

SAMMLUNG GÖSCHEN BAND 136

# Physikalische Formelsammlung

Von

G. MAHLER

† Professor der Mathematik und Physik am Gymnasium in Ulm

Neubearbeitet von

PROF. K. MAHLER

Oberstudiendirektor an der Schubartoberschule Aalen in Württemberg

Mit 69 Figuren

Achte, verbesserte Auflage



W a l t e r d e G r u y t e r & C o .

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung · J. Guttentag, Verlags-  
buchhandlung · Georg Reimer · Karl J. Trübner · Veit & Comp.

Berlin 1950

**Alle Rechte, insbesondere das Übersetzungsrecht,  
vonder Verlagshandlung vorbehalten.**

Archiv-Nr. 11 01 36  
Druck von Walter de Gruyter & Co., Berlin W 35  
Printed in Germany

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
<b>I. Kapitel. Mechanik des materiellen Punktes und der starren Körper.</b>	
1. Metrisches Maßsystem .....	7
2. Die gleichförmige, geradlinige Bewegung.....	8
3. Das Parallelogramm der Bewegungen .....	8
4. Die gleichförmig beschleunigte Bewegung.....	10
5. Freier Fall und Bewegung auf der schiefen Ebene.....	12
6. Der Wurf .....	13
7. Masse. Kraft.....	15
8. Impuls. Energie. Leistung .....	16
9. Die Dimension .....	17
10. Die Zentralbewegung .....	18
11. Die harmonische Bewegung .....	19
12. Das mathematische Pendel .....	21
13. Die Grundgesetze des Gleichgewichts starrer Körper .....	22
14. Die Zusammensetzung zweier Kräfte mit verschiedenen An- griffspunkten .....	23
15. Drehkräfte. Moment einer Kraft .....	25
16. Schwerpunkt.....	27
17. Die einfachen Maschinen .....	28
18. Das Trägheitsmoment .....	31
19. Gesetze der drehenden Bewegung. Kreisel .....	33
20. Fallmaschine. Physisches Pendel .....	34
21. Reibung .....	36
22. Die allgemeine Gravitation .....	37
23. Elastizität .....	38
24. Der Stoß .....	39
<b>II. Kapitel. Statik der Flüssigkeiten und Gase.</b>	
25. Druck in einer ruhenden Flüssigkeit .....	42
26. Archimedisches Prinzip .....	43
27. Spezifisches Gewicht. Bestimmung desselben .....	44
28. Eigenschaften der Gase .....	45
29. Luftdruck. Luftpumpen .....	46
30. Gesetz von Boyle .....	48
<b>III. Kapitel. Dynamik der Flüssigkeiten und Gase.</b>	
31. Strömung von Flüssigkeiten und Gasen .....	48
32. Ausfluß von Flüssigkeiten und Gasen aus einer Öffnung .....	50
33. Flächen in Luft und Wasser .....	52
<b>IV. Kapitel. Molekularphysik.</b>	
34. Oberflächenspannung. Kapillarität. Diffusion. Osmose .....	55
35. Strömung in Kapillaren. Turbulenz. Gesetz von Stokes .....	56
36. Kinetische Theorie der Gase .....	57
<b>V. Kapitel. Wärmelehre.</b>	
37. Thermometer .....	58
38. Ausdehnung der Körper durch die Wärme .....	58
39. Kalorimetrie; spezifische Wärme .....	60
40. Änderung des Aggregatzustandes .....	62
41. Thermodynamik .....	68

