liegen, soweit möglich, die Angaben des Deutschen Normenausschusses zugrunde.

Literatur

Dem Charakter einer „Formelsammlung“ entsprechend, gibt der vorliegende Band der Sammlung Göschen nur fertige Resultate ohne Ableitungen. Letztere findet der Leser in der ausgedehnten physikalischen Literatur, aus der einige wenige Werke namentlich genannt seien:

A. Schulbücher

- Dorn, Physik. Hannover, Schroedel.
Fock-Weber, Lehrbuch der Physik. Frankfurt/M. – Hamburg, Salle.
Grimsehl (bearb. v. Gerinan, Graewe, Neunhöffer u. Weiß), Physik. Stuttgart, Klett.
Hahn, K., Lehrbuch der Physik. Braunschweig, Westermann.
Höfling, Lehrbuch der Physik. Bonn, Dümmler.
Poske-Bavink-Brennecke-Wolski, Physik, Braunschweig, Vieweg & Sohn.
Rosenberg-Hauschulz-Ippisch, Lehrbuch der Physik, Berlin-Leipzig, Freytag.
Roth-Treu, Einführung in die Physik. Bamberg, Buchner.

B. Hochschulbücher

- Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik. Berlin, de Gruyter.
Grimsehl (hrsg. v. Schallreuter), Lehrbuch der Physik. Leipzig, Teubner.
Kohlrausch (hrsg. v. Ebert u. Justi), Praktische Physik. Stuttgart, Teubner.
Lecher (bearb. v. Schweidler), Lehrbuch der Physik für Mediziner, Biologen u. Psychologen. Leipzig – Berlin, Teubner.
Mie, Lehrbuch der Elektrizität u. des Magnetismus. Stuttgart, Enke.
Pohl, Einführung in die Physik. Berlin, Springer.
Riecke-Lecher, Lehrbuch der Physik. Berlin, de Gruyter.
Schaefer, Einführung in die theoretische Physik. Berlin, de Gruyter.
Schaefer-Bergmann-Kliefoth, Grundaufgaben des physikalischen Praktikums. Stuttgart, Teubner.
Sommerfeld, Mechanik. Leipzig, Akadem. Verlagsgesellschaft.
Westphal, Physik. Ein Lehrbuch. Berlin, Springer.
–, Physikalisches Praktikum. Braunschweig, Vieweg & Sohn.

C. Spezialbücher zur Atomphysik

- Bechert-Gerthsen-Flammersfeld, Atomphysik (Samml. Göschen Nr. 1009, 1033, 1123, 1165). Berlin, de Gruyter.
Bauer, Grundlagen der Atomphysik. Wien, Springer.
Finkelnburg, Einführung in die Atomphysik. Berlin, Springer.
Graewe, Atomphysik. Bonn, Dümmler.
Hertz, Lehrbuch der Kernphysik. Leipzig, Teubner.
Riezier, Einführung in die Kernphysik. München, Oldenbourg.
Riezier-Walcher, Kerntechnik. Stuttgart, Teubner.
SchpolSKI, Atomphysik. Berlin, Dtsch. Verlag d. Wissenschaften.
Schröder, Atomphysik in Versuchen. Braunschweig, Vieweg & Sohn.
Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien. Braunschweig, Vieweg & Sohn.
Zimmer, Umsturz im Weltbild der Physik. München, Hanser.

Diese Werke enthalten z. T. auch Übungsbeispiele, eine größere Zahl von Beispielen findet man darüber hinaus u. a. bei:

- Mahler, Physikalische Aufgabensammlung. Sammlung Göschen Bd. 243.
Bohn und Matthé, Sammlung physikalischer Aufgaben. Leipzig, Quelle & Meyer.
Gottsbacher, Physikalische Aufgabensammlung. Leipzig u. Wien, Deuticke.
Höfling, Physik-Aufgaben. Bonn, Dümmler.

I. Kapitel. Mechanik des materiellen Punktes und der starren Körper

1. Mechanische Grundeinheiten und abgeleitete Einheiten

a) *Längenmessung.* Längeneinheit für das metrische Maßsystem ist das Meter, ursprünglich festgesetzt als der zehnmillionste Teil eines Erdquadranten:

$$1 \text{ m} = 10^{-7} \text{ Erdquadranten.}$$

1 m wird dargestellt durch den Abstand zweier Strichmarken auf einem Platin-Iridium-Stab bei 0 °C. Später ergab sich mit wachsender Genauigkeit der Messungen, daß

$$1 \text{ m} = 0,999914 \cdot 10^{-7} \text{ Erdquadranten beträgt,}$$

doch besteht keine Veranlassung, deshalb das Grundmaß zu ändern, weil für die praktischen Anwendungen diese Abweichung meist keine Bedeutung hat, für die Wissenschaft es vielmehr auf die Unveränderlichkeit des einmal angenommenen Grundmaßes ankommt.

