EINFÜHRUNG IN DIE THEORETISCHE PHYSIK

MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG IHRER MODERNEN PROBLEME

VON

ARTHUR HAAS

DR. PHIL.,
PROFESSOR FÜR PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN

ZWEITER BAND

MIT 85 ABBILDUNGEN IM TEXT
UND AUF SECHS TAFELN

FÜNFTE UND SECHSTE, ABERMALS VÖLLIG UMGEARBEITETE
UND WESENTLICH VERMEHRTE AUFLAGE

BERLIN UND LEIPZIG 1930

WALTER DE GRUYTER & CO.

VORMALS G. J. GÖSCHEN'SCHE VERLAGSHANDLUNG - J. GUTTENTAG, VERLAGSBUCHHANDLUNG - GEORG REIMER - KARL J. TRÜBNER - VEIT & COMP.

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung, vorbehalten.

Copyright 1930 by Walter de Gruyter & Co.
vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung — J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung — Georg Reimer — Karl J. Trübner — Veit & Comp.
Berlin W 10, Genthiner Straße 38.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage des zweiten Bandes.

In dem zweiten Bande des Buches werden die theoretisch-physikalischen Probleme behandelt, die ihre Entstehung letzten Endes der atomistisch-statistischen Auffassung der Physik, der PLANCKschen Hypothese des elementaren Wirkungsquantums und dem EINSTEINschen Relativitätsprinzip verdanken. Wohl brachte es die geschichtliche Entwicklung mit sich, daß die Bedeutung des elementaren Wirkungsquantums zunächst bei den komplizierteren statistischen Problemen offenbar wurde und erst nachträglich bei den ungleich einfacheren Erscheinungen des einzelnen Atoms. Die übliche Darstellung entspricht der geschichtlichen Entwicklung; aber der methodisch und didaktisch richtigere Weg dürfte wohl der entgegengesetzte sein. Darum wird in diesem Buche das Quantenprinzip mittels der durch die Erfahrung gut bestätigten Lichtquantenhypothese in die Atomtheorie eingeführt . . .

Durch die wunderbaren und quantitativ auf das genaueste erfüllten Gesetzmäßigkeiten, die die moderne Theorie in den Spektralerscheinungen aufgedeckt und richtig gedeutet hat, erscheint heute die Existenz der Atome als eine völlig sichere Erkenntnis der Physik und keineswegs mehr als bloße Arbeitshypothese wie vielleicht noch vor einem Vierteljahrhundert. Die statistische Deutung der Wärmeerscheinungen erscheint darum heute . . . als die durch die Tatsachen geforderte; wie denn umgekehrt auch wiederum eine physikalische Interpretation der Gesetzmäßigkeiten notwendig wird, die sich nach allgemein statistischen Methoden für die individuelle Energieverteilung ergeben. Die Thermodynamik wird darum . . . statistisch begründet, und zwar in einer möglichst allgemeinen Form, die keine speziellen Voraussetzungen über die Art der individuell verteilten Energie erfordert . . . .

Wien, Ostern 1921.

Aus dem Vorwort zur dritten und vierten Auflage des zweiten Bandes.

Gegenüber der ersten und zweiten Auflage unterscheidet sich in der neuen Doppelauflage der zweite Band vor allem dadurch, daß darin die Atomtheorie eine völlige Umgestaltung und zugleich eine Erweiterung ihres Umfanges auf das Dreifache des bisherigen erfahren hat . . . In der

Relativitätstheorie ist eine wesentliche Vereinfachung und Kürzung der Deduktionen dadurch möglich geworden, daß bereits in dem ersten Band der neuen Auflage eine einheitliche vektorielle Methode entwickelt wurde, die sich in der Relativitätstheorie als sehr nützlich erweist . . .

Wien, im Juli 1924.

Vorwort zur fünften und sechsten Auflage des zweiten Bandes.

Im Gegensatz zu dem ersten Bande, der der „klassischen" Physik, ohne Eingehen auf atomistische Vorstellungen, gewidmet war, behandelt der zweite Band im wesentlichen die theoretisch-physikalischen Probleme des zwanzigsten Jahrhunderts; er gliedert sich in Atomtheorie, statistische Physik und Relativitätstheorie.

Die sehr vermehrte Darstellung der Atomtheorie unterscheidet sich fast völlig von der Behandlung in der vorhergegangenen Auflage dieses Werkes, deckt sich aber ziemlich mit der im Sommer 1929 erschienenen zweiten Auflage meines Buches „Atomtheorie"; doch wurden allenthalben die Fortschritte der letzten Monate berücksichtigt, so z. B. die Forschungen über Hyperfeinstruktur, Kernmomente, Paramolekeln usw.

Im wesentlichen völlig neu ist der Teil des Werkes, der in vier Kapiteln die statistische Physik behandelt, und zwar die statistische Begründung der Thermodynamik, die kinetische Gastheorie und die molekularen Schwankungserscheinungen, dann die statistische Mechanik und schließlich die Quantenstatistik mit besonderer Berücksichtigung der Boseschen und der Fermischen Statistik und der Anwendungen, die diese beiden neuen Methoden gefunden haben.

Der der Relativitätstheorie gewidmete Teil ist um einen Abschnitt über das relativistische Elektron vermehrt; auch ist der Abschnitt über die Größe und Masse des Universums umgearbeitet worden.

Literaturangaben glaubte ich bei solchen Forschungen weglassen zu dürfen, die schon zwanzig Jahre alt oder noch älter sind. Die vielen, in diesem Bande vorkommenden Autornamen stellen natürlich nicht das Ergebnis irgendeiner Auswahl dar. Es fehlen naturgemäß die Namen vieler hochbedeutender Forscher, wofern die von ihnen behandelten Probleme außerhalb des Rahmens der Darstellung dieses Buches fallen oder ihre Arbeiten durch spätere anderer Autoren überholt sind.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, den Herren Dr. Eugen Guth, Ing. Dr. Wilhelm Reif und cand. math. Gerhard Lüders für die wertvolle Hilfe zu danken, die sie mir bei dem Lesen der Korrekturen der neuen Teile dieses Bandes zuteil werden ließen. Wertvolle Anregungen verdanke ich, wie bei dem ersten Bande, auch dem Veranstalter der englischen Übersetzung dieses Werkes, Herrn Dr. Terence Verschoyle.

Wien, im September 1930.

Arthur Haas.

Inhalt des zweiten Bandes.

Vierter Teil.

Atomtheorie.

XIII. Kapitel. Elektronen, Atome und Lichtquanten.

		Seite
§ 108.	Das elektrische Elementarquantum	3
§ 109.	Die Elektrolyse und die Masse des Wasserstoffatoms	9
§ 110.	Die negative Strahlung und das Elektron	11
§ 111.	Die positive Strahlung	16
§ 112.	Das elementare Wirkungsquantum	20
§ 113.	Lichtkorpuskeln und Materiewellen	21
§ 114.	Das Kernatom	26
§ 115.	Die charakteristischen Potentiale und die Spektralterme	27
§ 116.	Die Grundstoffreihe	32
§ 117.	Die chemische Periodizität	35

XIV. Kapitel. Die Grundlagen der Atommechanik.

§ 118.	Die Theorie von de Broglie	39
§ 119.	Die Theorie von Schrödinger	43
§ 120.	Die Quantenmechanik von Heisenberg	49
§ 121.	Die statistische Deutung der Materiewellen	54
§ 122.	Der Drehimpuls der Elektronen und Atome	55
§ 123.	Die Multiplizität der Spektralterme	60
§ 124.	Die Aufspaltung der Spektralterme im Magnetfeld	62
§ 125.	Das Paulische Prinzip	65

XV. Kapitel. Die Spektren der Atome.

§ 126.	Das Spektrum des Wasserstoffs	68
§ 127.	Das Spektrum des ionisierten Heliums	75
§ 128.	Die Spektren der Atome mit einem Valenzelektron	80
§ 129.	Die Spektren der Atome mit zwei Valenzelektronen	86
§ 130.	Die Spektralterme äquivalenter Elektronensysteme	91
§ 131.	Die Spektren der Achterreihen	95
§ 132.	Die Spektren der Achtzehnerperioden	97
§ 133.	Die Röntgenspektren	103
§ 134.	Das periodische System	112
§ 135.	Der Zeeman-Effekt	119
§ 136.	Der Stark-Effekt	127
§ 137.	Die Intensitäten der Spektrallinien	130

Seite
§ 138. Das Magneton 132
§ 139. Die angeregten Zustände der Atome 137

XVI. Kapitel. Die Röntgenstrahlen.

§ 140. Die Raumgitter 145
§ 141. Die Netzebenen 150
§ 142. Die Interferenz der Röntgenstrahlen in den Kristallen 155
§ 143. Die Verwandtschaft zwischen Elektronenstrahlen und Röntgenstrahlen . 162

XVII. Kapitel. Die Atomkerne.

§ 144. Die Isotopie 165
§ 145. Der Packungseffekt 171
§ 146. Kernzerfall und Grundstoffverwandlung 172
§ 147. Das radioaktive Gleichgewicht 176
§ 148. Die Umwandlungsreihen 181
§ 149. Die materielle Strahlung der Radioelemente 188
§ 150. Gamma-Strahlung und Kernniveaus 193
§ 151. Die kosmischen Strahlen 196
§ 152. Die Zertrümmerung der Grundstoffe 198
§ 153. Die Struktur der Atomkerne und die HARKINSschen Regeln 200

XVIII. Kapitel. Die Molekeln.

§ 154. Die Rotationsschwingungsspektren 206
§ 155. Die Bandenspektren 209
§ 156. Kernabstand und Dissoziationsenergie 217
§ 157. Die chemischen Bindungen 221
§ 158. Die Atomgitter 226
§ 159. Die Elektrolyte 228
§ 160. Die Polarität der Molekeln 229

XIX. Kapitel. Die Wechselwirkung zwischen Licht und Materie.

§ 161. Die Dispersion 231
§ 162. Der lichtelektrische Effekt 233
§ 163. Die Umwandlung von Elektronenstrahlung in Lichtwellen 234
§ 164. Der COMPTON-Effekt 236
§ 165. Die Verwandlung von Materie in Licht 240

Fünfter Teil.

Statistische Physik.

XX. Kapitel. Die statistische Begründung der Thermodynamik.

§ 166. Die statistische Wahrscheinlichkeit 245
§ 167. Der Verteilungsmodul 250
§ 168. Die kanonische Verteilung der Energie 253
§ 169. Der Gleichverteilungssatz 255
§ 170. Der Satz vom Virial 257
§ 171. Das BOLTZMANNsche Entropiegesetz 258
§ 172. Die Irreversibilität 260

Seite

XXI. Kapitel. Die kinetische Theorie der Gase.

§ 173. Die molekulare Geschwindigkeit 263
§ 174. Die spezifische Wärme der Gase 264
§ 175. Stoßzahl und freie Weglänge 266
§ 176. Die innere Reibung 268
§ 177. Das MAXWELLsche Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung 270
§ 178. Die BROWNsche Bewegung 273
§ 179. Das Sedimentationsgleichgewicht 277

XXII. Kapitel. Statistische Mechanik.

§ 180. Der Phasenraum 280
§ 181. Das LIOUVILLEsche Theorem 282
§ 182. Wiederkehrsatz und Ergodenhypothese 285
§ 183. Die mikrokanonische Zustandsverteilung 287
§ 184. Die Streuung der Energie 289
§ 185. Die GIBBSschen Analoga der Entropie 291

XXIII. Kapitel. Quantenstastitik.

§ 186. Die Zellenteilung des Impulsraumes 295
§ 187. Das Prinzip der elementaren Unschärfe 299
§ 188. Die Statistik der Lichtquanten 300
§ 189. Das PLANCKsche Strahlungsgesetz 303
§ 190. Die statistische Deutung der Nullpunktsentropie 308
§ 191. Die spezifische Wärme fester Körper 310
§ 192. Die Rotationswärme 314
§ 193. FERMI-Statistik und Gasentartung 319
§ 194. Die Statistik der Metallelektronen 326
§ 195. Der RICHARDSON-Effekt 329
§ 196. Die kalte Elektronenemission 331
§ 197. Die Emission der Alpha-Teilchen 333

Sechster Teil.

Relativitätstheorie.

XXIV. Kapitel. Die spezielle Relativitätstheorie.

§ 198. Der Versuch von MICHELSON 337
§ 199. Das Relativitätsprinzip von EINSTEIN 341
§ 200. Die MINKOWSKI-Welt 343
§ 201. Die LORENTZ-Transformation 345
§ 202. Die Relativität des Zeit- und des Längenmaßes 348
§ 203. Die Zusammensetzung von Geschwindigkeiten 350
§ 204. Der Versuch von FIZEAU 353
§ 205. Die relativistische Dynamik 355
§ 206. Die träge Masse der Energie 359
§ 207. Die Welttensoren 360
§ 208. Der elektromagnetische Feldtensor 363
§ 209. Der Materietensor 365
§ 210. Die relativistische Theorie des Elektrons 366

XXV. Kapitel. Theorie der Gravitation.

Seite
§ 211. Das Gravitationsgesetz als Verallgemeinerung des Beharrungsgesetzes . . 371
§ 212. Die GAUSSischen Koordinatensysteme 379
§ 213. Die Verallgemeinerung des Tensorbegriffs 381
§ 214. Der metrische Fundamentaltensor 384
§ 215. Die geodätische Linie 387
§ 216. Der RIEMANNsche Tensor 391
§ 217. Das EINSTEINsche und das NEWTONsche Gravitationsgesetz 394
§ 218. Die räumliche und zeitliche Metrik im Gravitationsfelde 400
§ 219. Die empirische Bestätigung der EINSTEINschen Gravitationstheorie . . . 403
§ 220. Größe und Masse des Universums 405

Anhang.

Zusammenfassung des Inhalts des zweiten Bandes 411
Übersicht über die häufigsten Bezeichnungen 432
Die universellen Konstanten der Physik 434
Literaturübersicht 435
Namenverzeichnis 436
Sachverzeichnis 443

Bemerkung. Der Leser, dem die §§ 185, 210 und 212—218 zu schwierig sind, möge diese Abschnitte überschlagen.

VIERTER TEIL

ATOMTHEORIE

XIII. Kapitel.

Elektronen, Atome und Lichtquanten.

§ 108. Das elektrische Elementarquantum.

So alt wie alle theoretische Physik ist auch der Gedanke, daß die Materie eine individuelle Zusammensetzung besitze, daß sie aus winzig kleinen, unsichtbaren, einzelnen Teilchen bestehe. Dieser Gedanke ist schon im Altertum von dem griechischen Philosophen DEMOKRIT begründet worden, der die unsichtbaren kleinsten Teilchen, in die er die Materie auflöste, als Atome bezeichnete. Dieser Ausdruck wird auch von der modernen Naturwissenschaft für die kleinsten Teilchen der chemischen Grundstoffe beibehalten; auf die Zusammenfügung der Atome zu sogenannten Molekeln führt ja die neuere, von DALTON begründete Chemie die Mannigfaltigkeit der chemischen Verbindungen zurück.

Eine Fülle physikalischer Erscheinungen offenbart es aber nun, daß die Atome jedenfalls elektrische Ladungen enthalten müssen. Vor allem zeigt die Tatsache der Elektrolyse, daß die Atome durch elektrische Kräfte beeinflußt werden. Auch das altbekannte Phänomen der durch die Materie bewirkten Dispersion des Lichtes konnte seit dem Bestehen der elektromagnetischen Lichttheorie nicht anders gedeutet werden als durch die Annahme einer Wechselwirkung zwischen elektromagnetischen Wellen und elektrischen Ladungen, die in den Atomen der Materie enthalten sind. Die Vorstellung einer atomistischen Struktur der Materie führte so mit Notwendigkeit zu der Vorstellung eines Atomismus der Elektrizität, also zu dem Begriff eines Elementarquantums der Elektrizitätsmenge. Doch nicht allein theoretische Erwägungen leiteten zu dieser für die moderne Atomtheorie fundamentalen Annahme; sie findet eine unmittelbare empirische Bestätigung in Versuchen von MILLIKAN, die auch eine direkte, sehr genaue Bestimmung des elektrischen Elementarquantums ermöglichten.