	Seite
<b>VI. Kapitel. Wellenlehre und Akustik.</b>	
42. Wellenlehre I .....	66
43. Wellenlehre II .....	69
44. Schwingungszahl. Tonleiter .....	71
45. Tonquellen .....	72
46. Ausbreitung des Schalles. Schallgeschwindigkeit .....	74
<b>VII. Kapitel. Geometrische Optik.</b>	
47. Reflexion des Lichtes an ebenen Flächen .....	75
48. Kugel- oder sphärische Spiegel .....	77
49. Brechung des Lichtes .....	80
50. Prisma .....	82
51. Brechung an sphärischen Begrenzungsflächen .....	84
52. Brechung durch Linsen .....	85
53. Sphärische Aberration bei der Brechung. ....	90
54. Optische Instrumente .....	91
<b>VIII. Kapitel. Optische Strahlung.</b>	
55. Photometrie .....	96
56. Geschwindigkeit des Lichtes .....	97
57. Spektroskopie .....	99
58. Achromasie .....	102
59. Wellenlängenmessung .....	102
60. Polarisation. Doppelbrechung .....	103
<b>IX. Kapitel. Das elektrische Feld.</b>	
61. Elektrisches Feld .....	104
62. Eigenschaften der Ladung .....	106
63. Spannung. Feldstärke. Verschiebungsdichte .....	107
64. Kapazität und Kondensator .....	108
65. Kräfte und Arbeit im elektrischen Feld .....	110
66. Das elektrische Feld unter Zugrundelegung des absoluten elektro- statischen Maßsystems .....	111
<b>X. Kapitel. Das magnetische Feld.</b>	
67. Magnetisches Feld .....	113
68. Ausmessung des magnetischen Feldes .....	115
69. Magnetisches Feld unter Zugrundelegung des absoluten elektro- magnetischen Maßsystems .....	117
70. Das Moment und das Drehmoment eines Magnetes .....	118
71. Ablenkung und Schwingungen eines drehbaren Magnetes .....	119
72. Erdmagnetismus .....	119
<b>XI. Kapitel. Elektrische Strömung.</b>	
73. Ohmsches Gesetz. Widerstand .....	120
74. Stromstärke einer Batterie .....	121
75. Stromverzweigung. Sätze von Kirchhoff .....	123
76. Stromenergie. Gesetz von Joule. Spannungseinheit .....	126
77. Die Gesetze von Faraday. Das elektrische Elementarquantum. ....	127
<b>XII. Kapitel. Induktion.</b>	
78. Grundlagen der Induktion .....	128
79. Die Selbstinduktion .....	131
80. Kräfte in magnetischen Feldern .....	132
81. Der Einphasenwechselstrom .....	133
82. Dreiphasenwechselstrom. Transformator .....	136
83. Elektrische Schwingungen .....	137

	Seite
<b>XIII. Kapitel. Elektrische Strahlung. Theorie der Materie.</b>	
84. Kathoden- und Anoden- (Kanal-) Strahlen .....	139
85. Die Dreielektrodenröhre .....	141
86. Röntgenstrahlen .....	142
87. Radioaktivität .....	143
88. Atombau und periodisches System der chemischen Elemente ..	144
89. Relativitätstheorie .....	148
90. Bohrsche Sätze. Wasserstoffatom .....	149
<b>Register</b> .....	151

### Bemerkung.

Den Bezeichnungen liegen, soweit möglich, die Angaben des Deutschen Normenausschusses zugrunde (Din 1304).

---

## Literatur.

Dem Charakter einer „Formelsammlung“ entsprechend, gibt der vorliegende Band der Sammlung Göschen nur fertige Resultate ohne Ableitungen. Ableitungen findet der Leser in der ausgedehnten physikalischen Literatur, aus der einige wenige Werke namentlich genannt seien:

- Günther, Grundriß der Physik I und II, Hildesheim, Lax.  
Hund, Einführung in die theor. Physik Bd. I. Mechanik. Leipzig, Bibliograph. Institut.  
Rosenberg-Hauschulz-Ippisch, Grundriß der Physik I und II. Berlin u. Leipzig, Freytag.  
Grimsehl, Lehrbuch der Physik. Leipzig, Teubner.  
Lecher, Lehrbuch der Physik. Leipzig, Berlin, Teubner.  
Mie, Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus. Stuttgart, Enke.  
Riecke-Lecher, Lehrbuch der Physik. Berlin, Walter de Gruyter & Co.  
Schaefer, Einführung in die theoretische Physik. Berlin, Walter de Gruyter & Co.  
Schaefer-Bergmann, Grundaufgaben des physikalischen Praktikums. Leipzig, Teubner.  
Pohl, Einführung in die Mechanik, Akustik u. Wärmelehre. Berlin, Springer.  
Pohl, Einführung in die Elektrizitätslehre. Berlin, Springer.  
Pohl, Einführung in die Optik. Berlin, Springer.  
Sommerfeld, Mechanik. Leipzig, Akadem. Verlagsgesellschaft.  
Westphal, Lehrbuch der Physik. Berlin, Springer.

