E. RIECKE

Lehrbuch der PHYSIK

Zu eigenem Studium
und zum Gebrauche bei Vorlesungen

Herausgegeben von

Prof. Dr. Ernst Lecher
Vorstand des I. physikalischen Institutes der Universität Wien

Siebente, verbesserte und vermehrte Auflage

Erster Band

Mechanik und Akustik – Wärme – Optik

Mit 458 Figuren im Text

Berlin und Leipzig 1923

Walter de Gruyter & Co.

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung - J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung - Georg Reimer - Karl J. Trübner - Veit & Comp.

E. RIECKE

Lehrbuch der

PHYSIK

Zu eigenem Studium
und zum Gebrauche bei Vorlesungen

Herausgegeben von

Prof. Dr. Ernst Lecher
Vorstand des I. physikalischen Institutes der Universität Wien

Siebente, verbesserte und vermehrte Auflage

Erster Band

Mechanik und Akustik — Wärme — Optik

Mit 458 Figuren im Text

Berlin und Leipzig 1923

Walter de Gruyter & Co.

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung - J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung - Georg Reimer - Karl J. Trübner - Veit & Comp.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig

Aus dem Vorworte zur ersten Auflage.

Das vorliegende Lehrbuch, welches in zwei handlichen Bänden das ganze Gebiet der Physik umfaßt, ist erwachsen aus Vorlesungen, die ich an der Universität zu Göttingen gehalten habe. Den Grundstock bilden meine Vorlesungen über Experimentalphysik; ich habe damit aber manches verbunden, was den Gegenstand von spezielleren Vorträgen oder seminaristischen Übungen gebildet hatte. Meine Absicht war darauf gerichtet, den Lesern einen möglichst deutlichen und vollständigen Einblick in die Tatsachen und Ideen zu geben, welche den Bestand unserer heutigen Physik ausmachen. Das Buch wendet sich aber an alle, die der Physik wissenschaftliches Interesse entgegenbringen: an die Hörer der Physik an Universität und technischer Hochschule, denen es neben der Vorlesung und zu eigenen Studien dienen kann; an den Lehrer, der in ihm manches im Zusammenhange finden wird, was, oft schwer zugänglich, in Zeitschriften und Sammelwerken zerstreut ist; an den großen Kreis derer, die, auf verwandten Gebieten im Dienste der theoretischen Forschung oder der technischen Anwendungen tätig, ihre Kenntnisse von der Entwickelung der Physik wieder ergänzen möchten. Mit Rücksicht auf diese allgemeinere Bestimmung wünschte ich, daß das Buch ein leicht zu lesendes sei; ich habe daher mathematische Entwickelungen nur sparsam benützt.

Über die Anordnung und Auswahl des Stoffes, über seine methodische Behandlung wird man immer verschiedenen Ansichten begegnen; einen allein seligmachenden Kanon gibt es hier nicht, das subjektive Gefühl muß vielmehr sein Recht behalten. Ich glaube, daß die Art, wie sich die Wissenschaft historisch entwickelt hat, im großen auch den Weg zeigt, den wir beim Unterricht, beim Lernen zu gehen haben; die historische Entwickelung ist keine zufällige und willkürliche, es herrscht in ihr vielmehr ein natürliches Gesetz des Fortschrittes von einfachen und naheliegenden Tatsachen zu verwickelten und verborgenen. Aber auch abgesehen hiervon, kann ein Lehrbuch der Physik den stufenweisen

Fortschritt der Erkenntnis, die allmähliche Wandlung unserer Anschauungen nicht ganz mit Stillschweigen übergehen. Der Zusammenhang der Wissenschaft, die Kenntnis des Grundes, auf dem ihr heutiger Bau erwachsen ist, darf nicht verloren gehen; und wenn wir auch den Anschauungen von COULOMB, AMPÈRE, WEBER oder CARNOT jetzt ablehnend gegenüberstehen, so dürfen wir doch den vielfachen Nutzen nicht vergessen, den die aus ihnen geschöpften Vorstellungen uns auch heute noch gewähren. Wer Physik verstehen will, der muß auch von den Ideenkreisen wissen, die von jenen Männern entwickelt worden sind.

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

Wenn ich an meine eigene Studienzeit zurückdenke, so verweilt meine Erinnerung besonders gern bei den Stunden, in denen ich WILHELM WEBERS Vorlesung über Experimentalphysik hörte. Wer seine elektrodynamischen Maßbestimmungen gelesen hat, kann sich wohl einen Begriff machen von der Kunst, mit der er den Zusammenhang der Erscheinungen zu entwickeln und Schritt für Schritt die Erkenntnis zu erweitern und zu vertiefen wußte. So gestaltete sich vor allem die von ihm mit Vorliebe behandelte Elektrizitätslehre zu einem Kunstwerke, dessen dramatischen Aufbau von Stunde zu Stunde zu verfolgen mir eine Quelle des reinsten Genusses war. Möchte ein Hauch von diesem Geiste auch in meiner Darstellung zu spüren sein!

November 1895.

Eduard Riecke.

Vorwort zur sechsten Auflage.

Für eine erste Einführung in die Physik besitzen wir viele sehr gute, kürzere Lehrbücher; diesen stehen gegenüber einige große vielbändige Werke, die infolge ihres Umfanges als allgemeiner Unterrichtsbehelf wohl kaum in Betracht kommen. Die „Physik von Riecke“ mit ihren zwei Bänden nimmt hier eine ausgezeichnete Mittelstellung ein. Die fundamentalen Tatsachen breit und elementar behandelnd, verstand es der Verfasser meisterhaft, in kurzen Schlagworten und Hinweisungen auch Einblick in schwierigere Fragen zu vermitteln; ein aufmerksamer Leser fand so wenigstens andeutungsweisen Bescheid über die neuesten Probleme, die jeweils im Vordergrund des physikalischen Interesses standen.

Riecke verschied im Juni 1915, nach einem reichen Leben voll Arbeit und Erfolg. Als ich im Herbste 1916 die weitere Herausgabe seines Lehrbuches übernahm, stand mir von vornherein fest, daß die glückliche Wesensart dieses Werkes nach Kräften festgehalten werden müsse. Wenn ich mich trotzdem zu einigen einschneidenderen Änderungen entschlossen habe, geschah dies erst nach reiflicher Überlegung.

Die „Wärmelehre“ wurde aus dem zweiten Bande in den ersten vorgenommen. Und zwar aus innern nnd äußern Gründen. Neben dem Energieprinzipe stehen gleichwertig die Hauptsätze der Thermodynamik; das Verstehen physikalischer Erkenntnisse wird dem Leser um so leichter, je eher ihm diese Grundpfeiler physikalischen Wissens gesichert sind. Dann aber gestattete die Voranstellung der Wärmelehre in den ersten Band dem zweiten Bande, der „Elektrizitätslehre“, die absolut gebotene Ausdehnungsfreiheit. Gerade auf diesem Gebiete sind die Fortschritte so umfangreich, daß Band II in der alten Einteilung technisch unmöglich geworden wäre.

Die Elektrizität behandelte Riecke im Geiste seines verehrten Meisters Wilhelm Weber, originell in der Darstellungsweise, voll des größten historischen Reizes für den fertigen Physiker; aber ein Umweg für den Studierenden. Darum habe ich hier ebenfalls — wenn auch nicht leichten

Herzens — Umstellungen und Änderungen vorgenommen, jedoch immer unter möglichster Wahrung des ursprünglichen Charakters.

Für die vorliegende Neubearbeitung fanden sich im Nachlasse Rieckes einige Notizen. Sie wurden zum größten Teile benützt und wurden im Inhaltsverzeichnisse kenntlich gemacht, ebenso meine Einschaltungen, sofern solche wichtigerer Natur.

Wien, Juli 1918.

Ernst Lecher.

Vorwort zur siebenten Auflage.

Im nachfolgenden Band I dieser Auflage ist nur eine wesentliche Änderung gemacht, es wurde von allem Anfange an mit dem einfachen Begriffe der Infinitesimalrechnung gerechnet; die alten elementaren Ableitungen sind meistens beibehalten. Ich hoffe damit den berechtigten Wünschen manchen meiner Kritiker entgegengekommen zu sein.

Schließlich erwähne ich dankend, daß Herr Assistent Dr. H. Schiller und Herr H. Kalplas mich bei den Korrekturen unterstützten.

Wien, Juli 1923.

Ernst Lecher.

Inhalt.

Mechanik.

Erster Teil. Kinematik.

Zweiter Teil. Mechanik starrer Körper.

I. Vom Gleichwichte der Körper.

II. Einfache Maschinen und Prinzip der virtuellen Verschiebungen.

Dritter Teil. Dynamik starrer Körper.

I. Kraft als Beschleunigungsursache.

II. Freier Fall.

III. Schwingungsbewegung.

IV. Zentripetalkraft.

V. Allgemeine Gravitation.

VI. Rasche Drehbewegungen starrer Körper. (Großes Impulsmoment).

VII. Energetik.

Mechanik der Flüssigkeiten und Gase.

Erster Teil. Statik der Flüssigkeiten und Gase.

I. Statik der imkompressiblen Flüssigkeiten.

II. Statik der kompressiblen Flüssigkeiten (Gase).

Zweiter Teil. Dynamik der Flüssigkeiten und Gase.

I. Strömungen und Wirbel in idealen Flüssigkeiten.

II. Ideale Flüssigkeiten und starre Körper in wechselseitiger Bewegung.

III. Wellen idealer Flüssigkeiten.

Statik und Dynamik unter Einfluß der Molekularkräfte.

Erster Teil. Einfluß der Molekularkräfte auf die Mechanik fester Körper.

Zweiter Teil. Einfluß der Molekularkräfte auf die Mechanik der Flüssigkeiten.

Dritter Teil. Einfluß der Molekularkräfte auf die Mechanik der Gase.

Akustik.

Erster Teil. Die musikalischen Töne.

Zweiter Teil. Freie Schwingungen tönender Körper.

Dritter Teil. Interferenzen und erzwungene Schwingungen.

Wärme.

Erster Teil. Temperatur und Ausdehnung.

I. Thermometrie.

II. Wärmeausdehnung.

Zweiter Teil. Kalorimetrie und spezifische Wärme.

Dritter Teil. Thermodynamik. Mechanische Wärmetheorie.

I. Der erste Hauptsatz.

II. Der zweite Hauptsatz.

Vierter Teil. Atomistisch-statistische Betrachtungsweisen.

Fünfter Teil. Veränderungen des Aggregatzustandes.

I. Schmelzen.

II. Sieden und Verdunsten.

III. Lösungen.

IV. Phasen und thermodynamisches Potentail.

V. Das Auge und die optischen Instrumente.

Zweiter Teil. Emission und Absorption.

I. Spektralanalyse.

II. Temperaturstrahlung und Lumineszenz.

III. Photochemie.

Dritter Teil. Das Licht als Wellenbewegung.

I. Emissions- und Undulationstheorie.

II. Interferenz.

III. Polarisation und Doppelbrechung.

Einleitung

§ 1. **Erkenntnistrieb.** Der Mensch lebt im ewigen Wechsel der Natur. Mit diesem Wechsel der Dinge außer uns stehen unsere stets wechselnden Sinnesempfindungen in irgendeinem Zusammenhange. Die Naturwissenschaft sucht nun die regelmäßige Aufeinanderfolge dieser Erscheinungen zu beschreiben.

Aus dem zuerst nur praktischen Streben, die Natur in einer der eigenen Wohlfahrt dienlichen Weise zu meistern, mußte im Menschen das weitere Streben entstehen, die Naturerscheinungen möglichst zu ordnen, und von möglichst einheitlichen Gesichtspunkten aus zu verstehen. Dieser Wissenstrieb betätigte sich dann auch in seiner weiteren Entwicklung ohne Hinblick auf Befriedigung praktischer Bedürfnisse.

Das Primäre war das „biologische Interesse", der Eigennutz; durch ihn wurde die Erkenntnisschwelle aller denkenden Wesen immer günstiger gestaltet. Der Mensch meistert die Natur, aber umgekehrt meistert auch diese den Menschen. Die Naturvorgänge sind so lange gegen uns, bis wir möglichst übereinstimmend mit diesen Vorgängen der Außenwelt zu denken gelernt haben. Diese Anpassung der Ideenwelt in uns an die durch die Außenwelt erregten Sinnesempfindungen wirkte vom Urbeginn des Denkens und wird wirken, solange es denkende Wesen gibt.

Bei der Fülle der Erscheinungen müssen wir, schon um die Arbeit unseres Gedächtnisses zu erleichtern — von einem „ökonomischen Bedürfnisse" aus — die Erscheinungen nach einheitlichen Gesichtspunkten ordnen, nicht nur in äußerlicher Einteilung nach Ähnlichkeit oder Verschiedenheit, sondern besonders in Herstellung eines Zusammenhanges, bei dem wir die regelmäßige Aufeinanderfolge bestimmter Erscheinungen unter einer Vorstellung von Ursache und Wirkung aneinanderreihen.