MILLIKANS Versuche beziehen sich auf einzelne kleine Materieteilchen, die schwache elektrische Ladungen tragen und deren Bewegungen unter dem zweifachen Einfluß der eigenen Schwere und eines vertikal nach aufwärts gerichteten Feldes mittels eines Mikroskopes untersucht werden. Diese Methode der sogenannten „Individual-

beobachtung"[1] wurde im Jahre 1909 von EHRENHAFT und etwas später auch von MILLIKAN ersonnen und in den folgenden Jahren weiter ausgebildet und verwertet.[2]

MILLIKAN experimentierte mit Öltröpfchen, die einen Durchmesser von ungefähr 10^{-4} cm hatten; gegenüber Teilchen aus anderem Material haben die Öltröpfchen den Vorzug, daß sie nicht durch Verdunstung ihre Größe ändern. Mittels eines Zerstäubers wird ein feiner Sprühregen von Öl in eine Kammer geblasen, aus der durch eine kleine, im Boden angebrachte Öffnung bisweilen ein Tröpfchen in einen unterhalb der Kammer befindlichen Kondensator eintritt, der von zwei parallelen, horizontalen Platten gebildet wird. Infolge der bei dem Zerstäuben eintretenden Reibung ist ein solches Tröpfchen fast immer elektrisch geladen. Durch einen Umschalter können die Platten des Kondensators an eine Akkumulatorenbatterie von etwa 10000 Volt Spannung angeschlossen werden. Das im Kondensator befindliche Teilchen wird durch starke Lichtquellen von der Seite her beleuchtet und zugleich durch ein in dem Kondensator angebrachtes Fenster mittels eines Mikroskopes betrachtet; es erscheint dann, ohne daß seine wahre Gestalt kenntlich würde, als heller Punkt auf schwarzem Hintergrund. Ist das elektrische Feld nicht eingeschaltet, so sinkt ein solches Tröpfchen infolge seiner Schwere und der starken Reibung mit konstanter Geschwindigkeit langsam zu Boden; wird hingegen durch Umschaltung die Spannung der Batterie angelegt, so bewegt sich das Teilchen, und zwar ebenfalls mit konstanter Geschwindigkeit, langsam nach aufwärts, woferne die elektrische Kraft nicht allzusehr über die Schwere überwiegt. (Bei der angegebenen Tropfengröße und der angegebenen Spannung besteht gerade das richtige Verhältnis.) Indem man immer im richtigen Augenblick umschaltet, kann man derart ein Tröpfchen beliebig oft zwischen den beiden Kondensatorplatten hin und her wandern lassen.

Infolge der starken Reibung ist sowohl bei der Abwärts- als auch bei der Aufwärtsbewegung die Geschwindigkeit der einwirkenden Kraft proportional, wie dies sowohl aus mechanischen Beziehungen folgt, als auch durch die Versuche unmittelbar bestätigt wird. Bezeichnen wir also die Geschwindigkeit der Abwärtsbewegung mit v_1 und die der Aufwärtsbewegung mit v_2, bezeichnen wir ferner die Masse des Tröpfchens mit m und seine Ladung mit Q, die Beschleunigung der Erdschwere mit g

[1] Das wesentlich Neue an dieser Methode war eben, daß sie sich auf einzelne Teilchen bezog, während frühere Methoden sich immer nur auf die Mittelwerte der Ladungen einer großen Zahl von Teilchen bezogen hatten.

[2] MILLIKAN hat über seine Forschungen zusammenhängend in seinem Buche berichtet „The Electron, its Isolation and Measurement", Chicago 1917; deutsch von K. STÖCKEL, Braunschweig 1922 (Sammlung „Die Wissenschaft", Verlag VIEWEG, Band 69). — MILLIKANS erste Mitteilung erfolgte im August 1909 (in den Berichten der Britischen Naturforscherversammlung zu Winnipeg), EHRENHAFTS erste Mitteilung im März 1909 (im Anzeiger der Wiener Akademie).

und die elektrische Feldstärke (also den Quotienten aus Spannung und Plattenabstand) mit E, so muß daher die Beziehung bestehen:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{QE - mg}{mg}. \tag{1}$$

Die Geschwindigkeit wird nun einfach bestimmt, indem man die Zeit mißt, die das Teilchen braucht, um die Strecke zwischen zwei Querfäden im Beobachtungsfernrohr zurückzulegen. Tab. I gibt in Sekunden die Werte wieder, die MILLIKAN bei einem Versuche für die Zeit t_1 der Abwärts- und die Zeit t_2 der Aufwärtsbewegung zwischen den Querfäden erhielt; dem Abstand der Querfäden entsprach dabei eine wirkliche Fallstrecke von 0,5222 cm.

Tabelle I.

t_1	t_2	t_1	t_2
13,6	12,5	13,8	34,6
13,8	12,4	13,7	34,8
13,4	21,8	13,8	16,0
13,4	34,8	13,6	34,8
13,6	84,5	13,5	34,6
13,6	85,5	13,4	21,9
13,7		13,8	
13,5		13,4	
13,5		Mittelwert: 13,595	

Wie die Tabelle zeigt, erfolgt die Abwärtsbewegung des Teilchens bei der gegebenen Batteriespannung immer mit derselben Geschwindigkeit; hingegen nimmt die Größe t_2 (und somit auch die Größe v_2) abwechselnd verschiedene Werte an, wobei im Verlaufe der Hin- und Herbewegung frühere Werte später wiederkehren.

Die sprunghaften Änderungen des Wertes von t_2 müssen offenbar darauf zurückgeführt werden, daß das positiv elektrische Öltröpfchen Luftionen einfängt und daß sich dadurch die Ladung des bewegten Teilchens ändert. Die Anlagerung eines negativen Ions hat eine Verzögerung der Aufwärtsbewegung, also eine Vergrößerung des Wertes von t_2 zur Folge, während eine Verminderung des Wertes von t_2 in der Anlagerung eines positiven Ions oder in der Abstoßung eines negativen ihre Ursache hat.

Bezeichnen wir nun die Ladung des Ions mit Q' und die Geschwindigkeit der Aufwärtsbewegung nach Anlagerung des Ions mit v_2', so muß nach Gl. 1 die Beziehung gelten:

$$\frac{v_2'}{v_1} = \frac{QE + Q'E - mg}{mg}. \tag{2}$$

Subtrahieren wir die Gl. 1 von der Gl. 2, so finden wir somit:

$$\frac{v_2' - v_2}{v_1} = \frac{Q'E}{mg}. \tag{3}$$

In Tab. II sind nun in der ersten Vertikalrubrik die Werte eingetragen, die sich für die Geschwindigkeit der Aufwärtsbewegung ergeben, wenn die Fallstrecke von 0,5222 cm durch die der Tab. I entnommenen Werte von t_2 dividiert wird.[3] Die zweite Vertikalrubrik verzeichnet zunächst die Differenzen zwischen den in der ersten Vertikalrubrik aufeinander folgenden Zahlen.

Tabelle II.

Geschwindigkeit der Aufwärtsbewegung	Unterschied
$\frac{0{,}5222}{12{,}45} = 0{,}04196$	
	$\frac{0{,}01806}{2} = 0{,}00903$
$\frac{0{,}5222}{21{,}8} = 0{,}02390$	
	$\frac{0{,}00885}{1} = 0{,}00885$
$\frac{0{,}5222}{34{,}7} = 0{,}01505$	
	$\frac{0{,}00891}{1} = 0{,}00891$
$\frac{0{,}5222}{85{,}0} = 0{,}00614$	
	$\frac{0{,}00891}{1} = 0{,}00891$
$\frac{0{,}5222}{34{,}7} = 0{,}01505$	
	$\frac{0{,}01759}{2} = 0{,}00880$
$\frac{0{,}5222}{16{,}0} = 0{,}03264$	
	$\frac{0{,}01759}{2} = 0{,}00880$
$\frac{0{,}5222}{34{,}7} = 0{,}01505$	
	$\frac{0{,}00891}{1} = 0{,}00891$
$\frac{0{,}5222}{21{,}85} = 0{,}02396$	

Wie die Tab. II zeigt, ergibt diese Differenz aber nun stets denselben Wert oder gerade den doppelten Betrag (oder auch bei anderen Versuchen den dreifachen oder vierfachen). Da für ein gegebenes Tröpfchen bei gegebener Spannung die Größen m, v_1, E und g als Konstante anzusehen sind, so folgt also hieraus gemäß Gl. 3, daß die Ladung der Luftionen stets ein ganzzahliges Vielfaches einer elementaren Ladung darstellen muß. Die Daten der Tab. II bilden so einen unmittelbaren experimentellen Beweis für die atomistische Struktur der Elektrizität.

Auch die eigentliche Tröpfchenladung Q läßt sich ohne weiteres mit der Ionenladung Q' und somit mit dem Elementarquantum vergleichen. Wir brauchen hierzu nur von der Gl. 1 auszugehen, aus der die Beziehung folgt

[3] Wenn in der Tab. I zwei nahezu gleiche Werte von t_2 aufeinander folgen, wurde in Tab. II der Mittelwert benutzt.

$$\frac{v_2 + v_1}{v_1} = \frac{QE}{mg} \tag{4}$$

oder in Verbindung mit Gl. 3

$$\frac{v_2 + v_1}{v_2' - v_2} = \frac{Q}{Q'} \,. \tag{5}$$

Da die Geschwindigkeiten v_1, v_2 und v_2' gemessen werden können, kann somit die Ladung Q mit der kleinsten Ladung verglichen werden, als deren ganzzahlige Vielfache sich die Ionenladungen offenbaren. MILLIKAN fand, daß sich auch die Tröpfchenladung stets als ein genau ganzzahliges Vielfaches jener Elementarladung erweist. Alle ganzzahligen Vielfachen der Elementarladung bis etwa fünfzig konnte MILLIKAN mit größter Genauigkeit nachweisen und bis etwa 150 immerhin noch die Elementarquanten zählen, die einem Öltröpfchen anhaften. Mit zunehmender Vervielfachungszahl nimmt natürlich die Genauigkeit der Zählung ab, weil die Fehlergrenze bei dieser Methode etwa ein halbes Prozent beträgt und somit bei einer Ladung von mehr als 200 Elementarquanten bereits mehr als ein Elementarquantum ausmacht.

Es ist nun klar, daß gemäß der Gl. 1 auch die absolute Größe des elektrischen Elementarquantums ermittelt werden kann, wofern man das Gewicht eines Tröpfchens kennt. Dieses läßt sich aber wiederum auf Grund der Beziehung bestimmen, die die konstante Fallgeschwindigkeit mit dem Halbmesser des Teilchens verknüpft. Wie schon STOKES im Jahre 1845 gefunden hatte, ist die Fallgeschwindigkeit einer Kugel vom Halbmesser a und der Dichte ϱ in einem Mittel von der Dichte ϱ' und dem inneren Reibungskoeffizienten η durch die Formel gegeben:

$$v = \frac{2}{9} \frac{g a^2 (\varrho - \varrho')}{\eta} \,. \tag{6}$$

MILLIKAN und seine Mitarbeiter richteten nun die Versuche, die der Bestimmung des Tropfengewichtes dienten, so ein, daß dabei nach Möglichkeit auf das exakteste die Voraussetzungen erfüllt waren, an die die Gültigkeit des STOKESschen Gesetzes geknüpft ist.[4] Soweit diese Voraussetzungen aber nicht vollkommen erfüllt werden konnten, untersuchten MILLIKAN und seine Mitarbeiter wieder genau die durch die Unvollkommenheiten bewirkten Abweichungen. Mittels des von ihnen derart modifizierten Fallgesetzes[5] vermochten sie den Halbmesser der Tröpfchen mit größter Genauigkeit zu ermitteln, und damit war bei der bekannten Dichte auch deren genaues Gewicht gegeben.

Jahrelange Messungen an vielen Tausenden von Tropfen ermöglichten es derart MILLIKAN, den Wert des heute allgemein mit e be-

[4] Von besonderer Wichtigkeit war es, daß die Öltröpfchen vollkommene Kugelgestalt hatten, was durch besondere Kunstgriffe erreicht wurde.

[5] Näheres hierüber in dem erwähnten Buche von MILLIKAN.

zeichneten elektrischen Elementarquantums mit einer Genauigkeit von ein Promille zu bestimmen; das Ergebnis seiner Messungen ist[6]

$$e = (4{,}768 \pm 0{,}005) \cdot 10^{-10} \text{ elektrostat. Einh.} \tag{7}$$

Ein näheres Eingehen auf die MILLIKANschen Messungsmethoden erscheint hier deshalb überflüssig, weil in späteren Abschnitten noch verschiedene andere Methoden behandelt werden, die, ganz unabhängig von MILLIKANS Forschungen, auf indirekten Wegen zu ganz demselben Werte von e führen.[7]

In historischer Hinsicht sei noch bemerkt, daß die ersten direkten Bestimmungen des elektrischen Elementarquantums in den Jahren 1897 und 1898 von TOWNSEND und J. J. THOMSON durchgeführt wurden. Diese Untersuchungen, die für e einen Wert von etwa $3 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. ergaben, bezogen sich aber nicht auf einzelne Materieteilchen, sondern auf langsam fallende Nebelwolken, in denen die Kondensationskerne der Wassertropfen von Luftionen gebildet werden. Aus der Fallgeschwindigkeit der Nebelwolke konnte auf Grund des STOKESschen Fallgesetzes der Radius der Wassertropfen und somit bei festgestelltem Gewicht der Wolke die Zahl der Tropfen ermittelt werden. Da andererseits auch die gesamte elektrische Ladung der Wolke gemessen werden konnte, konnte so die Ladung eines einzelnen Ions be-

---

[6] Vgl. hierzu und überhaupt wegen der Werte der physikalischen Konstanten R. T. BIRGE, Phys. Rev. Supplement *1*, 1929, S. 1.

[7] Daraus folgt auch, daß Einwände, die gegen die MILLIKANsche Methode erhoben wurden, keinesfalls die Existenz eines elektrischen Elementarquantums in Frage zu stellen vermögen, die durch zahlreiche andere Methoden sicher erwiesen erscheint. — Einwände wurden gegen MILLIKANS Arbeiten von EHRENHAFT und seinen Schülern erhoben, die mit kugelförmigen Teilchen aus verschiedenem Material (Quecksilber, Silber, Gold, Öl u. a.) in verschiedenen chemisch inerten Gasen (Stickstoff, Argon) experimentierten; die Teilchen hatten Radien von etwa $5 \cdot 10^{-5}$ cm bis hinab zu etwa $5 \cdot 10^{-6}$ cm (der Grenze der Beobachtbarkeit). Aus diesen Versuchen, die zum Teil schon vor MILIKANS erster Veröffentlichung publiziert worden waren, schloß EHRENHAFT, daß mit abnehmendem Radius (also mit abnehmender elektrostatischer Kapazität) auch die Ladung der Teilchen derart abnehme, daß das Elementarquantum dabei wesentlich unterschritten werde. — Überdies fand EHRENHAFT später, daß die Teilchen, wenn sie einen Gehalt an radioaktiver Substanz hatten, die Geschwindigkeit ihrer Vertikalbewegungen trotz der Konstanz des elektrischen Feldes kontinuierlich änderten. Darin erblickt EHRENHAFT einen weiteren Beweis gegen die Annahme einer ausnahmslos sprunghaften Änderung einer Ladung von der Größenordnung des Elementarquantums. — Von anderer Seite wurden die von EHRENHAFT entdeckten Unterschreitungen des elektrischen Elementarquantums auf vermutliche Dichteänderungen zurückgeführt, die ihre Ursache in einer schwammigen oder flockigen Struktur besonders kleiner Teilchen (von geringerer Größe als die MILLIKANschen Öltröpfchen) oder in einer Gasadsorption haben könnten. Vgl. die zusammenfassenden Arbeiten von F. EHRENHAFT in Ann. d. Phys. *56*, 1918, S. 1; *63*, 1920, S. 773 und Zeitschr. f. Phys. *45*, 1927, S. 557; ferner TH. SEXL, Zeitschr. f. Phys. *16*, 1923, S. 34. Bezüglich des gegnerischen Standpunktes vgl. die zusammenfassenden Berichte von R. BÄR, Naturwiss. *10*, 1922, S. 322 und 344 und E. REGENER, Naturwiss. *11*, 1923, S. 17.

rechnet werden.[8] Indem diese Ladung willkürlich einem Elementarquantum gleichgesetzt wurde, ergab sich für dieses ein in der Größenordnung richtiger Wert.

