Die

Gesetze der Lebensdauer.

Nebst

Untersuchungen über Dauer, Fruchtbarkeit der Ehen, über Tödtlichkeit der Krankheiten, Verhältnifs der Geschlechter bei der Geburt, über Einflufs der Witterung u. s. w.

und

einem Anhang,

enthaltend die Berechnung der Leibrenten, Lebensversicherungen, Wittwenpensionen und Tontinen.

Von

Ludwig Moser,

der Philosophie und Medizin Doctor, ordentlichem Professor der Physik an der Königsberger Universität.

Ein Lehrbuch.

Mit zwei Steindrucktafeln.

Berlin, 1839:

Verlag von Veit und Comp.

Vorrede.

Der Mangel an einem eigentlichen Lehrbuch, der mir klar wurde, als ich vor einiger Zeit in den Fall kam, über den Gegenstand dieses Werkes akademische Vorlesungen zu halten, bestimmte mich zunächst zur Herausgabe desselben. Freilich wird durch den Mangel allein das Erscheinen eines Werkes nicht besonders gut motivirt; denn wie es fehlte, so überflüssig möchte es erachtet werden, nachdem es vorhanden ist. Inzwischen verhält sich die Sache hier doch nicht so; es ist vielmehr unverkennbar, dafs die Literatur der Mortalität deutliche Spuren jenes Mangels an sich trage. Ein grofser Theil der Autoren hält ängstlich an die Methoden, welche von den berühmten Begründern dieser Sphäre geschaffen, und meistens in vereinzelten Abhandlungen niedergelegt worden. Man bleibt auf dem einmal gebahnten Wege, auf welchen man sich oft nicht ohne Schwierigkeit hingefunden, unbekümmert, wohin der Weg führe, und ob zu dem gewünschten Ziele. Nun ereignet es sich gar nicht so selten, dafs man dasjenige für bewiesen und unumstöfslich

richtig halte, welches angeeignet zu werden eine gewisse Anstrengung nöthig machte.

Ein Lehrbuch, welches den Gegenstand in seiner Einfachheit darstellte, wäre das gründlichste Mittel, dieser etwas gedrückten Lage aufzuhelfen. Es könnte die freie, unverkümmerte Aussicht über die Sphäre verschaffen, ein deutlicheres Bewufstsein über die eigentlichen Probleme erwecken, und den verschiedenen Methoden, welche zu deren Lösung vorgeschlagen und zur Anwendung gebracht worden, ihren Rang anweisen. Dadurch würden sich unfehlbar dem Gegenstand neue Kräfte zuwenden, die oft nur des Impulses der Verständigung bedürfen, um rege zu werden. — Ich würde meine Arbeit für hinlänglich belohnt halten, wenn man urtheilte, dafs sie dieser Tendenz nicht ganz fremd geblieben sei.

Sie hat freilich noch anderen zu genügen. Denn zu dem Mangel an einem Lehrbuch hat sich ein Uebelstand anderer Art gesellt, der zum Theil wenigstens aus jenem folgt. Der Gegenstand der Mortalität ist nie rein und für sich behandelt worden, sondern stets mit Rücksicht auf gewisse practische Anwendungen.

Als im siebenzehnten Jahrhundert die Hazardspiele die Wahrscheinlichkeitsrechnung hervorgerufen hatten, da wurden die Lehren dieser Rechnung auf die Dauer des menschlichen Lebens angewandt, den Spielen ein neues Feld zu eröffnen. Der Schöpfer dieses Gebietes, der berühmte *Edm. Halley*, scheint damit keinen andern Zweck verbunden zu haben, wie das

fast schon der Titel seiner ersten Abhandlung lehrt. Wie ihm, kam es auch *Déparcieux* hauptsächlich auf die genauere Rechnung von Renten, Tontinen u. s. w. an. *Süfsmilch* ist es, dem das grofse Verdienst gebührt, das Problem der Mortalität der niedern Region dieser Anwendungen enthoben zu haben. Er behauptete, dafs der Sterblichkeit des Geschlechts Naturgesetze, nach der Sprache seiner Zeit: göttliche Ordnungen zu Grunde lägen; er beschied sich dabei freilich, in jeder Zahl, welche mangelhafte Beobachtungen und keine besseren Methoden an die Hand gaben, den Fingerzeig auf ein göttliches Regiment zu erkennen und zu verehren; allein immer war durch ihn der Schritt geschehen, der die Wissenschaft einer bedeutungsvolleren Existenz entgegenführen konnte. Wir sind jetzt von der Wahrheit der Süfsmilch'schen Ansicht so sehr durchdrungen, dafs es schwer fallen dürfte, ihre damalige Kühnheit ganz zu würdigen; daher wird es nicht überflüssig sein, sie durch eine Betrachtung fühlbar zu machen. Gesetzt es träte in unseren Zeiten Jemand mit der Behauptung hervor, die Krankheiten, ihre Tödtlichkeit seien bestimmten Gesetzen dieser oder jener Art unterworfen, und er bewiese es, wenn auch nur so vorläufig, als Süfsmilch für die allgemeine Sterblichkeit! Es scheint uns nun so zufällig, dafs ein Mensch von einer gewissen Krankheit befallen werde, ob er ihr unterliege, ihr entgehe; wir wissen häufig solch äufserliche, unwesentliche Ursachen anzugeben, wenn einer oder der andere dieser

Fälle wirklich eingetreten, dafs es innerhalb des Gesichtkreises, den wir zu überschauen gewöhnt sind, ans Wunderbare zu gränzen scheint, wenn inmitten so vieler Willkührlichkeiten eine Regel sich Bahn bräche und feste Herrschaft zu gewinnen vermöchte. Bis zu einer solchen Einsicht sind wir für jetzt noch nicht gelangt; die wenigen Gesichtspunkte, welche in dem vorliegenden Werke über die numerischen Verhältnisse der Krankheiten aufgefunden worden, sind, fürchte ich, nicht umfassend genug, um die Zweifel an Gesetzmäfsigkeit überhaupt auf diesem Felde zu beschwichtigen, Zweifel, welche bedeutend, weitverbreitet sein müssen, da es ohne sie unerklärlich bliebe, warum für die Zahlenverhältnisse der Krankheiten überall so wenig geschehen ist. Inzwischen kann man aus diesem Stadium der Zweifel mindestens abnehmen, wie wesentlich das Verdienst Süfsmilch's gewesen ist, als er die ähnlichen in einem ähnlichen Fall, bei der allgemeinen Sterblichkeit des menschlichen Geschlechts, wirksam zurückwies.

Er befreite die Sphäre der Mortalität von einer Art Anwendung, deren sie fähig ist, und lud ihr dafür eine andere auf; sie erhielt durch ihn eine stark politische Färbung, staatsökonomische Rücksichten wurden eng mit ihr verflochten. „Ist es mir, einem Theologen, unanständig, frägt er, dafs ich die wahre Politik und Klugheit in der Regierungskunst aus dem ersten Grundgesetz und Befehl des Schöpfers: Seid fruchtbar und mehret euch, und erfüllet die Erde und machet sie

euch unterthan, herzuleiten mich bemüht, und dafs ich gezeigt habe, dafs kein Regent glücklich regieren könne, der nicht dieses göttliche Gesetz allezeit vor Augen hat und vernünftig befolgt?"

Seit jener Zeit sind die Untersuchungen über die Lebensdauer dieser practischen Richtung nicht ungetreu geworden; vielmehr haben sie sich mit derselben mehr und mehr befreundet, und haben eben dadurch meistens ein ganz fremdartiges Gepräge empfangen. Die einfachen, natürlichen Aufgaben sind verschoben, ihre Lösungen sind Mittel geworden, da wo sie, für die Wissenschaft mindestens, immer hätten letzter Zweck bleiben sollen. „Die Sterblichkeit ist der treueste Spiegel des Glücks, der Wohlfahrt der Völker und aller ihrer Wechselfälle." Und so bedarf man dann ihrer Gesetze auch häufig nur zur Lösung sozialer Fragen dieser Art. Sie mögen immerhin dazu tauglich sein, so wird man doch von einem Spiegel kein Bild hinnehmen dürfen, ohne vorher untersucht zu haben, wie der Spiegel beschaffen sei. Er kann ja hohl sein, kann die Gegenstände so oder so verzerren, kann sie mit der nemlichen Farbe verfälschen, die er selbst besitzt. Oder es handelt sich darum, die Fruchtbarkeit zu bestimmen; dann, statt der Aufgabe direct entgegen zu treten, untersucht man jetzt vielmehr, ob, mit *Sadler* zu reden, die Todeslampe an Hymens Fackel, oder Hymens Fackel an der Todeslampe angezündet werde. Wie dürftig erscheint dagegen die eigentliche Aufgabe, von einer Ehe die durchschnittliche Zahl

von Kindern anzugeben, und wie leicht geschieht es, dafs man ihr, inmitten von bedeutenden Fragen der Staatsökonomie, eine geringe Aufmerksamkeit schenke. Und doch bleibt es ein gewagtes Unternehmen, ein Gebäude mit Materialien aufzuführen, die man nicht geprüft, und auf einem Grunde, dessen man sich nicht versichert hat.

Diefs letztere könnte man unbedenklich der sogenannten antipopulationistischen Theorie unserer Zeit, und einem ihrer berühmtesten und geistreichsten Verfechter, *Francis d'Ivernois*, entgegensetzen, der auf dieser Theorie fufsend, an Preufsen und seine Regierung mehrfache Herausforderungen gestellt hat. „Comment voir d'un oeil indifférent ce qui se passe en Prusse, où la population s'accroît avec tant de rapidité," ruft er noch vor Kurzem aus. Sir Francis gehört, wie man diesen Worten schon entnimmt, der weit verbreiteten neueren Schule an, welche behauptet, dafs die Lebensdauer eines Kindes sich umgekehrt verhalte, wie die Fruchtbarkeit seiner Mutter. Die neuere Schule hat mehrere dergleichen Sätze, die, wissenschaftlich genommen, in der Luft stehen, und dahin gerathen sind, weil man die practischen Consequenzen zu sehr beeilte, um der Untersuchung die gehörige Mufse zu gönnen. Es läuft nun gerade kein directer Weg aus der Schreibestube in die Gesetzgebung, und in so fern kann man es den Sachen selbst überlassen, sich mit der Zeit ihr Recht zu verschaffen. Allein vergessen darf man andererseits auch wieder nicht, dafs es Schleich-

wege gebe, die eben dahin, nur allmähliger, durch die Ansichten eines Volkes zu seinen Sitten und Gewohnheiten führen.