Außerdem gilt:

$$1 \text{ m} = 1553164,13 \text{ Wellenlängen der roten Kadmiumlinie.}$$

Abgeleitete Längenmaße: mm, cm, dm; dam (Dekameter), hm (Hektometer), km; je 10 Einheiten des kleineren Maßes bilden 1 Einheit des nächstfolgenden Maßes.

Kleinere Längen-Einheiten sind:

$$1 \mu\text{m} = 1 \text{ Mikrometer} = 10^{-6} \text{ m (oder } 10^{-3} \text{ mm)}$$

$$1 \text{ nm} = 1 \text{ Nanometer} = 10^{-9} \text{ m (oder } 10^{-3} \mu\text{m)}$$

$$1 \text{ pm} = 1 \text{ Picometer} = 10^{-12} \text{ m (oder } 10^{-3} \text{ nm)}$$

Darüber hinaus benutzt man (auf Licht- und Röntgenstrahlen zugeschnitten):

$$1 \text{ \AA} = 1 \text{ \AA} \text{ngström} = 10^{-10} \text{ m (oder } 10^{-8} \text{ cm)}$$

$$1 \text{ X} = 1 \text{ X-Einheit} = 10^{-13} \text{ m (oder } 10^{-3} \text{ \AA)}$$

Als größere Längen-Einheiten gibt es:

$$1 \text{ km} = 1 \text{ Kilometer} = 10^3 \text{ m}$$

$$1 \text{ Mm} = 1 \text{ Megameter} = 10^6 \text{ m (oder } 10^3 \text{ km)}$$

$$1 \text{ Gm} = 1 \text{ Gigameter} = 10^9 \text{ m (oder } 10^3 \text{ Mm)}$$

$$1 \text{ Tm} = 1 \text{ Terameter} = 10^{12} \text{ m (oder } 10^3 \text{ Gm)}$$

In der Astronomie finden daneben Verwendung:

1 AE = 1 astronomische Einheit (= mittlere Entfernung Erde—
Sonne) = $1,495 \cdot 10^8$ km

1 Lichtjahr (= Entfernung, die das Licht in 1 Jahr zurücklegt)
 $\approx 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 300\,000$ km $\approx 9,5 \cdot 10^{12}$ km

1 parsec (Sternweite = Entfernung, von der aus der mittlere
Halbmesser der Erdbahn um die Sonne unter dem Winkel $1''$
erscheint) = 3,26 Lichtjahre = $3,08 \cdot 10^{13}$ km

b) *Flächenmessung*. Maßeinheit ist 1 m^2 (1 Quadratmeter),
das ist die Fläche eines Quadrats von 1 m Seitenlänge.

Abgeleitete Flächenmaße: mm^2 , cm^2 , dm^2 ; a, ha, km^2 ;
je 100 Einheiten des kleineren Maßes bilden 1 Einheit des
nächstfolgenden Maßes.

c) *Raummessung*. Maßeinheit ist 1 m^3 (1 Kubikmeter), das
ist das Volumen eines Würfels von 1 m Seitenkante.

Abgeleitete Raummaße: mm^3 , cm^3 , dm^3 oder l; dam^3 , hm^3 ,
 km^3 ; je 1000 Einheiten des kleineren Maßes bilden 1 Einheit
des nächstfolgenden. Außerdem benutzt man: 1 hl = 100 l.

d) *Gewichtsmessung*. Maßeinheit ist 1 kp (1 Kilopond), das
ist das Gewicht von 1 dm^3 destillierten Wassers bei 4°C unter
 45° geographischer Breite in Meereshöhe. Abgeleitete Ge-
wichtseinheiten sind: mp (Millipond), p (Pond); Mp (Mega-
pond oder Gewichtstonne). Verwandlungszahl ist wie bei den
Raummaßen 1000 (vgl. Nr. 7 f bis 7 h).

Zwischeneinheit: 1 dz = 100 kp.

e) *Zeitmessung*. Als Maßeinheit dient 1 sec (1 Sekunde), das
ist der $24 \cdot 60 \cdot 60$ ste oder 86 400ste Teil eines aus dem Jahres-
durchschnitt gebildeten Sonnentages.