§ 109. Die Elektrolyse und die Masse des Wasserstoffatoms.

Schon lange, bevor den Physikern die absoluten Werte der Atommassen bekannt waren, waren die Chemiker in der Lage, die relativen Gewichte der Atome, d. h. die Verhältnisse zwischen ihren Massen zu ermitteln, und zwar auf Grund des von DALTON im Jahre 1805 entdeckten Gesetzes der sogenannten multiplen Proportionen. Wie DALTON fand und in diesem bekannten Gesetze lehrte, läßt sich jedem Grundstoff eine bestimmte, für ihn charakteristische Zahl derart zuordnen, daß die in einer chemischen Verbindung enthaltenen Mengen der Grundstoffe sich untereinander so verhalten wie ganzzahlige Vielfache der für die betreffenden Elemente charakteristischen Zahlen.

Indem man die für Sauerstoff charakteristische Zahl in konventioneller Weise genau gleich 16 setzt, ergeben sich derart die sogenannten Atomgewichte der Grundstoffe. Das kleinste hat Wasserstoff mit 1,008 (genauer 1,0078), das größte Uran mit 238,14. Auf die bekannten Methoden, mittels deren die Chemie die Atomgewichte ermittelt, braucht hier wohl nicht näher eingegangen zu werden.

Die Zahl nun, durch die man die Atomgewichtszahlen dividieren muß, um die absoluten Massen der Atome in Grammen zu erhalten, wird heute allgemein als die LOSCHMIDTsche Zahl oder auch als AVOGADROsche Konstante bezeichnet. Denn LOSCHMIDT hat im Jahre 1865 als erster mittels einer (hier nicht näher zu erörternden) gastheoretischen Methode die absolute Größe der Atome ungefähr ermittelt. Bezeichnen wir die in Grammen gemessene Masse des Wasserstoffatoms mit m_H und die LOSCHMIDTsche Zahl mit L, so ist also

$$m_H = \frac{1{,}0078}{L} \text{ Gramm.} \tag{1}$$

In analoger Weise erhalten wir die Masse jedes beliebigen Atoms, indem wir das Atomgewicht des betreffenden Grundstoffs durch die LOSCHMIDTsche Zahl dividieren. Die Masse eines Stoffes von soviel Gramm, wie das Atom- oder Molekulargewicht des Stoffes beträgt, wird entweder als ein Grammatom oder als ein Mol (eine Gramm-Molekel) des betreffenden Stoffes bezeichnet. Es ist also z. B. ein Grammatom Sauerstoff 16 g, ein Mol Wasser rund 18 g und so fort. Die LOSCHMIDTsche Zahl gibt demnach für jeden beliebigen Stoff die Zahl der Atome im Grammatom oder der Molekeln im Mol an. Ist nun erst einmal das elektrische Elementarquantum bekannt, so können wir daraus auch die

[8] Näheres hierüber z. B. im III. Kapitel des MILLIKANschen Buches.

LOSCHMIDTsche Zahl sehr genau auf Grund elektrochemischer Messungsergebnisse berechnen.

Schon im Jahre 1833 hatte nämlich FARADAY aus seinen Beobachtungen über die Elektrolyse das Grundgesetz der Elektrochemie abgeleitet. Danach ist die in einer bestimmten Zeit elektrolytisch ausgeschiedene Menge eines bestimmten Stoffes vollkommen durch die Stromstärke bestimmt und ihr direkt proportional. Andererseits sind die Mengen, die von einem Strome von bestimmter Stärke aus verschiedenen Elektrolyten abgeschieden werden, „chemisch äquivalent", d. h. sie verhalten sich wie die Quotienten aus Atomgewicht und chemischer Wertigkeit. Ein Strom, der in der Zeiteinheit 1,0078 g des einwertigen Wasserstoffs absondert, scheidet daher in der Zeiteinheit 8 g des zweiwertigen Sauerstoffs vom Atomgewicht 16 ab, und so fort.

Das elektrochemische Grundgesetz findet nun eine sehr einfache Erklärung, wenn man annimmt, daß in einem Elektrolyten die Molekeln ganz oder zum Teile in entgegengesetzt elektrisch geladene Bestandteile, in sogenannte Ionen, gespalten oder dissoziiert sind und daß der Leitungsstrom im Elektrolyten auf einem Transport solcher Ionen beruht. Die positiven Ionen würden dann in der Richtung des Stromes zu dessen Austrittsstelle, zur sogenannten Kathode, die negativen in der entgegengesetzten Richtung zur Eintrittsstelle, der sogenannten Anode, wandern. Das FARADAYsche Gesetz ergibt sich derart mittels der Hypothese, daß die Ladung bei allen einwertigen Ionen ein elektrisches Elementarquantum betrage, bei den zweiwertigen Ionen zwei, bei den dreiwertigen Ionen drei Elementarquanten, und so fort.

Bezeichnen wir nämlich die Zahl der Atome, die in der Zeiteinheit etwa an der Kathode abgeschieden werden, mit N und die Wertigkeit mit z, so ist die Stromstärke als die in der Zeiteinheit die Kathode passierende Elektrizitätsmenge

$$J = N z e . \tag{2}$$

Andererseits ist, wenn wir das Atomgewicht mit A bezeichnen, die Masse des einzelnen Atoms gegeben durch den Quotienten aus Atomgewicht und LOSCHMIDTscher Zahl, also durch die Größe A/L. Die in der Zeiteinheit abgeschiedene Menge des betreffenden Stoffes ist demnach durch die Beziehung bestimmt

$$M = \frac{NA}{L} . \tag{3}$$

Hierfür können wir nach Gl. 2 auch schreiben

$$M = \frac{A}{z} \frac{J}{Le} . \tag{4}$$

Diese Gleichung drückt aber in der Tat das elektrochemische Grundgesetz aus. Da L und e universelle Konstanten sind, folgt nämlich aus

dieser Gleichung einerseits, daß bei gegebenem Stoffe, also bei gegebenen Werten von A und z, die in der Zeiteinheit abgeschiedene Masse M der Stromstärke J proportional ist; andererseits folgt aus der Gl. 4, daß bei gegebenem Strom die Größe M dem Quotienten aus Atomgewicht und Wertigkeit proportional ist.

Da nach dem früher Gesagten die Größe M/A die Zahl der Grammatome bedeutet, so erkennen wir auch aus der Gl. 4, daß das Produkt aus der LOSCHMIDTschen Zahl und dem elektrischen Elementarquantum nichts anderes darstellt als diejenige in elektrostatischem Maß gemessene Stromstärke, bei der in der Zeiteinheit ein Grammatom eines einwertigen Grundstoffes ausgeschieden wird.

Sehr genaue Messungen, die man vor allem an Silber angestellt hat, haben nun ergeben, daß ein Grammatom eines einwertigen Stoffes in der Zeiteinheit bei einer Stromstärke von 96494 Ampère ausgeschieden würde. Um diese Stromstärke in elektrostatischem Maß auszudrücken, müssen wir noch mit dem zehnten Teil der Lichtgeschwindigkeit multiplizieren. Da die Lichtgeschwindigkeit gleich ist $2{,}99796 \cdot 10^{10}$ cm sec^{-1}, so finden wir derart

$$L\,e = (2{,}8927 \pm 0{,}0002) \cdot 10^{14} \text{ elektrostat. Einh.} \tag{5}$$

Hieraus folgt bei Benutzung des schon früher angegebenen Wertes des elektrischen Elementarquantums für die LOSCHMIDTsche Zahl

$$L = 6{,}06 \cdot 10^{23}\,. \tag{6}$$

Nach Gl. 1 ergibt sich somit die Masse des Wasserstoffatoms zu

$$m_H = 1{,}662 \cdot 10^{-24}\,\text{g}\,. \tag{7}$$

Für das Verhältnis zwischen Ladung und Masse, also für die sogenannte spezifische Ladung des ionisierten Wasserstoffatoms finden wir nach Gl. 1

$$\frac{e}{m_H} = \frac{L\,e}{1{,}0078} \tag{8}$$

oder nach Gl. 5

$$\frac{e}{m_H} = 2{,}870 \cdot 10^{14} \text{ abs. Einh.} \tag{9}$$

§ 110. Die negative Strahlung und das Elektron.

Im Jahre 1869 hat HITTORF merkwürdige Strahlen entdeckt, die in stark evakuierten GEISSLERschen Röhren von der Kathode ausgehen und die deshalb allgemein als Kathodenstrahlen bezeichnet werden; ihre Eigenschaften sind namentlich von CROOKES (1879) näher untersucht worden. HITTORF machte auch die überraschende Feststellung, daß die im allgemeinen sich geradlinig ausbreitenden Strahlen durch einen Magneten sehr leicht abgelenkt werden. Überdies wies GOLDSTEIN (1876) nach,

daß die Kathodenstrahlen auch in einem elektrischen Felde eine Ablenkung erfahren.[1]

Die Eigenschaften der Kathodenstrahlen lassen sich nun, wie zuerst J. J. THOMSON und KAUFMANN (1897) erkannten, leicht erklären, wenn man annimmt, daß die Kathodenstrahlen aus rasch bewegten, elektrisch geladenen Teilchen bestehen, die zugleich eine träge Masse besitzen. Aus ihrer Trägheit folgt ihre geradlinige Ausbreitung, aus ihrer elektrischen Ladung ergeben sich mit Notwendigkeit die beobachteten Ablenkungen sowohl im magnetischen als auch im elektrischen Felde; der Sinn der Ablenkung zeigt in beiden Fällen, daß die Ladung negativ sein muß. Die Kathodenstrahlen stellen also nicht wie die Licht- oder Wärmestrahlen elektromagnetische Wellenstrahlen dar, sondern eine materielle Strahlung, die aus einem Strom träger Massenteilchen besteht.

Nun folgt (wie in Bd. I, § 71 gezeigt wurde) aus der Elektrizitätstheorie ohne Zuhilfenahme irgendwelcher atomistischer Vorstellungen, daß eine bewegte, elektrisch geladene Masse in einem transversalen, homogenen Magnetfeld mit konstanter Geschwindigkeit eine kreisförmige Bahn beschreiben muß, und zwar in einer zu den magnetischen Kraftlinien senkrechten Ebene; für den Radius der Kreisbahn gilt dabei (nach Gl. 11 des § 71) die einfache Beziehung

$$r = \frac{c\,v}{\gamma H}, \tag{1}$$

wenn H der Betrag der magnetischen Feldstärke ist, γ die spezifische Ladung der bewegten Masse und v ihre Geschwindigkeit.

Ebenso folgt (nach § 71) aus der Elektrizitätstheorie (ohne Zuhilfenahme irgendwelcher atomistischer Anschauungen), daß in einem transversalen, homogenen elektrischen Felde ein bewegter geladener Körper eine Parabel beschreibt, deren Krümmung außer von der elektrischen Feldstärke nur von der spezifischen Ladung und der Geschwindigkeit abhängt. Wählen wir nämlich die ursprüngliche Bahnrichtung als x-Achse und die Richtung der elektrischen Kraft als z-Achse und wählen wir den Koordinatenursprung so, daß sich zur Zeit $t = 0$ der bewegte Körper in dem Ursprung befindet, so gilt (nach Gl. 3 des § 71) die Beziehung

$$\frac{z}{x^2} = \frac{1}{2}\,\frac{\gamma}{v^2}\,E, \tag{2}$$

wenn E der Betrag der elektrischen Feldstärke ist.

Die Kathodenstrahlteilchen bewegen sich nun in der Tat, wie die Beobachtung zeigt, im transversalen Magnetfeld in einer kreisförmigen,

[1] Teilweise knüpfte HITTORF an ältere Beobachtungen von PLÜCKER aus dem Jahre 1859 an. Wesentlich gefördert wurde das spätere Studium der Kathodenstrahlen durch einen Kunstgriff LENARDS, der durch eine dünne, in die Röhrenwand eingefügte Metallfolie die Kathodenstrahlen aus der Röhre austreten ließ.

im transversalen elektrischen Feld in einer parabolischen Bahn. In den beiden Gleichungen können wir also, indem wir sie auf die Kathodenstrahlteilchen anwenden, γ und v als Unbekannte ansehen und aus den durch Messungen bekannten Werten der magnetischen und der elektrischen Feldstärke derart die Geschwindigkeit und die spezifische Ladung der Kathodenstrahlteilchen ermitteln.

Für die Geschwindigkeit ergeben sich außerordentlich große Werte, nahezu von der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit. Im übrigen hängt die Geschwindigkeit natürlich von der Spannung der Kathodenröhre ab (nämlich von dem Potentialunterschied, den die Teilchen durchlaufen). Ist die Röhrenspannung V und die Ladung eines Kathodenstrahlteilchens Q, so muß ja das Produkt QV der kinetischen Energie gleich sein, die das Kathodenstrahlteilchen bei dem Verlassen der Röhre besitzt, also gleich sein $\frac{1}{2} m v^2$. Daraus folgt

$$v = \sqrt{2\gamma V}\,. \tag{3}$$

Es ist somit die Geschwindigkeit proportional der Quadratwurzel aus der Röhrenspannung.

Für die spezifische Ladung ergibt sich aus neueren Messungen von WOLF[2] der Wert:

$$\gamma = (5{,}303 \pm 0{,}006)\cdot 10^{17} \text{ elektrostat. Einh./Gramm.} \tag{4}$$

Vergleichen wir diesen Wert mit demjenigen, der für die spezifische Ladung des ionisierten Wasserstoffatoms gilt, so sehen wir, daß er 1848 mal größer ist. Machen wir die sehr naheliegende Annahme, daß die Ladung eines Kathodenstrahlteilchens ein elektrisches Elementarquantum betrage, so müssen wir somit den Kathodenstrahlteilchen eine Masse zuschreiben, die ungefähr 1800 mal kleiner ist als die des Wasserstoffatoms.

Eine solche Annahme erschien, als sie gegen das Ende des 19. Jahrhunderts zuerst geäußert wurde, den Physikern zunächst sehr überraschend, da bis dahin die Masse des Wasserstoffatoms als die kleinste überhaupt mögliche Masse gegolten hatte. Indessen führte zu derselben Annahme auch der im Jahre 1896 entdeckte (später näher zu besprechende) ZEEMAN-Effekt (die Zerlegung von Spektrallinien in einem Magnetfeld), und durch die späteren Fortschritte der theoretischen Physik schienen auch alle Folgerungen durchaus bestätigt, die sich aus der Annahme kleinster Teilchen ergeben, deren Masse noch etwa 1800mal kleiner ist als die des Wasserstoffatoms. Solche Teilchen mit der negativen Ladung eines elektrischen Elementarquantums werden heute allgemein als Elektronen bezeichnet.[3] Für ihre Masse folgt aus der Gl. 4 und dem bekannten Werte des elektrischen Elementarquantums:

[2] F. WOLF, Ann. d. Phys. *83*, 1927, S. 849.

[3] Der Name Elektron stammt von STONEY (1881).