In diesen Werken finden sich z. T. auch Übungsbeispiele, eine größere Zahl von Beispielen finden sich u. a. in

- Mahler, Physikalische Aufgabensammlung. Sammlung Göschen Bd. 243.  
Bohn und Matthé, Sammlung physikalischer Aufgaben. Leipzig, Quelle & Meyer.  
Gottsbacher, Physikalische Aufgabensammlung. Leipzig u. Wien, Deuticke.
-

## I. Kapitel. Mechanik des materiellen Punktes und der starren Körper.

1. **Metrisches Maßsystem.** a) *Ausgangspunkt* für das metrische Maßsystem ist das Meter, ursprünglich festgesetzt

$$1 \text{ m} = \frac{1}{10\,000\,000} = 10^{-7} \text{ Erdquadranten,}$$

dargestellt durch den geradlinigen gegenseitigen Abstand zweier Strichmarken auf einem Platinstab bei 0° C. Später ergab sich mit wachsender Genauigkeit der Messungen, daß

$$1 \text{ m} = 0,999\,914 \cdot 10^{-7} \text{ Erdquadranten,}$$

doch besteht keine Veranlassung, deshalb das Grundmaß zu ändern, weil für die praktischen Anwendungen diese Abweichungen meist keine Bedeutung haben, für die Wissenschaft es viel mehr auf die Unveränderlichkeit des einmal angenommenen Grundmaßes ankommt.

Außerdem

1 m = 1553164,13 Wellenlängen der roten Kadmiumlinie.

Abgeleitete Längenmaße: mm, cm, dm, m, Dekameter, Hektometer, km; je 10 Einheiten des einen gleich einer des nächstfolgenden Maßes.

Außerdem

$$1 \mu = 1 \text{ Mikron} = 1/1000 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ cm}$$

$$1 \text{ m}\mu = 1 \text{ Millimikron} = 1/1\,000\,000 \text{ mm} = 10^{-7} \text{ cm}$$

$$1 \text{ A. E.} = 1 \text{ Angströmeinheit} = 1/10 \text{ m}\mu = 10^{-8} \text{ cm (Lichtwellen)}$$

$$1 \text{ XE.} = 1 \text{ X-Einheit} = 10^{-11} \text{ cm (Röntgenwellen)}$$

$$1 \text{ Lichtjahr} \approx 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 300\,000 \text{ km} \approx 9,5 \cdot 10^{12} \text{ km.}$$

1 parsek ist die Entfernung, von der aus gesehen der Halbmesser der Erdbahn um die Sonne unter einem Winkel von 1'' erscheint, entsprechend

$$3,0666 \cdot 10^{13} \text{ km} = 3,26 \text{ Lichtjahre.}$$

b) *Flächenmessung.* Maßeinheit 1 m<sup>2</sup> (1 cm<sup>2</sup>) d. i. ein Quadrat von 1 m (1 cm) Seitenkante.

## 8 Mechanik des materiellen Punktes und der starren Körper.

Abgeleitete Flächenmaße:  $\text{mm}^2$ ,  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$ ,  $\text{m}^2$ , a, ha,  $\text{km}^2$ ; je 100 Einheiten des einen gleich einer des nächstfolgenden Maßes.

c) *Raummessung*. Maßeinheit  $1 \text{ dm}^3$  ( $1 \text{ cm}^3$ ), d. i. ein Würfel von  $1 \text{ dm}$  ( $1 \text{ cm}$ ) Seitenkante.

Abgeleitete Maße:  $\text{mm}^3$ ,  $\text{cm}^3$ ,  $\text{dm}^3$ ,  $\text{km}^3$ ; je 1000 Einheiten des einen gleich einer des nächstfolgenden.

Außerdem  $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 = 1/100 \text{ hl}$ .

Genau:  $1 \text{ l}$  (Rauminhalt von  $1 \text{ kg}$  luftfreien Wassers größter Dichte bei  $1 \text{ Atm.}$  Druck) gleich  $1,000028 \text{ dm}^3$ , entsprechend der maximalen Dichte des Wassers bei  $4^\circ \text{ C}$  und  $760 \text{ Torr}$   $\rho = 0,999972 \pm 0,000002 \text{ g/cm}^3$ .

d) *Gewichtsmessung*. Maßeinheit  $1 \text{ kg}^*$  ( $1 \text{ g}^*$ ), d. i. das Gewicht von  $1 \text{ dm}^3$  ( $1 \text{ cm}^3$ ) Wasser bei  $4^\circ \text{ C}$ . Abgeleitet  $\text{mg}^*$ ,  $\text{g}^*$ ,  $\text{kg}^*$ ,  $\text{t}^*$ ; Übergangszahl 1000 wie bei c, vgl. Nr. 7f bis 7h.