Abgeleitete Zeiteinheiten:

1 ms (1 Millisekunde)	= 10^{-3} sec	} mit der Verwandlungs- zahl 1000
1 μs (1 Mikrosekunde)	= 10^{-6} sec	
1 min	= 60 sec	} mit den nicht-dezimalen Verwandlungszahlen 60, 24, 360 (365; 366)
1 h (hora = Stunde)	= 60 min	
1 d (dies = Tag)	= 24 h	
1 a (annus = Jahr)	= 360 (365; 366) d	

Beachte: h in Zeilenhöhe = „Stunde“ (Dauer = 5 h 6 min),
h hochgestellt = „Uhr“ (Zeitangabe = $5^h 6^{\text{min}}$).

2. Die gleichförmige, geradlinige Bewegung

Eine gleichförmige Bewegung ist eine Bewegung, bei der in gleichen Zeiten gleiche Wege zurückgelegt werden. Geschwindigkeit ist der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg. Bedeuten v die Größe der Geschwindigkeit, t die der Zeit und s die des zurückgelegten Weges, so ist $s = vt$.

In vielen Fällen ist es zweckmäßig, den Weg durch den Inhalt eines Rechteckes zu veranschaulichen, dessen Grundlinie und Höhe durch die Maßzahlen der Zeit bzw. der Geschwindigkeit gegeben sind. Die mittlere Geschwindigkeit v_0 aus mehreren (n) Geschwindigkeiten $v_1, v_2, v_3 \cdots v_n$ ist das arithmetische Mittel derselben:

$$v_0 = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + \cdots + v_n}{n}$$

3. Das Parallelogramm der Bewegungen

Wird ein Körper gezwungen, gleichzeitig mehrere Bewegungen auszuführen, so ist das Endergebnis dasselbe, als wenn er die Bewegungen nacheinander während derselben Zeit ausführen würde.

Wird also ein materieller Punkt A (Fig. 1) zu zwei Bewegungen angeregt, die einen Winkel α miteinander bilden, so gelangt er in die vierte Ecke D desjenigen Parallelogramms, das man aus den beiden Einzelwegen s_1 und s_2 und dem von diesen eingeschlossenen Winkel α konstruiert. Sind die beiden Bewegungen geradlinig und gleichförmig, so ist auch die resultierende Bewegung geradlinig und gleichförmig, und der Punkt A durchläuft die Diagonale \overline{AD} . Bezeichnet man den Weg \overline{AD} mit r , so ist

$$r^2 = s_1^2 + s_2^2 + 2 s_1 s_2 \cdot \cos \alpha .$$

Wird $\alpha = 0^\circ$ bzw. 180° , so ergeben sich die besonderen Werte

$$r = s_1 \pm s_2 .$$

Ist $\alpha = 90^\circ$, so wird $r^2 = s_1^2 + s_2^2$.

Die Einzelwege heißen die Seitenwege, die Komponenten; der resultierende Weg der Mittelweg, die Resultante.

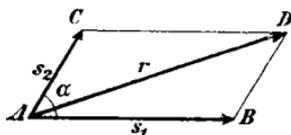


Fig. 1

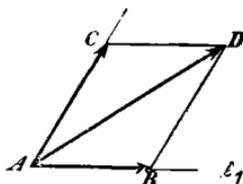


Fig. 2

Soll der Mittelweg \overline{AD} (Fig. 2) in zwei Seitenwege längs l_1 und l_2 zerlegt werden, so ziehe man $\overline{DB} \parallel l_2$ und $\overline{DC} \parallel l_1$; nun sind \overline{AB} und \overline{AC} die gesuchten Komponenten. — Hat man über die beiden Einzelwege keine weiteren Bestimmungen getroffen, so ist die vorliegende Aufgabe vieldeutig.

Sonderfall: „Projektionssatz“. Ist $l_1 \perp l_2$ und bildet \overline{AD} mit l_1 den Winkel α , so ist die waagerechte Komponente

$$\overline{AB} = \overline{AD} \cos \alpha,$$

die senkrechte

$$\overline{AC} = \overline{AD} \sin \alpha.$$

Unterliegt ein materieller Punkt gleichzeitig mehreren Bewegungen, so bestimmt man die Resultante folgendermaßen:

Zunächst werden zwei Wege zusammengesetzt, hierauf der Mittelweg mit dem dritten, der sich nun ergebende Weg mit