(5) $$m = 8{,}99 \cdot 10^{-28}\,\mathrm{g}$$

oder auf Grund der Gl. 4 sowie der Gl. 9 des § 109

(6) $$\frac{m_H}{m} = 1848\,.$$

Außer den künstlich hervorgerufenen negativen Strahlen kennt die Physik auch spontan auftretende, die ebenfalls aus Elektronen zusammengesetzt sind, jedoch eine im allgemeinen viel größere Geschwindigkeit besitzen; diese Strahlen sind in der Strahlung enthalten, die von den sogenannten radioaktiven Substanzen ausgeht. Im Jahre 1896 machte BECQUEREL die überraschende Entdeckung, daß Uranerze ohne jede äußere Einwirkung ständig Strahlen aussenden, die imstande sind, eine photographische Platte durch eine undurchsichtige Hülle hindurch zu schwärzen sowie die Luft zu ionisieren und dadurch leitend zu machen, so daß ein in der Nähe aufgestelltes Elektroskop seine Ladung verliert. Zwei Jahre später, im Jahre 1898, fanden PIERRE und MARYA CURIE, daß die BEQCUEREL-Strahlen, wie man sie ursprünglich nannte, in der Tat vor allem von Salzen eines in der Pechblende enthaltenen, damals noch unbekannten Metalls ausgehen, das sie nach mühevollen Untersuchungen aus der Pechblende isolierten und als Radium bezeichneten.[4] Die nähere Untersuchung der von dem Radium und anderen Substanzen ausgesandten „radioaktiven Strahlung" zeigte nun, daß sie in der Tat aus drei ganz verschiedenen Strahlenarten besteht, die man als Alpha-, Beta- und Gammastrahlen unterscheidet; die Trennung der drei Strahlenarten wird durch ihr verschiedenes Verhalten im Magnetfeld möglich. Während nämlich die γ-Strahlen überhaupt nicht abgelenkt werden und somit als elektromagnetische Wellenstrahlen anzusehen sind, erwiesen sich die α- und β-Strahlen als materielle Strahlen, die durch einen Magneten abgebogen werden; und zwar zeigt es sich, daß die (später zu besprechenden) α-Strahlen positive, die β-Strahlen hingegen negative Ladungen mitführen.

Geschwindigkeit und spezifische Ladung konnten für die Betastrahlen nach derselben Methode wie bei den Kathodenstrahlen ermittelt werden. Für die spezifische Ladung wurde derselbe Wert wie bei den Kathodenstrahlen gefunden, wodurch es erwiesen schien, daß die β-Strahlen ebenfalls aus Elektronen bestehen. Sie sind also den Kathodenstrahlen durchaus wesensgleich; sie unterscheiden sich aber von ihnen durch eine größere Geschwindigkeit, für die Werte von 30 bis zu 99,8% der Lichtgeschwindigkeit ermittelt wurden.

Die Bewegung der β-Teilchen ist die rascheste materielle Bewegung, die die Physik kennt, und in der Tat offenbaren sich bei dieser ungeheuren Geschwindigkeit, die der Lichtgeschwindigkeit bereits so

[4] Die Gewinnung des metallischen Radiums ist Frau CURIE allerdings erst im Jahre 1910 gelungen; bis dahin waren nur die Salze des Radiums bekannt.

nahe kommt[5], deutlich die Abweichungen von der klassischen Mechanik, die nach der Relativitätstheorie bei so raschen Bewegungen zu erwarten sind. Nach der Relativitätstheorie hängt nämlich (wie in einem späteren Kapitel eingehend gezeigt werden soll) die Masse von der Geschwindigkeit gemäß der Beziehung ab

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{7}$$

wenn m_0 den Wert der Masse für Geschwindigkeiten bedeutet, die gegen die Lichtgeschwindigkeit c klein sind. Nach dieser Formel muß bei einer Geschwindigkeit von $v = c/2$ die Masse bereits etwa 1,15mal so groß sein wie m_0, bei einer Geschwindigkeit von 99,8% der Lichtgeschwindigkeit aber bereits etwa 16mal so groß. Messungen von KAUFMANN und anderen Forschern haben in der Tat die von der Relativitätstheorie geforderte Zunahme der Masse mit wachsender Geschwindigkeit erwiesen und dabei die Gl. 7 auch quantitativ bestätigt.[6]

Mit den Kathoden- und β-Strahlen stimmen in ihrem Wesen auch die Strahlen überein, die eine Folge des sogenannten lichtelektrischen Effektes sind. Im Anschluß an eine frühere Arbeit von HERTZ entdeckte im Jahre 1888 HALLWACHS, daß sich eine mit ultraviolettem Licht bestrahlte Metallplatte positiv auflädt. LENARD hat als Ursache dieser Erscheinung eine negative Strahlung erkannt, die von dem belichteten Metalle ausgeht. Für die spezifische Ladung dieser Strahlung ergab sich derselbe Wert wie bei den Kathodenstrahlen, so daß sie also offenbar auch aus Elektronen bestehen müssen. Ihre Geschwindigkeit ergab sich hingegen viel kleiner als die der Kathodenstrahlen, zu nur einigen Tausendsteln der Lichtgeschwindigkeit. Von derselben Größenordnung sind auch die Geschwindigkeiten der Elektronen, die, wie zuerst RICHARDSON im Jahre 1903 feststellte, von glühenden Körpern emittiert werden.

Jeder korpuskularen Strahlung von bestimmter Geschwindigkeit und bestimmter spezifischer Ladung können wir nun einen bestimmten Wert eines elektrischen Potentials zuordnen, der als die äquivalente Spannung bezeichnet werden möge und der, mit dem elektrischen Elementarquantum multipliziert, die kinetische Energie des Strahlteilchens ergibt. Die Zuordnung erfolgt gemäß Gl. 3 durch die Beziehung

$$V = \frac{v^2}{2\gamma} \tag{8}$$

oder, wenn wir die Spannung in Volt ausdrücken (nach Gl. 10 des § 64)

$$V = 150\,\frac{v^2}{\gamma}\ (V \text{ in Volt, } \gamma \text{ in elektrostat. Maß}). \tag{9}$$

[5] Geschwindigkeiten, die größer als die Lichtgeschwindigkeit sind, erscheinen nach der Relativitätstheorie, wie auch die Gl. 7 zeigt, unmöglich.

[6] Die Zunahme der Masse ist gleichbedeutend mit der Abnahme von γ.

Für die Kathodenstrahlen erhalten wir natürlich als äquivalente Spannung die Röhrenspannung, also bei Geschwindigkeiten von einem Drittel der Lichtgeschwindigkeit etwa 30000 Volt. Den raschesten β-Strahlen würde (da für sie v fast gleich c und γ infolge der Massenzunahme 16mal kleiner als bei den Kathodenstrahlen ist) eine Spannung von etwa vier Millionen Volt entsprechen.

§ 111. Die positive Strahlung.

Als Gegenstück zu der bisher besprochenen negativen Strahlung wurden im Jahre 1886 von GOLDSTEIN die sogenannten Kanalstrahlen entdeckt. Sie gehen ebenso wie die Kathodenstrahlen von der Kathode einer hoch evakuierten Entladungsröhre aus, aber in entgegengesetzter Richtung wie die Kathodenstrahlen.[1] Auch von der Anode selbst gehen, wie später entdeckt wurde, positive Strahlen aus, die man Anodenstrahlen nennt.[2] Zwischen den Kanalstrahlen und den Anodenstrahlen besteht kein wesentlicher Unterschied. Die Geschwindigkeit und die spezifische Ladung können nach derselben Methode bestimmt werden wie bei den negativen Strahlen, wobei der Sinn der Ablenkung es deutlich zeigt, daß die Teilchen der Kanal- und der Anodenstrahlen positiv geladen sind. Die Geschwindigkeit ergibt sich zu einigen Tausendsteln der Lichtgeschwindigkeit.

Für die spezifische Ladung ergibt die Messung viel kleinere Werte als bei den negativen Strahlen; und zwar hängt der Wert der spezifischen Ladung davon ab, von welchen Gasen in der evakuierten Röhre Überreste enthalten sind. Den größten Wert der spezifischen Ladung erhält man, wenn die Röhre vor der Evakuierung mit Wasserstoff gefüllt war; und zwar stimmt dieser Wert mit demjenigen überein, der sich aus den elektrolytischen Erscheinungen für die spezifische Ladung des Wasserstoffions ergibt. War die Röhre vor ihrer Evakuierung mit Quecksilberdampf gefüllt, so ergibt sich für die spezifische Ladung ein 200mal kleinerer Wert, entsprechend der Tatsache, daß das Atomgewicht des Quecksilbers 200 beträgt. In den Teilchen der positiven Strahlen müssen wir also elektrisch geladene Atome erblicken, deren Ladung ein oder bisweilen auch mehrere Elementarquanten beträgt.[3]

Nun müssen aber die Teilchen materieller Strahlen in einem transversalen elektrischen oder magnetischen Felde eine Ablenkung erfahren, und wenn das elektrische Feld senkrecht zu dem magnetischen gerichtet ist, so treffen, wie sich zeigen läßt, alle Teilchen, die dieselbe

[1] Damit die Strahlen aus der Kathode austreten können, muß die Kathode in der Form kleiner Kanäle durchlöchert sein; daher rührt der Name „Kanalstrahlen".

[2] Die Anodenstrahlen wurden 1906 von GEHRCKE und REICHENHEIM entdeckt.

[3] Neben geladenen Atomen können natürlich auch geladene Atomkomplexe auftreten, z. B. Chlorwasserstoffmolekeln, die eine positive Leitung von einem Elementarquantum aufweisen, und so fort.

spezifische Ladung besitzen, auf eine normal zu den Strahlen aufgestellte photographische Platte entlang einer Parabel auf. Wenn in einer positiven Strahlung Atome verschiedener Masse enthalten sind, müssen sie daher Parabeln von verschiedener Krümmung erzeugen. Auf dieser Tatsache beruht die zuerst von J. J. THOMSON erkannte und verwertete Möglichkeit einer Analyse positiver Strahlen.

Zu einer der wichtigsten experimentellen Forschungsmethoden der Atomphysik ist die Strahlenanalyse von ASTON im Jahre 1919 ausgebildet worden. ASTON konnte auf Grund eines Fokussierungseffektes mit seinem Apparate[4] eine viel stärkere Auflösung erzielen, als dies nach der ursprünglichen Methode möglich gewesen war. Derart konnte er die Massen beliebiger Teilchen untereinander genau vergleichen; und abgesehen von anderen, sehr wichtigen Forschungsergebnissen, die erst später eingehender besprochen werden sollen, brachten ASTONS Untersuchungen den sehr bedeutungsvollen Nachweis, daß die Massen beliebiger positiver Strahlenteilchen immer nahezu ganzzahlige Vielfache der Masse des Wasserstoffatoms sind, oder, genauer gesagt, nahezu stets ganze Zahlen, woferne sie auf die genau gleich 16 gesetzte Masse des Sauerstoffatoms bezogen werden.

Ebenso wie die Kathodenstrahlen sind auch die Kanal- und die Anodenstrahlen künstliche Erzeugnisse der experimentellen Physik. Als natürliche Strahlung sind das Gegenstück zu den negativen β-Strahlen die positiven Alphastrahlen, die, wie schon erwähnt, gleich den β-Strahlen von radioaktiven Substanzen ausgehen. Ihr positiv elektrischer Charakter ist dadurch erwiesen, daß sie von einem Magneten abgelenkt werden, aber in entgegengesetztem Sinne wie die β-Strahlen.

Für die Geschwindigkeit der α-Strahlen ergeben sich je nach dem chemischen Charakter der radioaktiven Substanz Werte zwischen etwa fünf und sieben Prozent der Lichtgeschwindigkeit. Für die spezifische Ladung folgt aus den Messungen der Wert

$$\gamma = 1{,}44 \cdot 10^{14} \text{ elektrostat. Einh./Gramm.} \tag{1}$$

Die spezifische Ladung der α-Teilchen ist also halb so groß wie die des ionisierten Wasserstoffatoms. Von großer Wichtigkeit ist es nun, daß die von einer radioaktiven Substanz ausgesandten α-Teilchen gezählt werden können, wodurch wiederum die Ladung eines einzelnen α-Teilchens direkt bestimmt werden kann. Dies gelingt auf Grund einer merkwürdigen Erscheinung, die als Szintillation bezeichnet wird.

[4] Bei der Methode ASTONS werden das elektrische und das magnetische Feld so gelegt, daß die durch sie hervorgebrachten Ablenkungen einander gerade entgegengesetzt sind. Ein sehr dünnes ausgesondertes Strahlenbündel wird durch das elektrische Feld zu einem „elektrischen Spektrum" verbreitert und ein Teil hiervon durch das Magnetfeld durchgelassen; es läßt sich zeigen, daß alle Teilchen von gleicher Masse auf einer photographischen Platte bei geeigneter Versuchsanordnung entlang einer geraden Linie auftreffen, die sich derart auf der Platte scharf abbildet.

Bringt man nämlich in die Nähe eines radioaktiven Präparats einen fluoreszierenden Schirm (aus Zinkblende oder sehr dünn geschliffenem Diamanten), dann zeigt sich ein ständiges Aufblitzen diskreter Lichtpunkte; es liegt die Annahme nahe, daß jeder einzelne Lichtblitz durch das Auftreffen eines einzelnen α-Teilchens verursacht wird.[5] Man kann nun vor das radioaktive Präparat eine die α-Strahlung absorbierende Blende mit kleiner Öffnung bringen, die nur einen kleinen, genau berechenbaren Bruchteil der gesamten, von dem Präparat ausgehenden α-Strahlung hindurchläßt. Diesen Bruchteil der Strahlung läßt man auf einen kleinen Teil des Schirmes auftreffen, den man unter dem Mikroskop betrachtet. Derart kann man die in einer bestimmten Zeit auftretenden Szintillationen bequem zählen und so bei bekannter Blendenöffnung feststellen, wieviel α-Teilchen ein bestimmtes Präparat in einer Sekunde emittiert. Derartige Bestimmungen sind zuerst von RUTHERFORD und GEIGER (1908) durchgeführt worden.

Andererseits kann man eine Metallplatte durch radioaktive Bestrahlung positiv aufladen, wenn man die gleichzeitig mit den α-Strahlen ausgesandten β-Strahlen durch magnetische Ablenkung ausschaltet. Die gesamte Ladung, die die Platte in einer bestimmten Zeit empfängt, braucht man nun nur durch die bekannte Zahl der α-Teilchen zu dividieren, die in derselben Zeit auf die Platte auftreffen; die Division ergibt dann die elektrische Ladung eines einzelnen α-Teilchens. Die Messungen von RUTHERFORD und GEIGER ergaben so für die Ladung des α-Teilchens einen Wert, der gerade doppelt so groß ist wie der des elektrischen Elementarquantums. Da andererseits die spezifische Ladung nur halb so groß ist wie bei dem ionisierten Wasserstoffatom, so müssen wir den α-Teilchen eine Masse von vier Wasserstoffatomen bei einer positiven Ladung von zwei Elementarquanten zuschreiben.

Bei dem Durchgang durch gewöhnliche Materie werden die α-Strahlen viel stärker absorbiert als die β-Strahlen; aber auch die Art der Absorption ist eine ganz andere. Während nämlich die β-Strahlen von der Materie nach einem Exponentialgesetz absorbiert werden, hört die Wirkung der α-Strahlen (also die Schwärzung einer photographischen Platte oder die Ionisierung der Luft) ganz plötzlich auf, wenn die Strahlen in einem bestimmten Mittel eine bestimmte Entfernung zurückgelegt haben; diese Entfernung wird als die Reichweite bezeichnet. Sie hängt von dem chemischen Charakter des α-Strahlers und auch von der Natur des absorbierenden Mittels ab. Je größer die Anfangsgeschwindigkeit der α-Strahlen bei ihrem Austritt aus der radioaktiven Substanz ist, desto größer ist auch die Reichweite, und zwar

[5] Diese Annahme findet, wie später gezeigt werden wird, ihre Bestätigung darin, daß sich die Zerfallskonstante des Radiums nach anderen Methoden ebenso groß ergibt wie nach der Szintillationsmethode.

ist sie, wie GEIGER auf empirischem Wege gefunden hat, der dritten Potenz der Anfangsgeschwindigkeit proportional. In gewöhnlicher Luft betragen die Reichweiten der bekannten α-Strahlen zwischen 2,7 und 11,3 cm; in Wasserstoff haben die schnellsten α-Strahlen (bei Zimmertemperatur und gewöhnlichem Druck) eine Reichweite von 24 cm. Eine Aluminiumplatte von 0,06 mm vermag auch die schnellsten α-Strahlen vollkommen zu absorbieren, während β-Strahlen auch Aluminiumplatten von einigen Millimetern noch zu durchdringen vermögen.