In diesem Betracht ist der Vortheil eines Lehrbuches entschieden. Es mufs seiner Anlage nach frei von solchen Tendenzen und Anwendungen bleiben, die Rücksichten auf das Heil der Völker sind ihm gänzlich fremd. Es würde auch seiner Natur zuwider sein, wenn es den Gegenstand des Studiums nicht in seiner Nacktheit liefse, sondern etwa auf Mittel dächte, das moderne Gespenst der Uebervölkerung zu beschwören, oder zu der Moral von der prudential virtue — man versteht nach dem obigen Ausruf wohl, von welcher sozialen Tugend die Rede ist — einen Commentar lieferte. In seinen Schranken bleibend, wird freilich, zumal in unseren Zeiten, der Vortheil eines solchen Werkes ihm leicht zum Nachtheil ausgelegt werden; man wird ihm vorwerfen, dafs es aufserhalb der Interessen der Zeit bleibe, zu deren Beförderung nichts beitrage, dafs ihm die practische Nützlichkeit abgehe u. s. w. Allein dieser so häufig wissenschaftlichen Untersuchungen gemachte Vorwurf, und überhaupt das ganze Geschrei nach fruchtbaren Resultaten in den Wissenschaften, wie es von aufserhalb her erschallt, ist doch so wenig artikulirt, dafs es sicherlich nicht verdient, wenn ihm Gehör geschenkt wird. Die Interessen der Wissenschaft, und bestimmter gesagt, die Interessen des menschlichen Geistes an den Wissenschaften, liegen nun einmal nicht in diesen oder jenen

practischen Anwendungen, in diesem oder jenem Bedürfnifs, das man befriedigt sehen möchte, und defshalb hilft es nichts, dergleichen Tendenzen überall unterschieben zu wollen. Die das beabsichtigten, wären mit der Organisation des menschlichen Geistes wohl nicht näher bekannt, und eben so wenig würden sie über ihre eigene Stellung, aufserhalb der Wissenschaft, klar sein. Wenn sie in der Verfassung sind, die geistige Thätigkeit auf Förderung ihrer mehr oder minder materiellen Zwecke zu dirigiren, wer hat sie so weit gehoben, solche Zwecke auch nur hegen zu können? Dieselben Wissenschaften, die man mit der Unterscheidung von abstracten und practischen Untersuchungen zu confundiren droht, sie schufen ihnen diese Zwecke, und nun haben sie gut Früchte fordern, nachdem der Baum gepflanzt worden, der sie tragen kann. Und warum doch immer Früchte? Wenn in seinem Schatten ein Paar Pflanzen gedeihten, wenn er beitrüge, den Boden festzulegen, auf dem er wurzelt, ja wenn er nur dastünde, Zeugnifs abzulegen von der tüchtigen und sorgsamen Hand dessen, der ihn pflegte? Glück genug, dafs, der die Bäume pflanzt, seine reine Freude am Schaffen und Erziehen haben mufs, und gerade nicht auf den Dank derer harret, die seine Früchte brechen!

Von seinen Relationen nach Aufsen abgeschnitten, legt der Gegenstand selbst zwei Aufgaben vor, die man als seine fundamentalen ansehen kann. Die eine davon ist: von einer bestimmten Anzahl Geborener

angeben zu können, wie viele die höheren Alter erreichen werden — eine Aufgabe, die trotz aller Untersuchungen, nunmehr seit fast 150 Jahren, nichts weniger als gelöst ist. In dem vorliegenden Werke habe ich die Data angegeben, welche die Beobachtungen zu liefern haben, und die Methode, nach welcher sie benutzt werden müssen, um eine definitive Lösung der Aufgabe herbeizuführen. Es dürfte unserer Zeit, welche allen folgenden solch brauchbare Resultate über numerische Verhältnisse nach verschiedenen Richtungen hinterläfst, wohl anstehen, wenn es ihr mit einer so wichtigen Frage, wie die Sterblichkeit, gleichfalls gelänge. Ein bedeutender Schritt hierfür ist, wie ich hoffe, durch das mathematische Gesetz gegeben, welches, in dem successiven Absterben der Menschen zu finden, mir geglückt ist. Ich denke dasselbe von so verschiedenen Seiten her bestätigt zu haben, dafs wohl nicht leicht ein Zweifel an seiner Richtigkeit begründet erscheinen dürfte. Inzwischen wird es nicht überflüssig sein, in einem raschen Ueberblick dasjenige anzugeben, was durch dieses Gesetz bereits festgesetzt worden, im Gegensatz zu dem, was künftigen Untersuchungen überlassen bleiben mufs.

Die blofse Kenntnifs eines Gesetzes über irgend welche Zahlenverhältnisse ist niemals allein ausreichend; man bedarf stets einer oder mehrerer Beobachtungen, um gewisse Grössen zu erlangen, welche das Gesetz unbestimmt lässt. Man mag z. B. wohl die Gesetze des freien Falls der Körper aufgefunden

haben, so weifs man darum doch nicht, wie viel Zeit ein solcher bedarf, von einer gegebenen Höhe herabzufallen; vielmehr ist es nöthig, dafs die Beobachtung eine Zahl an die Hand gebe, etwa welchen Raum der Körper in der ersten Sekunde des Falls durchlaufen.

Fafst man das Phänomen der Schwere allgemeiner, will man die Gesetze darüber auf alle Orte der Erde ausdehnen, für jeden numerisch bestimmen, so bedarf es mehrerer Beobachtungen ähnlicher Art, um, wie es mathematisch ausgedrückt wird, die Constanten der Formel zu bestimmen. Auf gleiche Weise verhält es sich mit der Sterblichkeit. Die Zahl der Sterbefälle bis zu einem gewissen Alter, wenn dasselbe die ersten 30 Jahre nach der Geburt nicht überschreitet, findet sich proportional der vierten Wurzel aus diesem Alter. Diefs ist das Gesetz, dem zu seiner vollen Bestimmtheit eine einzige Beobachtung fehlt, etwa die, wie viele von einer gegebenen Zahl 20jähriger Personen im Laufe eines Jahres sterben. Hieraus geht demnach hervor, dafs die sämmtlichen Alter innerhalb 30, mit Bezug auf die Sterblichkeit, nothwendig zusammenhängen, so dafs, wenn nur die Sterblichkeit in irgend einem dieser Jahre beobachtet worden, sie eben dadurch in dem ganzen Cyclus von Jahren bekannt sei. Die Sterblichkeit der Kinder im ersten Jahre, in den ersten Tagen nach der Geburt, ihr wahrscheinliches Leben, ja was interessant genug ist, die Zahl der Todtgeborenen ist mit grofser Annäherung gegeben, sobald man, wie gesagt, nur weifs, wie viele 20jährige, von

einer bestimmten Anzahl derselben, in einem Jahre sterben. Für diese Behauptung werden in dem Werke hinreichende Beweise beigebracht, und damit ist eine wesentliche Frage sogleich beantwortet, diejenige, ob die unverhältnifsmäfsig grofse Sterblichkeit der Kinder unmittelbar nach der Geburt eine nothwendige Erscheinung sei. Sie ist um so wesentlicher, als aus den Versuchen, welche von mehreren Seiten her gemacht worden sind, ein mathematisches Gesetz für die Sterblichkeit zu finden, genau das Umgekehrte zu schliefsen wäre. Alle jene Formeln, welche die Sterblichkeit in den späteren Jahren hinlänglich gut darstellen, lassen eine sehr kleine in den ersten Stadien des Lebens finden, und wollte man sie gegentheils so einrichten, dafs sie sich in diesem Zeitraum den Beobachtungen anschlössen, so würden sie die Sterblichkeit in den späteren Jahren ausserordentlich übertreiben. Den Anforderungen beider Stadien sind sie zu genügen unvermögend. Das jedoch bewirkt das oben angegebene Gesetz, und lehrt somit, dafs die grofse Sterblichkeit der Kinder, und die geringe in dem Jünglingsalter auf eine nothwendige Weise zusammen gehören.

Ueber die Jahre 30 hinaus treten dem bezeichneten Gliede neue hinzu, welche anfangs noch ganz unmerklich, mit den Jahren einen bedeutenderen Einflufs gewinnen und die Sterblichkeit vergröfsern. Hierdurch werden neue Data nöthig, welche die Beobachtungen zu liefern haben, und eben dadurch wird der Stand

der Untersuchung mifslicher. Denn je höher hinauf, desto unsicherer werden die Beobachtungen, desto mehr werden sie durch die bedeutenden Fluctuationen, denen die Bevölkerungen in einem langen Zeitraume stets unterworfen sind, modifizirt. Indem ich mich jedoch an die von *Brune* berechneten Erfahrungen der Berliner allgem. Wittwenanstalt hielt, wobei jene Fluctuationen und die Unsicherheit der Altersangaben fortfallen, ist es mir gelungen, die Form der weiteren Glieder aufzufinden, und mit Hülfe derselben die Beobachtungen auf eine, zum Theil überraschend genaue Weise, darzustellen. Diese Form entspricht in einer gesetzmäfsigen, wiewohl etwas eigenthümlichen Art, der Form des ersten Gliedes.