Aus den vielen und mannigfaltigen Tatsachen greifen wir die einfachsten heraus und machen ihre Bedingungen zum Gegenstand unserer Forschung, die verwickelten suchen wir so zu zerlegen, daß sie als eine Folge der schon bekannten einfachen erscheinen. Gelingt dieses, so haben wir die komplizierten Erscheinungen erklärt, d. h. zurückgeführt auf einfache Fundamentalerscheinungen. Erklären heißt: Denkungewohntes zurückzuführen auf Denkgewohntes, von dessen Richtigkeit wir überzeugt zu sein glauben.[1]

Nun sind uns gewisse Erfahrungen ganz besonders vertraut. In der Urzeit der Menschheit war die eigene Muskelkraft das Wichtigste. Unsere Urahnen hoben schwere Lasten und empfanden die dazu nötige Anstrengung. Sie warfen Steine und spürten die dazu nötige Muskelarbeit. Der Begriff der Kraft und Arbeit hat sich so instinktiv entwickelt und sich immer mehr festigend von Generation zu Generation weiter vererbt. Dieser rein anthropomorphe Ausgangspunkt unseres naturwissenschaftlichen Denkens bestimmte die ganze Entwicklung unserer Naturwissenschaft.

§ 2. Hypothesen und Theorien. Wenn wir von der Kraft sprechen, die ein Körper A auf einen Körper B ausübt, so drücken wir damit nichts anderes aus als die Tatsache, daß A bestimmte Veränderungen erleidet, so oft es in bestimmte räumliche Beziehungen zu B gebracht wird. Es handelt sich dabei nur um eine anschauliche Art, die beobachteten Erscheinungen zu beschreiben. Oft sind die Erscheinungen so verwickelt, daß wir zu keiner Übersicht, zu keiner verständlichen Ordnung gelangen, solange wir uns nur an den beobachteten Tatbestand halten. Wir ergänzen diesen durch hypothetische Annahmen über die ihm zugrunde liegenden Eigenschaften der Körper, über die Existenz von Körpern, die unsichtbar mit den unmittelbar wahrnehmbaren sich irgendwie in Beziehung setzen, Annahmen, durch welche wir gewissermaßen einen verborgenen Teil der wirkenden Ursachen zu erraten suchen. Solche Hypothesen werden natürlich nicht willkürlich und aufs Geratewohl gebildet, sondern man läßt sich dabei von Analogien mit bekannten Tatsachen leiten. So wurde man z. B. durch die Analogien zwischen Schall und Licht darauf geführt, die optischen Erscheinungen zu erklären durch Wellen in einem den ganzen Raum erfüllenden Stoffe, dem Äther, der jeder anderen Wahrnehmung sich entzog.

Die Hypothesen entwickeln sich zunächst aus der Betrachtung von einzelnen Erscheinungen, die nicht ohne weiteres auf andere schon bekannte zurückgeführt werden können. Wenn man dann auf Grund der gemachten Annahmen das ganze Gebiet der mit jenen Fundamentalerscheinungen zusammenhängenden Tatsachen in einheitlicher Weise darzustellen sucht, so gelangt man zu einer Theorie. So wurde man durch eine gewisse Gruppe von Fnndamentalerscheinungen zu der Hypothese von elektrischen Flüssigkeiten geführt; die konsequente Verfolgung dieser Annahme durch das ganze Gebiet der elektrischen Erscheinungen hindurch lieferte eine Theorie der Elektrizität. Da die Hypothesen sich auf einen nur gedachten Teil der Erscheinungen beziehen, der nicht Gegen-

---

[1] Diese Ideen sind besonders klar von E. Mach, dem jüngst verstorbenen Physiker und Erkenntniskritiker, in zahlreichen Schriften ausgearbeitet worden. Siehe z. B. „Erkenntnis und Irrtum“, letzte Auflage 1917.

stand der unmittelbaren Beobachtung ist, können sie nie als eine ausgemachte Wahrheit gelten; sie tragen den Charakter von Hilfsvorstellungen, geeignet, größere Gebiete von Erscheinungen in einfacher und verständlicher Weise zusammenzufassen.

Die Hypothesen liefern uns Bilder der Erscheinungen und ihres Zusammenhanges; wir benutzen sie als — nur in Gedanken bestehende — Modelle, bei denen jeder Veränderung in der Körperwelt eine bestimmte Änderung des Modelles entspricht. Je weiter nun der Kreis der Erscheinungen ist, den wir auf diese Weise abzubilden vermögen, desto größer wird unser Vertrauen sein, daß die benutzte Hypothese, das mit ihrer Hilfe konstruierte Modell richtig sei. Darunter aber verstehen wir folgendes. Wir haben uns das Modell zunächst gedacht als ein Abbild der beobachteten Erscheinungen: aber es hat gewissermaßen sein eigenes, selbständiges Leben, und wir können mit ihm ohne Rücksicht auf die Welt der wirklichen Körper spielen, beliebige seiner Teile bewegen und zusehen, wie sich die anderen dabei verhalten. Wenn unser Modell ein richtiges ist, wenn es keine überflüssigen, bedeutungslosen Bestandteile enthält, so muß jeder solchen Veränderung in dem Modell ein realer Vorgang in der Welt der Erscheinungen entsprechen.

Die Hypothesen und die aus ihnen folgenden Theorien sind danach nicht bloß ein Mittel der Darstellung, sie sind ein Leitfaden zu neuen Versuchen, zu der Entdeckung neuer Erscheinungen. Denn die Benützung unseres Modells, die Anwendung der Theorie ist nach dem vorher Gesagten nicht beschränkt auf Verhältnisse, die schon einmal Gegenstand der Beobachtung waren; wir können an ihrer Hand vorhersagen, was unter neuen Verhältnissen geschehen wird. Die Entdeckung einer neuen Erscheinung auf Grund einer solchen Vorhersage bildet den wahren Prüfstein für die Richtigkeit der zugrunde liegenden Hypothese. Eines der berühmtesten Beispiele dieser Art ist die Entdeckung des äußersten Planeten Neptun, nachdem seine Existenz und Stellung vorhergesagt war auf Grund von Störungen der Uranusbahn, die durch die Einwirkung der damals bekannten Planeten nicht zu erklären waren. Daß wir Modelle oder Bilder der Erscheinungen konstruieren können, die in dem angegebenen Sinne richtig sind, ist eine Tatsache der Erfahrung.

Da man für eine und dieselbe Erscheinung häufig verschiedene Analogien finden kann, so ergibt sich die Möglichkeit verschiedener Hypothesen und Theorien für einen und denselben Kreis der Erscheinungen.

Derartige verschiedene Theorien erweisen sich oft innerhalb eines weiten Kreises von Erscheinungen als gleichberechtigt. Sobald wir aber Tatsachen finden, die, über jenes Gebiet hinausliegend, nur dem Vorstellungskreise einer einzigen von ihnen untergeordnet werden können, für die nur eines der Modelle Veränderungen zuläßt, die mit den realen Erscheinungen übereinstimmen, wird die Alternative entschieden sein.

Die Vorstellungen z. B. von den unvermittelt in die Ferne wirkenden elektrischen Flüssigkeiten, das auf ihnen beruhende Modell der Erscheinungen, sind nur innerhalb eines gewissen Gebietes zulässig; darüber hinaus geraten sie in Widerspruch mit den Tatsachen, sie stellen sich als unrichtig heraus. Denn die Erfahrung zeigt, daß elektrische Wirkungen mit der Geschwindigkeit des Lichtes im Raume sich ausbreiten, daß sie vermittelte Wirkungen sind. Damit ist die Annahme der elektrischen Fluida mit den zwischen geladenen Konduktoren nach Art der Gravitation in die Ferne wirkenden Kräfte nicht (wenigstens nicht ohne Modifikationen) vereinbar, wohl aber die Annahme von Verschiebungen und Spannungen im Zwischenmedium, die wellenförmig in diesem sich ausbreiten.

Wir werden dessenungeachtet oft auf sinngemäße vorsichtige Benutzung dieser unrichtigen Hypothesen nicht verzichten, da sie in vielen Fällen zu einem kürzeren und bequemeren Ausdrucke der Tatsachen führen, als die Theorie der vermittelten Wirkungen.

§ 3. Gesetze. Als Ziel jeder Forschung bezeichnen wir die Aufstellung von Gesetzen. Wenn man die Umstände, von denen eine Erscheinung abhängt, vollkommen kennt, wenn man sie durch bestimmte gemessene Größen ausgedrückt hat, so sucht man eine mathematische Formel, welche die gefundenen Zahlen von Maßeinheiten miteinander verbindet, so daß man bei gegebenen Verhältnissen die eintretende Wirkung nach Maß und Zahl vorausberechnen kann. Jede derartige Formel bezeichnen wir als ein „Gesetz". Es sei z. B. gefunden, daß der Druck eines Gases gleich p Kilogrammgewichten auf das Quadratzentimeter, sein Volumen gleich v Litern ist: es gilt dann das Gesetz, daß das Produkt aus Druck und Volumen konstant, $p v = C$, ist. Dieses experimentell gefundene Gesetz führte dann über den Weg bestimmter Hypothesen zur Aufstellung einer ein weites Gebiet umspannenden Theorie der kinetischen Gastheorie. Das Maßgebende bleibt immer die Beobachtung, jede Theorie muß sich dem gefundenen Tatsachenmateriale anpassen.

§ 4. Abgrenzung und Einteilung der Physik. Ehe wir uns nun zu unserer eigentlichen Aufgabe, der Darstellung der physikalischen Erscheinungen und der Entwicklung der für sie geltenden Gesetze, wenden, wollen wir noch den Teil der Naturwissenschaft, mit dem wir uns zu beschäftigen haben, etwas genauer abgrenzen. Wir überlassen zunächst der Biologie und Physiologie alle die Erscheinungen, die auf dem Gebiete der organischen Natur das ausmachen, was wir Leben nennen. So bleiben also der Physik die Vorgänge der unorganischen Natur. Aber auch aus dem so beschränkten Gebiete scheiden wir noch die große Mannigfaltigkeit von Erscheinungen aus, mit denen sich auf der einen Seite Chemie und Mineralogie, auf der anderen die Astronomie und die geophysischen Wissenschaften beschäftigen, zum Teil aus Gründen der historischen Entwicklung und der verschiedenen Ausbildung der verwendeten Methoden, zum Teil aber auch aus sachlichen Gründen. Astronomie und Mechanik sind eng verwandt; die Grundzüge der Meteorologie beruhen auf Überlegungen der Mechanik und Wärmelehre, die Forschungsgebiete der Physik und Chemie decken sich teilweise. Wir wollen daher im Anschluß an das Vorhergehende die Definition geben: Die Physik beschreibt die regelmäßige Aufeinanderfolge der vorübergehenden Erscheinungen nichtlebender Körper. Hier sucht das Wort „vorübergehend“ wenigstens teilweise eine Grenze zwischen Physik einerseits und Chemie, Mineralogie und Geologie andererseits festzulegen.

Neben dieser allgemeinen Definition von Mach wollen wir noch eine direktere geben: Physik ist die Bewegungslehre unorganischer Körper. Diese Definition kann nur mit einer gewissen Einschränkung ausgesprochen werden; sie stellt sich nämlich auf den „mechanistischen“ Standpunkt, als ob alles physikalische Geschehen immer und überall irgendwie mechanischer Natur sei. Dabei ist folgendes richtig: wir können jedes physikalische Agens irgendwie in mechanische Bewegung umsetzen (Elektromotoren, Wärmemaschinen, Lichtradiometer usw.). Wir können alles in der Physik durch die erzeugte Bewegung messen.

Vorstehende Definition geht aber noch weiter, sie behauptet ja, daß alles Geschehen in der Physik Bewegung sei.

Wir beginnen unsere Untersuchungen naturgemäß mit den einfachsten Erscheinungen der Bewegung oder Ruhe der uns durch tägliche Erfahrung wohlbekannten Körper unserer Umgebung. Ihre Erforschung bildet den Gegenstand der Mechanik, der sich die Akustik anschließt, da die Lehre von den tönenden Schwingungen der Körper ganz auf den Gesetzen der Mechanik beruht. Neben dem allgemeinen Energiegesetz steht an Bedeutung unmittelbar der zweite Hauptsatz der Thermodynamik, den die Wärmelehre bringt. Die Wärme ist eine Bewegung der kleinsten materiellen Teilchen des warmen Körpers. In der Optik oder der Lehre von der gestrahlten Energie werden wir die Annahme bekräftigen, daß das Licht eine Bewegungerscheinung eines immateriellen Körpers, des Äthers, sei. Ebendasselbe Medium soll unserem Verständnisse die Erscheinungen des Magnetismus und der Elektrizität (II. Band) etwas näher bringen.