Fig. 68.
Bahnen von α-Strahlen.

Fig. 69.
Bahnen von α-Strahlen.

Der Durchgang der α-Strahlen durch die Materie ist mit besonderem Erfolge von C. T. R. WILSON (1912) untersucht worden. Seine Experimente gründeten sich auf die bekannte Tatsache, daß sich in übersättigtem Wasserdampf um elektrisch geladene Teilchen Tröpfchen kondensieren. Indem nun WILSON ein radioaktives Präparat in die Nähe eines Kästchens brachte, das übersättigten Wasserdampf enthielt, konnte er die Ansammlung der Wassertröpfchen photographieren, die ein α-Teilchen auf seinem Wege erzeugt. Die Photographie der so entstandenen Nebelstreifen bildet zugleich die Bahnen der α-Teilchen selbst ab. Die Photographien (Fig. 68 und 69) zeigen nun im allgemeinen gerade Linien, von denen jedoch manche am Ende um ziemlich große Winkel geknickt erscheinen. Diese Tatsache ist, wovon später

noch ausführlich die Rede sein wird, von fundamentaler Bedeutung für die moderne Atomtheorie.

Neben den Kanal-, Anoden- und α-Strahlen kennt die Physik als eine vierte Art positiver Strahlen noch die sogenannten *H*-Strahlen, die im Jahre 1914 von MARSDEN entdeckt wurden. Als nämlich MARSDEN die von Radium *C* herrührenden α-Strahlen durch Wasserstoff hindurchsandte, in dem sie eine Reichweite von 24 cm haben, konnte er Szintillationen auf einem Schirme noch bis zu Entfernungen von 80 cm wahrnehmen. Es war klar, daß diese Szintillationen nicht von den α-Strahlen herrühren konnten, sondern nur von anderen Strahlen, die wiederum durch die α-Strahlen erzeugt werden. Die Bestimmung der spezifischen Ladung ergab für die neu entdeckten Strahlen denselben Wert wie die elektrolytischen Messungen für die Wasserstoffionen. Daher werden diese Strahlen nach dem chemischen Symbol des Wasserstoffs als *H*-Strahlen bezeichnet.

Auch für die positive Strahlung können leicht die äquivalenten Spannungen angegeben werden. Für die α-Strahlen, deren Geschwindigkeit, wie schon erwähnt, etwa 5 bis 7% der Lichtgeschwindigkeit beträgt, folgt aus Gl. 1 sowie aus Gl. 9 des § 110 ein Wert von etwa zwei bis vier Millionen Volt. Wollen wir die kinetische Energie eines raschen α-Teilchens von $2 \cdot 10^9$ cm/sec in Erg ausdrücken, so haben wir seine halbe Masse (also die doppelte Wasserstoffatommasse) mit dem Geschwindigkeitsquadrat zu multiplizieren. Wir finden so

$$E_{\text{kin}} = 1{,}3 \cdot 10^{-5} \text{ erg.} \tag{2}$$

Für die raschesten β-Teilchen ist allerdings die Geschwindigkeit noch etwa 15mal, das Geschwindigkeitsquadrat also etwa 200mal größer; dagegen ist die Masse etwa 7000mal kleiner, und selbst wenn wir bei der ungeheuren Geschwindigkeit von 99,8% der Lichtgeschwindigkeit das Anwachsen der Masse auf das 16fache berücksichtigen, ist die Masse noch immer einige hundertmal kleiner. Die kinetische Energie der β-Teilchen bleibt also hinter der der α-Teilchen wesentlich zurück.

§ 112. Das elementare Wirkungsquantum.

Bei der Untersuchung des lichtelektrischen Effekts hat bereits LENARD im Jahre 1902 die merkwürdige Tatsache entdeckt, daß die Geschwindigkeit der durch ultraviolettes Licht ausgelösten Elektronen von der Intensität des auslösenden Lichtes ganz unabhängig ist. Die Geschwindigkeit kann nicht durch Erhöhung der Intensität gesteigert werden, sondern nur durch Erhöhung der Frequenz des auslösenden Lichtes. Die Erhöhung der Intensität vermehrt nur die Zahl der ausgelösten Elektronen, nicht aber deren Geschwindigkeit.

Die quantitativen Messungen des lichtelektrischen Effektes gründen sich auf die Tatsache, daß man den Austritt der Elektronen aus der be-

strahlten Metallplatte verhindern kann, indem man diese positiv auflädt. Für eine Platte aus bestimmtem Metall kann man bei gegebener Frequenz des einfallenden Lichtes derart eine ganz bestimmte Gegenspannung ermitteln, bei deren Erreichung der Austritt der Elektronen völlig aufhört. Nennen wir die Gegenspannung V, so zeigt die Beobachtung, daß V genau linear mit der Frequenz des Lichtes wächst. Es kann gesetzt werden

$$V = C\nu - P\,, \tag{1}$$

wobei C und P positive Konstanten sind. Dabei zeigt das Experiment, daß nur die Konstante P von der Natur des Metalls abhängt[1], daß hingegen die Konstante C auch hiervon unabhängig ist und somit eine universelle Konstante darstellt. Nun bedeutet andererseits das Produkt eV die kinetische Energie, die die raschesten ausgelösten Elektronen haben. Es liegt daher der Gedanke nahe, die Gl. 1 noch mit e zu multiplizieren. Wir wollen das Produkt Ce mit h bezeichnen; dann nimmt die Gl. 1 die Form an:

$$e(V + P) = h\nu\,. \tag{2}$$

Da das Produkt eV eine Arbeit, also eine Energie darstellt, eine Frequenz aber die Dimension einer reziproken Zeit hat, so muß die Konstante h die Dimension eines Produktes aus Energie und Zeit haben. Ein solches Produkt wird in der Mechanik Wirkung genannt, und darum bezeichnet man die Konstante h als das elementare Wirkungsquantum. Dieses tritt als viertes Elementarquantum zu dem elektrischen Elementarquantum und den Massen des Elektrons und des Wasserstoffatoms hinzu. Seine Größe ergibt sich aus den Ausmessungen des lichtelektrischen Effektes[2] zu

$$h = (6{,}543 \pm 0{,}010)\cdot 10^{-27}\ \text{erg sec}\,. \tag{3}$$

Die Hypothese des elementaren Wirkungsquantums ist in die theoretische Physik von Planck im Jahre 1900 eingeführt worden. Durch diese Hypothese gelangte (worauf hier nicht näher eingegangen werden soll) Planck zu der Lösung eines schwierigen Grundproblems in der Theorie der Wärmestrahlung. Planck nahm dazu an, daß die Aussendung von Wellenstrahlung diskontinuierlich erfolge, derart, daß dabei Energieelemente von der Größe $h\nu$ eine Rolle spielen.

§ 113. Lichtkorpuskeln und Materiewellen.

In Erweiterung der Planckschen Hypothese der diskontinuierlichen Strahlungsemission schuf im Jahre 1905 Einstein die Vorstellung der Lichtquanten, deren Energie durch das Produkt aus der Frequenz und

[1] Einen großen Einfluß hat allerdings auch das Vorhandensein adsorbierter oder okkludierter Gase.

[2] Siehe P. Lukirsky und S. Prilezaev, Zeitschr. f. Phys. *49*, 1928, S. 236 und R. T. Birge, Phys. Rev. Suppl. *1*, 1929, S. 1.

dem elementaren Wirkungsquantum bestimmt sein soll. EINSTEIN nahm an, daß alle wechselseitige Umwandlung zwischen elektromagnetischer Wellenstrahlung und materieller Strahlung so vor sich gehe, daß dabei entweder ein einzelnes Lichtquant zu der Loslösung eines einzelnen Elektrons aufgebraucht wird oder aber im umgekehrten Falle ein einzelnes Lichtquant durch die Bewegungsenergie eines einzelnen Elektrons erzeugt wird.

In der Tat folgt aus der EINSTEINschen Annahme notwendigerweise (und in Übereinstimmung mit der Gl. 2 des § 112), daß bei dem lichtelektrischen Effekt ein Lichtquant des auslösenden Lichtes gleich sein muß der kinetischen Energie, mit der ein ausgelöstes Elektron das bestrahlte Metall verläßt, vermehrt um die Arbeit, die das Elektron bei seinem Austritt aus dem Metall verrichtet. Auch das dem lichtelektrischen Effekt entgegengesetzte Phänomen, nämlich die Umwandlung von materieller Strahlung in elektromagnetische Wellenstrahlung, bestätigt das EINSTEINsche Gesetz; ausführlicher soll hiervon in einem späteren Abschnitt die Rede sein, im Zusammenhang mit der Erzeugung von Röntgenstrahlen durch Kathodenstrahlen. Aber auch eine Beziehung, die für die Umwandlung von primärer in sekundäre Wellenstrahlung gilt, findet durch die Vorstellung der Lichtquanten eine einfache Deutung. Wenn nämlich je ein sekundäres Lichtquant aus je einem primären entsteht, so kann nach dem Energieprinzip die sekundäre Frequenz nicht größer als die primäre sein. Sie muß kleiner sein, wenn bei der Umwandlung Energie auch anderweitig verbraucht wird. Die sekundäre Wellenstrahlung wird als Fluoreszenzlicht bezeichnet, und in der Tat hat schon im Jahre 1852 STOKES die nach ihm benannte Regel aufgestellt, daß das Fluoreszenzlicht längerwellig als das erregende Licht ist.

Aus einer Entdeckung, die im Jahre 1923 ARTHUR H. COMPTON glückte, ging nun deutlich hervor, daß die Lichtquanten auch ebenso wie materielle Körper mechanische Bewegungsgröße besitzen müssen.[1] COMPTON fand, daß Röntgenstrahlen bei ihrer Streuung durch locker gebundene Elektronen eine Verminderung ihrer Frequenz erfahren. Die Gesetzmäßigkeiten des in einem späteren Abschnitt näher zu besprechenden COMPTON-Effektes erklären sich aber einfach aus der Annahme, daß bei den Zusammenstößen zwischen Lichtquanten und Elektronen die Gesetze der Erhaltung der Energie und der Erhaltung der Bewegungsgröße erfüllt sind, woferne man jedem Lichtquant außer der Energie $h\nu$ überdies eine Bewegungsgröße in der Bewegungsrichtung, also einen Impuls, und zwar von der Größe

$$G = \frac{h\nu}{c} \tag{1}$$

[1] Aus Betrachtungen über die Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie hat diese Folgerung übrigens bereits EINSTEIN im Jahre 1917 gezogen (Physik. Zeitschr. *18*, 1917, S. 121).

zuschreibt. Dieser Wert des Impulses ergibt sich auf Grund des relativitätstheoretischen Satzes von der trägen Masse der Energie. Nach diesem Satze kommt jeder Energie E eine Masse E/c^2 zu; danach müßte also ein Lichtquant eine Masse $h\nu/c^2$ besitzen.[2] Multipliziert man aber diese Größe mit der Geschwindigkeit, mit der sich die Lichtquanten fortbewegen, also mit c, so ergibt sich für den als Produkt aus Masse und Geschwindigkeit definierten Impuls der Wert der Gl. 1. Man kann übrigens auf Grund der Beziehung, daß die Lichtgeschwindigkeit das Produkt aus Frequenz und Wellenlänge (λ) darstellt, auch

$$G = \frac{h}{\lambda} \tag{2}$$

setzen.

Im übrigen findet auch der schon längst bekannte Doppler-Effekt durch die Annahme korpuskularer Lichtquanten eine einfache Erklärung. Sendet nämlich ein mit der Geschwindigkeit v bewegter Körper von der Masse m in der Bewegungsrichtung ein Lichtquant aus, so folgt aus dem Satze von der Erhaltung des Impulses:

$$m v = \frac{h\nu}{c} + m(v - \Delta v) \tag{3}$$

oder

$$m \Delta v = \frac{h\nu}{c} \cdot \tag{4}$$

Andererseits folgt aus dem Satze von der Erhaltung der Energie die Beziehung:

$$\frac{m v^2}{2} + E = \frac{m}{2}(v - \Delta v)^2 + h\nu\,; \tag{5}$$

dabei bedeutet E die durch die Emission des Lichtquants bewirkte Energieänderung. Sie ist gleich $h\nu_0$, wenn wir unter ν_0 die Emissionsfrequenz im Falle der Ruhe verstehen. Wenn Δv klein ist gegen v, so nimmt somit die Gl. 5 die Form an:

$$h(\nu - \nu_0) = m v \Delta v \tag{6}$$

oder nach Gl. 4

$$\nu - \nu_0 = \nu \frac{v}{c} \cdot \tag{7}$$

Näherungsweise ergibt sich somit die bekannte, die Linienverschiebung ausdrückende Dopplersche Formel

$$\Delta \nu = \nu_0 \frac{v}{c} \cdot \tag{8}$$

Erfolgt die Emission entgegengesetzt der Bewegungsrichtung, so tritt statt der Frequenzerhöhung eine ebenso große Frequenzerniedrigung ein.

---

[2] Die „Ruhemasse" der Lichtquanten hätte man nach Gl. 7 des § 110 gleich Null anzunehmen. Die mit dieser Vorstellung verbundene Schwierigkeit vermeidet man am besten, indem man statt der Masse eines Lichtquants dessen Impuls betrachtet.

Schließt die Emissionsrichtung mit der Bewegungsrichtung einen beliebigen Winkel ein, so ist unter v die Komponente der Geschwindigkeit in der Bewegungsrichtung zu verstehen.

Durch die Fortschritte der Physik wurden so die hypothetischen Lichtquanten allmählich zu materiellen Korpuskeln des Lichtes. In der Tat folgt aus Beobachtungen, die schon früher durch EINSTEINS allgemeine Relativitätstheorie veranlaßt worden waren, daß den Lichtquanten nicht nur mechanische Bewegungsgröße, sondern in einem Schwerefelde auch potentielle Gravitationsenergie zukommt. Ein Körper von der Masse m besitzt bekanntlich an der Oberfläche eines Himmelskörpers von der Masse M und dem Radius R eine potentielle Energie von dem Betrage $f\,M\,m/R$, wenn f $(6{,}68 \cdot 10^{-8})$ die universelle Gravitationskonstante bedeutet. Die potentielle Energie mißt dabei die Arbeit, die erforderlich ist, um den Körper von der Oberfläche des Himmelskörpers völlig aus dessen Schwerebereich zu entfernen.

Wenn nun den Lichtquanten im Schwerefeld eine potentielle Energie zukommt, so müssen wir annehmen, daß ein von der Oberfläche eines Sternes ausgestrahltes Lichtquant gegen die Anziehung seitens des Sternes eine Arbeit von dem Gesamtbetrag

$$A = \frac{h\,\nu}{c^2}\,\frac{f\,M}{R} \tag{9}$$

verrichten muß. Aus der Vorstellung individueller Lichtquanten folgt, daß diese Arbeit von jedem Lichtquant einzeln zu leisten wäre, und da die Energie eines Lichtquants bis auf den universellen Proportionalitätsfaktor h mit der Frequenz übereinstimmt, so müßte das Entweichen aus dem Schwerebereich eine Verminderung der Lichtfrequenz zur Folge haben, gemäß der Beziehung

$$h\,\nu' = h\,\nu - A\,. \tag{10}$$

Wenn wir die Frequenzverminderung mit $\Delta\nu$ bezeichnen, so ist nach Gl. 9

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{f\,M}{R\,c^2}\,. \tag{11}$$

Diese Formel beschreibt die sogenannte Rotverschiebung[3], die die von Sternen herrührenden Spektrallinien gegenüber solchen Linien aufweisen müßten, die ihren Ursprung in irdischen Lichtquellen haben. Die Gl. 11 wurde zuerst im Jahre 1915, ganz unabhängig von der Lichtquantenhypothese, durch EINSTEIN auf Grund seiner allgemeinen Relativitätsstheorie abgeleitet. Für die Erde ist das Verhältnis $f\,M/R\,c^2$ etwa $6 \cdot 10^{-10}$, für die Sonne $2 \cdot 10^{-6}$. Der zuerst von EINSTEIN vorausgesagte Effekt liegt für die Sonne derart an der Grenze der

[3] Von einer Rotverschiebung wird gesprochen, weil innerhalb des sichtbaren Spektrums die Frequenz in der Richtung vom Violett zum Rot abnimmt.