Das ist die jetzige Lage dieser Aufgabe; sie ist inzwischen so lange noch nicht vollkommen befriedigend, als die Sterblichkeit der höheren und höchsten Alter nicht aus den Beobachtungen über indistincte Bevölkerungen abgeleitet ist. In dem hiervon handelnden Abschnitt habe ich einige Bemerkungen mitgetheilt, die plausibel erscheinen, wenn sie sich auch nicht beweisen lassen, und die darauf hinauskommen, dafs das eigentliche, vollständige mathematische Gesetz der Sterblichkeit eine unendliche Reihe sein möchte, deren erstes Glied die erwähnte vierte Wurzel aus dem Lebensalter, deren weitere Glieder in der Art fortschreiten, wie sie sich aus den Erfahrungen der Berliner Wittwenanstalt herausgestellt hat. In diesem Falle steht zu hoffen, dafs zwischen den auf einander folgen-

den Zahlencoeffizienten irgend eine Beziehung statt fände, welche es möglich mache, den einen aus dem andern zu berechnen, und dadurch die Beobachtungen später mehr und mehr entbehren zn können. Um hierüber zu entscheiden, bedürfte es jedoch vorerst sehr genauer Beobachtungen, und zwar hauptsächlich über die Alter 40 bis 60. Aber es müssen zugleich unzweideutige Beobachtungen sein, wie wir sie in dem Werke näher angegeben haben, nicht solche wie die gewöhnlichen, über eine Anzahl von Personen, die zu gleicher Zeit in diesen Altern lebten oder starben, mit denen man nichts anzufangen vermag.

Die zweite Aufgabe, die man als fundamental für unser Gebiet ansehen kann, ist die der Fruchtbarkeit. Man hat die Lösung derselben inmitten von Zuständen gesucht, die auf die mannichfaltigste Weise veränderlich sind, auf eine Weise, von der gar keine Rechnung getragen werden kann, und so ergeben die bisherigen Untersuchungen zum Resultat nicht viel mehr, als dafs auf eine Ehe ungefähr vier Kinder kommen. Und das ist etwas, was allenfalls vor aller Untersuchung zu haben gewesen wäre. Denn da die Menschen in dem Alter heirathen, wo beiläufig die Hälfte der Geborenen schon wieder gestorben, so müssen begreiflich etwa vier Kinder aus einer Ehe hervorgehen, wenn diese bei ihrer künftigen Verheirathung wiederum ein Ehepaar liefern sollen. Ueber eine genauere Kenntnifs lassen die Untersuchungen bis jetzt noch ungewifs, und so darf es auch nicht befremden,

wenn ihre Resultate so grofse Unterschiede zeigen, dafs man sie für Widersprüche erklären mufs. Die Fruchtbarkeit der Ehen Frankreichs wird zu 4,1 und nach den Beobachtungen von 1817—26 zu 3,9 angegeben; in den letzten Jahren 1835—36 betrug sie, zufolge den veröffentlichten Angaben, nur 3,3! Noch mifslicher sieht es hierüber in den einzelnen Departements dieses Reiches aus. In dem des Niederrheins brachte 1819—26 eine Ehe 5,2 Kinder hervor, die unehelichen ausgeschlossen; in dem des Lot und der Garonne nur 3. Die Fruchtbarkeit wird wohl einfachen und bestimmten Gesetzen unterliegen, die von Departement zu Departement schwerlich so variiren, wie man es hier sieht; aber es werden Umstände vorhanden sein, die berücksichtigt werden müssen, wenn man bis zu diesen Gesetzen gelangen will, und welche, wenn man sie nicht erwägt und entfernt, einen scheinbar ganz regellosen Zustand hervortreten lassen. Aufser den Fluctuationen der Bevölkerung schien mir das Alter der Eheleute der erheblichste dieser Umstände zu sein, und ich habe daher ausführlicher auf beide Rücksicht genommen. Sollte man einst in den Besitz der nöthigen Beobachtungen gelangen, dann reichen vielleicht einige theoretische Ueberlegungen, auf die allgemeinen Sterblichkeitsgesetze basirt, aus, um für die Zahl der Kinder in den verschiedenen Ehen das numerische Gesetz zu erlangen. Bis dahin kann man diesen wichtigen Gegenstand nur auf das dringendste denen ans Herz legen, welche in der Lage sind, dieses Gebiet

mit Material zu bereichern, und kann dabei nur wünschen, dafs sie zu dessen Erledigung das Terrain ihrer Beobachtungen nicht zu grofs wählen. Wenn es sich um Grundgesetze unserer Sphäre handelt, sind die Massenbeobachtungen weniger günstig, als man gewöhnlich anzunehmen geneigt ist. Selbst davon abgesehen, dafs sie schwer zu übersehen und zu controlliren, liefern sie in der Regel nur das Resultat des Durcheinandergreifens sehr verschiedenartiger Umstände, wobei allerdings viele von den zufälligen vernichtet werden, allein wobei doch den einfachen Gesetzen oft nicht minder Gefahr droht. Diese letzteren können ganz wohl der Art gedacht werden, dafs, wenn sie z. B. für einzelne Provinzen eines Landes gelten, von der einen auf die andere sich nur in den Constanten unterscheiden, sie für das Land, im Durchschnitt genommen, nicht mehr gelten, mindestens in ihrer einfachen Form nicht mehr. —

Die besprochenen Punkte werden es, so hoffe ich, erweisen, dafs ein Lehrbuch über den Gegenstand an der Zeit sei; denn es kann nicht meine Absicht sein, die verschiedenen Untersuchungen hier sämmtlich gleichsam die Revue passiren zu lassen. Nur darf ich wohl nicht erst hinzusetzen, wie sehr ich fühle, dafs es ein Anderes sei, von einem Mangel deutlich durchdrungen zu sein, und ein Anderes, etwas für seine Beseitigung gethan zu haben. Darüber wünsche ich mir billige Richter, solche, welche auch mit der Oekonomie eines Lehrbuchs näher bekannt sind. Diese ist

nach den Wissenschaften, nach dem Zweck, den man beabsichtigt, verschieden, und überall so einfach nicht; besonders wenn der Gegenstand gerade derjenigen Consequenz nicht fähig ist, die den Naturwissenschaften niemals, und im Grunde nur rein mathematischen Disziplinen zusteht. So, um nur eines anzuführen, wird man bei dem Durchlesen des Werkes finden, dafs die elementaren Gegenstände zuweilen mit einer, mehr oder minder grofsen Ausführlichkeit abgehandelt worden, während schwierigere Punkte mitunter nur so weit angedeutet wurden, dafs man sich mit den Resultaten begnügen mufs. Das konnte nicht wohl anders sein; denn jene elementaren Gegenstände müssen ein Gemeingut Vieler werden, und machen daher eine genauere Entwickelung wünschenswerth; die schwierigeren interessiren in der Regel nur einige Männer von Fach, und verbieten sie eben defshalb. Soll ein Werk für die Einen brauchbar, für die Anderen nicht ganz überflüssig sein, so wird man ihm diesen Mangel an Homogeneität in der Darstellung schon zu gute halten müssen, und diese Gesinnung nimmt namentlich die Einleitung und der Anhang in Anspruch, die ich hinzugefügt, weil so der Gegenstand sich besser zu akademischen Vorlesungen eignen dürfte.

Ich erlaube mir zum Schusse noch eine Bemerkung allgemeiner Art. Es giebt zu unsern Zeiten noch der Leute genug, welche das möglichst geringe Gewicht auf Zahlen, und auf alle darauf gebauten Schlüsse legen, die sie für wesenlose Schatten, für Nester aus-

geflogener Wahrheiten halten. Und da sie nicht läugnen können, dafs mittelst dieser Schatten doch manches Bild gezeichnet worden, so sieht man sie häufig auf Seiten derer, die behaupten, mit Zahlen lasse sich alles finden, alles beweisen. Wenn eine solche Wendung, wie in diesem Falle stets, ironisch gemeint sein soll, so kann man in demselben Tone erwiedern, dafs die Leichtigkeit, aus Zahlen zu viel oder gar alles zu machen, doch noch durch diejenige übertroffen werde, aus Zahlen gar nichts zu machen. Viel über diese ersten Eröffnungen hinaus werden die beiden Parteien hier schwerlich gelangen, und daher kein Wort weiter. Aber in einem anderen Betracht und mit Männern anderer Art sind noch einige zu wechseln. Man erstaunt nemlich oft, wenn bei so verwickelten Erscheinungen, wie diejenigen der Mortalitätssphäre sämmtlich sind, aus den Zahlen einfache Gesetze hervorgehen; man wird dann wohl geneigt, an irgend dunkele, verborgene Kräfte zu denken, die in dem Gewirre von Ursachen noch Maafs und Ziel zu erhalten vermögen. Es ist nicht unwesentlich zu untersuchen, wo eigentlich dieses Dunkel liegt, und nachzuweisen, dafs es zuletzt auf das geringe Maafs unmittelbarer Anschauung zurückkömmt, welches dem menschlichen Geiste in Verhältnissen der Zahlen zugemessen worden. Ein einfaches, nahe liegendes Beispiel wird das erläutern. Man frage den ersten besten, wie oft er erwarte, dafs unter 6000 Würfen mit einem richtig geformten Würfel irgend eine seiner Zahlen fallen werde. Es wird Niemand anstehen

zu behaupten, dafs jede der sechs Zahlen nahe tausendmal erscheinen werde, wie das ganz in der Ordnung ist. Frägt man aber weiter, warum gerade diefs Resultat erwartet werde, so wird die beste Antwort darauf hinauskommen, weil man für das Gegentheil keinen Grund absehe. Das heifst, man sieht so wenig für das eine wie für das andere einen Grund ab, für das eine nur noch weniger als für das Andere, und so bleibt man bei diesem.