Nie aber dürfen wir vergessen, daß der Standpunkt unserer zweiten Definition ein rein anthropomorpher ist; weil uns Menschen mechanische Vorstellungen am geläufigsten sind, suchen wir alles auf solche mechanische Bewegungserscheinungen zurückzuführen. Vielleicht kommt einmal eine Zeit, wo man alles besser durch elektrische Bilder wird erklären können. Einstweilen aber ist die eben angedeutete mechanische Auffassung die erträgnisreichere.

§ 5. **Absolutes Maßsystem.** Wenn alles in der Physik Bewegung ist, so haben wir uns zunächst die Gesetze der Bewegung klar zu machen; da bewegt sich immer eine Masse m während einer bestimmten Zeit t längs einer bestimmten Weglänge l.

Wir brauchen also Einheiten für m, l und t. Ist irgendeine physikalische Größe auf diese drei Fundamentalmaße zurückgeführt, so ist diese Größe in absolutem Maßsysteme bestimmt. Die Einheiten dieser 3 Fundamentalmaße können ganz willkürlich gewählt werden.

Wir wollen zunächst nur die Einheit der Länge und der Zeit besprechen, indes wir auf die Einheit der Maße erst in § 35 zurückkommen werden.

§ 6. **Längeneinheit.** Als Längenmaß gebrauchen wir das Meter m, mit seinen dezimalen Unterabteilungen: dem Dezimeter dm, Zentimeter cm, Millimeter mm; für die Messung sehr kleiner Längen hat man den tausendsten Teil des Millimeters mit der Bezeichnung Mikron, μ, eingeführt und das Milliontel Millimeter oder Millimikron, $\mu\mu$. (Nach WARBURG richtiger mμ). Letzteres Maß wird meist zur Messung von Wellenlängen des Lichtes verwendet, doch sind da auch Ångström-Einheiten (Å) vielfach in Gebrauch

$$1\,\text{Å} = 10^{-7}\,\text{mm} = 10^{-1}\,\mu\mu.$$

Von den Vielfachen des Meters dient das Kilometer, km ,zur Messung größerer Entfernungen.

Bei der Begründung des Metermaßes lag die Absicht vor, daß jede Angabe der Entfernung zweier Orte an der Erdoberfläche in Metermaß zugleich eine Angabe ihrer Entfernung in Graden, Minuten und Sekunden sein sollte; diese Absicht ist aber vereitelt worden durch den zweimaligen Wechsel des Winkelmaßes während der französischen Revolution. Erst wurde beschlossen, daß der rechte Winkel in 100 Grade, der Grad in 100 Minuten, die Minute in 100 Sekunden geteilt werden solle; dementsprechend wurde dann das Kilometer gleich einem Breitenunterschiede von einer Minute, d. h. gleich dem 10000sten Teil des Meridianquadranten, gesetzt. Bald aber stellte es sich heraus, daß die dezimale Teilung des Winkels der in allen astronomischen und geographischen Werken eingebürgerten Sexagesimalteilung gegenüber nicht durchgesetzt werden konnte. Das die Winkelteilung betreffende Gesetz wurde wieder aufgehoben, das Meter aber gleich dem zehnmillionsten Teil des Meridianquadranten gelassen, und auf diese Weise der bei der Einführung des Meters verfolgte Zweck gänzlich verfehlt.

Die geodätische Ausmessung des Meridianquadranten (d. i. $^1/_4$ Meridian) wird aber mit Fortschritt der technischen Behelfe immer genauer. Ein endgültiger Abschluß dieser Arbeiten ist unmöglich. Man hat darum — wie auch später bei anderen Größen der Physik (Amper, Volt usw.) — bei einem bestimmten Grade der Maßverfeinerung Halt gemacht. — Das „internationale Komitee für Maße und Gewichte“ in Paris kam nach jahrelangen Versuchen von Physikern aus allen Ländern zur Entscheidung, Stäbe von etwa 1,02 cm aus einer Legierung von 90 % Platin und 10 % Iridium herzustellen, welche in der Nähe der beiden Enden zwei feine Striche mit einer Distanz aufweisen, die möglicht genau gleich ist der Länge eines Meridianquadranten mal 10^{-7}. So wird das Meter definiert durch die Entfernung, welche zwei auf einem in Paris aufbewahrten Normalstabe gezogene Striche bei der Temperatur Null Grad Celsius voneinander besitzen. Jeder Staat, der Mitglied obigen Komitees war, erhielt 2 Kopien, welche nun in den einzelnen Ländern als Normaltypen dienen. Die unvermeidlichen Abweichungen dieser Stäbe vom Pariser Normalmeter sind auf das Genaueste bestimmt. Die Herstellung, Prüfung und Verbreitung von Kopien des Normalmeters für wissenschaftlichen und technischen Gebrauch ist Aufgabe der Eichämter.

Die englischen Völker und die unter ihrem Einflusse stehenden Nationen verhielten sich zunächst ablehnend gegen das metrische System. Während des Krieges wurde es aber in England und den Vereinigten Staaten immer mehr verwendet und 1920 in Japan offiziell eingeführt, so daß es wohl auch nach und nach in Ostasien zur Herrschaft kommen dürfte.[1]

Die Pariser Normalstäbe und all ihre Kopien könnten aber zerstört werden. Es erscheint nun bemerkenswert, daß wir aus der genau gemessenen Wellenlänge gewisser Spektrallinien (z. B. dreier Cadmiumlinien) jederzeit das Orginalmeter reproduzieren könnten, ohne auf die Dimensionen der Erde neuerlich zurückgreifen zu müssen.[2] (Siehe § 328.)

Längenmaßstab, Nonius. Ein Längenmaßstab ist entweder ein Endmaßstab, der die Längeneinheit zwischen seinen beiden Endflächen einschließt, oder ein Strichmaßstab, bei dem die Längeneinheit durch zwei in der Nähe der Enden auf der Fläche des Stabes gezogene Striche begrenzt wird. Zum Zwecke der praktischen Ausführung von Messungen versehen wir den Maßstab mit einer nach cm oder mm fortschreitenden Teilung. Mit einem nach mm geteilten Stabe kann man die Länge einer gegebenen Linie unmittelbar bis auf eine gewisse ganze

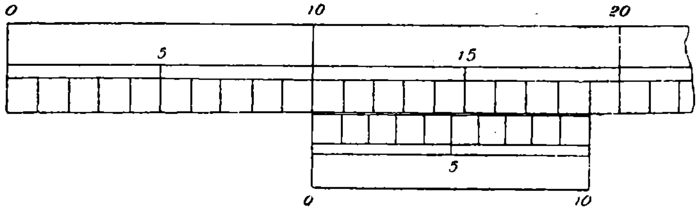


Fig. 1. Nonius.

Zahl von mm bestimmen; man findet, daß die zu messende Linie länger als a mm, aber kürzer als $(a + 1)$ mm ist. Den Bruchteil eines mm. der zu a noch hinzuzufügen ist, kann man schätzen, man kann ihn aber auch messen mit Hilfe eines Instrumentes, das in der ganzen messenden Physik eine große Rolle spielt, des Nonius. So nennen wir einen kleinen geteilten Schieber, der mit dem Maßstab verbunden wird, so daß seine Teilstriche denen des Hauptmaßstabes gerade gegenüberstehen. Die

---

[1] Nature (1921), 417.

[2] A. Michelson, Traveaux et mém. du bureau internat. des poids et mesures 11 (1894).

Länge des Nonius machen wir gleich 9 mm (siehe die in vergrößertem Maßstabe gezeichnete Fig. 1). Wir teilen ihn in 10 Teile, so daß die Differenz zwischen einem Maßstabteile und einem Noniusteile gleich 0,1 mm wird. Stellen wir beispielsweise den Nullpunkt des Nonius auf 10,1 mm des Hauptmaßstabes, so fällt sein erster Teilstrich auf 11 mm des Hauptmaßstabes; verschieben wir ihn um 0,2 mm, so fällt der zweite Strich auf 12 mm; verschieben wir allgemein um $p/10$ mm, so fällt der p-te Strich des Nonius mit einem Striche der Teilung zusammen. Hieraus ergibt sich für eine Längenmessung mit dem Nonius die folgende Regel. Wir legen den Anfangspunkt der zu messenden Linie an den Nullpunkt des Maßstabes und schieben den Nullpunkt des Nonius an das Ende der Linie. Wir erhalten dann die ganzen Millimeter der zu messenden Länge, wenn den letzten Teilstrich des Maßstabes ablesen, der von dem Nullpunkte wir des Nonius überschritten ist; wir haben dazu noch $p/10$ mm hinzuzufügen, wenn der p-te Strich des Nonius mit einem Striche der Hauptmaßabteilung zusammenfällt.

Es ist einleuchtend, daß das Noniusprinzip einer ganz allgemeinen Anwendung fähig ist. Es möge eine nach beliebigen gleichen Intervallen fortschreitende Skale gegeben sein, etwa eine nach halben oder drittel Graden fortschreitende Kreisteilung. Wir konstruieren einen in dem letzteren Falle natürlich ebenfalls kreisförmigen Nonius, indem wir seine Länge gleich $(i - 1)$ Teilen der Skale machen und in i Teile teilen. Die Differenz zwischen dem Skalenteile und dem Noniusteile beträgt dann $1/i$ des Skalenteiles, und der Nonius ermöglicht eine Messung bis auf den i-ten Bruchteil des Skalenteiles. Um mit einer Kreisteilung, die nach halben oder drittel Graden fortschreitet, Winkel bis auf 1 Minute zu messen, werden im ersten Falle 30 Noniusteile gleich 29 Skalenteilen, im zweiten 20 Noniusteile gleich 19 Skalenteilen zu machen sein.

Kathetometer. In der messenden Physik wiederholt sich häufig die Aufgabe, Höhenunterschiede gewisser Punkte, z. B. bei Flüssigkeitssäulen, zu bestimmen; man hat zu diesem Zwecke ein besonderes Instrument konstruiert, das Kathetometer. Diese besteht aus einem vertikalen Maßstab, an dem ein mit einem Nonius verbundenes Fernrohr verschiebbar ist. Die horizontal gestellte Visierlinie des Fernrohres wird erst auf den oberen, dann auf den unteren Punkt gerichtet; der Höhenunterschied ist dann gleich der Differenz der beiden Einstellungen des Nonius.

Die Verwendung eines solchen Kathetometers bedarf einer Reihe von Korrekturen; so einfach das Prinzip, so schwierig die Anwendung. In unserem Buche soll bei allen Apparaten immer nur die zugrundeliegende Idee besprochen werden, die bei der wirklichen Messung zu beobachtenden Versuchsmaßregeln sind nötigenfalls in Spezialwerken zu suchen.[1]

[1] Für alle experimentellen Versuche ist unentbehrlich das musterhafte Nachschlagewerk: F. Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik, 13. Auflage 1921.

Mikrometer. Von den sonstigen Hilfsmitteln bei Längenmessungen sei nur noch die Mikrometerschraube, z. B. in ihrer Anwendung als Dickenmesser erwähnt (Fig. 2).

Unten im Rahmen *r* dreht sich das Schraubengewinde *a*. Diese Drehung wird mit der randrierten Scheibe *b* bewirkt. Mit *a* und *b* gemeinsam dreht sich auch noch die Trommel *C*, deren Umfang in 100 Teile geteilt ist. Ist der Spalt *x* durch vollständiges Hineinschrauben geschlossen, so steht der Trommelrand genau auf dem Nullpunkte der Skala *S* und ebenso steht der Nullpunkt der Trommel genau an der Skalenschneide. Ist aber in *x* irgendein Körper, z. B. ein Metallplättchen eingeschoben, so kann man, wenn man jetzt wieder die Schraube bis zum Zusammenpressen des Plättchens zuschraubt, die Dicke des Plättchens ablesen. Es sei die Höhe eines Schraubenganges 1 mm, also auch *S* in mm geteilt, so ergibt die Ablesung des Trommelrandes an *S* die Dicke in mm. Die mm-Bruchteile liefert dann die Ablesung an *C* bis auf 1/100 mm.

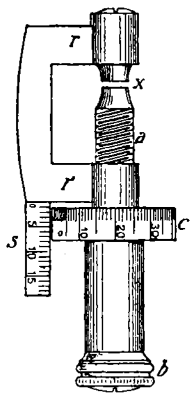


Fig. 2. Mikrometer. Dickenmesser.

Da die Schraubenganghöhe viel kleiner gemacht werden kann, läßt sich die Methode ungemein verfeinern.

Dies Prinzip der Mikrometerschraube wird in der messenden Physik viel verwendet. Man hat z. B. ein Objekt unterm Mikroskop auf einem durch eine Mikrometerschraube verschiebbaren Tischchen. Behufs Längenmessung führt man nun zwei Stellen des Objektes mittels der Schraube an einer Marke (Fadenkreuz) im Mikroskopgesichtsfeld vorbei usw.