Erkennbarkeit; verschiedene Beobachtungen sprechen für sein Vorhandensein, das indessen noch nicht sichergestellt ist.[4] Eine andere Folgerung, die sich aus der Vorstellung gravitierender Lichtkorpuskeln ergibt, wird durch die Erfahrung bestätigt, daß nämlich ein Lichtstrahl bei dem Vorbeigehen an der Sonne durch deren Schwerewirkung eine Krümmung erfährt.[5]

Da durch die Vorstellung der Lichtquanten oder, wie man sie neuestens auch nennt, der Photonen[6] die wesentlichen Eigenschaften der Materie, nämlich ihre diskontinuierliche Struktur, ihr Impuls und ihre Schwere, auf das Licht übertragen worden waren, so lag der Gedanke nahe, auch umgekehrt der Materie diejenige Eigentümlichkeit zuzuschreiben, die vor allem das Licht kennzeichnet, nämlich dessen Wellennatur. Als Ergänzung zu der korpuskularen Auffassung des Lichtes ist derart im Jahre 1924 die durch Louis de Broglie begründete Undulationstheorie der Materie entstanden.

Diese Theorie, die später eingehender besprochen werden soll, ordnet jedem bewegten Materieteilchen eine Materiewelle, im besonderen also eine charakteristische Wellenlänge zu, die in derselben Beziehung zu dem Impuls des Teilchens stehen soll wie die Wellenlänge eines Lichtquants zu dessen Impuls; d. h. es soll gemäß Gl. 2 auch für Materiewellen die Beziehung erfüllt sein

$$\lambda = \frac{h}{m\,v}, \tag{12}$$

wenn m die Masse des Teilchens und v dessen Geschwindigkeit bedeutet.

Für ein Elektron hat der Quotient h/m den Wert 7,27. Für Elektronen, deren Geschwindigkeit von der Größenordnung 10^7 bis 10^9 cm/sec ist, stimmen daher die Wellenlängen der zugehörigen Materiewellen mit jenen von Röntgenstrahlen überein.

In der Tat vermochten im Jahre 1927 Davisson und Germer zu zeigen, daß von glühenden Drähten emittierte Elektronen von Kristallen ebenso selektiv reflektiert, d. h. in bestimmten ausgezeichneten und durch die Struktur der Kristalle bedingten Richtungen zurückgeworfen werden wie Röntgenstrahlen. Diese und ähnliche Versuche, von denen später (§ 143) noch eingehender die Rede sein wird, beweisen auf das deutlichste, daß heute korpuskulare und undulatorische Auffassung nicht mehr wie früher als Grundlagen verschiedener physi-

---

[4] Vgl. § 219.

[5] Allerdings ergibt sich nach der allgemeinen Relativitätstheorie die Gesamtkrümmung eines Lichtstrahls doppelt so groß als auf Grund der Vorstellung gravitierender Lichtquanten, es sei denn, daß noch besondere Zusatzhypothesen hinzugefügt werden. Die bisherigen Beobachtungen beruhen auf Photographien der näheren Sonnenumgebung während einer totalen Sonnenfinsternis. Vgl. § 219.

[6] Der Name „Photon" stammt von G. N. Lewis, Nature *118*, 1926, S. 874.

kalischer Wissenszweige angesehen werden dürfen, sondern daß sie einander ergänzende Züge einer allgemeinen und einheitlichen Naturbeschreibung darstellen.

§ 114. Das Kernatom.

Die Erscheinungen der elektrischen Strahlung offenbaren, wie gezeigt wurde, einerseits die Existenz von Teilchen, die bei einer negativen Ladung von einem elektrischen Elementarquantum immer dieselbe Masse von dem 1848sten Teil der Wasserstoffatommasse besitzen; andererseits die Existenz von Gebilden, die eine positive Ladung von einem oder von einigen wenigen Elementarquanten haben und zugleich eine Masse, die stets ein nahezu ganzzahliges Vielfaches der Wasserstoffatommasse ist.

Aus diesen negativen und positiven Gebilden müssen sich jedenfalls die Atome zusammensetzen; und über die Art der Zusammensetzung gewähren wichtige Aufschlüsse die bereits besprochenen Beobachtungen über den Durchgang von Alphastrahlen durch Materie. Diese Beobachtungen zeigen, daß ein α-Teilchen in Luft Wege von einigen Zentimetern geradlinig zurücklegen kann. Nun sind in einem Kubikzentimeter Luft (wie aus der bekannten Dichte und dem bekannten Werte der LOSCHMIDTschen Zahl folgt) ungefähr $5 \cdot 10^{19}$ Atome enthalten.[1] Andererseits war es schon lange aus der Gastheorie bekannt, daß der Durchmesser der Atome ungefähr von der Größenordnung 10^{-8} cm ist, so daß in einem Luftvolumen ungefähr der 100000ste Teil von den Atomen ausgefüllt ist und eine Linie von 1 cm Länge durch Tausende von Atomen hindurchgeht. Ein α-Teilchen vermag demnach viele Tausende von Atomen zu durchqueren, ohne eine merkliche Änderung seiner Richtung zu erfahren. Bisweilen aber ruft, wie die WILSONschen Photographien zeigen, ein einziges Atom eine Ablenkung des α-Teilchens um sehr große Winkel hervor.

Diese merkwürdige Tatsache läßt sich auf Grund des COULOMBschen Gesetzes leicht durch die Annahme erklären, daß die Ablenkung die Folge einer elektrischen Kraft ist, die auf das positiv elektrische α-Teilchen durch einen Atomkern ausgeübt wird, dessen Volumen nur einen sehr geringen Teil des gesamten Volumens des Atoms bildet. Die elektrische Kraft könnte dabei von vornherein sowohl als anziehende wie auch als abstoßende gedacht, der Atomkern also sowohl negativ als auch positiv angenommen werden.

Nun folgt aber aus dem Prinzip der Gleichheit von Aktion und Reaktion, daß die tatsächlich beobachteten, außerordentlich großen Ablenkungen der α-Strahlen nur möglich sind, wenn die Masse des Kernes wesentlich größer ist als die Masse des abgelenkten α-Teilchens. In der

[1] Halb so groß ist die Zahl der Molekeln.

Tat zeigen die Beobachtungen, daß die Größe der starken Ablenkungen mit dem Atomgewicht der ablenkenden Substanz zunimmt. Wir müssen daher annehmen, daß im wesentlichen die Masse des Atoms im Kern konzentriert ist.

Da die Masse der Elektronen verschwindend klein ist gegenüber der Masse der positiv elektrischen Teilchen, so müssen wir somit annehmen, daß die Kerne der Atome positiv elektrisch sind. Weil die Atome nach außen hin im allgemeinen elektrisch neutral sind, muß diese positive Ladung durch negative Ladungen kompensiert sein; und da man in den Kathoden- und β-Strahlen negative Teilchen nur als Elektronen kennt, so muß offenbar die positive Kernladung durch Elektronen kompensiert sein, die den Kern umgeben. Woferne sich diese Elektronen genügend rasch um den Kern bewegen, wäre die elektrische Anziehung, die sonst zu ihrer Vereinigung mit dem Kern führen müßte, durch die Zentrifugalkraft aufgehoben. Wir gelangen so zu einem Modell des Atoms, das zuerst von RUTHERFORD im Jahre 1911 in die theoretische Physik eingeführt wurde; danach bestehen die Atome aus positiv elektrischen Kernen, um die Elektronen nach einem häufig gebrauchten Bilde ähnlich wie die Planeten um die Sonne kreisen.[2]

Das einfachste überhaupt denkbare Atommodell ist nun jedenfalls ein solches, bei dem sich ein einziges Elektron um einen Atomkern bewegt, dessen Ladung ein positives Elementarquantum beträgt. Es liegt der Gedanke nahe, dieses Modell dem leichtesten aller Atome, dem Wasserstoffatom, zuzuschreiben, und in der Tat zeigen sich alle Folgerungen, die aus dieser Annahme theoretisch gewonnen werden können, durch die Erfahrung vollauf bestätigt. Die positiven Urteilchen der Materie, die heute allgemein als Protonen bezeichnet werden, erweisen sich demnach als mit den Wasserstoffkernen identisch.

§ 115. Die charakteristischen Potentiale und die Spektralterme.

Wenn die Atome aus Teilchen zusammengesetzt sind, zwischen denen anziehende und abstoßende, von der Entfernung abhängige Kräfte wirken, so ist wohl anzunehmen, daß den Atomen eine innere Energie zukommt

---

[2] RUTHERFORD gründete sein Atommodell, das er bereits ein Jahr vor WILSONS Versuchen schuf, auf eigene Beobachtungen über den Durchgang von α-Strahlen durch Metallfolien. — Lediglich eine historische Bedeutung kommt heute dem seinerzeit viel beachteten Atommodell von J. J. THOMSON zu. THOMSON dachte sich das Atom aus einer gleichmäßig dichten, kugelförmigen Volumladung von positiver Elektrizität bestehend, innerhalb deren die Elektronen kreisförmige Bahnen um den Kugelmittelpunkt beschreiben. Die auf ein Elektron wirkende Kraft ist dann dem Abstand vom Zentrum direkt proportional (weil auf das Elektron immer nur ein Teil der Kugelladung wirkt). Die Annahme solcher Kräfte erwies sich wohl als sehr fruchtbar für die Deutung der Dispersion und der magneto-optischen Phänomene; doch mußte das THOMSONsche Atommodell auf Grund der Beobachtungen über den Durchgang der α-Strahlen durch die Materie aufgegeben werden.

und diese durch Energiezufuhr von außen gesteigert oder unter Umständen durch Energieabgabe nach außen verringert werden kann. Daß in der Tat eine Energieaufnahme seitens der Atome möglich ist, geht deutlich aus Versuchen über Zusammenstöße zwischen Atomen und freien Elektronen hervor. Diese Versuche offenbaren zugleich aber auch die ungemein bedeutungsvolle Tatsache, daß ein Atom nicht beliebige, sondern nur ganz bestimmte Energiebeträge aufnehmen kann. Insbesondere zeigt es sich, daß, solange keine abnormalen Verhältnisse herrschen (woferne sich also das Atom im Grundzustand befindet), ein Atom keinerlei Energiebetrag aufzunehmen vermag, der unterhalb eines gewissen Minimums liegt. Dieses Minimum wird als die Anregungsenergie des Atoms bezeichnet.

Die Erscheinungen der Elektronenstöße, die zuerst von Franck und Hertz im Jahre 1913 untersucht wurden, müssen offenbar aus zwei Gründen viel einfacher sein und übersichtlichere Ergebnisse liefern als Zusammenstöße zwischen Atomen. Einerseits ist nämlich die kinetische Energie eines einzelnen Elektrons durch Feststellung der elektrostatischen Spannung genau meßbar; andererseits ist die Masse eines Elektrons ganz unwesentlich neben der Masse eines Atoms, und daher kann die seitens eines Elektrons abgegebene und genau meßbare kinetische Energie ohne weiteres gleich gesetzt werden der Vermehrung, die durch den Zusammenstoß die innere Energie des getroffenen Atoms erfährt.

Solange nun die lebendige Kraft eines Elektrons kleiner ist als die zu der Anregung eines Atoms erforderliche Energie, müssen die Elektronen bei den Zusammenstößen ihre kinetische Energie unvermindert beibehalten. Es sind in diesem Falle nur „elastische" Stöße möglich. Unelastische Stöße (bei denen das stoßende Elektron Energie abgibt) erscheinen erst möglich, sobald ein kritischer Wert der Spannung erreicht ist, der, mit dem elektrischen Elementarquantum multipliziert, der Anregungsenergie gleich ist; dieser kritische Wert wird als die Anregungsspannung oder das Anregungspotential bezeichnet.

Die Anregungsspannung konnte für viele Grundstoffe direkt experimentell bestimmt werden. Man läßt hierzu mittels einer geeigneten Versuchsanordnung die Elektronen das Gas oder den Dampf passieren und mißt mittels eines Galvanometers die sich ergebende Stromstärke in ihrer Abhängigkeit von der gleichzeitig gemessenen Spannung. Stellt man diese Abhängigkeit graphisch dar, so zeigt die Kurve eine scharf ausgeprägte Unstetigkeit bei derjenigen Spannung, bei der zum erstenmal unelastische Stöße eintreten. Für die Anregungsspannung wurden derart bei den verschiedenen Elementen Werte von einigen wenigen Volt ermittelt. Für Blei fand man z. B. 1,26, für Natrium 2,12, für Quecksilber 4,9 Volt, und so fort. In Erg erhält man die Anregungsenergie, wenn man die Anregungsspannung zunächst in absolute Einheiten umrechnet (wozu man durch 300 dividieren muß) und sodann mit dem elektrischen Elementar-

quantum ($4{,}77 \cdot 10^{-10}$) multipliziert. Es entspricht somit der Anregungsspannung eine äquivalente Energie

$$E = 1{,}591 \cdot 10^{-12} \text{ Erg pro Volt}. \tag{1}$$

Daher beträgt z. B. die Anregungsenergie des Natriums $3{,}37 \cdot 10^{-12}$ Erg.

Ziemlich scharf läßt sich für viele Grundstoffe auch die Spannung bestimmen, bei der zum ersten Male eine Ionisierung von Gasatomen als Folge der Elektronenstöße eintritt. Diese Spannung wird als das Ionisierungspotential oder die Ionisierungsspannung bezeichnet; sie entspricht der sogenannten Ionisierungsenergie, nämlich derjenigen Arbeit, die erforderlich ist, um einem Atom das lockerste seiner Elektronen zu entreißen. Die Ionisierungsspannungen der Grundstoffe erweisen sich als ungefähr zwei- bis dreimal so groß wie ihre Anregungsspannungen. So beträgt z. B. die Ionisierungsspannung des Natriums 5,1, die des Quecksilbers 10,3 Volt.

Neben den Ionisierungspotentialen im engeren Sinne konnten bei den Erdalkalien auch die Ionisierungsspannungen zweiter Ordnung experimentell ermittelt werden, nämlich diejenigen Spannungen, bei denen den Atomen das zweitlockerste ihrer Elektronen entrissen wird. Bei Magnesium betragen beispielsweise die beiden Ionisierungsspannungen 7,6 und 15,0, bei Helium 24,5 und 78,6 Volt.

Da die Anregungsspannung stets kleiner als das Ionisierungspotential ist, müssen wir annehmen, daß in dem „angeregten" Zustand zwar das Atom alle Elektronen enthält, jedoch ein Elektron lockerer als in dem Grundzustand gebunden ist. Daß es für die Atome eines Grundstoffs mehr als einen einzigen abnormalen Zustand gibt, geht schon aus der Tatsache hervor, daß bei den Erdalkalien sowie bei Zink, Cadmium und Quecksilber zwei voneinander scharf unterscheidbare charakteristische Potentiale unterhalb der Ionisierungsspannung festgestellt werden können; z. B. bei Magnesium 2,7 und 4,3 Volt, während das erste Ionisierungspotential 7,6 Volt beträgt. Bei Quecksilber sind die entsprechenden drei Werte 4,9; 6,7 und 10,3 Volt. Unter günstigen Versuchsbedingungen konnten bei Quecksilber Franck und Einsporn[1] überdies noch drei weitere charakteristische Potentiale von 5,5, von 7,7 und von 8,6 Volt feststellen.

Aus den Beobachtungen über Elektronenstöße ergibt sich somit die Folgerung, daß für jedes Atom eines Elementes außer einem Grundzustand noch eine Reihe höherer Zustände möglich sind, deren jeder durch einen ganz bestimmten Wert charakterisiert ist, um den in diesem Zustand die atomare Energie diejenige des Grundzustandes überragt. Wenn wir diese Erkenntnis mit der Vorstellung der Lichtquanten verknüpfen, nämlich mit der Annahme, daß die seitens eines einzelnen strahlenden Atoms frei werdende Energie sich in ein einzelnes

[1] J. Franck und E. Einsporn, Zeitschr. f. Phys. 2, 1920, S. 18.