Es hat keine Schwierigkeit anzugeben, woher hier der Mangel einer positiven Beurtheilung rühre. Wir sind unfähig, unter mehreren Dingen die Zahl der Versetzungen unmittelbar angeben zu können, und namentlich ganz aufser Stande, die Anzahl möglicher Fälle unter 6000 Würfen auch nur irgend zu übersehen. Vermöchten wir das, so leuchtete uns das wahrscheinlichste Resultat unmittelbar entgegen. Die mathematische Betrachtung ersetzt diesen Mangel; sie zählt die möglichen Fälle der einzelnen Ereignisse in der That ab, und weiset nach, wie eine Gruppe von ihnen so überwiegend häufiger ist, dafs sie für die wahrscheinlichste gehalten werden mufs. Gehörig verallgemeinert liefert diese Betrachtung den in der Wahrscheinlichkeitsrechnung berühmten Satz des Bernoulli, dessen Beweis, wenn auch nicht gerade schwierig, doch auch so einfach nicht ist. Alle Stufen nun, die zurückgelegt werden müssen, bis dieser Satz für uns bewiesen ist, sind eben so viele Zeugnisse für den Mangel directer Anschauungen, der unserm Geiste in Bezug auf Zahlen-

verhältnisse eigenthümlich ist. Er mufs gradatim fortschreiten, und bedarf oft der Zwischenstufen, welche ganze Wissenschaften, durch Jahrhunderte herangereift, gewähren, um zu irgend einer Wahrheit sich zu erheben; er steht in Begriff directer Einsichten, wenn wir nicht irren, den Sinnen bei Weitem nach. Von dem angegebenen Beispiel aus, kann man einen Schlufs auf solche Erscheinungen machen, deren Ursachen mannigfach verwickelt sind, und bei denen die einzelnen Combinationen abzuzählen nicht mehr möglich ist, wie z. B. bei den Ursachen des Todes. Wenn aus einem solchen Gewirre ein einfaches Resultat hervorgeht, so darf das Befremden hierüber so grofs nicht sein, um zu Annahmen ungewöhnlicher Art zu verleiten. Die Einfachheit des Endresultats lehrt blofs, dafs das Gewirre nur anscheinend ist, dafs gewisse Combinationen jener Ursachen unter einer hinlänglich grofsen Zahl von Fällen überwiegend häufig seien, zu überwiegend, als dafs die Summe der übrigen dagegen in Betracht kommen könne. —

Königsberg, den 16. April 1839.

Inhaltsverzeichnifs.

Pag.

Einleitung.

Vorkenntnisse aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Begriff der Wahrscheinlichkeit 3
Numerischer Werth für die Wahrscheinlichkeit eines einfachen Ereignisses 5
Unterschied der Wahrscheinlichkeit a priori, aus der Zahl möglicher und glücklicher Fälle und der a posteriori aus der Zahl eingetroffener Ereignisse. 8. Satz von Jacob Bernoulli. 9.
Numerischer Werth für die Wahrscheinlichkeit zweier und mehrerer Ereignisse 15
Wenn die Ereignisse zugleich oder hinter einander eintreten sollen. 15. Bedeutung des binomischen Satzes in der Wahrscheinlichkeitsrechnung. 18. Wenn von mehreren Ereignissen eines oder das andere eintreten soll. 21.
Mathematische Hoffnung 27
Moralische Hoffnung 32
Moralischer Werth eines Vermögens. 34. Dieser Werth ist das Maafs für die Vergröfserungsfähigkeit des Vermögens. 35. Moralischer Werth des Vermögens, wenn ein Theil davon einem Spiele ausgesetzt ist. 36. Bedingungen, damit ein Spiel erlaubt sei. 40. Höchster Einsatz. 42. Bestimmung der moralischen Gewifsheit und Unmöglichkeit. 43. Vortheil, Summen, die gewagt werden, auf mehrere Ereignisse derselben Art zu vertheilen. 46. Moralischer Werth des Vermögens, wenn ein Theil desselben einem *n*mal wiederholten Spiel ausgesetzt wird. 50. Höchster, unter derselben Bedingung erlaubter Einsatz. 51. Nutzen der Assekuranzen. 51.

Lebenswahrscheinlichkeit.

Aufgabe derselben 57
Methode des Halley bei einer stationären Bevölkerung 59
Construction der Mortalitätstafel. 61.

Pag.

Wahrscheinliche und mittlere Lebensdauer 65

Unterschied beider und Bedingung, welche erfüllt sein mufs, damit sie beide denselben Werth annehmen. 70.

Sterblichkeitstafel 73

nach Kerseboom 74

nach Süfsmilch 77

nach den Erfahrungen an Frauen der Berliner allg. Wittwen-Verpflegungsanstalt 80

Critik der Halley'schen Methode 83

Sie giebt bei einer zunehmenden Bevölkerung zu ungünstige Lebensverhältnisse, bei einer abnehmenden zu günstige. 85. Wahrscheinliches Leben bei einer zunehmenden Bevölkerung. 87. Sterblichkeit der Kinder. 92. Volkszählung bei einer zunehmenden Bevölkerung. 95. Resultate der Volkszählung, verglichen mit denen der Sterbetafel für Belgien. 99.

Geburts- und Sterbeverhältnisse 104

Für die Pariser Stadtviertel. 106. Für einige Departements Frankreichs. 106. Für die Regierungsbezirke Preufsens. 107. Für Städte. 108. Für Städte Preufsens. 110. Für verschiedene Länder. 110.

Das Geburts- und Sterbeverhältnifs steht in keinem nothwendigen Zusammenhang mit der mittleren Lebensdauer. 112. Es darf daher nicht in Jahren ausgedrückt werden. 115. Untersuchung von Bienaymé über die Zahl 20jähriger in Frankreich. 121.

Methode von Euler bei einer im geometrischen Verhältnifs zu- oder abnehmenden Bevölkerung 125

Lehrsatz hierüber. 126. Verfahren, in diesem Falle die wahre Sterblichkeit zu berechnen. 128. Zeitraum der Verdoppelung bei einer solchen Zunahme. 129.

Tabelle über den Zeitraum der Verdoppelung 131

Critik der Euler'schen Methode 132

Die zu Grunde liegende Hypothese ist weder theoretisch noch practisch zu rechtfertigen. 132. Sätze von Quetelet über die Volkszunahme. 135.

Methode für Bevölkerungen, welche sich beliebig verändern . 137

Bei der Berechnung der Sterblichkeitsgesetze ist allein die Annahme einer beliebig veränderlichen Bevölkerung gestattet. 137. Lebenskraft in den verschiedenen Altern. 138. Sie mufs das Fundament der Rechnung bilden. 138. Die mittlere Lebensdauer ist eine mathematische Hoffnung, in Jahren ausgedrückt. 142. Verfahren, die Listen von Instituten, welche auf Lebenswahrscheinlichkeit gegründet sind, zur Ermittelung der Sterblichkeitsgesetze zu benutzen. 144.

Pag

Ueber die Sterblichkeit in verschiedenen Ständen, über den Einflufs der Krankheiten, die Sterblichkeit in Gefängnissen u. s. w. 152

Sterblichkeit der Reichen und Armen. 153. Zahl und Dauer der Erkrankungen im Allgemeinen nach den Altern. 158. Tödtlichkeit der Pocken und anderer Krankheiten nach dem Alter. 161. Satz über die Tödtlichkeit ansteckender Krankheiten. 163. Erklärung einer eigenthümlichen Erscheinung bei der Tödtlichkeit gewisser Krankheiten. 167. Ergebnisse über die Häufigkeit der an der asiatischen Cholera Erkrankten und Gestorbenen, dem Alter nach. 169. Gesetz über die Tödtlichkeit der Cholera in den verschiedenen Altern. 172.

Sterblichkeit in den Gefängnissen, und Verfahren sie zu bestimmen. 177.

Tafel über die Lebenden und Sterbenden in gewissen Altersklassen 179

Von der mittleren Dauer der Ehen, der Wittwer- und Wittwenschaften 181

Mittlere Dauer der Verbindungen. 184. Angenähertes Verfahren, sie zu berechnen. 187. Anwendung auf eine Bevölkerung und Vergleich mit den Beobachtungen. 188. Zahl der Wiederverheirathungen. 191. Mittlere Verbindungsdauer nach Moivre's Hypothese vom gleichmäfsigen Absterben. 192.

Hülfstafel zur Berechnung der mittleren Verbindungsdauer .. 195

Tafel über die mittlere Dauer der Verbindungen und des Ueberlebens 196

Von der Fruchtbarkeit der Ehen 199

Beweis für das gewöhnliche Verfahren, sie zu bestimmen. 201. Dasselbe ist jedoch unanwendbar. 202. Neues Verfahren. 205.

Fruchtbarkeit der Ehen in verschiedenen Ländern, und Verhältnifs der ehelichen zu den unehelichen Kindern 208

Ueber das Verhältnifs der Geschlechter bei der Geburt, Zahl und Geschlecht der Zwillinge u. s. w. 210

Geschlechtsverhältnifs der Geborenen in Frankreich, Preufsen und Würtemberg. 211. In anderen Ländern, Städten. 213. Nach den Monaten des Jahres. 214. Folgerung daraus über den Einflufs des Climas auf das Geschlechtsverhältnifs. 216. Dasselbe bei ehelichen und unehelichen Kindern. 216. Zahl der Zwillinge. 217. Bei einigen Thierklassen. 218. Geschlecht der Zwillinge, theoretisch abgeleitet und mit der Erfahrung verglichen. 218. Untersuchungen von Hofacker und Sadler über das Geschlechtsverhältnifs bei der Geburt. 221. Einfaches Gesetz dafür aus dem Alter des Ehepaares. 225.

Einflufs der Witterung auf die Erscheinungen des Lebens 232

Pag.

a) Einflufs auf die Conception.

Untersuchungen von Villermé, Quetelet u. A. über die monatliche Zahl von Geburten. 232. Folgerung daraus. 235. Zahl der Ehen nach den Monaten. 235. Zahl der Kinder aus Ehen, welche erst ein Jahr bestehen. Unsicherheit der Resultate über den Witterungseinflufs auf die Geburt. 238. Todtgeborene nach den Monaten. 241.

b) Einflufs der Witterung auf die Sterblichkeit.