§ 7. **Von der Länge abgeleitete Maße.** Nachdem das Meter mit seinen Unterabteilungen als Grundmaß der Länge festgesetzt ist, haben wir nicht nötig, für die Messung von Flächen und Räumen besondere neue Grundmaße zu wählen; wir leiten sie aus dem Meter ab, indem wir als Maßeinheiten für Flächen das Quadratmeter, qm oder m², das Quadratzentimeter, qcm oder cm², das Quadratmillimeter, qmm oder mm², das Ar = 100 qm, das Hektar = 10000 qm, als Maßeinheiten für Rauminhalte das Kubikmeter, cbm oder m³, das Kubikzentimeter, ccm oder cm³, das Kubikmillimeter, cmm oder mm³, benutzen. Insbesondere dient noch als Hohlmaß für Flüssigkeiten das Kubikdezimeter, dm³, oder Liter = 1000 cm³.

Das Prinzip der abgeleiteten Maße, wie es durch die vorhergehenden Beispiele erläutert wird, spielt in der Physik eine große Rolle. In der Tat ist klar, daß Bedeutung und Wert der Maßbestimmungen

Die letzten Auflagen sind herausgegeben von E. Warburg, dem Präsidenten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin und zahlreichen Herren dieser Anstalt. Neben kurzen Anleitungen zu allen physikalischen Messungen enthält das Buch auch Literatur- und Konstantenangaben.

um so sicherer sind, je weniger neue, voneinander unabhängige Grundmaße eingeführt werden.

Irgendeine Strecke wird also durch eine Zahl mal der Längeneinheit ausgedrückt, irgendeine Fläche durch eine Zahl mal dem Quadrat der Längeneinheit und ein Volumen durch eine Zahl mal dem Kubus der Längeneinheit. Man sagt dann die Strecke, bzw. Fläche, bzw. Volumen habe die Dimension $[l]$, bzw. $[l^2]$, bzw. $[l^3]$.

In wissenschaftlicher Arbeit verwendet man meist cm, wir haben dann [cm], bzw. $[cm^2]$, bzw. $[cm^3]$.

Eine reine Zahl hat keine Dimension, ein Winkel ist das Verhältnis eines Kreisbogens zum Radius, ist also dimensionslos.[1])

§ 8. **Zeitmessung.** Die Beobachtung von Bewegungserscheinungen setzt Zeitmessungen voraus. Wie die Längenmessung auf der Zählung von einandergereihten, gleich großen Längenabschnitten beruht, so die Zeitmessung auf der Zählung von aufeinanderfolgenden gleich großen Zeitabschnitten. Es fragt sich nun, wie wir die Gleichheit zweier Zeitabschnitte konstatieren. Sie ist unmittelbar evident, wenn die Zeitabschnitte identisch sind. Wenn zwei Körper ihre Bewegungen im selben Momente beginnen und im selben Momente schließen, so sind die hierdurch bestimmten Zeiten gleich, ebenso wie zwei gerade Strecken gleich sind, deren Anfangspunkte und Endpunkte zusammenfallen. Anders verhält es sich, wenn die beiden Körper zu verschiedenen Zeiten ihre Bewegungen ausführen; ein direktes Urteil über die Gleichheit oder Ungleichheit der dazu nötigen Zeiten ist dann nicht möglich. Bei der Längenmessung tritt der analoge Fall ein, wenn zwei Strecken räumlich getrennt sind. Um über ihre gleiche oder ungleiche Länge zu entscheiden, legen wir einen Maßstab erst an die eine, dann an die andere an und messen die Linien. Aus der Vergleichung mit der Länge des Maßstabes ergibt sich das Verhältnis ihrer eigenen Längen. Diesem Verfahren liegt aber die Hypothese zugrunde, daß der Maßstab selbst bei der Bewegung seine Länge nicht ändert, eine Hypothese, die ihre Rechtfertigung schließlich doch nur darin findet, daß ihre beständige Anwendung uns noch nie in einen Widerspruch mit der Erfahrung verwickelt hat (siehe dagegen §§ 330,

[1] Es sollen in diesem Buche für die Einheitsgrößen bestimmte, immer gleichbleibende Buchstaben gewählt werden. Für Länge und Gewicht ist eine internationale Verständigung erzielt. Seit 1901 versuchte dann eine stets wachsende Vereinigung von technischen und wissenschaftlichen Vereinen, in den deutschredenden Ländern (Deutschland, Österreich und Schweiz), der „Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen" (AEF), für die gebräuchlichsten Größen der Technik und Physik bestimmte Symbole festzusetzen (Strecker, „Verhandlungen für Einheiten und Formelgrößen". Berlin 1914).

Der Bedarf an Buchstaben ist aber zu groß, als daß sich ein solches Prinzip konsequent durchführen ließe. So bezeichnen wir schon auf den ersten Seiten unseres Buches mit m sowohl das Meter als auch die Masse usw. Es wird sich im weiteren Verlaufe zeigen, daß eine Verwechslung dieser und auch anderer Begriffe infolge der gleichen Symbole bei einiger Aufmerksamkeit wohl ausgeschlossen ist.

331). Um auf dem Gebiete der Zeitmessung über gleiche oder ungleiche Länge verschiedener Zeitabschnitte zu urteilen, bedürfen wir eines Körpers, der eine bestimmte Bewegung immer wieder genau in derselben Weise zu wiederholen vermag. Ob irgendein Körper diese Eigenschaft besitzt, können wir nicht wissen; wir können nur vermuten, daß die Umstände, unter denen er seine Bewegung wiederholt, immer dieselben seien, daß also auch die dazu nötige Zeit die gleiche bleibe. Nehmen wir z. B einen Körper, der nur unter der Wirkung seiner Trägheit, ohne äußere Einwirkung sich bewegt, so können gleiche Wege, die er nacheinander durchläuft, eine Reihe gleicher aufeinanderfolgender Zeiten definieren; jeder solche Körper wird also durch seine Bewegung einen Maßstab der Zeit liefern können. Daß diese Annahme eine allgemein gültige sei, bestreitet die Einsteinsche Relativitätstheorie (§§ 330, 331).

Sternzeit und mittlere Sonnenzeit. Vor allem geeignet zur Messung der Zeit sind die Bewegungen der Erde, zunächst ihre Umdrehung um die eigene Achse. Wenn, wie es den Anschein hat, keine äußere Kraft auf diese Bewegung einwirkt, so können wir durch die aufeinanderfolgenden Umdrehungen gleiche Zeiträume definieren. Die Dauer der Umdrehung aber wird für einen beliebigen Beobachtungsort gegeben durch die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen eines und desselben Fixsternes durch den Meridian, zwei Kulminationen. Man bezeichnet diese Zeit als einen Sterntag, der weiter in 24 Stunden zu 60 Minuten, die Minuten zu 60 Sekunden, geteilt wird: $1^{h} = 60^{min}$, $1^{min} = 60^{sec}$. Den Winkelraum von 1^{0} durchläuft die Erde bei ihrer Umdrehung in 4^{min} Sternzeit. Der Lauf des bürgerlicheu Lebens wird nun aber nicht durch die Sterne, sondern durch die Sonne geregelt; man hat daher an Stelle der Kulminationen eines Sternes diejenigen der Sonne benützt; als Einheit für die Zeitmessung tritt dann an Stelle des Sterntages zunächst der sogenannte wahre Sonnentag, die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kulminationen der Sonne.

Auf dem Sternglobus (Fig. 3) denken wir uns die Fixsterne als Punkte eingezeichnet; ein Beobachter im Mittelpunkt wird diese Hohlkugel mit allen Sternen in einem Sterntag einmal um die Achse *NS* scheinbar herumkreisen sehen. Da nach dem 2ten Keplerschen Gesetze (§ 56) die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne nicht gleichförmig ist, so projiziert sich für den Erdbeobachter die Sonnenbewegung als solche längs einer Kreisbahn, Ekliptik, mit ungleichförmiger Geschwindigkeit. Wir müßten also auf den scheinbar sich drehenden Fixsternglobus die Sonnenorte auf der Ekliptik und zwar auf dieser mit ungleicher Geschwindigkeit rückläufig aufzeichnen. Gegen die Fixsterne geht diese Sonnenuhr langsamer, aber anders bei Erdsonnenannäherung (Perihel), als bei Erdsonnenentfernung (Aphel). Eine zweite Unregelmäßigkeit entsteht durch Neigung der Ekliptik ($66^{0} 32'$ gegen den Meridian); verschiebt sich der scheinbare Sonnenort auf der Ekliptik bei *A* oder *C*, so ist der Weg aus rein geometrischen Gründen hier von einem Meridian zum andern länger als bei *B*. Endlich ist noch an vom Äquator entfernteren Punkten der Ekliptik eine dem Äquator parallele Distanz zweier Meridiane kleiner. Diese 3 Gründe lassen uns die scheinbare Bewegung der Sonne am Fixsternhimmel unregelmäßig erscheinen.

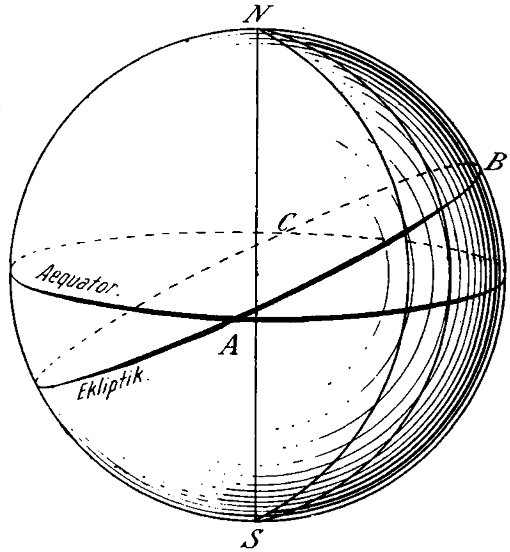


Fig. 3. Fixsternglobus.

Man hat daher an Stelle der Sonne einen fingierten Punkt, die sogenannte mittlere Sonne gesetzt, der den Äquator des Himmels in derselben Zeit vollkommen gleichmäßig durchwandert, in der die Erde ihren jährlichen Umlauf um die Sonne vollzieht. Die Kulminationen dieser mittleren Sonne bestimmen den sogenannten mittleren Sonnentag, der die Grundlage unserer bürgerlichen Zeitmessung bildet. Der mittlere Sonnentag übertrifft den Sterntag um etwa 4^{min}, genauer $3^{\text{min}}\,55{,}9^{\text{sec}}$.

Siderisches und tropisches Jahr. Zur Messung größerer Zeiträume benutzen wir als Einheit die Umlaufszeit der Erde um die Sonne. Man bestimmt diese durch Beobachtung der Zeitpunkte, in denen das Zentrum der Sonne vom Mittelpunkt der Erde aus gesehen wieder in einem und demselben Punkte der Ekliptik erscheint; der zwischen zwei solchen Punkten enthaltene Zeitraum ist das siderische Jahr. Nun verschiebt sich infolge einer eigentümlichen Richtungsänderung der Erdachse, der Präzission § 63, der Punkt der Frülings-Tag- und -Nachtgleiche *A* in der Ekliptik in Fig. 3, in einem dem Umlaufe der Erde um die Sonne entgegengesetzten Sinne; dies hat zur Folge, daß in dem siderischen Jahre die Tag- und Nachtgleiche von Jahr zu Jahr früher eintritt. Die Tätigkeit der Menschen ist aber in einem solchen Maße abhängig von dem Wechsel der Jahreszeiten, daß eine Verschiebung dieser gegen die Periode des Jahres in der bürgerlichen Zeitrechnung nicht zulässig ist. Darin liegt der Grund, daß man an Stelle des siderischen Jahres das sogenannte tropische, die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Frühlingsäquinoktien, gesetzt hat. Die Dauer des tropischen Jahres ist nicht völlig konstant wegen der ungleichförmigen Geschwindigkeit, mit welcher der Frühlingspunkt in der Ekliptik sich verschiebt. Im Mittel beträgt die Verschiebung jährlich 50″, entsprechend einem Unterschiede zwischen dem siderischen und dem mittleren tropischen

Jahre um 0,014 Tage. So umfaßt das siderische Jahr 365,256 Tage, das mittlere tropische Jahr 365,242 Tage. Im Kalender werden darum wechselnde Schalttage eingeschoben.