Lichtquant umsetzt, so ergibt sich notwendigerweise die Folgerung, daß die Atome eines Grundstoffs nur Licht von ganz bestimmten, für diesen Grundstoff charakteristischen Frequenzen emittieren können. Weiterhin folgt aber auch, daß die Mannigfaltigkeit dieser Frequenzwerte als Differenzen je zweier Glieder einer Reihe darstellbar sein müssen, die den charakteristischen Potentialen universell proportional ist.

In der Tat haben bekanntlich schon im Jahre 1860 KIRCHHOFF und BUNSEN die bedeutungsvolle Entdeckung gemacht, daß in den Spektren von Flammen, in die Verbindungen verschiedener Metalle gebracht werden, für die Metalle charakteristische Spektrallinien von ganz bestimmten Wellenlängen auftreten, die sich als unabhängig von Druck und Temperatur und vor allem auch als unabhängig von der Art der chemischen Bindung des Metalls erweisen, so daß die Linien als eine charakteristische Eigentümlichkeit der Atome als solcher angesehen werden müssen. Im Jahre 1908 hat dann RITZ, indem er an spezielle ältere Untersuchungen von RYDBERG anknüpfte, entdeckt, daß sich die Frequenzen der Spektrallinien als Differenzen von sogenannten Spektraltermen darstellen lassen, die ihrerseits eine weit einfachere Mannigfaltigkeit darstellen als die Frequenzwerte selbst. Als eine Folge der Termdarstellbarkeit ergibt sich das von RITZ aufgestellte Kombinationsprinzip, nach dem die Frequenz einer Spektrallinie der Summe oder Differenz der Frequenzen zweier anderer Linien desselben Grundstoffs gleich sein kann. Das Prinzip der Termdarstellbarkeit, das zunächst nur für die optischen Spektren begründet worden war, hat sich später, nach der Entdeckung der Röntgenspektren, als auch für diese richtig und bedeutungsvoll erwiesen.

Vom Standpunkte der Lichtquantenhypothese läßt sich zunächst ein Zusammenhang zwischen der Anregungsenergie und derjenigen Spektrallinie vermuten, die in dem Spektrum eines Grundstoffs die größte Intensität aufweist. Im Falle des Natriums ist dies beispielsweise die bekannte starke gelbe Linie[2], der eine Wellenlänge von $5{,}89 \cdot 10^{-5}$ cm und somit (nach der Formel $E = h\,c/\lambda$) eine Energie von $3{,}34 \cdot 10^{-12}$ Erg zukommen. Dieser Wert stimmt aber sehr gut mit dem vorhin angegebenen Werte von $3{,}37 \cdot 10^{-12}$ Erg überein, der sich aus dem beobachteten Anregungspotential des Natriums ergibt. Ganz allgemein muß

$$\frac{h\,c}{\lambda} = e\,V \tag{2}$$

sein. Wenn wir die Spannung statt in absoluten Einheiten in 300mal kleineren Volt und die Wellenlänge üblicherweise in ÅNGSTRÖM-Einheiten (10^{-8} cm) angeben, wird also

$$\lambda V = 1{,}234 \cdot 10^4 \quad (\lambda \text{ in Å}, \; V \text{ in Volt}). \tag{3}$$

[2] Die gelbe Natriumlinie stellt eigentlich (wovon später noch ausführlich die Rede sein wird) ein Dublett dar.

Diese Beziehung erweist sich durchwegs für den Zusammenhang zwischen Anregungspotential und stärkster Spektrallinie erfüllt, und zwar bei den Erdalkalien, bei Zink, Cadmium und Quecksilber zweifach, indem den beiden Werten des charakteristischen Potentials die beiden stärksten Linien entsprechen. Aber auch für die Ionisierungsspannung gilt eine der Gl. 3 entsprechende Beziehung. Die Erfahrung zeigt nämlich, daß sich die einem Grundstoff eigentümlichen Spektrallinien stets in eine Anzahl sogenannter Serien einordnen lassen, bei denen die Linien in der Richtung abnehmender Wellenlänge konvergieren. In dieser Richtung wird der Abstand zweier benachbarter, zu derselben Serie gehöriger Linien immer kleiner, während die Linien selbst in dieser Richtung immer unschärfer werden. Für jede Serie läßt sich derart eine Seriengrenze angeben, die durch eine bestimmte Frequenz oder Wellenlänge charakterisiert ist. Mit der Ionisierungsspannung ist aber nun, wie die Erfahrung zeigt (und wie ausführlicher in einem späteren Kapitel besprochen werden soll), in der Tat stets die Grenzwellenlänge einer bestimmten Serie durch die Gl. 3 verknüpft.

In der Spektroskopie ist es üblich, die Terme in reziproken Wellenlängen, in sogenannten Wellenzahlen, anzugeben, so daß für eine Spektrallinie, die durch Kombination zweier Terme T' und T'' entsteht, allgemein die Beziehung gilt:

$$\frac{\nu}{c} = T' - T'' . \tag{4}$$

Der numerisch größte Term in dem Spektrum eines Atoms wird als dessen Grundterm bezeichnet; er beträgt beispielsweise für Natrium 41 449, entsprechend einer Grenzwellenlänge von $2{,}413 \cdot 10^{-5}$ cm. Nach dem früher Gesagten erweist sich der Grundterm eines neutralen Atoms als identisch mit der noch durch $c\,h$ dividierten Ionisierungsenergie.[3]

Ganz allgemein können somit die mit $c\,h$ multiplizierten Spektralterme als die den einzelnen diskreten Zuständen entsprechenden Energiestufen oder Energieniveaus aufgefaßt werden. Der Grundterm entspricht dem normalen Grundzustand, während die numerisch kleineren Terme den energiereicheren, also „höheren" Zuständen zuzuordnen sind. Denn je „höher" der Zustand ist, desto geringer ist die dem Term proportionale Arbeit, die zu der Loslösung eines Elektrons aus diesem Zustande erforderlich ist. Umgekehrt ist daher die Arbeit, die notwendig ist, um ein Atom aus seinem Grundzustand in einen durch den Term T' charakterisierten Zustand überzuführen,

$$A = c\,h\,(T_0 - T') , \tag{5}$$

[3] Den Ionisierungsspannungen höherer Ordnung entsprechen die Grundterme in den sogenannten Funkenspektren, die von bereits ionisierten Atomen herrühren; vgl. das spätere Kapitel über die Spektren der Atome.

wenn T_0 den Grundterm bedeutet. Die Umrechnung von Spannungs- in Termwerte erfolgt auf Grund der Beziehung

$$eV = c\,h\,T \tag{6}$$

oder, wenn wir in Volt messen und daher die rechte Seite noch mit 300 multiplizieren,

$$T = 8{,}11 \cdot 10^3\ \mathrm{cm}^{-1} \text{ pro Volt.} \tag{7}$$

Mit dem Übergang zwischen zwei verschiedenen Energieniveaus ist eine Wellenlänge verknüpft, deren reziproker Wert der Differenz der beiden Terme gleich ist. Je nachdem, ob dabei das Anfangs- oder das Endniveau höher ist, entsteht eine Emissions- oder eine Absorptionslinie. Daß, wie zuerst KIRCHHOFF und BUNSEN gefunden hatten, die Frequenzen des Absorptionsspektrums mit denen des Emissionsspektrums genau übereinstimmen, ergibt sich demnach auf Grund des Lichtquantenprinzips als eine notwendige Folge aus der Vorstellung der Energiestufung der Atome.

§ 116. Die Grundstoffreihe.

Aus der Vorstellung des Kernatoms folgt, daß jede Atomart durch zwei ganze Zahlen charakterisiert sein muß. Die eine gibt die Zahl der Protonen an und stellt somit, da die Masse der Elektronen neben derjenigen der Protonen bedeutungslos ist, im wesentlichen das Atomgewicht dar. Die andere Zahl gibt, auf das elektrische Elementarquantum als Einheit bezogen, die Ladung des Atomkerns an und somit zugleich die Zahl der Planetenelektronen im neutralen Atomzustand.

Eine ungefähre Ermittlung dieser sogenannten Kernladungszahl ist schon auf Grund der Beobachtungen über den Durchgang von Alphastrahlen durch Metallfolien möglich. Wie in einem früheren Abschnitt (§ 111) erwähnt wurde, werden α-Strahlen bei ihrem Durchgang durch Materie seitens der Atomkerne abgelenkt. Die dadurch bewirkte sogenannte Streuung der α-Strahlen hängt somit von der Kernladungszahl ab, die derart für das durchquerte Metall mit einer Genauigkeit von 1% ermittelt werden konnte. Nach dieser Methode erhielt im Jahre 1920 CHADWICK für Platin den Wert 77,4 (was bei Berücksichtigung der Fehlergrenze von 1% entweder 77 oder 78 bedeutet), für Silber 46,3 und für Kupfer 29,3. Die Kernladungszahlen sind also wesentlich kleiner als die bekannten Atomgewichte dieser drei Metalle (193,1; 107,9; 63,6), so daß wir schon hieraus schließen können, daß die Atomkerne nicht nur von Elektronen umgeben sind, sondern auch selbst in ihrem Inneren neben den Protonen Elektronen enthalten.

Eine viel vollkommenere Methode zur Bestimmung der Kernladungszahlen bieten die Gesetzmäßigkeiten der Röntgenspektren, wie bereits der Begründer der Röntgenspektroskopie, MOSELEY, im Jahre

1913 entdeckt hatte. In den Röntgenspektren, von denen in einem späteren Abschnitt eingehender die Rede sein wird, treten Serien von Linien auf, die für die verschiedenen Grundstoffe von gleichem Typus sind. Wie nun MOSELEY fand, lassen sich die Grundstoffe mit fortlaufender Numerierung derart in eine Reihe ordnen, daß die Quadratwurzel aus der Frequenz einer bestimmten Röntgenlinie linear mit der Nummer des Grundstoffs wächst.

Die sich so ergebende „natürliche" Reihe der Grundstoffe stimmt, wie MOSELEY erkannte, im allgemeinen mit der Reihe überein, die man erhält, wenn man die Elemente nach steigendem Atomgewicht ordnet. Aber während der Gang der Atomgewichtszahlen ein ziemlich unregelmäßiger ist, vollzieht sich in der natürlichen Reihe die Verschiebung der Röntgenlinien von Element zu Element mit der allergrößten Genauigkeit, so daß sich jede etwaige Lücke in der Reihe deutlich durch einen zu großen Sprung offenbart.

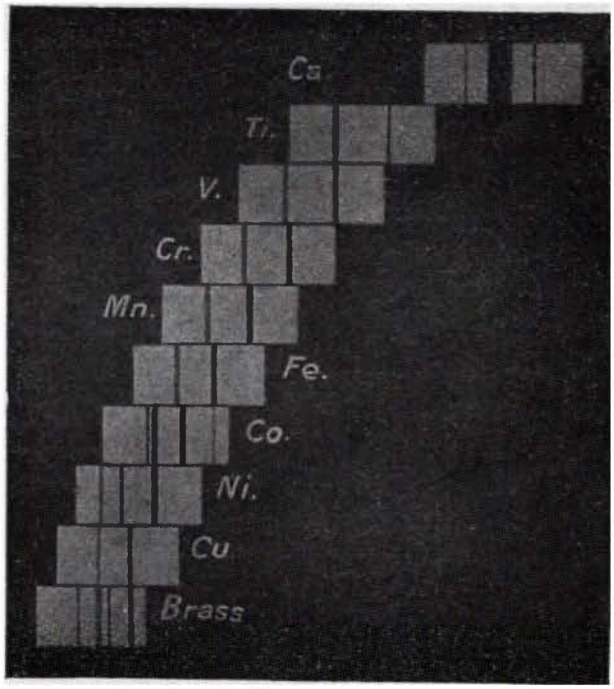

Fig. 70. K-Serie nach MOSELEY.

Fig. 70 zeigt für eine Reihe von Grundstoffen die von MOSELEY gemachten Aufnahmen der sogenannten K-Serie. Die Aufnahmen lassen neben der stärkeren K_α-Linie eine zweite schwächere (die K_β-Linie) erkennen. (Weitere Linien wurden erst später durch die Vervollkommnung der spektroskopischen Methoden erkennbar.) Die photographischen Bilder sind so angeordnet, daß übereinander liegenden Stellen die gleiche Wellenlänge entspricht. Die Wellenlänge nimmt von links nach rechts, die Frequenz also von rechts nach links zu, so daß in Fig. 70 das Element mit der niedrigeren Nummer oberhalb des Elementes mit der höheren Nummer liegt. Die Aufnahmen beziehen sich auf die Elemente: Calcium, Titan, Vanadium, Chrom, Mangan, Eisen, Kobalt, Nickel, Kupfer und Zink. Zink wurde in Form der Legierung mit Kupfer als Messing (englisch „Brass") verwendet.[1] Die Aufnahmen zeigen auf das deutlichste, daß in der natürlichen Reihe die angegebenen Elemente aufeinanderfolgen, daß aber zwischen dem Calcium und dem Titan noch ein Element fehlt. (Es ist das Scandium, das wegen seiner Seltenheit MOSELEY damals

[1] Die Legierung wurde deshalb verwendet, weil Zink zu wenig hitzebeständig ist.

nicht zur Verfügung stand.) Ferner zeigen, was sehr bemerkenswert ist, die Bilder, daß in der natürlichen Reihe das Kobalt dem Nickel vorangeht, obwohl es ein höheres Atomgewicht hat, nämlich 58,94 gegenüber 58,69. Messing zeigt sowohl die Zink- als auch die Kupferlinien; bei Kobalt zeigen sich Verunreinigungen durch Nickel und Eisen.

Direkte, mittels der Kristalle ausgeführte röntgenspektroskopische Messungen (die in einem späteren Abschnitt eingehender erörtert werden sollen) ermöglichten es bereits MOSELEY, die natürliche Reihe der Grundstoffe von dem Natrium bis zu dem höchsten Element, dem Uran, festzustellen. Spätere Messungen in dem Grenzgebiet zwischen Röntgenstrahlen und ultravioletten Strahlen gestatteten es andererseits, den Gang der Spektren von dem Natrium abwärts bis zu dem Grundstoff mit dem zweitkleinsten Atomgewicht, dem Helium, zu verfolgen.

Die natürliche Reihe, die zweifellos mit Wasserstoff an erster und Helium an zweiter Stelle beginnt, ist derart mit Sicherheit eindeutig festgestellt. Die höchste Kernladungszahl kommt unter allen bekannten Grundstoffen dem Element Uran zu, nämlich die Zahl 92. Nach dem gegenwärtigen Stande der Forschung weist die Grundstoffreihe nur noch zwei Lücken auf, die den Zahlen 85 und 87 entsprechen.[2] Die Reihe der Elemente ist in der Tab. III dargestellt, in der neben den konventionellen Namen der Grundstoffe auch deren chemische Symbole und die Atomgewichte eingetragen sind. In dieser Tabelle sind natürlich auch Elemente eingetragen, von denen röntgenspektroskopische Aufnahmen noch nicht möglich waren (wie die Edelgase, Radium, Polonium, Actinium, Protactinium); die Stellung dieser Grundstoffe ergibt sich einerseits aus der später zu besprechenden chemischen Periodizität, andererseits aus dem Atomgewicht. Das Atomgewicht nimmt nämlich in der natürlichen Grundstoffreihe von Stelle zu Stelle zu mit nur vier Ausnahmen, indem nämlich trotz höheren Atomgewichts das Argon dem Kalium vorausgeht (Nr. 18 und 19), ferner, wie schon erwähnt, das Kobalt dem Nickel (Nr. 27 und 28), sodann das Tellur dem Jod (Nr. 52 und 53) und endlich das Thorium dem Protactinium (Nr. 90 und 91).

Die auf Grund des MOSELEYschen Gesetzes sich ergebenden Kernladungszahlen stimmen in der Tat mit denjenigen überein, die später nach der CHADWICKschen Methode ermittelt wurden. Die Erkenntnis, daß die Ordnungszahlen der MOSELEYschen Reihe zugleich die Kernladungszahlen bedeuten, ist von VAN DEN BROEK im Jahre 1913 begründet worden.