Untersuchung über die Sterblichkeit zu Königsberg nach den Monaten, und Folgerungen daraus. 244. Dieselbe für andere Orte. 246. Die Einwirkung der Witterung auf die Sterblichkeit zeigt sich zu Königsberg vier Wochen später. 247. Die mittlere Sterblichkeit fällt mit der mittleren Temperatur zusammen, und daher ist die Sterblichkeit im Ganzen des Jahres genommen unabhängig von den Veränderungen der Witterung. 248. Abhängigkeit der Mortalität von der mittleren Jahreswärme. 256. Wirkung der excessiven Temperaturen einzelner Monate auf die Sterblichkeit. 258. Einflufs der Feuchtigkeit. 262. Die verschiedenen Alter in Bezug auf den Witterungseinflufs. 264. Einfacher Satz hierüber. 268. Beobachtungen hierüber aus Belgien. 269. Die Intensität des Einflusses verhält sich umgekehrt, wie die Lebenskraft. 271. Tödtlichkeit einzelner Krankheiten nach den Monaten. 273.

Von dem mathematischen Gesetz der Sterblichkeit 276

Bisherige Versuche dasselbe zu finden, von Lambert, Thomas Young, Littrow, Gompertz, Moivre. 276. Gesetz für die Sterblichkeit innerhalb der ersten 30 Lebensjahre. 281. Wahrscheinliche Lebensdauer der Neugeborenen, berechnet aus ihrer Sterblichkeit im ersten Jahr, und verglichen mit den Beobachtungen. 283. Die Zahl der Todtgeborenen ist nahe gleich der Sterblichkeit am ersten Tage nach der Geburt. 286.

Verhältnifs der Todtgeborenen zu den Geburten überhaupt an verschiedenen Orten 287

Geschlechtsverhältnifs der Todtgeborenen. 289. Zahl derselben beim Rindvieh und bei Pferden. 291. Lebende und Sterbende innerhalb des ersten Jahres nach der Formel, verglichen mit den Beobachtungen aus Belgien, Genf, Carlisle, Havana. 292. Unterschied in der Sterblichkeit beider Geschlechter. 304. Satz hierüber von Kerseboom. 307. Sterblichkeit der Frauen der Berl. Wittwenanstalt. 309. Sterblichkeit in den höchsten Altern, und diejenige der Männer derselben Anstalt. 311. Biegung der Lebenscurve in der Nähe des 70ten Lebensjahres. 314. Die vollständige Formel für die Lebenden ist wahrscheinlich eine unendliche

Pag

Reihe. 318. Verfahren, die Anzahl von Lebenden innerhalb eines gewissen Alterunterschieds, und hierdurch die mittlere Lebensdauer zu finden. 321. Die gröfste Lebenskraft findet im 31ten Jahre statt. 324.

Sterblichkeitstafel nach der Formel für die Lebenden 324

Die Hypothese des gleichförmigen Absterbens angewandt zur Berechnung der mittleren Lebens- und Verbindungsdauer. 327.

Anhang.

Berechnung der Leibrenten, Lebensversicherungen, Wittwenpensionen und Tontinen 331

Prinzipien zur Lösung dieser Art Aufgaben. 333. Leibrente. 335. Lebensversicherung. 336. Relation zwischen beiden. 337. Werth derselben, wenn sie in einzelnen Terminen des Jahres gezahlt werden. 340. Methoden, die Leibrenten und Lebensversicherungen zu berechnen. 349. Werth der Leibrenten nach Moivre's Hypothese. 352. Leibrente bei verschiedenem Zinsfufs. 355. Allgemeine Bemerkung über die numerischen Rechnungen auf diesem Gebiet. 356.

Hülfstafel zur Berechnung der Leibrenten auf drei Arten, nach Kerseboom's Mortalitätstafel und dem Zinsfufs von 4 Proc. ... 359

Renten von dem Leben zweier Personen abhängig. 362. Verbindungsrenten. 362. Eheversicherung. 363. Wittwenpension. 365. Ueberlebensrente schlechthin. 365. Verbindungsrenten und Wittwenpensionen, in einzelnen Terminen des Jahres zahlbar. 368. Methoden, die Verbindungsrenten, Eheversicherungen u. s. w. zu berechnen. 375. Verfahren von Tetens. 377. Dasselbe angewandt zur Berechnung der mittleren Verbindungsdauer. 380.

Hülfstafel zur Berechnung der Verbindungsrenten, nach Kerseboom's Mortalitätstafel und dem Zinsfufs von 4 Proc. 383

Renten auf das längste Leben von 2, 3 . . . *n* Personen. 386. Höhere Verbindungsrenten, bei denen im Todesjahr ein proportionaler Theil gezahlt wird. 388. Antheil des Einzelnen an der Rente auf das längste Leben. 389. Tontinen. 390. Einfache Methode zur Berechnung derselben. 392. Die Dauer des längsten Lebens unter *n* Personen gleichen Alters unterscheidet sich von ihrer Altersergänzung. 395. Gründe dieses Unterschiedes und Deutung der Mortalitätstafel in dieser Beziehung. 397.

Druckfehler.

a) im Texte.

Pag. 12 Reihe 22 v. o. statt $\frac{999}{1000}$ lies $\frac{9999}{10000}$
» 15 » 7 v. u. st. zwei gleiche l. zwei gegebene gleiche
» 16 » 9 v. o. st. dieselbe Zahl l. dieselbe gegebene Zahl
» 17 » 4 v. o. st. $6 \cdot (\frac{1}{6})^8$ lies $6(\frac{1}{6})^3$
» 38 » 15 v. o. st. $+\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{p^4}$ lies $-\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{p^4}$
» 43 » 11 v. o. st. $\frac{1}{1000} \cdot c$ lies $\frac{1}{10000} \cdot c$
» 51 » 8 und 12 v. o. st. $\frac{w}{w}$ lies $\frac{w}{w_1}$
» 66 » 3 v. o. st. 32ten l. 31ten
» 122 » 7 v. o. st. 10000 l. 9 bis 10000
» 123 » 13 v. o. st. Städte l. Stände
» 135 » 11 v. u. st. pag. 229 l. 299
» 136 » 1 v. u. st. VIII. l. XVIII.
» 146 » 9 v. o. st. die Nenner l. den Nenner
» 182 fehlt der Fall ad 3., nemlich die Wittwenzahl

$$P \cdot w_{20}^{20+n} \{1 - w_{30}^{30+n}\}$$

» 199 Reihe 3 v. u. st. E l. sie
» 218 » 9 v. o. st. 431 l. 413
» 260 » 7 v. u. st. 10,9 l. 10,1
» 311 » 16 v. u. st. 0,1988 l. 0,1987
» 344 » 13 v. u. l. $1{,}000128\,R_m + 0{,}4935$
» 12 v. u. l. $1{,}000205\,R_m + 0{,}4919$
» 354 » 1 v. o. l. 16,794 und 0,086
» 376 » 15 v. o. st. $\frac{r-1}{r}$ l. $\frac{1-r}{r}$

b) in den Tafeln.

» 70 beim Jahre 40 statt 26,9 lies 25,9
» 100 » » 83 st. 520 l. 530
» 107 bei Provinz Brandenburg st. 27,38 l. 37,38
» 108 bei Regierungsbezirk Aachen st. 25,70 l. 26,70

Pag. 152. Die Altersklassen vom 30ten Jahre ab sind: 30—45, 45—60, 60—70, 70—80, 80—90, 91—95, 96—100
» 189 Reihe 13 v. u. st. 43,8 l. 43,7
» 191 » 5 v. o. st. 54 l. 154
» 8 v. o. st. 900 l. 910
» 195 beim Jahre 50 st. 19,54 l. 19,44
» 200 » » 17—20 st. 334 l. 354
» 208 bei Preufsen st. 4,38 l. 4,23
» 209 bei: Städte von Westphalen st. 217,1 l. 217,4
» 222 Reihe 4 v. u. st. 1,077 l. 1,075
» 269 bei: April st. 1,95 l. 0,95
» 297 beim Jahre 24 st. 552 l. 557
» 326 » » 56 st. 33,1 l. 43,1
» » 60 st. 4,4373 l. 4,4374

In der Columne mittleres Leben pag. 70 ist jede Zahl um 0,5 zu verkleinern.

Einleitung.

Vorkenntnisse

aus der

Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Begriff der Wahrscheinlichkeit.

Ein Ereignifs, welches eintreten kann, aber nicht nothwendig eintritt, nennen wir ein mögliches, ein wahrscheinliches. Jedes Ereignifs ist freilich, nach dem, was wir glauben, ein nothwendiges; es hat Ursachen, denen es sein Entstehen verdankt, diese Ursachen folgen wieder aus anderen. Aber die Kette dieser Ursachen ist zu lang, oder es entgehen unserer Kenntnifs einzelne Glieder derselben, und wir wollen daher, oder wir sind gezwungen, das Endresultat dieser Ursachen, das fragliche Ereignifs, als ein unvermitteltes, als ein nur mögliches hinzunehmen. Ob irgend ein Mensch an einem gewissen Tage sterben werde, ist eine Frage, die im Grunde ganz bestimmt zu beantworten sein würde. Indem wir jedoch diese Frage auf das Gebiet der möglichen Zufälle, d. h. auf das der Wahrscheinlichkeit hinüberspielen, so erklären wir damit eigentlich, es sei nicht unsere Absicht, diefs Ereigniss nach seinen inneren Ursachen zu betrachten. Zum Theil vermögen wir es nicht, allein wenn wir es auch vermöchten, so wollen wir es nicht. Die Lebensfähigkeit dieses oder jenes Menschen interessirt uns im Allgemeinen gar nicht; was uns interessirt, ist eine Art Mensch, den man sehr passend den mittleren Menschen genannt hat. Ein solcher existirt nun zwar nicht, allein er repräsentirt uns das Gesetzmäfsige in den mannichfachen und scheinbar regellosen Erscheinungen des Lebens und Sterbens.