Pendeluhren und Chronometer. Ebenso wie die Bewegungen der Erde können auch Bewegungen von Körpern an der Oberfläche der Erde zur Zeitmessung benutzt werden, wenn sie die Eigenschaft haben, stets in derselben Weise ohne Unterbrechung aufeinander zu folgen. So benutzen wir in unseren Pendeluhren die Schwingungen eines Pendels, in den Taschenuhren und Chronometern die Schwingungen einer feinen elastischen Feder, der Unruhe, zur Messung der Zeit. Alle diese Bewegungen stehen unter dem Einflusse der Reibung; die Weite der Schwingungen wird kleiner und kleiner, und schließlich hört die Bewegung auf. Um sie dauernd zu erhalten, müssen wir dem schwingenden Körper in regelmäßigen Intervallen einen Antrieb geben, der den durch die Reibung bedingten Verlust wieder ersetzt. Bei den Pendeluhren dient hierzu das ablaufende Gewicht. Den Bestandteil der Uhr, der die Verbindung des Pendels mit dem Gewichte vermittelt, nennt man die Hemmung. Diese erteilt einerseits bei jeder Schwingung dem Pendel einen kleinen Stoß, andrerseits wirkt sie regulierend auf den Ablauf des Gewichtes, so daß dieses bei jeder Pendelschwingung um denselben Betrag fällt. Bei den Chronometern wird die zur Erhaltung der Schwingung nötige Energie geliefert durch eine aufgewundene, allmählich sich entspannende Feder, deren Wechselwirkung mit der regulierenden Unruhe, wie bei der Pendeluhr, durch eine Hemmung vermittelt wird. Die Zeit, welche wir bei allen physikalischen Beobachtungen als Einheit benützen, ist der mittlere Sonnentag, beziehungsweise die daraus abgeleiteten Stunden, Minuten und Sekunden. Unsere Uhren sind also nach dieser Zeit zu regulieren.

Die Dimension einer Zeit ist $[t]$ oder, da man bei wissenschaftlichen Werken stets die Sekunde gebraucht, [sec].

Veränderung des Tages. Wir haben im vorhergehenden zwei verschiedene Systeme der Zeitmessung besprochen, von denen das eine auf der Umdrehung der Erde um ihre Achse, das andere auf ihrem Umlaufe um die Sonne beruht. Der Anwendung beider Systeme liegt die Voraussetzung zugrunde, daß die Umstände, unter denen jene Bewegungen sich vollziehen, völlig unveränderlich sind. Ein Mittel zur Prüfung dieser Voraussetzung liegt eben in der gleichzeitigen Anwendung der beiden Systeme; denn wenn sie nicht richtig ist, so muß ihr Verhältnis eine allmähliche Veränderung erleiden. Mit Bezug hierauf ist es von Interesse, daß wir von vornherein eine Ursache angeben können, durch welche die Achsendrehung der Erde allmählich verzögert werden muß. Die Anziehung von Sonne und Mond erzeugt in dem die Erde bedeckenden Meer eine Flutwelle, welche die Erde in einem ihrer Rotation entgegengesetzten Sinne umläuft. Dies muß infolge der Reibung, welche das Wasser bei seiner Bewegung erleidet, eine Verzögerung der Rotation und damit eine allmähliche Verlängerung des Tages bewirken. In der Tat hat man aus Untersuchungen über die Mondbewegung geschlossen, daß die Dauer eines Sterntages seit 1000 Jahren um 0,012 Sekunden zugenommen hat.[1]

Wir haben also neben der Längeneinheit cm auch noch die Zeiteinheit sec.

Über die Masseneinheit später § 35.

[1] THOMSON und TAIT, Handbuch der theoretischen Physik II (1867). — THOMSON, Math. and Phys. Papers. III (1882).

MECHANIK

Erster Teil. Kinematik

Wir wollen zunächst zeigen, wie man mit den beiden Fundamentaleinheiten Länge und Zeit allein eine rein mathematische Geometrie der Bewegung gedanklich durchführen kann. In dieser „Kinematik" oder „Phoronomie" wollen wir uns um das, was sich bewegt, also um die Masse, gar nicht kümmern; wir stellen Betrachtungen über die Bewegung eines bloß mathemathischen Punktes an, wobei wir uns einfache Beispiele aussuchen.

§ 9. Gleichförmige Bewegung. Wenn ein Punkt auf einer geraden Linie in gleichen aufeinander folgenden Zeiten gleiche Strecken durchläuft, so nennen wir seine Bewegung eine gleichförmige. Den Weg, den er in der Zeiteinheit zurücklegt, nennen wir seine Geschwindigkeit. Ist also t die Zeit, während der wir die Bewegung beobachten, s der in ihr zurückgelegte Weg, so ist der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg, die Geschwindigkeit:

$$c = s/t\,.$$

Aus dieser Beziehung ergibt sich, daß wir für die neu eingeführte Größe, die Geschwindigkeit, keiner neuen Maßeinheit bedürfen; diese ist offenbar mitbestimmt, sobald die Maßeinheiten der Länge und der Zeit festgelegt sind. Die Geschwindigkeit Eins besitzt ein Körper, der in der Zeiteinheit die Einheit der Länge durchläuft. Wir bezeichnen eine Maßeinheit, die sich in irgendeiner Weise aus anderen schon vorher definierten bestimmt, als eine abgeleitete. Die Maße für Flächen- und Rauminhalte waren solche; das Maß der Geschwindigkeit bildet ein neues Beispiel.

Dimension der Geschwindigkeit. Die Messung der Geschwindigkeit läßt sich also auf die fundamentalen Messungen einer Länge und einer Zeit zurückführen. Die gefundenen Maßzahlen werden so kombiniert, daß die Maßzahl des Weges dividiert wird durch die der Zeit. Diese rechnerische Verbindung der fundamentalen Größen der Länge, l, und der Zeit, t, bei der Berechnung der Geschwindigkeit nennen wir die Dimension der letzteren. Man sieht hieraus, daß der Begriff der Dimension bei allen abgeleiteten Maßen Anwendung findet; die ihnen entsprechenden Maßzahlen werden sich immer durch einfache Rechnungsoperationen aus den Grundmaßen ergeben. Die Zahl und Art dieser Operationen wird durch die Dimension gegeben. Allgemein bezeichnen wir die Dimension einer physikalischen Größe dadurch, daß wir den für sie gewählten Buchstaben in eine eckige Klammer setzen; für die Geschwindigkeit ergibt sich hiernach die Dimensionsgleichung:

$$[c] = [l \cdot t^{-1}].$$

Die Maßzahl einer Geschwindigkeit hängt selbstverständlich von der Wahl der Maßeinheiten der Länge und der Zeit ab. So durcheilt z. B. das Licht 300000 km in der sec, also

$$c = 300000 \text{ km sec}^{-1} = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm sec}^{-1} = 60 \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ cm min}^{-1}.$$

Geschwindigkeit und Weg. Der Definition der Geschwindigkeit zufolge ist der Weg

$$s = c \cdot t,$$

wenn c die Geschwindigkeit und t die vom Anfange der Bewegung an verflossene Zeit bezeichnet. Wir können die hierdurch gegebene Beziehung leicht in ein geometrisches Gewand kleiden.

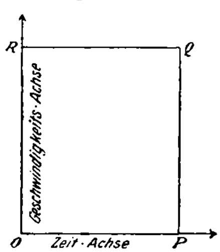


Fig. 4.

Eine horizontale gerade Linie (Fig. 4) machen wir zur Achse der Zeiten; senkrecht zu ihr tragen wir die in den aufeinanderfolgenden Zeiten vorhandenen Geschwindigkeiten auf, und erhalten dann in dem vorliegenden Falle eine zu der Achse der Zeit parallele Linie RQ, da ja die Geschwindigkeit immer dieselbe bleiben soll. Die Strecke OP der horizontalen Achse ist numerisch gleich der Zeit t, die Senkrechte PQ numerisch gleich der Geschwindigkeit c, somit repräsentiert der Flächeninhalt des Rechtecks $OPQR$ den in der Zeit t durchlaufenen Weg $s = c \cdot t = OP \cdot P$.

Relative und absolute Geschwindigkeit. Es sei hier schon erwähnt, daß jede Geschwindigkeit relativ gegen irgendein Bezugssystem ist. Absolute Geschwindigkeit ist physikalisch undifinierbar (§ 330).

§ 10. **Gleichförmig beschleunigte Bewegung.** Den Fall einer gleichförmigen Bewegung finden wir bei den Körpern, die wir an der Oberfläche der Erde beobachten, selten verwirklicht. Nehmen wir das Beispiel eines Eisenbahnzuges, so finden wir, daß die Geschwindigkeit irgendeines Punktes dieses Zuges, d. i. der in einer Sekunde zurückgelegte Weg, während der Fahrt mannigfachen Schwankungen unterworfen ist. Stellen wir sie ebenso graphisch dar, wiezuvor bei der gleichförmigen Bewegung, so werden die Ordinaten, durch welche die Geschwindigkeit repräsentiert wird, zu verschiedenen Zeiten verschiedene Längen besitzen; nun aber wird die Geschwindigkeit im allgemeinen nicht momentan von einem Werte zu einem anderenüberspringen; die zu verschiedenen Zeiten gemessenen Werte müssen sich daher stetig aneinanderschließen, und wir kommen somit zu dem Schlusse, daß die Kurve der Geschwindigkeiten in diesem Falle, wie in den meisten anderen, eine gekrümmte, auf und ab steigende Linie ist. Der einfachste Fall ist der einer gegen die Achse der Zeit geneigten geraden Linie. Nehmen wir an, daß sie mit wachsender Zeit ansteige, so erhalten wir den Fall der gleichmäßig beschleunigten Bewegung, dessen Untersuchung für die Mechanik eine fundamentale Bedeutung besitzt.

Im Anfange der Beobachtung, zu der Zeit Null, sei auch die Geschwindigkeit Null, es gehe also die Gerade, welche die Geschwindigkeit repräsentiert, von dem Anfangspunkt unserer rechtwinkligen Achsen aus (Fig. 5). Tragen wir auf der horizontalen Achse die den Zeiten von 1, 2, 3 ... Sekunden entsprechenden Strecken OA_1, OA_2, OA_3, ... ab, so repräsentieren die zugehörigen Ordinaten die entsprechenden Geschwindigkeiten v; wir erkennen sofort, daß die Geschwindigkeit in A_2 doppelt so groß, in A_3 dreimal so groß wie in A_1 ist. Bezeichnen wir die am Ende der ersten Sekunde erreichte Geschwindigkeit mit a, so ist die Ordinate $A_1\,C_1$ numerisch gleich a; die Geschwindigkeit v wächst dann in jeder folgenden Sekunde um denselben Betrag a. Diesen in der Zeiteinheit erfolgenden Zuwachs der Geschwindigkeit nennen wir die Beschleunigung; eine Bewegung, bei der die Beschleunigung konstant bleibt, ist eine gleichförmig beschleunigte. Der Definition zufolge erhalten wir in diesem Falle die Beschleunigung, wenn wir den in einem beliebigen Zeitintervall $t_2 - t_1$ erfolgenden Zuwachs der Geschwindigkeit $v_2 - v_1$ durch jene Zeit dividieren; es ist

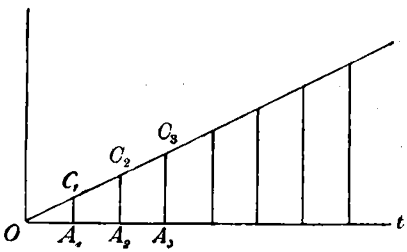


Fig. 5.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Lassen wir den Anfangspunkt des betrachteten Intervalles mit dem Anfangspunkt der Zeit zusammenfallen, so ist $t_1 = 0$ und $v_1 = 0$, und wir erhalten

$$a = v/t.$$

Die Beschleunigung ist dann gleich der zu irgendeiner Zeit t vorhandenen Geschwindigkeit v durch diese Zeit dividiert.

Ebenso wie bei der Geschwindigkeit ist auch bei der Beschleunigung die Maßeinheit bestimmt, sobald die fundamentalen Maße der Länge und der Zeit festgesetzt sind. Aus der Geschwindigkeit berechnet sich die Beschleunigung durch Division durch eine Zeit; die Geschwindigkeit ihrerseits aus einem Wege gleichfalls durch Division durch eine Zeit.