**2. Die gleichförmige, geradlinige Bewegung.** Eine gleichförmige Bewegung ist eine Bewegung, bei der in gleichen Zeiten gleiche Wege zurückgelegt werden. Geschwindigkeit ist der in  $1 \text{ sek}$  zurückgelegte Weg. Bedeuten  $v$  die Maßzahl der Geschwindigkeit,  $t$  die der Zeit und  $s$  die des zurückgelegten Weges, so ist  $s = vt$ .

In vielen Fällen ist es zweckmäßig, den Weg durch den Inhalt eines Rechteckes zu versinnlichen, dessen Grundlinie und Höhe durch die Maßzahlen der Zeit bzw. der Geschwindigkeit gegeben sind. Die mittlere Geschwindigkeit  $v_0$  aus mehreren ( $n$ ) Geschwindigkeiten  $v_1, v_2, v_3 \dots v_n$  ist das arithmetische Mittel derselben:

$$v_0 = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n}{n}.$$

**3. Das Parallelogramm der Bewegungen.** Wird ein Körper gezwungen, gleichzeitig mehrere Bewegungen auszuführen, so ist das Endergebnis dasselbe, wie wenn er die Bewegungen nacheinander während derselben Zeit ausführen würde.

Wird also ein materieller Punkt  $A$  (Fig. 1) zu zwei Bewegungen angeregt, die einen Winkel  $\alpha$  miteinander bilden, so gelangt er in die vierte Ecke  $D$  desjenigen Parallelogramms, das man aus den beiden Einzelwegen  $s_1$  und  $s_2$  und dem von diesen eingeschlossenen Winkel  $\alpha$  konstruiert. Sind die beiden Bewegungen geradlinig und gleichförmig, so ist auch die resultierende Bewegung geradlinig und gleichförmig, und der Punkt  $A$  durchläuft die Diagonale  $AD$ . Bezeichnet man den Weg  $AD$  mit  $r$ , so ist

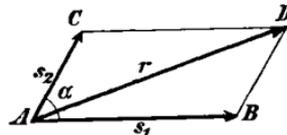


Fig. 1.

$$r^2 = s_1^2 + s_2^2 + 2 \cdot s_1 \cdot s_2 \cdot \cos \alpha.$$

Wird  $\alpha = 0$  bzw.  $180^\circ$ , so ergeben sich die besonderen Werte

$$r = s_1 \pm s_2.$$

Ist  $\alpha = 90^\circ$ , so kommt  $r^2 = s_1^2 + s_2^2$ .

Die Einzelwege heißen die Seitenwege, die Komponenten; der resultierende Weg der Mittelweg, die Resultante.

Soll der Mittelweg  $AD$  (Fig. 2) in zwei Seitenwege längs  $L_1$  und  $L_2$  zerlegt werden, so ziehe man  $DB \parallel L_2$  und  $DC \parallel L_1$ ; nun sind  $AB$  und  $AC$  die gesuchten Komponenten. — Hat man über die beiden Einzelwege keine weiteren Bestimmungen getroffen, so ist die vorliegende Aufgabe vieldeutig.

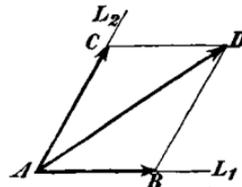


Fig. 2.

Sonderfall: „Projektionssatz“. Ist  $L_1 \perp L_2$  und bildet  $AD$  mit  $L_1$  den Winkel  $\alpha$ , so ist die waagerechte Komponente

$$AB = AD \cos \alpha,$$

die senkrechte

$$AC = AD \sin \alpha.$$

Unterliegt ein materieller Punkt gleichzeitig mehreren Bewegungen, so bestimmt man die Resultante folgendermaßen:

Zunächst werden zwei Wege zusammengesetzt, hierauf der

## 10 Mechanik des materiellen Punktes und der starren Körper.

Mittelweg mit dem dritten, der sich nun ergebende Weg mit dem vierten usw. Man konstruiert daher (Fig. 3) aus den Einzelwegen einen gebrochenen Zug  $ABFGH$ ; alsdann ist die

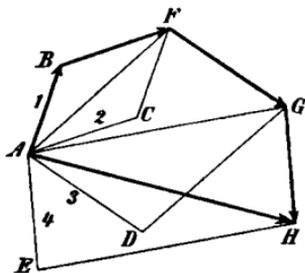


Fig. 3.