Wegen der Anwendung, welche wir von den Lehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die Sterblichkeit zu machen

haben, ist es nöthig, diesen ihren Zweck, aus vielen verschiedenen Fällen ähnlicher Art den mittleren darzustellen, nicht aufser Augen zu lassen; denn hierdurch wird das Verhältniss bestimmt, in welchem die Wahrscheinlichkeit, die wir berechnen, zu der Wirklichkeit steht, die da eintritt. Man hat gesagt, zwischen beiden fände gar kein Zusammenhang statt; die Wahrscheinlichkeit berechne einem neugeborenen Kinde, dafs es 35 Jahre alt werden wird, während von 1000 Neugeborenen kaum 500 so alt werden, und im 36ten Jahre, wo sie alle sterben sollten, wenn die Wahrscheinlichkeit die Wirklichkeit darstellte, noch nicht acht sterben. Ferner, es sei ein Individuum, dessen Alter unbekannt geblieben, aus einer Bevölkerung gestorben, in welcher vor dem 32ten Jahre gerade so viele Menschen sterben als nachher, in welcher, wie man sich ausdrückt, die wahrscheinliche Lebensdauer 32 Jahre betrage: so ist genau so viel Grund vorhanden, jenes Individuum sei unter 32 Jahr alt gewesen, als dafs sein Lebensalter darüber hinaus betragen habe. Für beide Behauptungen sind die Gründe gleich stark, somit kann man weder die eine noch die andere geltend machen; man kann vielmehr innerhalb des Gebiets der Wahrscheinlichkeit darüber gar nichts behaupten. Nichts desto weniger hat das Individuum ein ganz bestimmtes Alter erreicht, das also nothwendig unter oder über 32 Jahre betrug.

Nach der Art, wie wir so eben den Begriff der Wahrscheinlichkeit angegeben haben, fallen diese Schwierigkeiten von selbst fort; sie lehrt nichts über einen speziellen Fall, sie prophezeit daher auch nicht (denn prophezeien heifst eben, etwas ganz Spezielles vorhersagen) sie lehrt nur dasjenige kennen, was im Mittel stattfinden wird. In dem ersten Beispiele heifst es folglich nicht, dieses oder jenes Kind werde 35 Jahre alt werden, sondern es heifst, wenn man eine hinlänglich grosse Zahl derselben betrachtet, eine so grofse, dafs die einzelnen Spezialitäten, als etwa eine ungewöhnlich robuste gegen eine zu gebrechliche Constitution,

diese Art von Lebensumständen gegen jene, u. s. w. sich gegenseitig aufheben, so erhalte man einen Mittelzustand dieser Verhältnisse, ein mittleres Kind, und ein solches wird 35 Jahre alt. Wenn es ferner im zweiten Beispiel heifst, es sei kein Grund vorhanden, zwischen einem Lebensalter über oder unter 32 Jahren zu Gunsten eines Verstorbenen zu entscheiden, so bedeutet das nur, unter einer beträchtlichen Zahl von Todten werden gerade so viele jüngere als ältere sein, so dass der mittlere Zustand in dieser Beziehung als ein völlig unentschiedener sich darstellt.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung befindet sich im Grunde der Wirklichkeit gegenüber in keinem wesentlich andern Verhältnisse als die Naturwissenschaften. Diese letzteren entkleiden sämmtlich die Objecte ihrer Betrachtung von einer Menge Spezialitäten; sie folgen darin den Anforderungen des menschlichen Geistes, der in allen Erscheinungen ein Allgemeineres, welches er Gesetzmäfsigkeit nennt, sucht. Dieses Gesetzmäfsige jedoch kann nicht anders erlangt werden, als dafs auf diese oder jene Weise viele Eigenthümlichkeiten des Gegenstandes bei Seite gelegt werden, und damit treten denn alle diese Wissenschaften in ein gewisses, mehr oder weniger entschiedenes, Mifsverhältnifs zur Wirklichkeit. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung führt diefs Prinzip des Verallgemeinerns blofs am consequentesten durch. Sie ignorirt im Grunde von ihren Objecten alles, mit Ausnahme ihrer quantitativen Verhältnisse; sie gewinnt ihnen dabei die allgemeinsten Gesetze ab, und diese Gesetze sind dann begreiflich am wenigsten fähig, auf einen einzelnen Fall angewandt zu werden.

Numerischer Werth für die Wahrscheinlichkeit eines einfachen Ereignisses.

Das Maafs für die Wahrscheinlichkeit tragen wir in uns, die Wissenschaft mufs dasselbe folglich als vorhanden annehmen, und kann ihm nur eine ihren Zwecken entsprechende

Form geben. Nach unserm Urtheil hängt der Werth der Wahrscheinlichkeit ab

1) von der Zahl der Fälle, in welchen das Ereignifs möglicherweise eintreten kann: von den möglichen Fällen.

2) von denen, wo es wirklich stattfindet, von den glücklichen Fällen (eine Bezeichnung, die von den Spielen hergenommen ist).

3) von den möglichen Fällen in der Art, dafs je mehr ihrer sind, desto kleiner dünkt uns die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses, und zwar ist, nach dem Urtheil aller Menschen, die Wahrscheinlichkeit nur $\frac{1}{3}$ so grofs, wenn der möglichen Fälle dreimal so viele sind u. s. w., vorausgesetzt, dafs dabei die Zahl der glücklichen Fälle ungeändert bleibe.

4) von diesen letzteren in der Art, dafs je mehr ihrer sind, desto gröfser ist uns die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses. Auch hierbei findet ein einfaches Verhältnifs statt: verdoppelt sich die Zahl der glücklichen Fälle, so verdoppelt sich auch die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses u. s. f.

Diese Data findet die mathematische Betrachtung für das Maafs der Wahrscheinlichkeit vor, und giebt demzufolge für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses den Ausdruck $\frac{G}{M}$, wo M die Anzahl der möglichen Fälle, G die der glücklichen bedeutet. Man sieht augenblicklich, dafs dieser Quotient den Bedingungen ad 1. bis 4. entspreche, und dafs derselbe die Wahrscheinlichkeit ausdrücke, ist also keine Behauptung der Mathematik, welche zu beweisen wäre, sondern eine blofse Uebertragung unsers Urtheils in eine mathematische Form. Aus $\frac{G}{M}$ folgt unmittelbar der Werth, den auf diesem Gebiete die Unmöglichkeit und gegentheils die Gewifsheit annehmen wird. Unmöglichkeit ist da vorhanden, wo gar kein glücklicher Fall stattfindet, wo G also $=0$ ist, dann aber ist auch $\frac{G}{M}=0$; somit repräsentirt Null die Unmöglichkeit des Eintreffens eines Ereig-

nisses. Gewifsheit ist da vorhanden, wo nur glückliche Fälle stattfinden, wo der möglichen Fälle nicht mehr sind, als der glücklichen, wo $G = M$. Somit repräsentirt Eins die Sicherheit des Eintreffens. Zwischen diesen Extremen 0 und 1 liegt die Wahrscheinlichkeit als ein ächter Bruch, und kann weder negativ noch gröfser als eins werden.

Ueber den Ausdruck $\frac{G}{M}$ ist eine wesentliche Bemerkung zu machen. Er setzt nothwendig voraus, dafs alle Fälle, sowohl die möglichen als die glücklichen, gleicher Art seien, d. h. dafs kein Grund vorhanden sei, anzunehmen, irgend ein Fall, sei es von den G oder M, werde häufiger eintreten als die anderen. Irgend eine Zahl mit dem gewöhnlichen Würfel zu werfen, hat eine Wahrscheinlichkeit $= \frac{1}{6}$; ist derselbe jedoch nicht regelmäfsig geformt, fällt eine seiner Zahlen, z. B. die 5, häufiger als die übrigen, dann ist die Wahrscheinlichkeit für keine Zahl mehr $= \frac{1}{6}$; sie ist dann für 5 gröfser und für jede der anderen Zahlen kleiner als $\frac{1}{6}$. Man kann zu völlig falschen Folgerungen gelangen, wenn man diese nothwendige Bedingung der Gleichartigkeit der Fälle übersieht. Wenn man nach der Wahrscheinlichkeit frägt, mit zwei Würfeln so zu werfen, dafs die Summe der Augen 6 betrage, so könnte man meinen, hier seien 11 Fälle möglich, die Summe der geworfenen Augen mufs eine der Zahlen 2, 3, 4, ... 12 betragen, darunter sei ein einziger, der das gewünschte Ereignifs herbeiführt, folglich sei dessen Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{11}$. Das aber wäre nicht richtig, und zwar defshalb nicht, weil die Fälle, in welchen 2, 3, 4, ... 12 geworfen wird, für gleich möglich genommen worden sind, was keinesweges der Fall ist. Die Summe 2 kann nur auf die einzige Weise hervorgebracht werden, dafs beide Würfel 1 zeigen; dagegen kann die Summe 3 oder 11, wie man leicht sieht, auf zwei Arten, die Summe 4 oder 10 auf drei, die Summe 5 oder 9 auf vier, 6 oder 8 auf fünf und endlich die Summe 7 auf sechs verschiedene Arten geworfen werden. Daher giebt es gleich möglicher

Fälle 36 und darunter sind 5 glückliche, so dafs die Wahrscheinlichkeit, die Summe 6 zu erhalten, $= \frac{5}{36}$ ist. Ein zweites Beispiel dieser Art wäre, wenn man die sämmtlichen Karten eines Spiels nach zweien Haufen legte, und die Wahrscheinlichkeit des Falls berechnen wollte, dafs alle vier Damen auf einen und denselben Haufen fallen. Man könnte hier glauben, es seien fünf Fälle möglich, keine Dame oder 1, 2, 3, 4 auf der gewünschten Seite; nur das letzte Ereignifs ist das geforderte, und daher sei die Wahrscheinlichkeit dafür $= \frac{1}{5}$. Aber die Fälle 0, 1, .. 4 sind nicht gleich möglich; während 0 nur auf eine Weise entstehen kann, so wird der Fall einer Dame auf vier verschiedene Weisen hervorzubringen sein, da das Spiel vier Damen hat; der Fall 2 Damen kann auf sechs, der Fall 3 auf vier und endlich der Fall 4 Damen wiederum nur auf eine Weise hervorgebracht werden. Es giebt somit 16 gleich möglicher Fälle, und die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist $\frac{1}{16}$, nicht $\frac{1}{5}$.