Somit gelangt man vom Wege aus zu der Beschleunigung durch eine zweimalige Division durch eine Zeit. Wir haben daher die Dimensionsgleichung

$$[a] = [lt^{-2}].$$

Es sei z. B. die Beschleunigung pro sec 981 cm, so schreiben wir

$$c = 981 \text{ cm sec}^{-2} = 9{,}81 \text{ m sec}^{-2} = 3600 \cdot 9{,}81 \text{ m min}^{-2}.$$

Nach dem vorhergehenden ist bei der von der Ruhe ausgehenden gleichförmig beschleunigten Bewegung die Geschwindigkeit zur Zeit t gleich der Beschleunigung multipliziert mit der Zeit:

1) $$v = a \cdot t.$$

Die Berechnung des zurückgelegten Weges ergibt sich in folgender Weise. An Stelle der Bewegung, die mit kontinuierlich sich ändernder Geschwindigkeit vor sich geht, setzen wir eine andere, bei der die Geschwindigkeit in kleinen Intervallen sprungweise sich ändert, und auf deren einzelne Abschnitte die in § 9 gegebene Formel sich anwenden läßt. Wir grenzen zu diesem Zweck auf der Achse der Zeit durch die Punkte $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \ldots$ gleiche Intervalle ab (Fig. 6); an Stelle der wachsenden Geschwindigkeiten, mit denen sich der Körper in den durch $O\alpha_2$, $\alpha_2\,\alpha_4$, $\alpha_4\,\alpha_6, \ldots$ dargestellten Zeiten bewegt, setzen wir dann die konstanten Geschwindigkeiten $\alpha_1\gamma_1$, $\alpha_3\gamma_3$, $\alpha_5\gamma_5, \ldots$, die Mittelwerte aus den Anfangs- und Endgeschwindigkeiten der Intervalle; wir ersetzen also die allmählich ansteigende Linie der Geschwindigkeiten durch die Zickzacklinie $\varepsilon\,\delta_2\,\varepsilon_2\,\delta_4\,\varepsilon_4\,\delta_6 \ldots$ Nach § 9 aber ist der Weg, der in der durch $O\alpha_2$ dargestellten Zeit mit der konstanten Geschwindigkeit $\alpha_1\gamma_1$ zurückgelegt wird, numerisch gleich dem Inhalte des Rechtecks $O\alpha_2\,\delta_2\,\varepsilon$; ebenso die in den Zeiten $\alpha_2\,\alpha_4$ und $\alpha_4\,\alpha_6$ zurückgelegten Wege numerisch gleich den Rechtecken $\alpha_2\,\alpha_4\,\delta_4\,\varepsilon_2$ und $\alpha_4\,\alpha_6\,\delta_6\,\varepsilon_4$. Setzen wir diese Betrachtnng weiter fort, so kommen wir zu folgendem Schlusse: der Weg, den der Körper mit der dargestellten sprungweisen Änderung der Geschwindigkeit zurücklegt bis zu der durch OA dargestellten Zeit t, ist numerisch gleich dem Inhalte der von OA, von der Zickzacklinie $O\,\varepsilon\,\delta_2\,\varepsilon_2\,\delta_4\,\varepsilon_4 \ldots$ und von der Ordinate AC begrenzten Figur, d. h. gleich dem Inhalte des Dreiecks OAC. Der fingierte Vor-

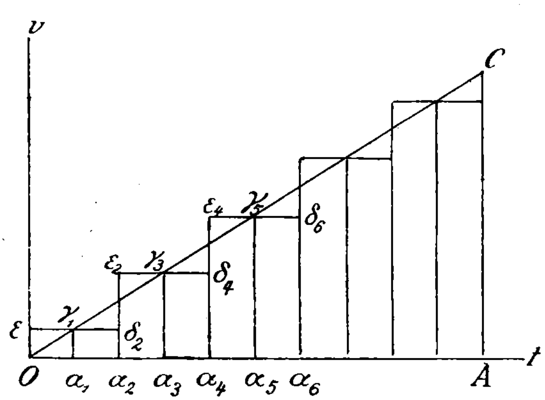


Fig. 6.

gang nähert sich der wirklichen Bewegung um so mehr, je kleiner die Zeitintervalle werden, die durch $O\alpha_2$, $\alpha_2\,\alpha_4, \ldots$ dargestellt sind; in demselben Maße schließt sich auch unsere Zickzacklinie enger an die gegebene Linie der Geschwindigkeiten an. Wir werden daher annehmen, daß auch bei der wirklichen Bewegung der zur Zeit t zurückgelegte Weg dargestellt sei durch den Inhalt des Dreiecks $O\,A\,C$, durch $\frac{1}{2}\,O\,A \cdot A\,C$. Nun ist $O\,A$ numerisch gleich der Zeit t, $A\,C$ gleich der zugehörigen Geschwindigkeit v, somit der Weg

$$s = \tfrac{1}{2}\,v\,t,$$

oder, wenn wir den Wert von v aus der Gleichung 1 benützen,

$$s = \tfrac{1}{2}\,a\,t^2, \tag{2}$$

eine Gleichung, durch die unsere frühere Bemerkung über die Dimension der Beschleunigung a bestätigt wird. Die Beschleunigung selbst ist danach numerisch gleich dem Doppelten des in der ersten Sekunde zurückgelegten Weges.

Die Wege s verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten t.

Aus 1) u. 2) leitet sich unmittelbar ab

$$v = \sqrt{2\,a\,s} \tag{3}$$

§ 11. Allgemeine Definition von Geschwindigkeit und Beschleunigung. Die im vorhergehenden entwickelte Methode, bei einer nicht gleichförmigen Bewegung den Weg zu berechnen, ist von besonderer Bedeutung, weil sie in ähnlicher Weise bei einer Bewegung benützt werden kann, deren Geschwindigkeit in beliebiger Weise mit der Zeit sich ändert. Gleichzeitig knüpft sich aber an die ihr zugrunde liegende Zerlegung der Bewegung in einzelne Abschnitte von kurzer Dauer die allgemeinere Bestimmung der Geschwindigkeit für einen bestimmten Zeitpunkt. Bei einer veränderlichen Bewegung liefert die ursprüngliche Definition der Geschwindigkeit verschiedene Werte, je nach der Größe des zurückgelegten Weges, $s_2 - s_1$, des entsprechenden Zeitraumes, $t_2 - t_1$ und je nach der Stelle der Bahn, an der die Beobachtung vorgenommen wird. Der Bruch $\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ liefert nur das, was wir als die m i t t l e r e G e s c h w i n d i g k e i t während der Zeit $t_2 - t_1$ bezeichnen können. Lassen wir neben dem wirklichen einen fingierten Körper mit der gleichförmigen Geschwindigkeit $\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ sich bewegen, so wird dieser in der Zeit $t_2 - t_1$ denselben Weg zurücklegen, wie der wirkliche. Je kleiner wir nun den Zeitraum $t_2 - t_1$ nehmen, um so geringer werden die Unterschiede zwischen den Geschwindigkeiten seiner aufeinanderfolgenden Bruchteile sein, um so mehr wird die Bewegung jenes fingierten Körpers mit der des wirklichen sich decken; wir können somit den Bruch $\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ mit um so größerem Rechte als die wirkliche Geschwindigkeit des Körpers betrachten, je kleiner der Zeitraum $t_2 - t_1$ ist. Der Bruch $(s_2 - s_1)/(t_2 - t_1)$ nähert sich dann immer mehr einem bestimmten „Grenzwerte“, den wir mit dem Symbole ds/dt bezeichnen. So erhalten wir als Wert der wahren Geschwindigkeit

$$v = \frac{ds}{dt}.$$

Damit ist dann auch die Definition der Geschwindigkeit allgemein für eine beliebige Bewegung gegeben als der „Differentialquotient des Weges nach der Zeit“.

Als Zeit, für welche die so gefundene Geschwindigkeit gilt, könnten wir zunächst die Mitte des Zeitelementes dt betrachten; da aber die Geschwindigkeit während der Zeit dt nur eine unendlich kleine Änderung erleidet, so stellt $\frac{ds}{dt}$ ebensogut die Geschwindigkeit im Anfang jenes Zeitraumes dar.

Wir wollen die wechselnden Werte der Geschwindigkeit in ihrer Abhängigkeit von der Zeit wieder durch eine Kurve darstellen (Fig. 7). Die auf der horizontalen Achse abgetragene Strecke OA repräsentiere die Zeit $t = dt_1 + dt_2 + dt_3 + \ldots$

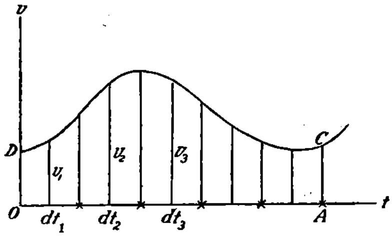


Fig. 7.

Aus den Bemerkungen von § 9 und § 10 ergibt sich dann, daß der Weg, der in der Zeit t zurückgelegt wird, numerisch gleich dem Inhalte der von der Geschwindigkeitskurve und den Achsen begrenzten Fläche $OACD$ ist.

Eine ganz analoge Betrachtung führt auch zu der allgemeinen Definition der Beschleunigung. Wir nehmen zunächst an, daß die Geschwindigkeitskurve mit wachsender Abszissenachse steige; bei einer wellenförmigen Kurve beschränken wir uns auf einen ansteigenden Teil derselben. Wir wählen dann das Zeitintervall $(t_2 - t_1)$ so klein, daß das entsprechende Stück der Geschwindigkeitskurve als geradlinig betrachtet werden kann; die Geschwindigkeit steigt dann in der Zeit t_1 bis t_2 gleichmäßig an; die Bewegung hat solange den Charakter einer gleichmäßig beschleunigten. Sind v_1 und v_2 die Geschwindigkeiten am Anfang und am Ende des betrachteten Zeitraumes, so ist die Beschleunigung

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Dann ist, analog dem vorangehenden, die Beschleunigung gegeben durch

$$a = \frac{dv}{dt}.$$

In den gegen die Achse der Zeit fallenden Teilen einer wellenförmigen Geschwindigkeitskurve tritt eine allmähliche Abnahme der Geschwindigkeit ein. Findet der Abfall in gerader Linie statt, so nimmt die Geschwindigkeit in gleichen Zeiten um gleich viel ab; die Abnahme der

Geschwindigkeit, bezogen auf 1 Sekunde, die Verzögerung, ist konstant. Die Bewegung ist eine gleichmäßig verzögerte. Aber auch die Bewegung, deren Geschwindigkeitskurve in beliebiger Weise gegen die Abszissenachse sich senkt, wird innerhalb eines sehr kleinen Zeitraumes $(t_2 - t_1)$ den Charakter einer gleichmäßig verzögerten Bewegung annehmen. Ist die Geschwindigkeit im Anfang des betrachteten Zeitraumes gleich v_1, am Schlusse gleich v_2, so ergibt sich ebenso wie vorher zur Berechnung der Beschleunigung die Formel:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Aber nun ist v_2 kleiner als v_1, es wird also die Beschleunigung negativ.

Die verzögerte Bewegung ist also eine Bewegung mit negativer Beschleunigung. Auf die gleichförmig verzögerte Bewegung werden wir in §§ 12, 47 usw. zurückkommen.

Die Dimensionsgleichungen von Geschwindigkeit und Beschleunigung im cm-sec-Systeme sind:

$$[v] = [\mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-1}] \quad \text{und} \quad [a] = [\mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-2}].$$

§ 12. **Wiederholung des Vorherigen mittels Differentialkalküls.** Einige einfache Differentiale und Integrale liefern uns die bisher gegebenen Formeln viel rascher und wissenschaftlich strenger.

Die Bewegung unseres mathematischen Punktes p sei wieder geradlinig und zwar z. B. längs der Y-Achse eines Koordinatensystemes. p befindet sich zu einem Zeitmomente t_n in der Entfernung $\pm y_n$ über oder unter dem Nullpunkt von Y. Die Bewegung ist dann definiert, wenn das zu jedem Zeitmomente t_n zugehörende y_n gegeben ist, z. B.

$$y = f(t).$$

Diese Funktion ist, da der Punkt in jedem Zeitmomente t_n eine bestimmte Lage y_n hat, reell und eindeutig, sie ist auch stetig, da p ja nicht zeitlos von einem Orte zum andern springen kann. Löst man aber obige Gleichung nach t auf z. B.

$$t = \varphi(y),$$

so ist diese Funktion oft nicht reell und eindeutig, da ja p vielleicht manche y Strecke nie erreicht, andere vielleicht zu wiederholten Malen (z. B. Pendel).

Setzen wir y statt des s in § 11, so ist, wie dorten gezeigt

$$\frac{dy}{dt} = v \tag{1}$$

die Geschwindigkeit zur Zeit t. (Das v ändert sich oft mit der Zeit z. B. lineär

$$v = at + C',$$

wo a und C' Konstante sind.) Durch Differention:

$$2)\qquad \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(\frac{dy}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} = a.$$

Dieses a ist die Geschwindigkeitsänderung oder Beschleunigung zur Zeit t.

Wenn v konstant, so wird nach 2)

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \ldots$$

keine Beschleunigung: gleichförmige Bewegung.

Ist aber a in 2) konstant, z. B.

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \pm a: \text{ so gleichförmig } \frac{\text{beschleunigte}}{\text{verzögerte}} \text{ Bewegung.}$$

Diese wollen wir beschreiben durch Integration von 2)

$$\int dv = \int a\, dt.$$

Daraus die Geschwindigkeit zur Zeit t

$$v_t = at + C$$

Setzen wir $t = 0$, so ergibt sich die Integrationskonstante $C = v_0$, d. i. die Geschwindigkeit am Anfange der Zeitzählung.

Durch Integration der vorstehenden Gleichung $\frac{dy}{dt} = at + v_0$ oder

$$\int dy = \int at\, dt + \int v_0\, dt$$

ergibt sich

$$y_t = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t + C'$$

als endgültige allgemeine Lösung.