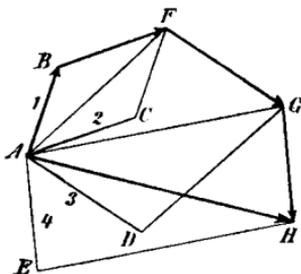


Fig. 3

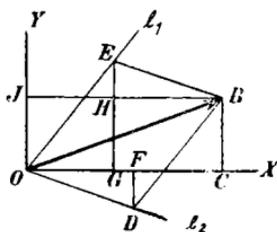


Fig. 4

dem vierten usw. Man konstruiert daher (Fig. 3) aus den Einzelwegen einen gebrochenen Zug $ABFGH$; alsdann ist die Schlußlinie AH die gesuchte Resultante. Schließt sich der Zug, so bleibt der Punkt in Ruhe.

Zerlegt man die Bewegung \overline{OB} eines materiellen Punktes O (Fig. 4) in die Komponenten \overline{OE} und \overline{OD} von beliebigen, durch O gehenden Richtungen l_1 und l_2 und projiziert die so erhaltenen Seitenbewegungen auf zwei zueinander senkrechte Achsen OX und OY , so ist die algebraische Summe der Projektionen auf jede Achse gleich den Komponenten \overline{OC} und \overline{OJ} , die unmittelbar aus der Zerlegung von \overline{OB} längs OX und OY hervorgehen.

Im Raum ist das Parallelogramm der Bewegungen durch ein Parallelogramm (d. h. durch einen schiefen Quader) zu ersetzen. Wird nämlich der Punkt O (Fig. 5) zu den Bewegungen \overline{OA} , \overline{OB} und \overline{OC} angeregt, deren Richtungen nicht in eine Ebene fallen, so gelangt er an die der Ecke O gegenüberliegende Ecke D des aus \overline{OA} , \overline{OB} und \overline{OC} als Kanten konstruierten Parallelepipedes.

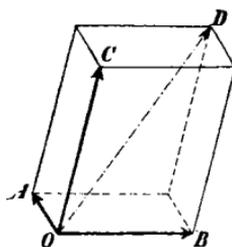


Fig. 5

4. Die gleichförmig beschleunigte Bewegung

Legt ein Körper in gleichen Zeiten ungleiche Wege zurück, so ist seine Bewegung eine ungleichförmige. Unter Geschwindigkeit in einem bestimmten Zeitpunkt versteht man in diesem Fall den Weg, den der Körper von jenem Zeitpunkt ab in der Zeiteinheit zurücklegen würde, falls er sich nun gleichförmig weiterbewegte. Je nachdem die Geschwindigkeiten in den aufeinanderfolgenden gleichen Zeiteilen wachsen oder abnehmen, nennt man die Bewegung beschleunigt oder verzögert.

Die Geschwindigkeitszunahme in der Zeiteinheit heißt Beschleunigung. Ändert sich diese während der Dauer der Bewegung nicht, so führt der materielle Punkt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus. Bezeichnen v_0 die An-

fangsgeschwindigkeit, b die Beschleunigung, v die Geschwindigkeit zur Zeit t , s den Weg, den der Körper während dieser Zeit zurücklegt, so gelten folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned}v &= v_0 + bt \\s &= v_0 t + \frac{1}{2} bt^2 \\v^2 &= v_0^2 + 2 bs\end{aligned}$$

Für die gleichförmig beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit ist:

$$\begin{aligned}v &= bt \\s &= \frac{1}{2} bt^2 \\v^2 &= 2 bs\end{aligned}$$

Allgemein gilt für jede Bewegung:

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \text{und} \quad b = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

D. h., die Geschwindigkeit ist die erste, die Beschleunigung die zweite Ableitung des Weges nach der Zeit.

Ist die Bewegung gleichmäßig verzögert und bedeutet b die (konstante) Verzögerung, so ist:

$$\begin{aligned}v &= v_0 - bt \\s &= v_0 t - \frac{1}{2} bt^2 \\v^2 &= v_0^2 - 2 bs\end{aligned}$$

Geschwindigkeiten und Beschleunigungen werden wie Wege zusammengesetzt und zerlegt (vgl. Nr. 3).

5. Freier Fall und Bewegung auf der schiefen Ebene

a) Im luftleeren Raum fallen am gleichen Beobachtungsort alle Körper gleich schnell.