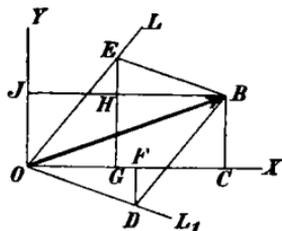


Fig. 4.

Schlußlinie  $AH$  die gesuchte Resultante. Schließt sich der Zug, so bleibt der Punkt in Ruhe.

Zerlegt man die Bewegung  $OB$  eines materiellen Punktes  $O$  (Fig. 4) in die Komponenten  $OE$  und  $OD$  von beliebigen Richtungen  $L$  und  $L_1$ , die durch  $O$  gehen, und projiziert die so erhaltenen Seitenbewegungen auf zwei zueinander senkrechte Achsen  $OX$  und  $OY$ , so ist die algebraische Summe der Projektionen auf jede Achse gleich den Komponenten  $OC$  und  $OJ$ , die unmittelbar aus der Zerlegung der  $OB$  längs  $OX$  und  $OY$  hervorgehen.

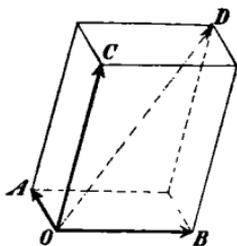


Fig. 5.

Im Raum ist das Parallelogramm der Bewegungen durch ein Parallelepiped zu ersetzen. Wird nämlich der Punkt  $O$  (Fig. 5) zu den Bewegungen  $OA$ ,  $OB$  und  $OC$  angeregt, deren Richtungen nicht in eine Ebene fallen, so gelangt er an die der Ecke  $O$  gegenüberliegende Ecke  $D$  des aus  $OA$ ,  $OB$  und  $OC$  als Kanten konstruierten Parallelepipeds.

**4. Die gleichförmig beschleunigte Bewegung.** Legt ein

Körper in gleichen Zeiten ungleiche Wege zurück, so ist seine Bewegung eine ungleichförmige. Unter Geschwindigkeit in einem bestimmten Zeitpunkt versteht man in diesem Fall den Weg, den der Körper von jenem Zeitpunkt ab in einer Sekunde zurücklegen würde, falls er sich nun gleichförmig weiterbewegte. Je nachdem die Geschwindigkeiten in den aufeinanderfolgenden gleichen Zeiteilen wachsen oder abnehmen, heißt die Bewegung beschleunigt oder verzögert. Die Geschwindigkeitszunahme in der Sekunde heißt Beschleunigung. Ändert sich diese während der Dauer der Bewegung nicht, so führt der materielle Punkt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus. Bezeichnen  $v_0$  die Anfangsgeschwindigkeit,  $b$  die Beschleunigung,  $v$  die Geschwindigkeit zur Zeit  $t$ ,  $s$  den Weg, den der Körper während dieser Zeit zurücklegt, so gelten folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned}v &= v_0 + bt \\s &= v_0 t + \frac{1}{2} bt^2 \\v^2 &= v_0^2 + 2bs.\end{aligned}$$

Für die gleichförmig beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit ist

$$\begin{aligned}v &= bt \\s &= \frac{1}{2} bt^2 \\v^2 &= 2bs.\end{aligned}$$

Allgemein gilt für jede Bewegung

$$\begin{aligned}v &= \frac{ds}{dt} \\b &= \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}\end{aligned}$$

d. h. die Geschwindigkeit ist die erste, die Beschleunigung die zweite Ableitung des Weges nach der Zeit.

Ist die Bewegung gleichmäßig verzögert und bedeutet  $b$  die (konstante) Verzögerung, so ist

$$\begin{aligned}v &= v_0 - bt, \\s &= v_0 t - \frac{1}{2} bt^2, \\v^2 &= v_0^2 - 2bs.\end{aligned}$$

## 12 Mechanik des materiellen Punktes und der starren Körper.

Geschwindigkeiten und Beschleunigungen werden wie Wege zusammengesetzt und zerlegt (vgl. Nr. 3).

### 5. Freier Fall und Bewegung auf der schiefen Ebene.

a) Im luftleeren Raum fallen alle Körper gleich schnell.