Aus $t = 0$ findet sich die Integrationskonstante $C' = y_0$.

Beginnt die gleichförmig beschleunigte Bewegung von einer Ruhestelle aus gleichzeitig mit der Zeit- und Längenzählung, so

$$y_t = \frac{a}{2} t^2$$

in Übereinstimmung mit 2) in § 10.

Mit dem Vorgebrachten zeigten wir, wie man rein gedanklich eine Geometrie der Bewegung aus einigen Prämissen ableiten kann. In ähnlicher Weise kann man auch andere Bewegungen ohne Berücksichtigung der Masse des sich bewegenden Körpers behandeln. Diese Betrachtungen sind aber mehr mathematischer als physikalischer Natur. Wir wollen uns darum mit den gegebenen Beispielen begnügen.

Zweiter Teil. Statik starrer Körper.

I. Vom Gleichgewichte der Kräfte.

§ 13. Das Senkel. Ein starrer oder fester Körper ist ein solcher, dessen einzelne Teile in immer gleichbleibender gegenseitiger Lage bleiben. Wir beginnen unsere Untersuchungen mit einer möglichst einfachen Ruheerscheinung, der Erscheinung des Senkels, eines an einem Faden aufgehängten Gewichtes. Den Faden betrachten wir als unausdehnbar und gerade; alle Orte, an die das Gewicht kommen kann, liegen dann auf einer um den Aufhängepunkt beschriebenen Kugel. Wenn das Senkel in Ruhe ist, so ist der Faden vertikal; jenes nimmt die tiefste Stelle ein, an die es überhaupt gelangen kann. Schneiden wir den Faden durch, so fällt das Senkel, ebenso wie ein von der Hand erst gehaltenes und dann losgelassenes Gewicht. Im letzeren Falle üben wir anfangs mit der Hand einen Zug aus, der das Fallen des Gewichtes hindert, im ersteren entsteht in dem Faden eine Spannung, welche dem Senkelgewichte das Gleichgewicht hält. Die Ruhe des Senkels wird somit durch Wirkung und Gegenwirkung bedingt; unter der alleinigen Wirkung des Gewichtes würde das Senkel fallen: könnten wir das Senkel für einen Augenblick gewichtlos machen, so würde es durch die Spannung des Fadens nach oben gerissen. Beide Wirkungen heben einander auf, wenn sie entgegengesetzt gleich sind. Die Fadenspannung ist danach gleich dem angehängten Gewichte, sie kann also durch eine bestimmte Zahl von Gewichten gemessen werden.

Gleichheit von Aktion und Reaktion. Wir sehen, daß es sich bei der einfachen Erscheinung des Senkels um zwei verschiedene Wirkungen handelt; einmal wirkt das Gewicht auf den Faden, indem es ihn spannt, andererseits wirkt der Faden auf das Gewicht, indem er dessen Fall hindert. Es ist dies ein erstes Beispiel eines ganz allgemeinen physikalischen Prinzipes. So oft ein Körper A einen anderen B drückt oder zieht, wird A in umgekehrter Richtung ebenso stark von B gedrückt oder gezogen.

Hier und in den zunächst folgenden Teilen unseres Buches ist immer angenommen, daß keine Reibung stattfinde. Es sei auch ausdrücklich betont, daß ein Gewicht eine Kraft ist.

§ 14. Die Rolle. Eine kreisförmige Scheibe sei um eine durch ihren Mittelpunkt senkrecht hindurchgehende Achse vollkommen leicht drehbar, ihre Peripherie genau und glatt abgedreht. Stellen wir eine solche Rolle mit ihrer Achse horizontal und legen wir über sie einen Faden, so ist Gleichgewicht vorhanden, wenn die beiden frei herabhängenden Enden durch gleiche Gewichte gespannt sind. Nehmen wir das eine Gewicht ab, so fällt das andere zu Boden. Wir können aber Gleichgewicht wieder herstellen, indem wir das nicht belastete Ende des Fadens mit der Hand nach unten ziehen. Ebenso wie in dem vorhergehenden Falle werden dann die Spannungen in den zu beiden Seiten der Rolle befindlichen Fäden gleich sein; der Zug, den unsere Hand ausübt, gleich dem an dem anderen Fadenende hängenden Gewichte. Dabei können wir den Faden ebensogut in schiefer Richtung ziehen, wie in vertikaler; Gleichgewicht wird immer nur dann vorhanden sein, wenn der Faden in seiner ganzen Ausdehnung gleiche Spannung besitzt, wenn der beliebig gerichtete Zug der Hand gleich ist dem angehängten Gewichte (Fig. 8).

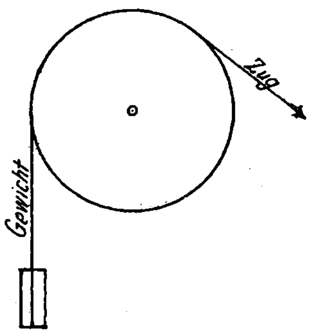


Fig. 8. Fixe Rolle.

§ 15. **Kräfte, gemessen durch Gewichte.** Wenn in dem vorhergehenden Beispiele nur das Gegengewicht oder nur der Zug der Hand auf ein gewichtlos gedachtes Senkel wirkte, so würde Bewegung eintreten. Nun gibt es außerordentlich mannigfache Verhältnisse, unter denen ein Körper in Bewegung gerät oder zu einer schon vorhandenen Bewegung eine neue erhält; in all diesen Fällen sprechen wir von einer Kraft als der Ursache der Bewegung. Mit Rücksicht hierauf können wir den in dem vorhergehenden Paragraphen gemachten Bemerkungen eine viel allgemeinere Bedeutung geben. Wenn wir das eine Ende des über eine Rolle geschlungenen Fadens mit einem Gewichte belasten, so können wir auf das andere eine Kraft von ganz beliebigem Ursprung, beliebiger Richtung wirken lassen. Wenn Gleichgewicht vorhanden ist, so wird der Faden in seiner ganzen Ausdehnung dieselbe Spannung besitzen, also die Kraft gleich dem angehängten Gewichte sein. Wir können so immer ein Gewicht bilden, das einer gegebenen Kraft gleich ist, welches auch ihr Ursprung, welches ihre Richtung sein mag. Um dies noch durch ein Beispiel zu erläutern, befestigen wir an dem einen Ende des Fadens eine Eisenkugel. Nähern wir sie der Polfläche eines horizontal liegenden Magnetstabes, so wird sie von dieser angezogen. Wir führen den Faden in der Richtung des Stabes horizontal fort (Fig. 9), legen ihn über eine Rolle und belasten ihn am anderen Ende so, daß die Kugel bei der geringsten Mehrbelastung von dem Pole abreißt. Die magnetische Anziehung ist dann gemessen durch das Gewicht, welches eben noch getragen wird.

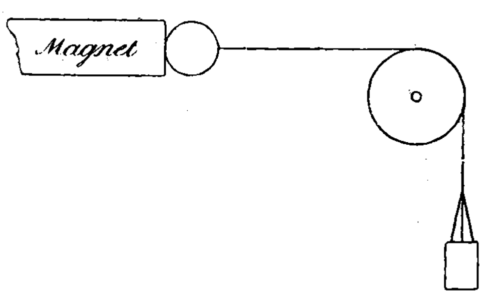


Fig. 9. Magnetkraft.

Den Betrachtungen von § 13 können wir im Anschluß an das Vorhergehende einen allgemeinen Ausdruck geben in dem Satze:

Wenn auf einen Körper, genauer auf einen und denselben Punkt des Körpers, zwei Kräfte wirken, so bleibt er in Ruhe, wenn die Kräfte gleich und entgegengesetzt sind.

Graphische Darstellung von Kräften. Bei der Fadenspannung liegt der Gedanke unmittelbar nahe, ihre Verhältnisse durch eine Zeichnung anschaulich zu machen. Wir haben ihren Angriffspunkt, den Befestigungspunkt des Fadens, ihre Richtung, übereinstimmend mit der des Fadens. Man kann aber auch ihre Größe in der Zeichnung zum Ausdruck bringen, wenn man die Länge der die Richtung darstellenden Geraden numerisch gleich macht dem Gewichte, durch welche die Spannung gemessen wird. Diese graphische Darstellung ist aber in derselben Weise auf jede beliebige Kraft anwendbar, denn jede hat einen bestimmten Angriffspunkt, eine bestimmte Richtung, eine durch ein bestimmtes Gewicht gegebene Größe. Wir werden gelegentlich Kräfte und die sie darstellenden Strecken durch denselben Buchstaben bezeichnen.

§ 16. Parallelogramm der Kräfte. Wenn zwei Kräfte P und Q, d. h. Kräfte, die beziehungsweise gleich den Gewichten P und Q sind, in einem und demselben Punkte eines Körpers angreifen, so lassen sie sich in ihrer Wirkung erfahrungsgemäß durch eine einzige Kraft ersetzen, die man ihre Resultante oder Resultierende nennt. Die sie repräsentierende Strecke wird durch eine einfache geometrische Konstruktion gegeben. Wir ziehen die P und Q repräsentierenden Linien OA und OB (Fig. 10) und ergänzen sie zu einem Parallelogramm; die Diagonale OD ist dann die graphische Darstellung der resultierenden Kraft.

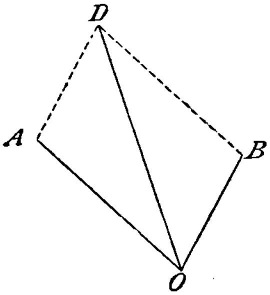


Fig. 10.
Kräfteparallelogramm.

Zur experimentellen Prüfung des Satzes benützen wir drei miteinander verknüpfte Senkelfäden (Fig. 11), von denen der eine vertikal herabhängt, während die beiden anderen nach rechts und links über Rollen geführt sind. Die an den Enden angehängten Gewichte seien P, Q und R. Gleichgewicht ist vorhanden, wenn die Resultante von P und Q gleich und entgegengesetzt ist mit R. Stellen wir also die Kräfte graphisch dar durch die gerichteten Strecken OA, OB, OC, so muß die Diagonale OD des aus OA und OB konstruierten Parallelogrammes gleich und entgegengesetzt sein mit OC. Daß dies in der Tat der Fall ist, läßt sich in dem folgenden speziellen Falle leicht experimentell nachweisen. Wir spannen z. B. den vertikal herabhängenden Faden durch 50 Gewichtseinheiten, die beiden nach oben über die Rollen laufenden mit 40 und 30 Gewichtseinheiten. Zunächst zeigt sich, daß das Gleichgewicht ein ganz bestimmtes ist; denn, so oft wir die Senkel aus ihrer Ruhelage herausbringen, kehren sie nach einigen Schwankungen immer wieder in dieselbe Lage zurück. Nun ergibt sich weiter, daß für unser Beispiel der Winkel, den die beiden schief nach oben gehenden Fäden miteinander bilden, ein rechter ist. Das Dreieck OAD ist somit ein rechtwinkliges; die Diagonale OD des Parallelogramms ist gleich 50 Längeneinheiten, wenn OA gleich 40 und OB gleich 30. Die Diagonale des aus den Repräsentanten der Kräfte P und Q konstruierten Parallelogramms ist also in der Tat numerisch gleich der Kraft R. Daß ihre Richtung der von R entgegengesetzt, also vertikal ist, ergibt sich, wenn wir beachten, daß die nach oben gehenden Fäden in einer vertikalen Ebene liegen, und wenn wir die Linien OA und OB mit jener Neigung gegen die Vertikale zeichnen, wie sie tatsächlich bei den Versuchen beobachtet wird.

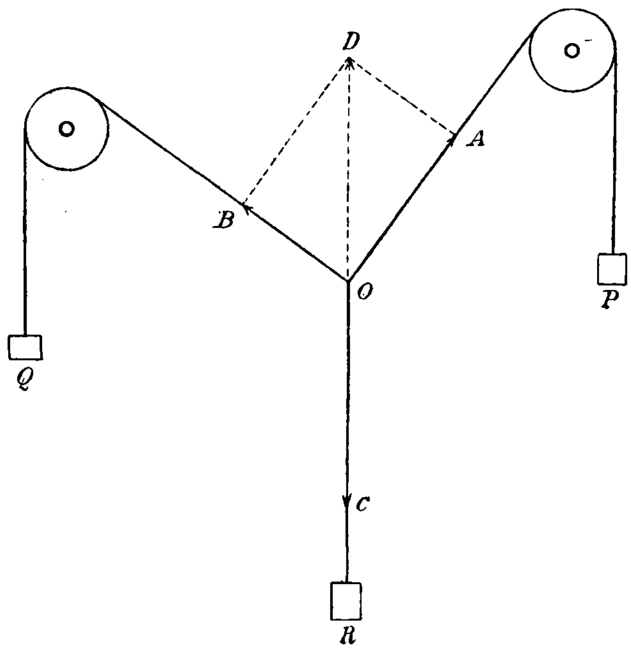


Fig. 11. Kräfteparallelogramm.