Der freie Fall ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit der Fallbeschleunigung $g \approx 9,81 \text{ m sec}^{-2}$ (auf der Erde):

$$\begin{aligned}v &= gt \\s &= \frac{1}{2} gt^2 \\v^2 &= 2 gs\end{aligned}$$

Genauere Werte der Fallbeschleunigung auf der abgeplatteten Erde (in normaler Meeresspiegellöhe):

Am Äquator	$g_a = 9,78\ 049\ \text{m sec}^{-2}$	}	Normwert: $g = 9,80\ 665\ \text{m sec}^{-2}$ (im J. 1901 festgesetzt)
unter 45° Breite	$g_{45} = 9,80\ 629\ \text{m sec}^{-2}$		
am Pol	$g_p = 9,83\ 221\ \text{m sec}^{-2}$		

Für andere Himmelskörper gelten andere Fallbeschleunigungen.

α) Die Fallgeschwindigkeiten wachsen proportional den Fallzeiten.

β) Die Fallstrecken in den einzelnen Sekunden (die sog. Sekundenwege) wachsen wie die ungeraden Zahlen.

γ) Die Fallstrecken von Anfang an gerechnet bis zum Ende der einzelnen Sekunden (die Gesamtwege) wachsen wie die Quadrate der Zeiten.

b) Ist α der Neigungswinkel der *schiefen Ebene*, so gelten für die gleichförmig beschleunigte Bewegung längs derselben die Formeln (h Höhe der schiefen Ebene):

$$\begin{aligned} v &= g \sin \alpha \cdot t \\ s &= \frac{1}{2} \cdot g \sin \alpha \cdot t^2 \\ v^2 &= 2 \cdot g \sin \alpha \cdot s = 2 gh \end{aligned}$$

Hat aber der Punkt die Anfangsgeschwindigkeit v_0 , so ist:

$$\begin{aligned} v &= v_0 \pm g \sin \alpha \cdot t \\ s &= v_0 t \pm \frac{1}{2} \cdot g \sin \alpha \cdot t^2 \\ v^2 &= v_0^2 \pm 2 \cdot g \sin \alpha \cdot s \end{aligned}$$

Das $+$ -Zeichen gilt für die Bewegung nach abwärts, das $-$ -Zeichen für die Bewegung nach aufwärts, in diesem Fall handelt es sich um eine gleichmäßig verzögerte Bewegung.

6. Der Wurf

a) Senkrechter Wurf. Ein mit der Geschwindigkeit v_0 senkrecht abwärts bzw. aufwärts geworfener Massenpunkt führt eine gleichmäßig beschleunigte bzw. verzögerte Bewegung mit der Beschleunigung (Verzögerung) g aus:

$$\begin{aligned} v &= v_0 \pm gt \\ s &= v_0 t \pm \frac{1}{2} gt^2 \\ v^2 &= v_0^2 \pm 2 gs \end{aligned}$$

Für den senkrechten Wurf nach oben ist die Steigdauer t_1 bzw. die Steighöhe s_1 :

$$t_1 = v_0/g, \quad s_1 = v_0^2/2g;$$

ferner gilt für diesen Fall:

Der Massenpunkt erreicht den Ausgangspunkt seiner Bahn mit der gleichen Geschwindigkeit, mit der er ihn verließ. Ein senkrecht in die Höhe geworfener Körper steigt ebenso lange, wie er fällt.

Da man ferner jeden Punkt der Wurfbahn als Ausgangspunkt der Bewegung betrachten kann, so durchläuft der Massenpunkt irgendeine seine Bahn durchschneidende waagerechte Ebene beim Hinauf- und Hinabsteigen mit der gleichen Geschwindigkeit, und die beiden Zeitpunkte des Durchgangs liegen vom Augenblick der höchsten Erhebung gleich weit ab.

b) Schräger Wurf. Ein Massenpunkt wird mit der Geschwindigkeit v_0 unter dem Erhebungswinkel α gegen die Waagerechte schräg nach oben geworfen (Fig. 6).

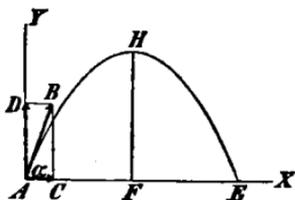


Fig. 6

Waagerechte Komponente der Anfangsgeschwindigkeit v_0 :

$$\overline{AC} = v_x = v_0 \cos \alpha,$$

senkrechte Komponente:

$$\overline{AD} = v_y = v_0 \sin \alpha;$$

erstere ändert sich während der Bewegung nicht, letztere beträgt nach t Sekunden

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt.$$

Die Projektionen x und y des in der Zeit t zurückgelegten Weges auf die Achsen sind:

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} gt^2$$

Bahngleichung:
$$y = \tan \alpha \cdot x - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}$$

Der bewegte Punkt beschreibt eine Parabel nach Fig. 6.

$$\text{Wurfweite } \overline{AE} = x_w = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha,$$

sie ist am größten für $\alpha = 45^\circ$; für komplementäre Erhebungswinkel ist sie gleichgroß.