Der freie Fall ist innerhalb unseres Beobachtungsgebietes eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit der konstanten Beschleunigung  $g = 9,81 \text{ msek}^{-2}$ :

$$\begin{aligned}v &= gt, \\s &= \frac{1}{2} g t^2, \\v^2 &= 2 g s.\end{aligned}$$

Genauer Wert der Schwerebeschleunigung:

$$\begin{aligned}\text{Standardwert } g &= 980,665 \text{ cm/sek}^2 \\ \text{unter } 45^\circ \text{ Breite } g_1 &= 980,616 \text{ cm/sek}^2.\end{aligned}$$

$\alpha$ ) Die Fallgeschwindigkeiten wachsen proportional den Zeiten.

$\beta$ ) Die Fallräume in den einzelnen Sekunden wachsen wie die ungeraden Zahlen.

$\gamma$ ) Die Fallräume von Anfang an gerechnet bis zum Ende der einzelnen Sekunden wachsen wie die Quadrate der Zeiten.

$\delta$ ) Die Fallbeschleunigung  $g$  ist konstant und gleich  $981 \text{ cm/sek}^2$ .

b) Ist  $\alpha$  der Neigungswinkel der *schiefen Ebene*, so gelten für die gleichförmig beschleunigte Bewegung längs derselben die Formeln ( $h$  Höhe der schiefen Ebene)

$$\begin{aligned}v &= g \sin \alpha \cdot t \\s &= \frac{1}{2} \cdot g \sin \alpha \cdot t^2 \\v^2 &= 2 \cdot g \sin \alpha \cdot s = 2 g h.\end{aligned}$$

Hat aber der Punkt die Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$ , so ist

$$\begin{aligned}v &= v_0 \pm g \sin \alpha \cdot t \\s &= v_0 t \pm \frac{1}{2} \cdot g \sin \alpha \cdot t^2 \\v^2 &= v_0^2 \pm 2 \cdot g \sin \alpha \cdot s.\end{aligned}$$

Das  $+$ -Zeichen gilt für die Bewegung nach abwärts, das  $-$ -Zeichen für die Bewegung nach aufwärts, in diesem Fall handelt es sich um eine gleichmäßig verzögerte Bewegung.

**6. Der Wurf.** a) Senkrechter Wurf. Ein mit der Geschwindigkeit  $v_0$  senkrecht abwärts bzw. aufwärts geworfener Massenpunkt führt eine gleichmäßig beschleunigte bzw. verzögerte Bewegung mit der Beschleunigung (Verzögerung)  $g$  aus, daher

$$\begin{aligned} v &= v_0 \pm gt \\ s &= v_0 t \pm \frac{1}{2} gt^2 \\ v^2 &= v_0^2 \pm 2gs. \end{aligned}$$

Für den senkrechten Wurf nach oben ist die Steigdauer  $t_1$ , bzw. die Steighöhe  $s_1$

$$t_1 = v_0/g, \quad s_1 = v_0^2/2g;$$

ferner gilt für diesen Fall:

Der Massenpunkt erreicht den Ausgangspunkt seiner Bahn mit der gleichen Geschwindigkeit, mit der er ihn verließ. Ein senkrecht in die Höhe geworfener Körper steigt ebenso lange, als er fällt.

Da man ferner jeden Punkt der Wurfbahn als Ausgangspunkt der Bewegung betrachten kann, so durchläuft der Massenpunkt irgendeine seine Bahn durchschneidende waagerechte Ebene beim Hinauf- und Hinabsteigen mit der gleichen Geschwindigkeit, und die beiden Momente des Durchgangs liegen zeitlich vom Augenblick der höchsten Erhebung gleich weit ab.

b) Schiefer Wurf. Ein Massenpunkt wird mit der Geschwindigkeit  $v_0$  unter dem Erhebungswinkel  $\alpha$  gegen die Waagrechte schief nach aufwärts geworfen (Fig. 6).

Waagrechte Komponente der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$

$$AC = v_x = v_0 \cos \alpha,$$

senkrechte Komponente

$$AD = v_y = v_0 \sin \alpha,$$

erstere ändert sich während der Bewegung nicht, letztere beträgt nach  $t$  Sekunden

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt.$$

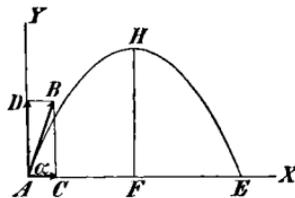


Fig. 6.