Wenn man die gleiche Möglichkeit der Fälle unberücksichtigt läfst, so fehlt man gegen den Begriff, den wir über das Maafs der Wahrscheinlichkeit in uns tragen, man fehlt also gegen die obigen Bedingungen und zwar gegen die beiden letzteren derselben. Denn wenn man, ohne auf ein spezielles Beispiel einzugehn, diese Art fehlerhafter Betrachtung auf den allgemeinen Ausdruck $\frac{G}{M}$ anwenden wollte, so würde es consequent heifsen müssen, das Ereignifs findet entweder statt oder nicht; ein Mensch erreicht entweder das folgende Jahr oder er erreicht es nicht; das sind zwei Fälle, von denen einer der glückliche ist. Also wäre die Wahrscheinlichkeit jedes Ereignisses $= \frac{1}{2}$, sie läge stets in der Mitte zwischen Unmöglichkeit und Gewifsheit, es gäbe gar keine Grade der Wahrscheinlichkeit, und das läuft unseren Begriffen geradezu entgegen.

Wenn man von der Wahrscheinlichkeitsrechnung eine Anwendung auf die Spiele macht, so ist von dem Bruche

$\frac{G}{M}$ sowohl der Zähler als der Nenner bekannt, und man kann seinen Werth daher a priori angeben. Bei der Anwendung dieser Rechnung auf die Phänomene der Natur ist im Gegentheil weder G noch M direct gegeben, und man hat nichts als eine grofse Anzahl von Beobachtungen über die möglichen und glücklichen Ereignisse. Will man in einem gewöhnlichen Lottospiel mit 90 Nummern eine bestimmte Zahl gezogen haben, so weifs man a priori, es sind 89 Gründe vorhanden, diese Zahl nicht zu erhalten, und nur einer, dafs sie gezogen werde. Will man jedoch wissen, wie wahrscheinlich es sei, dafs ein neugeborenes Kind ein Jahr alt werde, so kennt man die Gründe, welche diesem Ereignisse entgegenstehen, gar nicht; das Kind kann an jedem Tage des ersten Jahres und an jedem Tage mit verschiedener Wahrscheinlichkeit sterben. Man weifs nichts, als dafs von 10000 Geborenen 8000 ein Jahr alt geworden, 2000 also in diesem Zeitraum gestorben sind. Hieraus schliefst man nun rückwärts auf die Wahrscheinlichkeiten, und sagt ein Neugeborener habe eine Wahrscheinlichkeit $= \frac{8000}{10000}$ oder $\frac{4}{5}$, ein Jahr alt zu werden, und eine Wahrscheinlichkeit $= \frac{1}{5}$, vorher zu sterben. Dieser Schluss scheint sehr natürlich, inzwischen haben wir ihn, da er das Folgende zu nahe betrifft, etwas genauer zu untersuchen.

Für diefs Verfahren spricht der berühmte Satz des Jacob Bernoulli, den dieser Gelehrte für den wichtigsten der Wahrscheinlichkeitsrechnung hielt, und mit grofsem Scharfsinn bewiesen hat. Nehmen wir an, man wäre ungewifs, ob eine Münze, die man zum Behuf eines Spiels werfen will, regelmäfsig geformt sei, so wird man ohne Zweifel den Weg der Erfahrung einschlagen, die Münze sehr oft werfen, um zu sehen, ob beide Seiten gleich oft, oder doch nahe gleich oft, nach oben liegen, oder ob nicht vielmehr die eine ein Bestreben hätte häufiger zu fallen, wodurch eine Ungleichheit angedeutet würde; je geringer diese Ungleichheit, desto mehr Proben werden wir für nöthig halten,

ihren Betrag mit einiger Schärfe kennen zu lernen. Das heifst gerade den in Rede stehenden Satz des Bernoulli anwenden, der ungefähr so lautet: Wenn man über mehrere Ereignisse, die eine gewisse Wahrscheinlichkeit haben, eine grofse Zahl von Fällen beobachtet hat, so wird die verschiedene Zahl von Fällen, in welchen die einzelnen Ereignisse eingetreten sind, sich nahe verhalten wie ihre Wahrscheinlichkeiten, und immer näher und näher, je gröfser die Menge der Beobachtungen ist. Hat man also einen gewöhnlichen Würfel sehr oft hinter einander, z. B. 6000mal geworfen, so wird zufolge dieses Satzes jede seiner Zahlen ungefähr 1000mal zum Vorschein gekommen sein. Also kann man auch umgekehrt aus den brofsen Beobachtungen rückwärts auf den Körper schliefsen, mit dem sie geworfen wurden. Man wird schliefsen, der Körper habe 6 Seiten gehabt, sei regelmäfsig geformt gewesen, so dafs die Wahrscheinlichkeit für jede Zahl $\frac{1}{6}$ betrug. Dasselbe Verfahren wenden wir bei den Phänomenen der Natur an, in so fern sie Gegenstand der Wahrscheinlichkeitsrechnung werden; wir gebrauchen demnach den Bernoulli'schen Satz, und berechnen die Wahrscheinlichkeit aus den eingetroffenen Ereignissen. Inzwischen läfst sich dieser Gebrauch bei den natürlichen Ereignissen nicht geradezu rechtfertigen. Es giebt nemlich einen Fall, in welchem der erwähnte Satz nicht stattfindet, wenn die Zahl der Seiten, oder überhaupt die Zahl der möglichen Fälle unendlich grofs ist, und dieser Fall könnte gerade derjenige der Natur sein. Dafs dann jener Satz nicht gelte, kann man, ohne dafs es nöthig wäre in weitere Discussionen einzugehen, schon so einsehen, dafs, wenn nur die Zahl der möglichen Ereignisse irgend beträchtlich ist, schon begreiflich eine überaus grofse Anzahl von Beobachtungen nöthig sein würde, um von dem Satze mit irgend einer Sicherheit Gebrauch machen zu können. Was versichert uns nun, dafs bei den Phänomenen der Natur keine unbeschränkte Zahl von Fällen möglich sei? Nichts als die feste Ueberzeugung, die wir haben, dafs

bei jenen Erscheinungen nicht unendlich viele Möglichkeiten vorhanden sind, dafs sie bestimmten Gesetzen gehorchen, welche durch Beobachtungen sich kund geben. Ohne diese Ueberzeugung wäre es nicht erlaubt, in dem vorher angeführten Beispiel zu sagen, ein Neugeborener habe die Wahrscheinlichkeit $\frac{4}{5}$, ein Jahr alt zu werden, und diesen Werth auf künftig Geborene anzuwenden. Zwar könnte man meinen, dafs, weil von 10000 Geborenen 8000 ein Jahr alt geworden, so seien von 5 derselben 4 am Leben geblieben, das Verhältnifs $\frac{4}{5}$ sei folglich ein reines Factum, habe an und für sich Gültigkeit, und empfange sie nicht erst durch unsere Ueberzeugung von der innern Gesetzmäfsigkeit der Natur. Aber um sogenannte reine Facta ist es uns in keiner Wissenschaft zu thun; sie führen keinen Schritt weiter; man braucht ein Factum, so viel es angeht, nur rein darzustellen, um sich davon zu überzeugen. Das unsrige würde lauten: In diesem Lande, zu dieser Zeit, bei diesem Clima, diesen Institutionen u. s. w., u. s. w. sind von 10000 Kindern 8000 ein Jahr alt geworden. So beabsichtigen wir nicht, die Data der Beobachtungen über Naturphänomene zu beschränken.

Es giebt in der Sphäre der Wahrscheinlichkeitsrechnung Untersuchungen eigenthümlicher Art, durch welche der Grad der Zuverlässigkeit ermittelt werden soll, welcher den Wahrscheinlichkeiten, in so fern sie a posteriori, d. h. aus den beobachteten Ereignissen bestimmt worden, zukommt. Wir können diese Untersuchungen hier nicht reproduziren, sondern nur das Wesentliche derselben an einem, für unsern spätern Gegenstand wichtigen, Beispiel nachweisen. Sehr zahlreiche Beobachtungen haben bekanntlich das numerische Uebergewicht des männlichen Geschlechts bei der Geburt nachgewiesen; der berühmte Laplace untersucht nun, [1]) wie wahrscheinlich es sei, dafs der gröfseren Zahl von Knabengeburten eine Ursache zum Grunde liege. Für den

[1]) Théorie analytique des Probabilités. 3me ed. Paris 1820. pag. 377.

entgegengesetzten Fall findet dieser Gelehrte nur eine Wahrscheinlichkeit $= 5$, dividirt durch die ungemein grofse Zahl 1 mit 73 Nullen.

Nun hat bereits Jacob Bernoulli [1]) darauf aufmerksam gemacht, dafs, da wir Menschen in den wenigsten Dingen zu einer absoluten Gewifsheit gelangen können, wir nothwendig eine relative, die er moralische Gewifsheit nennt, als äquivalent mit ihr setzen müssen. Er ist der Ansicht, dafs man über die Grenzen dieser moralischen Sicherheit überein kommen müfste, und dafs man z. B. ein Factum für sicher erkläre, welches unter 100 oder 1000 Wiederholungen 99 oder 999 mal eingetreten, dessen Wahrscheinlichkeit also $\frac{99}{100}$ oder $\frac{999}{1000}$ beträgt. Buffon und Condorcet haben die Mortalitätsverhältnisse benutzt, diese Gröfse zu ermitteln. Buffon nimmt an, dafs kein gesunder und sonst vernünftiger Mensch die Furcht habe, im Laufe des Tages zu sterben; die Wahrscheinlichkeit des Falls beträgt etwa $\frac{1}{10000}$. Somit ist ein Ereignifs, welches bei 10000 Versuchen sich nur einmal einstellte, kein solches, dem wir einen Einflufs auf uns zuschreiben, und daher wäre eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{10000}$ für so gut als keine anzusehen, und gegentheils $\frac{999}{1000}$ als eine moralische Sicherheit. Hiergegen hat Condorcet mit Recht bemerkt, [2]) dafs die Furchtlosigkeit in diesem Falle nicht allein von der geringen Wahrscheinlichkeit der Gefahr herrühre, sondern zum Theil auf Rechnung der Gewohnheit, zum Theil auf das Bewufstsein von der Unvermeidlichkeit der Gefahr komme. Condorcet selbst geht bei der Bestimmung des Werthes der moralischen Sicherheit von der Furcht aus, welche ein Mensch hat, im Laufe der Woche an einer plötzlich tödtlichen Krankheit zu sterben; er bemerkt, dafs dieselbe bei einem Menschen im 47ten Lebensjahre nicht gröfser als im

---

[1]) Ars conjectandi. Basiliae 1713. Pars IV. Caput II, 9.