Die Zeit, die der Punkt zum Erreichen seiner größten Erhebung benötigt, ist

$$\text{die Steigzeit } t_h = \frac{v_0}{g} \sin \alpha.$$

$$\text{Die Wurfhöhe } \overline{FH} = y_h = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha.$$

Die Geschwindigkeit v zur Zeit t ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} v^2 &= v_x^2 + v_y^2 \\ &= v_0^2 + g^2 t^2 - 2gt v_0 \sin \alpha \\ &= v_0^2 - 2gy \end{aligned}$$

Der Winkel γ zwischen der Richtung von v und der Waagerechten ist:

$$\tan \gamma = \tan \alpha - \frac{gt}{v_0 \cos \alpha}$$

Besonderer Fall: Waagerechter Wurf (+ y -Achse nach unten):

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 & x &= v_0 t \\ v_y &= gt & y &= \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned}$$

Alle Formeln dieser Nummer gelten streng nur für die Bewegung im luftleeren Raum.

7. Masse. Kraft

a) Jeder sich selbst überlassene Körper besitzt im luftleeren Raum ein Gewicht, das sich darin äußert, daß er auf seine Unterlage drückt; er besitzt also die Eigenschaft der „Schwere“.

Jeder Körper braucht eine gewisse Zeit, um seinen Bewegungszustand zu ändern, er ist träge; das Maß dieser Eigenschaft ist die „träge Masse“.

b) 1. *Bewegungsgesetz von Newton*, das Gesetz des Beharrungsvermögens oder der Trägheit: Jeder Körper verharrt in dem Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung in geradliniger Bahn, wenn er nicht durch äußere Kräfte gezwungen wird, diesen Bewegungszustand zu ändern.

c) 2. *Bewegungsgesetz von Newton*: Die Beschleunigung ist der Einwirkung der bewegendenden Kraft proportional und erfolgt in der Richtung der geraden Linie, in der die Kraft wirkt.

Allgemeine Formulierung: Die Änderung der Bewegungsgröße (des Impulses, vgl. Nr. 8) ist nach Größe und Richtung proportional der wirkenden Kraft, als Formel

$$\frac{d}{dt}(mv) = P,$$

wenn m die Masse, v die Geschwindigkeit, P die Kraft ist (gilt auch für nichtkonstante Massen, vgl. Nr. 89 d, 4).

d) 3. *Bewegungsgesetz von Newton*: Die Wirkungen zweier Körper aufeinander sind stets einander gleich und von entgegengesetzter Richtung (Prinzip von Aktion und Reaktion).

e) Bewegende Kraft = Masse mal Beschleunigung

$$P = m \cdot b$$

Gewicht = Masse mal Erdbeschleunigung

$$G = m \cdot g$$

f) Grundeinheiten des technischen oder praktischen Maßsystems: Länge (m), Zeit (sec oder h), Kraft (kp, gelesen „Kilopond“ = kg-Gewicht bei Normbeschleunigung nach Nr. 1 d; Gegensatz: kg-Masse).

g) Grundeinheiten des absoluten oder CGS-Systems: Länge (cm), Masse (g), Zeit (sec).

Die Maßeinheit der Masse ist das Gramm. 1 g-Masse ist $\frac{1}{1000}$ der in Sèvres bei Paris aufbewahrten Urkilogramm-Masse aus Platin-Iridium. 1 cm³ reinsten Wassers bei 4 °C sollte eine Masse von genau 1 g darstellen; Nachmessungen ergaben aber nur 0,99973 g.

h) Grundeinheiten des MKS-Systems: Länge (m), Masse (kg), Zeit (sec). Die Einheiten dieses Systems erweisen sich in vielen Fällen als besonders zweckmäßig.

i) Einheit der Kraft im CGS- und MKS-System: ein Dyn (Kurzzeichen: 1 dyn) ist diejenige Kraft, die der Grammasse die Beschleunigung 1 cm/sec^2 erteilt; ein Newton (Kurzzeichen: 1 N) erteilt demgegenüber der Kilogrammasse die Beschleunigung 1 m/sec^2 . Folglich hat $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn}$. Umrechnung ins technische Maßsystem: $1 \text{ kp} = 9,81 \text{ N}$.

k) Bestimmungsstücke einer Kraft sind Größe, Richtung, Angriffspunkt.

l) Einem *Vektor* kommen Größe und Richtung, einem *Skalar* nur Größe zu. Ein Vektor ohne Angabe eines Angriffspunktes heißt freier Vektor, mit festgelegtem Angriffspunkt gebundener Vektor.