14 Mechanik des materiellen Punktes und der starren Körper.

Die Projektionen  $x$  und  $y$  des in der Zeit  $t$  zurückgelegten Weges auf die Achsen sind

$$\begin{aligned}x &= v_0 \cos \alpha \cdot t \\y &= v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2\end{aligned}$$

Bahngleichung: 
$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}.$$

Der bewegliche Punkt beschreibt eine Parabel mit senkrechter Achse, welche die Richtung  $AB$  der Anfangsgeschwindigkeit in  $A$  berührt.

Wurfweite  $AE = X = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha,$

sie ist am größten für  $\alpha = 45^\circ$ ; für komplementäre Erhebungswinkel ist sie gleichgroß.

Die Zeit, die der Punkt zur Erreichung seiner größten Erhebung benötigt, ist

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Die Wurfhöhe  $FH = Y = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$

Die Geschwindigkeit  $v$  zur Zeit  $t$  ist gegeben durch

$$\begin{aligned}v^2 &= v_x^2 + v_y^2 \\&= v_0^2 + g^2 t^2 - 2gtv_0 \sin \alpha \\&= v_0^2 - 2gy.\end{aligned}$$

Der Winkel  $\gamma$  zwischen der Richtung von  $v$  und der Waagrechten ist

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha - \frac{gt}{v_0 \cos \alpha}.$$

Besonderer Fall: Waagrechter Wurf (+  $y$ -Achse nach unten)

$$\begin{aligned}v_x &= v_0 & x &= v_0 t \\v_y &= gt & y &= \frac{1}{2} g t^2.\end{aligned}$$

Alle Formeln dieser Nummer gelten streng nur für die Bewegung im luftleeren Raum.

**7. Masse. Kraft.** a) Jeder sich selbst überlassene Körper besitzt im luftleeren Raum ein Gewicht, das sich darin äußert, daß er auf seine Unterlage drückt; er besitzt also die Eigenschaft der „Schwere“.

Jeder Körper braucht eine gewisse Zeit, um seinen Bewegungszustand zu ändern, er ist träge; das Maß dieser Eigenschaft ist die „träge Masse“.

b) 1. *Bewegungsgesetz von Newton*, das Gesetz des Beharrungsvermögens oder der Trägheit: Jeder Körper verharrt in dem Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung in geradliniger Bahn, wenn er nicht durch äußere Kräfte gezwungen wird, diesen Bewegungszustand zu ändern.

c) 2. *Bewegungsgesetz von Newton*: Die Beschleunigung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und erfolgt nach der Richtung der geraden Linie, in der die Kraft wirkt.

Allgemeine Formulierung: Die Änderung der Bewegungsgröße (Impuls Nr. 8) ist nach Größe und Richtung proportional der wirkenden Kraft, in Formel

$$\frac{d}{dt}(mv) = P,$$

wenn  $m$  die Masse,  $v$  die Geschwindigkeit,  $P$  die Kraft ist (gilt auch für nichtkonstante Massen, vgl. Nr. 89d, 4).

d) 3. *Bewegungsgesetz von Newton*: Die Wirkungen zweier Körper aufeinander sind stets einander gleich und von entgegengesetzter Richtung.

e) Bewegende Kraft = Masse  $\times$  Beschleunigung

$$P = m \cdot b$$

Gewicht = Masse  $\times$  Erdbeschleunigung

$$G = m \cdot g.$$

f) Grundeinheiten des technischen oder praktischen Maßsystems: Länge ( $m$ ), Zeit (Stunde oder Sekunde), Kraft (Kilogrammgewicht =  $\text{kg}^*$ , im Unterschied zur Kilogrammmasse, die mit  $\text{kg}$  bezeichnet wird, statt  $\text{kg}^*$  neuerdings oft  $\text{kp}$ ).

16 Mechanik des materiellen Punktes und der starren Körper.

g) Grundeinheiten des absoluten oder C. G. S.-Systems: Länge (cm), Zeit (sek), Masse (g).

Die Maßeinheit der Masse ist das Gramm. Ein Gramm Masse (1 g) ist die Masse von 1 cm<sup>3</sup> Wasser bei 4° C, genau beträgt die Masse von 1 cm<sup>3</sup> Wasser bei 4° C 0,999973 g.

h) Einheit der Kraft im C.G.S.-System: ein Dyn, das ist diejenige Kraft, die der Gramm Masse die Beschleunigung von 1 cm/sek<sup>2</sup> erteilt.