[2]) Essai sur l'application de l'Analyse à la Probabilité des décisions. Paris 1785. pag. 225.

37ten sei. Nichts desto weniger hat der erstere eine gröfsere Wahrscheinlichkeit dazu; denn wenn man annimmt, dafs der $\frac{1}{10}$te Theil der Menschen an solchen Krankheiten sterbe, so ist jene Wahrscheinlichkeit im 37ten Jahre etwa $\frac{1}{30160}$, und im 47ten $\frac{1}{24960}$. Daraus ist klar, dafs ein Unterschied von $\frac{1}{24960} - \frac{1}{30160}$ oder $\frac{1}{144768}$ in dem Werthe der Wahrscheinlichkeit für Nichts zu achten ist, und daher wäre $\frac{144767}{144768}$ der moralischen Sicherheit gleich. Von verschiedenen Gesichtspunkten ausgehend kann man diese Gröfse berechnen. Z. B. aus dem, dafs in der gewöhnlichen Lotterie von 90 Nummern Niemand auf eine Quinterne gesetzt hat, wodurch die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses oder $\frac{1}{43949268}$ für 0 erklärt worden ist. Inzwischen gehen diese Bestimmungen von Behauptungen aus, die sich nicht recht verifiziren lassen, oder, wie die letztere, zu ungewifs sind. Wir werden im Abschnitt über die moralische Hoffnung eine Methode angeben, wodurch die fragliche Gröfse auf $\frac{1}{82304}$ festgesetzt wird, und jedenfalls sicherer zu finden sein wird.

Allein welchen dieser Werthe für die moralische Sicherheit oder, wie man sie auch nennen kann, für die Ueberzeugung, man auch annimmt, und welche Wahrscheinlichkeit man also für gleichbedeutend mit 0 erachten wollte, so steht doch die Wahrscheinlichkeit, dafs bei der Geburt die Zahl der Mädchen überwiege, der Null unvergleichlich näher, da sie, wie vorher bemerkt worden, ein Bruch sein soll, dessen Nenner aus 74 Ziffern besteht. Man könnte daher meinen, Laplace habe die moralische Unmöglichkeit dieses Ereignisses mehr als hinlänglich erwiesen. Das hat jedoch Laplace weder beabsichtigt, noch würde es zu erreichen sein; vielmehr kann die Unmöglichkeit eines Naturereignisses nicht angenommen werden, es seien denn Gründe dafür, aus dem Wesen der Sache selbst geschöpft, vorhanden. Wenn in allen Ländern, wie es scheint, ohne Ausnahme, die männlichen Geburten zahlreicher ausfallen als die weiblichen, so heifst das nur, es müssen Umstände vorhanden

sein, welche diese Ungleichheit hervorbringen, und dann kann es auch andere geben, welche, falls sie eintreten, die umgekehrte Erscheinung hervorbrächten. Folgt man der Untersuchung bei Laplace genau, so sieht man auch, dafs dieselbe zu keinem anderen Resultate führe; sie lehrt im Grunde nur, dafs es so gut als gewifs sei, dafs von 1745 bis 1784, wo zu Paris 393386 Knaben und 377555 Mädchen geboren wurden, Ursachen geherrscht haben, welche der Erzeugung eines Knaben etwas günstiger gewesen sind, als der eines Mädchen. Ohne Rechnung würden die Naturforscher der Meinung gewesen sein, das sei völlig gewifs. Statt also unser Urtheil zu erweitern, hat die Rechnung es, wenn auch nur wenig, eingeschränkt; nach ihr kann die entgegengesetzte Ansicht, dafs dabei blinder Zufall sein Spiel gehabt habe, nicht ganz ignorirt werden, ob sie gleich nur eine überaus geringe Wahrscheinlichkeit für sich hat.

Ueberhaupt wird man überall den Satz bestätigt finden, dafs, wenn bei ähnlichen Untersuchungen, wie die besprochene, für die Wahrscheinlichkeit irgend eines Phänomens ein Bruch gefunden wird, der überaus nahe der Eins gleich ist, das natürliche Urtheil nicht anstehen wird, diesem Phänomen eine absolute Sicherheit, also seiner Wahrscheinlichkeit den vollen Werth 1 zuzuschreiben. Dieser Satz giebt, wie wir glauben, ein leichtes Mittel, dergleichen analytische Untersuchungen zu prüfen, um sich zu überzeugen, dafs man deren Bedeutung richtig aufgefafst habe. Daraus ginge also z. B. schon hervor, Laplace habe nicht bewiesen, das Vorherrschen männlicher Geburten sei ein Naturgesetz, weil kein umsichtiger Naturforscher einen solchen Schlufs, auch aus der längsten Beobachtungsreihe nicht, ziehen würde. Es könnte zwar scheinen, als habe dieser berühmte Gelehrte das beabsichtigt, weil er im Verlauf der Untersuchung die kleine Stadt Vitteaux anführt, wo auf 203 Knaben 212 Mädchen, also der letzteren mehr geboren wurden, und dabei die Meinung ausspricht, diese Ausnahme sei die Wirkung eines Zufalls, durch welchen man nicht verhindert werden

könne, anzunehmen, in jener Stadt sei die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Knaben eben so gut gröfser als an allen übrigen Orten. Allein diese Meinung können wir nicht theilen; es ist nicht bewiesen, dafs, wenn irgendwo mehr Mädchen geboren worden, diefs auf Rechnung eines Zufalls komme; vielmehr werden im Abschnitt über das Geschlechtsverhältnifs bei der Geburt, die Bedingungen angegeben werden, unter welchen das Uebergewicht weiblicher Geburten sogar nothwendig wird.

Ich habe diesen Fall über die gröfsere Zahl männlicher Geborenen ganz in abstracto betrachtet, um selbst in dieser Allgemeinheit zu zeigen, welcher grofse Unterschied zwischen der Wahrscheinlichkeit a priori, wie man sie bei den Spielen berechnet, und denen a posteriori, aus vorhandenen Betrachtungen über Ereignisse der Natur bestehe, und wie vorsichtig man zu Werke zu gehen habe, wenn man der letzteren dieselbe Gültigkeit zuschreiben will, als der ersteren.

Numerischer Werth für die Wahrscheinlichkeit zweier und mehrerer Ereignisse.

Ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses $= w$, die eines andern $= w_1$, so wird die Wahrscheinlichkeit, dafs beide zusammen eintreten, dem Product der einzelnen Wahrscheinlichkeit gleich, diese Wahrscheinlichkeit ist ww_1. Sollen drei Ereignisse, deren einzelne Wahrscheinlichkeiten w, w_1, w_2 sind, zusammen eintreten, so ist die Wahrscheinlichkeit dieses Falls ww_1w_2 u. s. f. Wenn man z. B. mit 2 Würfeln zwei gleiche Zahlen werfen will, so ist es klar, dafs hier überhaupt 36 Fälle möglich sind; denn jede Zahl des einen Würfels kann mit jeder der 6 Zahlen des andern fallen. Unter diesen 36 Fällen ist ein glücklicher, daher ist dessen Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{36} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$, d. h. dem Product aus den einzelnen Wahrscheinlichkeiten gleich. Wenn auch dieser Beweis sich nur auf einen ganz speziellen Fall

erstreckt, so sieht man doch, dafs der allgemeine Beweis auf dieselbe Art geführt werden kann.

Dasselbe gilt, wenn die zwei oder mehrere Ereignisse hinter einander eintreten sollen; dafür ist die Wahrscheinlichkeit ebenfalls ww_1 ww_1w_2 u.s.w. Soll daher ein und dasselbe Ereignifs n Male hinter einander eintreffen, so hat dieser Fall die Wahrscheinlichkeit w^n. Die Wahrscheinlichkeit z. B., dafs man mit einem Würfel 7mal hinter einander eine und dieselbe Zahl werfe, ist $(\frac{1}{6})^7 = \frac{1}{279936}$, d. h. unter 279936 Würfen wäre dieser Fall nur einmal zu erwarten, und er ist so unwahrscheinlich, dafs er nach Condorcet einer moralischen Unmöglichkeit gleich käme.

Wenn es sich darum handelt, mehrere Male hinter einander nicht ein und dieselbe Zahl, sondern verschiedene, vorher bestimmte Zahlen zu werfen, so kömmt Folgendes in Betracht. Man verlangt z. B. mit einem Würfel die Zahlen 1 und 3 zu erhalten; verlangt man sie in einer bestimmten Reihefolge, also entweder zuerst 1 dann 3, oder umgekehrt, dann ist die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses noch immer $(\frac{1}{6})^2$, und wenn n verschiedene Zahlen, aber in einer festgesetzten Ordnung fallen sollen, $(\frac{1}{6})^n$. Ist jedoch die Aufeinanderfolge der beiden Zahlen 1 und 3 gleichgültig, dann ist die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses $= 2 \cdot (\frac{1}{6})^n$, das doppelte der früheren, weil der glücklichen Fälle dann offenbar zwei sind. Will man hinter einander die Zahlen 1, 2, 5 in beliebiger Ordnung erhalten, dann ist die Wahrscheinlichkeit dafür $2 \cdot 3 \cdot (\frac{1}{6})^3$, d. h. 6mal so grofs, als wenn eine bestimmte Ordnung festgesetzt worden wäre. Denn in drei Würfen sind überhaupt 6^3 oder 216 Fälle möglich, unter diesen ist der Fall 1, 2, 5, dessen Wahrscheinlichkeit demnach $\frac{1}{6^3}$ ist. Käme es jedoch nur darauf an, dafs diese Zahlen überhaupt geworfen werden, so sind folgende Fälle glücklich

1 2 5
1 5 2