Vektoren: Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft, u. a.

Skalare: Masse, Dichte, Rauminhalt, u. a.

8. Impuls. Energie. Leistung

a) Unterliegt die Masse m der steten Einwirkung der unveränderlichen Kraft P , so bewegt sie sich gleichmäßig beschleunigt, und es ist:

$$mv = Pt, \quad ms = \frac{1}{2} Pt^2, \quad Ps = \frac{1}{2} mv^2$$

Besaß jedoch die Masse, als die Kraft P einsetzte, die Geschwindigkeit v_0 , so ist, je nachdem, ob v oder v_0 größer ist:

$$m(v - v_0) = \pm Pt$$

$$m(s - v_0 t) = \pm \frac{1}{2} Pt^2$$

$$Ps = \pm \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2)$$

Das Produkt mv heißt die Bewegungsgröße oder der Impuls, das Produkt Pt die „Zeitsumme der Kraft“ oder der Kraftstoß, es ist also der Impuls gleich dem Kraftstoß. Allgemein ist der Kraftstoß gegeben durch $\int P dt$.

Darin liegt auch der Satz: Wirkt auf die Massen m und m_1 eine und dieselbe Kraft gleich lange ein und erlangen sie dadurch die Geschwindigkeiten v und v_1 , so ist $mv = m_1 v_1$.

b) Allgemein gilt (vgl. 13 e)

Arbeit = Kraft mal Wegkomponente in der Kraftrichtung

$$A = P \cdot s \cdot \cos \alpha$$

Technische Einheit: 1 kpm, d. i. die Arbeit, die notwendig ist, um 1 kp 1 m hoch zu heben.

CGS-Einheit: 1 erg (1 dyncm), d. i. die Arbeit, die verrichtet wird, wenn die Kraft 1 dyn längs eines Weges von 1 cm wirkt.

MKS-Einheit: 1 Newtonmeter (1 Nm) oder 1 Joule (1 J).

Umrechnungen: 1 J = 1 Nm = $(10^5 \text{ dyn}) \cdot (10^2 \text{ cm}) = 10^7 \text{ erg}$

$$1 \text{ kpm} = 9,81 \text{ Nm} = 9,81 \text{ J.}$$

c) Leistung oder Effekt = Arbeit in der Zeiteinheit:

$$N = A/t$$

Technische Einheit: 1 Pferdestärke (1 PS) = 75 kpm/sec

MKS-Einheit: 1 Watt (1 W) = 1 Nm/sec = 1 J/sec

Umrechnungen:

$$1 \text{ PS} = 736 \text{ Watt} \approx \frac{3}{4} \text{ Kilowatt (kW)}$$

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ Watt} \approx \frac{4}{3} \text{ PS}$$

d) Aus $N = A/t$ folgt $A = N \cdot t$.

1 Pferdestärkenstunde (1 PSh) bzw. 1 Kilowattstunde (1 kWh) ist die Arbeit von 1 PS bzw. 1 kW während einer Stunde.

$$1 \text{ PSh} = 270 \text{ 000 kpm}$$

$$1 \text{ kWh} \approx 360 \text{ 000 kpm}$$

e) Wirkungsgrad oder Nutzeffekt = $\frac{\text{gewonnene Arbeit}}{\text{aufgewendete Arbeit}}$

f) Energie ist die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten.

Energie der Lage oder potentielle Energie, gemessen durch Gh in kpm bzw. in erg oder J = Nm. (h Höhe über der tiefsten möglichen Lage).

Energie der Bewegung oder kinetische Energie, gemessen durch $\frac{1}{2}mv^2$ in kpm, erg oder J. Die Umwandlung von Lage- und Bewegungs-Energie ineinander erfolgt in einem abge-

schlossenen System ohne Gewinn oder Verlust (Satz von der Erhaltung der Energie, vgl. Nr. 41, III).

Spannungsenergie einer Feder, gemessen durch $\frac{1}{2} P s$ (die Kraft P ist der Dehnung bzw. Verkürzung s der Feder proportional).