---

[2] Zur Zeit der MOSELEYschen Entdeckung betrug die Zahl der Lücken noch sechs. 1922 entdeckten HEVESY und COSTER das 72. Element (Hafnium), 1925 NODDACK und TACKE die Elemente 43 und 75 (Masurium und Rhenium), und schließlich glückte im Jahre 1926 HOPKINS die Entdeckung des 61. Elementes, des Illiniums.

Tabelle III.

Die natürliche Reihe der Grundstoffe

1	Wasserstoff	H	1,0078	32	Germanium	Ge	72,60	63	Europium	Eu	152,0
2	Helium	He	4,002	33	Arsen	As	74,96	64	Gadolinium	Gd	157,3
3	Lithium	Li	6,940	34	Selen	Se	79,2	65	Terbium	Tb	159,2
4	Beryllium	Be	9,02	35	Brom	Br	79,916	66	Dysprosium	Dy	162,46
5	Bor	B	10,82	36	Krypton	Kr	82,9	67	Holmium	Ho	163,5
6	Kohlenstoff	C	12,000	37	Rubidium	Rb	85,45	68	Erbium	Er	167,64
7	Stickstoff	N	14,008	38	Strontium	Sr	87,63	69	Thulium	Tu	169,4
8	Sauerstoff	O	16,0000	39	Yttrium	Y	88,93	70	Ytterbium	Yb	173,5
9	Fluor	F	19,00	40	Zirkonium	Zr	91,22	71	Cassiopeium	Cp	175,0
10	Neon	Ne	20,18	41	Niobium	Nb	93,5	72	Hafnium	Hf	178,6
11	Natrium	Na	22,997	42	Molybdän	Mo	96,0	73	Tantal	Ta	181,5
12	Magnesium	Mg	24,32	43	Masurium	Ms	—	74	Wolfram	W	184,0
13	Aluminium	Al	26,97	44	Ruthenium	Ru	101,7	75	Rhenium	Re	188,7
14	Silicium	Si	28,06	45	Rhodium	Rh	102,9	76	Osmium	Os	190,9
15	Phosphor	P	31,02	46	Palladium	Pd	106,7	77	Iridium	Ir	193,1
16	Schwefel	S	32,06	47	Silber	Ag	107,880	78	Platin	Pt	195,23
17	Chlor	Cl	35,457	48	Cadmium	Cd	112,41	79	Gold	Au	197,2
18	Argon	Ar	39,94	49	Indium	In	114,8	80	Quecksilber	Hg	200,61
19	Kalium	K	39,104	50	Zinn	Sn	118,70	81	Thallium	Tl	204,39
20	Calcium	Ca	40,07	51	Antimon	Sb	121,76	82	Blei	Pb	207,21
21	Scandium	Sc	45,10	52	Tellur	Te	127,5	83	Wismut	Bi	209,00
22	Titan	Ti	47,90	53	Jod	J	126,93	84	Polonium	Po	(210)
23	Vanadium	V	50,95	54	Xenon	X	130,2	85	—	—	—
24	Chrom	Cr	52,01	55	Cäsium	Cs	132,81	86	Emanation	Em	222
25	Mangan	Mn	54,93	56	Barium	Ba	137,36	87	—	—	—
26	Eisen	Fe	55,84	57	Lanthan	La	138,90	88	Radium	Ra	225,97
27	Kobalt	Co	58,94	58	Cer	Ce	140,13	89	Actinium	Ac	(227)
28	Nickel	Ni	58,69	59	Praseodym	Pr	140,92	90	Thorium	Th	232,12
29	Kupfer	Cu	63,57	60	Neodym	Nd	144,27	91	Protactinium	Pa	(231)
30	Zink	Zn	65,38	61	Illinium	Il	—	92	Uran	U	238,14
31	Gallium	Ga	69,72	62	Samarium	Sm	150,43				

§ 117. Die chemische Periodizität.

In der natürlichen Reihe der Grundstoffe nehmen, wie die Erfahrung zeigt, sechs Elemente, zwischen deren Ordnungszahlen einfache zahlenmäßige Zusammenhänge bestehen, eine ausgezeichnete Sonderstellung ein. Diese Elemente verhalten sich nämlich in chemischer Hinsicht vollkommen passiv, indem sie im Gegensatze zu allen anderen Grundstoffen keine chemischen Verbindungen eingehen; es sind die sogenannten Edelgase[1], nämlich Helium, Neon, Argon, Krypton, Xenon und die Emanation. Ihre Ordnungszahlen sind

2, 10, 18, 38, 54, 86.

Die Differenzen zwischen diesen Zahlen sind

8, 8, 18, 18, 32,

[1] Die Edelgase (mit Ausnahme der Emanation) wurden gegen Ende des 19. Jahrhunderts von Ramsay in der Atmosphäre entdeckt.

und von vornherein läßt sich ein tieferer Grund dafür vermuten, daß die erste Ordnungszahl und die folgenden Differenzen von der Form sind

$$2z^2 \; (z = 1, 2, 3, 4).$$

Vom Standpunkte der modernen Atomtheorie ist nun offenbar jede chemische Aktivität auf elektrische Kräfte zurückzuführen, die von den Atomen ausgehen; diese Kräfte sind es, die zu einer Vereinigung entgegengesetzt geladener Atome und damit zur Molekelbildung führen. Da im neutralen Zustand die Zahl der den Kern umgebenden Elektronen der Kernladungszahl gleich ist, kann somit ein Atom nur dann chemisch aktiv werden, wenn sich die Zahl der seinen Kern umgebenden Elektronen entweder unter die Kernladungszahl vermindert oder über sie erhöht hat; im ersten Falle wird das Atom als Ganzes positiv, im zweiten negativ elektrisch, und die Ladung ist wiederum durch die Zahl der abgegebenen oder aufgenommenen Elektronen bestimmt. Aus der chemischen Passivität der Edelgase muß somit geschlossen werden, daß in ihren Atomen die Anordnung der Elektronen um den Kern im allgemeinen eine derart stabile ist, daß weder Elektronen aus dem Atomverband abgegeben noch fremde in ihn aufgenommen werden, was bei allen anderen Atomen möglich erscheint.

Die Edelgase stellen gewissermaßen die Marksteine in der natürlichen Reihe der Grundstoffe dar. Durch sie zerfällt die Reihe in sieben Perioden. Die erste umfaßt die ersten zwei Elemente (Wasserstoff und Helium); die zweite und dritte Periode umfassen je acht Elemente, Nr. 3 bis 10 (Lithium bis Neon) und Nr. 11 bis 18 (Natrium bis Argon). Die vierte und fünfte Periode erstrecken sich über je achtzehn Elemente, Nr. 19 bis 36 (Kalium bis Krypton) und Nr. 37 bis 54 (Rubidium bis Xenon). Die sechste Periode umfaßt zweiunddreißig Grundstoffe, Nr. 55 bis 86 (Cäsium bis Emanation). Die siebente Periode, die mit dem unbekannten Element Nr. 87 beginnt, bricht scheinbar an sechster Stelle mit dem Uran ab, wobei es dahingestellt bleiben muß, ob Grundstoffe mit noch höherer Kernladung nicht existenzfähig oder bereits zerfallen oder nur wegen ihrer Seltenheit noch nicht entdeckt sind.[2]

Schon im Jahre 1869 haben nun gleichzeitig, doch unabhängig voneinander, Lothar Meyer und Medelejeff die wichtige Entdeckung gemacht, daß in einer nach steigendem Atomgewicht gebildeten Reihe der Elemente charakteristische physikalische und chemische Eigenschaften periodisch wiederkehren, und infolgedessen, wenn man die Perioden untereinander schreibt, eine Anordnung möglich ist, bei der in den einzelnen Vertikalreihen einander ähnliche Elemente verzeichnet sind. Die weitere Ausbildung des sogenannten periodischen Systems führte zu der Unterscheidung von acht Vertikalgruppen mit je zwei Untergruppen; doch wurde eine exakte Darstellung erst möglich, seit

[2] Vgl. § 148.

Tabelle IV.

Das periodische System der Elemente.

	I a	I b	II a	II b	III a	III b	IV a	IV b	V a	V b	VI a	VI b	VII a	VII b	VIII a	VIII b
1	1 H															2 He
2	3 Li		4 Be			5 B		6 C		7 N		8 O		9 F		10 Ne
3	11 Na		12 Mg			13 Al		14 Si		15 P		16 S		17 Cl		18 Ar
4	19 K	29 Cu	20 Ca	30 Zn	21 Sc	31 Ga	22 Ti	32 Ge	23 V	33 As	24 Cr	34 Se	25 Mn	35 Br	26 Fe 27 Co 28 Ni	36 Kr
5	37 Rb	47 Ag	38 Sr	48 Cd	39 Y	49 In	40 Zr	50 Sn	41 Nb	51 Sb	42 Mo	52 Te	43 Ms	53 J	44 Ru 45 Rh 46 Pd	54 X
6	55 Cs	79 Au	56 Ba	80 Hg	57—71 seltene Erden	81 Tl	72 Hf	82 Pb	73 Ta	83 Bi	74 W	84 Po	75 Re	85	76 Os 77 Ir 78 Pt	86 Em
7	87		88 Ra		89 Ac		90 Th		91 Pa		92 U					

durch die Kenntnis der Ordnungszahlen auch die Zahl der Stellen in den Perioden genau bekannt geworden war.

Wie die Erfahrung zeigt, ist nun die Tabelle des periodischen Systems folgendermaßen zu konstruieren (Tab. IV). Man legt acht Vertikalreihen mit je zwei Untergruppen an. Man bezeichnet die den Vertikalreihen entsprechenden Gruppen mit I, II usw. bis VIII; die Untergruppen mögen in der Tabelle mit a und b unterschieden werden. Die beiden Elemente der ersten Periode weist man in die Gruppen Ia und VIIIb. Die acht Elemente der zweiten und dritten Periode verteilt man derart auf die acht Gruppen, daß die ersten zwei in die a-Reihe kommen und die letzten sechs in die b-Reihe. In der vierten und fünften, je 18 Elemente umfassenden Periode verfährt man folgendermaßen: Man verteilt die ersten acht Elemente auf die acht Vertikalreihen in der a-Gruppe und die letzten acht auf die acht Vertikalreihen in der b-Gruppe; das neunte und zehnte Element weist man ebenfalls in die Reihe VIIIa, so daß diese Reihe in der vierten und fünften Periode je eine Triade aufweist. In der sechsten Periode wählt man dieselbe Anordnung wie in der vierten und fünften, jedoch mit dem Unterschied, daß man in der IIIa-Reihe statt eines einzigen Elementes eine Gruppe von fünfzehn Elementen unterbringt; in der sechsten Periode erscheinen also von den 16 Stellen der acht a- und b-Reihen eine mit 3 und eine mit 15 Elementen besetzt. In der siebenten Periode werden endlich die ersten sechs Grundstoffe dieser Periode in den a-Reihen untergebracht. Die drei Triaden werden gebildet von den Eisen-, den Palladium- und den Platinmetallen. Die Fünfzehnergruppe wird als die Gruppe der seltenen Erden bezeichnet.

XIV. Kapitel.

Die Grundlagen der Atommechanik.

§ 118. Die Theorie von DE BROGLIE.

Die Hypothese der Materiewellen führt, wie DE BROGLIE erkannte, zu einem besonders bedeutungsvollen Ergebnis, wenn sie auf periodische Bewegungen eines Materieteilchens angewendet wird. Ein Wellenstrahl ist ja bekanntlich dadurch charakterisiert, daß in jedem Augenblicke solche Stellen des Wellenfeldes denselben Schwingungszustand aufweisen, die längs des Strahles um ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge voneinander abstehen. Da nun innerhalb einer Welle unmöglich zwei verschiedene Schwingungszustände gleichzeitig an derselben Stelle vorhanden sein können, so erscheint auf Grund der Vorstellung der Materiewellen eine Bewegung in einer geschlossenen Bahn bei konstanter Geschwindigkeit nur dann möglich, wenn die Länge der Bahn (l) ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist, wenn also die Beziehung erfüllt ist

$$\frac{l}{\lambda} = n \quad (n = 1,\ 2,\ 3 \text{ usw.}). \tag{1}$$

Ist die Geschwindigkeit und somit auch die Wellenlänge veränderlich, so müssen wir offenbar die Bahnlänge l in Wegelemente ds zerlegen und jedes durch den zugehörigen Wert der Wellenlänge dividieren. Wenn wir mit dem üblichen Symbol $\left(\oint\right)$ das über die geschlossene Bahn erstreckte Integral bezeichnen, tritt dann an die Stelle der Gl. 1 die allgemeinere Beziehung

$$\oint \frac{ds}{\lambda} = n\,. \tag{2}$$

Hierfür können wir aber nach Gl. 2 des § 113 auch schreiben:

$$\oint G\,ds = n\,h\,; \tag{3}$$

das über die geschlossene Bahn erstreckte Wegintegral des Impulses stellt also ein ganzzahliges Vielfaches des elementaren Wirkungsquantums dar. In dem besonderen Falle einer mit konstanter Geschwindigkeit

erfolgenden Kreisbewegung muß somit der durch das Produkt aus Masse, Geschwindigkeit und Bahnradius gegebene Drehimpuls

$$m\,a\,v = \frac{n\,h}{2\pi} \tag{4}$$

sein.

Aus der Vorstellung der Materiewellen ergibt sich derart notwendigerweise eine Annahme, die bereits im Jahre 1913 von Bohr als selbständige Hypothese begründet und von ihm mit größtem Erfolg zur Deutung der Linienspektren verwendet worden war. Bohr setzte nämlich für den Grundzustand des Wasserstoffatoms den mit 2π multiplizierten Drehimpuls dem elementaren Wirkungsquantum gleich, während er ihn für die abnormalen Zustände des Wasserstoffatoms gleich $2h$, $3h$, $4h$ usw. annahm. Bohr ermittelte also zunächst nach den Prinzipen der klassischen Mechanik die Gesamtheit aller im Atom möglichen Bahnen und sonderte dann aus dieser Gesamtheit als „quantentheoretisch zulässig" diejenigen Bahnen aus, die der Quantenbedingung der Gl. 4 genügen. Diese Auszeichnung der „gequantelten" Bahnen mußte indessen vom Standpunkte der klassischen Mechanik aus völlig unverständlich bleiben, und nicht minder die Bestimmung der mechanischen Bahnen durch die optische Fundamentalkonstante h. Beide Schwierigkeiten fanden erst durch die Theorie de Broglies ihre Lösung.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Materiewelle ist natürlich gemäß einer allgemein gültigen wellentheoretischen Beziehung dem Produkt aus Wellenlänge und Frequenz gleich, also

$$u = \lambda\,\nu\,. \tag{5}$$

Setzen wir für λ den Wert aus Gl. 12 des § 113 ein (nämlich h/mv) und setzen wir $h\,\nu$ in naheliegender Weise gleich $m\,c^2$, so ergibt sich die Beziehung

$$u = \frac{c^2}{v}\,. \tag{6}$$

Die Geschwindigkeit der Materiewellen ist also der zugehörigen mechanischen Geschwindigkeit umgekehrt proportional.

Durch diese der de Broglieschen Theorie eigentümliche Beziehung erscheint ein enger Zusammenhang zwischen zwei alten physikalischen Prinzipen hergestellt, deren eines als oberstes geometrisch-optisches und deren anderes als oberstes mechanisches Theorem angesehen wurden. Das optische Prinzip wurde in der ersten Hälfte des 17. Jahrhunderts von Fermat als Satz der kürzesten Lichtzeit aufgestellt. Nach diesem Satze ist die Zeit, die das Licht zur Zurücklegung des wirklichen Weges zwischen zwei Punkten braucht, ein Minimum.[1]

[1] Aus dem Fermatschen Prinzip läßt sich die Form des Lichtstrahls richtig bestimmen, beispielsweise sehr leicht das Brechungsgesetz ableiten.