1 Grammgewicht = 1 g\* = 981 dyn = 1 pond (p).

i) Bestimmungsstücke einer Kraft sind Größe, Richtung, Angriffspunkt, Zeitdauer.

k) Einem *Vektor* kommen Größe und Richtung, einem *Skalar* nur Größe zu.

Vektoren: Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft.

Skalare: Masse, Dichte.

**8. Impuls. Energie. Leistung.** a) Unterliegt die Masse  $m$  der steten Einwirkung der unveränderlichen Kraft  $P$ , so bewegt sie sich gleichmäßig beschleunigt und es ist

$$mv = Pt, \quad ms = \frac{1}{2} Pt^2, \quad Ps = \frac{1}{2} mv^2.$$

Besäß jedoch die Masse, als die Kraft  $P$  einsetzte, die Geschwindigkeit  $v_0$ , so ist, je nachdem  $v$  oder  $v_0$  größer ist,

$$\begin{aligned} m(v - v_0) &= \pm Pt \\ m(s - v_0 t) &= \pm \frac{1}{2} Pt^2 \\ Ps &= \pm \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2). \end{aligned}$$

Das Produkt  $mv$  heißt die Bewegungsgröße oder der Impuls, das Produkt  $Pt$  die „Zeitsumme der Kraft“ oder der Kraftstoß, es ist also der Impuls gleich dem Kraftstoß. Allgemein Kraftstoß gegeben durch  $\int P dt$ .

Darin liegt auch der Satz: Wirkt auf die Massen  $m$  und  $m_1$  eine und dieselbe Kraft gleich lang ein und erlangen sie dadurch die Geschwindigkeiten  $v$  und  $v_1$ , so ist

$$mv = m_1 v_1.$$

b) Allgemein gilt

$$\begin{aligned} \text{Arbeit} &= \text{Kraft} \times \text{Weg} \\ A &= P \cdot s, \end{aligned}$$

technische Einheit: 1 mkg\*, d. i. die Arbeit, die notwendig ist, um 1 kg\* 1 m hoch zu heben.

C.G.S.-Einheit: 1 erg (dyncm), d. i. die Arbeit, die geleistet wird, wenn 1 dyn Kraft längs eines cm Weg wirkt.

$$10^7 \text{ erg} = 1 \text{ Joule}$$

$$1 \text{ mkg}^* = 9,81 \text{ Joule.}$$

c) Leistung oder Effekt = Arbeit in einer Sekunde, somit  $N = A/t$  bzw.  $A = N \cdot t$ .

Technische Einheit:

$$1 \text{ Pferdestärke (1 PS)} = 75 \text{ mkg}^*/\text{sek.}$$

C.G.S.-Einheit:

$$1 \text{ Watt} = 1 \text{ Joule/sek}$$

$$1 \text{ PS} = 736 \text{ Watt} \approx \frac{3}{4} \text{ Kilowatt (KW)}$$

$$1 \text{ KW} = 1000 \text{ Watt} \approx \frac{4}{3} \text{ PS}$$

1 Pferdekraftstunde (1 PSh) bzw. 1 Kilowattstunde (1 kWh) ist die Arbeit 1 PS bzw. 1 kW eine Stunde lang.

$$1 \text{ PSh} : 270\,000 \text{ mkg}^*$$

$$1 \text{ kWh} \approx 360\,000 \text{ mkg}^*.$$

$$\text{Wirkungsgrad oder Nutzeffekt} = \frac{\text{geleistete Arbeit}}{\text{aufgewendete Arbeit}}$$

d) Energie ist die Fähigkeit, Arbeit zu leisten.

Energie der Lage gemessen durch  $Gh$  erg bzw. mkg\* ( $h$  Höhe über der tiefsten möglichen Lage).

Energie der Bewegung gemessen durch  $\frac{1}{2}mv^2$  erg bzw. mkg\*. Die Umwandlung von Lagen- und Bewegungs-Energie ineinander in einem abgeschlossenen System erfolgt ohne Gewinn oder Verlust (Satz von der Erhaltung der Energie, vgl. Nr. 41, III).

Spannungsenergie einer Feder gemessen durch  $\frac{1}{2}Ps$  (Kraft  $P$  ist der Dehnung bzw. Verkürzung  $s$  der Feder proportional).

**9. Die Dimension.** Jeder Ausdruck, der die Abhängigkeit eines abgeleiteten Begriffes aus den Grundbegriffen der Masse