9. Die Dimension

Jeder Ausdruck, der die Abhängigkeit einer Größe von den Grundeinheiten der Masse M , der Länge L und der Zeit T erkennen läßt, heißt die Dimension dieser Größe. Dabei werden die Grundeinheiten nicht betragsmäßig, sondern nur nach ihrer Art angegeben.

Dimension		Beispiel (im MKS-System)
Weg	L	m
Fläche	L^2	m^2
Volumen	L^3	m^3
Masse	M	kg
Zeit	T	sec
Frequenz	T^{-1}	sec^{-1} (= Hz)
Geschwindigkeit	LT^{-1}	$m \text{ sec}^{-1}$
Beschleunigung	LT^{-2}	$m \text{ sec}^{-2}$
Winkelgeschwindigkeit	T^{-1}	sec^{-1}
Winkelbeschleunigung	T^{-2}	sec^{-2}
Kraft	MLT^{-2}	kg m sec^{-2} (= N)
Dichte	ML^{-3}	kg m^{-3}
spezif. Gewicht (Wichte)	$ML^{-2}T^{-2}$	$\text{kg m}^{-2} \text{ sec}^{-2}$ (= $N \text{ m}^{-3}$)
Druck	$ML^{-1}T^{-2}$	$\text{kg m}^{-1} \text{ sec}^{-2}$ (= $N \text{ m}^{-2}$)
Impuls	MLT^{-1}	kg m sec^{-1}
Arbeit, Energie	ML^2T^{-2}	$\text{kg m}^2 \text{ sec}^{-2}$ (= Nm = J)
Leistung	ML^2T^{-3}	$\text{kg m}^2 \text{ sec}^{-3}$ (= $Nm \text{ sec}^{-1}$ = W)
Wirkung	ML^2T^{-1}	$\text{kg m}^2 \text{ sec}^{-1}$ (= $Nm \text{ sec}$ = J sec)
Drehmoment	ML^2T^{-2}	$\text{kg m}^2 \text{ sec}^{-2}$
Drehimpuls (Drall)	ML^2T^{-1}	$\text{kg m}^2 \text{ sec}^{-1}$
Trägheitsmoment	ML^2	kg m^2

Über die Dimensionen der elektrischen Größen siehe Kapitel IX—XIII.

10. Die Zentralbewegung

Die einfachste aller Zentralbewegungen ist diejenige, bei der eine Kreisbahn vom Halbmesser r mit der gleichbleibenden Geschwindigkeit v durchlaufen wird.

Die auftretende Radialbeschleunigung b liegt in der Richtung des Halbmessers (Leitstrahles) gegen den Mittelpunkt zu und hat die Größe

$$b = v^2/r.$$

Unter Winkelgeschwindigkeit ω versteht man den von dem Leitstrahl in der Zeiteinheit überstrichenen Winkel oder, wenn man den Winkel im Bogenmaß ausdrückt, die Geschwindigkeit desjenigen Punktes auf dem Leitstrahl, der vom Mittelpunkt die Entfernung 1 hat. Es ist sodann:

$$v = r\omega \quad b = r\omega^2$$

Ist T die Umlaufzeit und n die Umlaufzahl des Massenpunktes, so ist:

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{T} & \omega &= \frac{2\pi}{T} = 2\pi n \\ v &= 2\pi r : T = 2\pi r n \\ b &= 4\pi^2 r : T^2 = 4\pi^2 r n^2 \end{aligned}$$

Ist m die Masse des Punktes, so ist der Betrag der Radialkraft:

$$P = mv^2 : r = mr\omega^2 = 4\pi^2 mr : T^2 = 4\pi^2 mr n^2$$

Soll der Punkt der Erdanziehung entzogen werden, so muß gelten:

$$P = G, \quad \text{also } b = v^2/R = g,$$

worin R der Halbmesser der Erdkugel und G das Gewicht des Massenpunktes ist.

11. Die harmonische Bewegung

Bewegt sich ein Punkt auf einer Kreisbahn mit gleichförmiger Geschwindigkeit v_0 , so führt seine Projektion auf einen Durchmesser eine schwingende Bewegung aus, die harmonische Bewegung heißt. In Fig. 7 sei A der sich bewegende Punkt, O der Mittelpunkt des Kreises vom Halbmesser r , ferner $CB \perp AO$ und

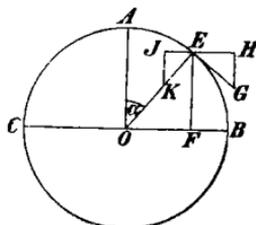


Fig. 7