Die von den Fäden gebildeten Winkel ändern sich natürlich, sobald die Verhältnisse der angehängten Gewichte andere werden, sobald etwa an den mittleren, vertikal herabhängenden Faden ein Gewicht von anderer Größe gehängt wird. Daraus ergibt sich, daß unsere einfache Vorrichtung benutzt werden kann, um über die Gleichheit oder Ungleichheit von Gewichten zu entscheiden, sie ist eine Art Wage.

G l e i c h g e w i c h t v o n K r ä f t e n i n e i n e m P u n k t e. Die in dem vorhergehenden Paragraphen benützte Einrichtung bringt uns zugleich die Lösung einer anderen Frage, die von selbständigem Interesse ist. Wir sehen, daß drei in einem Punkt angreifende Kräfte P, Q, R im Gleichgewichte sind, wenn die sie repräsentierenden Strecken durch Parallelverschiebung zu einem geschlossenen Dreieck (OAD, Fig. 11) sich zusammenfügen lassen. Die Regel läßt sich ausdehnen auf den Fall beliebig vieler Kräfte, die einen gemeinsamen Angriffspunkt haben;

sie sind im Gleichgewichte, wenn sie durch Parallelverlegung zu einem geschlossenen Polygone sich zusammenfügen lassen. Bleibt der polygonale Zug offen, so stellt die offene Seite Größe und Richtung der zum Gleichgewichte fehlenden Kraft dar; im umgekehrten Sinne somit auch die Resultante der sämtlichen gegebenen Kräfte. Die Repräsentanten der Kräfte sind so aneinanderzufügen, daß der Endpunkt der einen stets den Anfangspunkt der folgenden bildet.

Vektor, Skalar. Wir nennen Größen ohne Richtung im Raume Skalare. Temperaturen z. B. oder Zeiten oder Massen sind Skalare. Es gibt andere physikalische Eigenschaften, die durch die Angabe einer Maßzahl allein nicht völlig bestimmt sind, sondern bei welchen zur völligen Bestimmung noch die Angabe eines bestimmten Richtungsinnes erforderlich ist. Eine solche Eigenschaft ist z. B. eine Kraft. Größen dieser Art nennt man vektorielle. Von einer Kraft erhalten wir ein anschauliches Bild, wenn wir von einem gegebene Punkte aus eine Gerade in Richtung der Kraft ziehen und auf dieser ein dem absoluten Betrage der Kraft proportionales Stück abtragen. Eine Größe, zu deren völliger Bestimmung die Angabe einer Maßzahl und die Angabe einer einseitigen Richtung notwendig ist, nennen wir einen Vektor. Zu den Vektoren gehören auch die Geschwindigkeiten, Beschleunigungen usw.

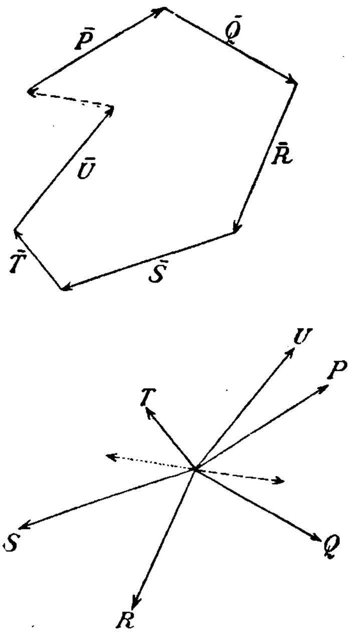


Fig. 12. Vektorenaddition.

Vektoren werden (wie Kräfte) addiert, indem man an das Ende des einen Addenden, z. B. OA in Fig. 11, den zweiten Addenden OB in richtiger Größe und Richtung, also AD, aufträgt. Dann ist

$$\text{Vektor } OD = \text{Vektor } OA + \text{Vektor } OB.$$

Ebenso geschah die Kräftesummierung in Fig. 12 vektoriell. Hier zeigt die untere Figur einen Punkt, auf den verschiedene Kräfte P, Q, ... T, U wirken. In der oberen Figur sind diese Kräfte vektoriell summiert. Die strichlierte Verbindungslinie zwischen dem Endpunkt von U und dem Anfangspunkt von P würde das Polygon schließen, eine entsprechende Kraft würde Gleichgewicht herstellen. Es ist darum eine genau entgegengesetzte Kraft, strichlierte Linie nach rechts in unterer Figur, die Resultierende.

Selbstredend gilt diese Regel auch, wenn die Kräfte nicht, wie in unserem Beispiele, in einer Ebene liegen.

Die umgekehrte Aufgabe, die Vektorsumme in die Addenden (d. h. die Resultante in Komponenten) zu zerlegen, ist natürlich vielfach lösbar, da z. B. für die Vektorensumme OD in Fig. 10 der Punkt A ganz beliebig liegen kann. Zur eindeutigen Lösung solcher Aufgaben sind immer bestimmte Bedingungen nötig.

Verlegung des Angriffspunktes einer Kraft. Auf einen Körper wirken in den Punkten A und B (Fig. 13) zwei Kräfte, die einander gleich und auf der Geraden AB liegend entgegengesetzt gerichtet sind. Der Körper ist im Gleichgewichte, und dieses wird der Erfahrung zufolge nicht geändert, wenn wir den Angriffspunkt der einen oder der anderen Kraft auf der Geraden AB verlegen, etwa nach A' oder B'. Daraus ergibt sich, daß man den Angriffspunkt einer auf einen starren Körper wirkenden Kraft in ihrer Richtung beliebig verlegen kann, ohne an ihrer Wirkung etwas zu ändern.

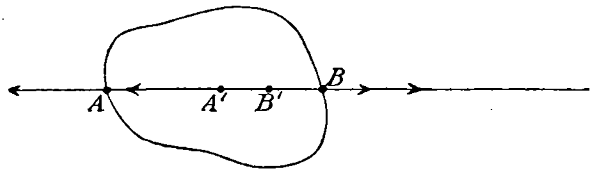


Fig. 13. Verlegung des Angriffspunktes.

§ 17. Gleichgewicht von drei Kräften an einem starren Körper. Wenn in einem Punkte eines starren Körpers drei Kräfte P, Q und R angreifen, so wird ihr Gleichgewicht durch die in § 11 gegebene Regel bestimmt. Verlegen wir die Angriffspunkte in den Richtungen der Kräfte nach A, B und C (Fig. 14), so kann dadurch das Gleichgewicht nicht gestört werden. Umgekehrt ergibt sich hieraus der Satz: Ein starrer Körper ist unter der Wirkung dreier Kräfte im Gleichgewichte, wenn ihre Richtungen durch einen Punkt gehen, und wenn ihre geometrischen Repräsentanten durch Parallelverschiebung zu einem geschlossenen Dreieck sich zusammenfügen lassen. Die Richtigkeit des Satzes kann man leicht mit der in Fig. 11 benützten Einrichtung prüfen, wenn man die drei Senkelfäden nicht direkt miteinander verknüpft, sondern an dem Umfange einer leichten Pappscheibe von beliebiger Gestalt befestigt.

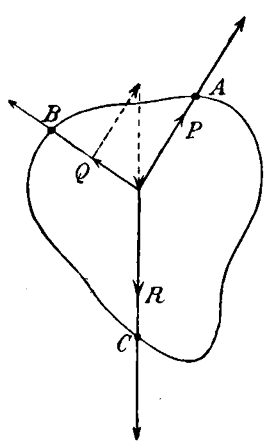


Fig. 14. Gleichgewicht am starren Körper.

Eindeutige Zerlegung einer Kraft in Komponenten. Eine solche ist nach § 16 an Bedingungen geknüpft, z. B. dadurch, daß die Richtung der Komponenten gegeben ist, wie in folgender Konstruktion.

Es seien AC und BC (Fig. 15) zwei in einer Vertikalebene liegende starre aber gewichtlose Stäbe, ihre Endpunkte A und B seien in Gelenken betestigt, in C seien sie verbunden, und dort sei an den durch sie gebildeten Träger ein Gewicht angehängt; die in den Stäben entstehende Spannung und Pressung soll bestimmt werden. Wir machen zu diesem Zwecke die Linie CD, durch die das Gewicht graphisch dargestellt wird, zu der Diagonale eines Parallelogramms, dessen Seiten in die Richtungen AC und BC fallen; dann ist die Seite CE die geometrische Darstellung des auf AC wirkenden Zuges, CF repräsentiert den auf CB ausgeübten Druck. Die Konstruktion des Parallelogramms kann man ersetzen (Fig. 15. Unterer Teil) durch die Konstruktion eines Dreiecks $C'D'E'$, dessen eine Seite $C'D'$ die in C wirkende Last repräsentiert, während $C'E'$ und $D'E'$ den Richtungen der beiden Stäbe parallel sind. Die Längen von $C'E'$ und $D'E'$ repräsentieren dann den auf AC und BC wirkenden Zug und Druck.

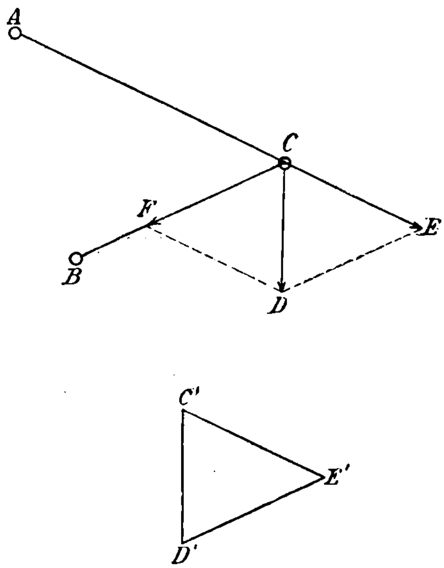


Fig. 15. Mechanische Träger.

Gleichgewicht eines Stabsystems. Die letzte Wendung, die wir der graphischen Bestimmung der auf den Träger wirkenden Kräfte gegeben haben, ist besonders wichtig, weil sie eine bequeme Anwendung auf sogenannte Stabsysteme gestattet, wie wir sie bei der Konstruktion von Dachstühlen, Brücken, Kranen usw. benützen.

§ 18. **Hebelgesetz.** Das Hebelgesetz ist eines von den wenigen physikalischen Gesetzen, die schon den Alten bekannt waren. Archimedes betrachtet eine gewichtslose (oder möglichst leichte) Stange, die in ihrer Mitte unterstützt ist und in horizontaler Stellung im Gleichgewichte sich befindet. Wenn auf ihren beiden Seiten Gewichte angehängt werden, so bleibt die Stange im Gleichgewichte, sobald die Gewichte sich umgekehrt verhalten wie ihre Entfernungen vom Unterstützungspunkt. Eine allgemeine Fassung wurde dem Hebelprinzip zuerst von Leonardo da Vinci (1452—1519) gegeben. Wir betrachten den Hebel (Fig. 16) als einen gewichtlosen Körper, der um eine horizontale Achse D drehbar ist, und auf den in den Punkten A und B zwei zur Achse senkrechte Kräfte wirken, die durch die Strecken P und Q dargestellt sind. Von D aus fällen wir auf P und Q die Senkrechten DE und DF, die wir als die Hebelarme bezeichnen. Gleichgewicht ist vorhanden, wenn die beiden Kräfte den Hebel in entgegengesetztem Sinne zu drehen suchen, und wenn die Produkte aus den Kräften und den zugehörigen Hebelarmen einander gleich sind: $P \cdot DE = Q \cdot DF$. Diese Produkte sind die zuerst von Leonardo betrachteten statischen Momente oder Drehungsmomente der Kräfte (immer in bezug auf einen bestimmten Punkt). In dieser Form kann der Hebelsatz sehr leicht verallgemeinert werden. Es mögen beliebig viele gegen die Achse senkrechte Kräfte auf den Körper wirken. Gleichgewicht ist vorhanden, wenn die Summe der in dem einen Sinne wirkenden statischen Momente gleich ist der Summe der entgegengesetzten. Besteht der Hebel aus einem geraden Stabe, der um seine Mitte drehbar ist, und auf den zwei Kräfte wirken, die zu ihm senkrecht stehen, so kommen wir auf den von Archimedes gefundenen Satz zurück.

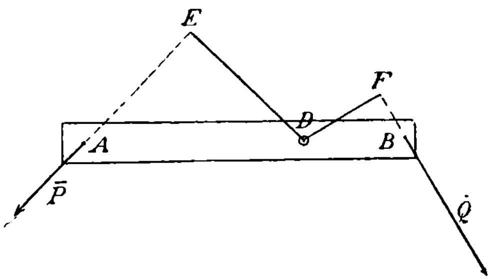


Fig. 16. Hebel.

Wenn die Richtungen der Kräfte P und Q sich schneiden, so kann man das Hebelgesetz unmittelbar auf den Satz vom Parallelogramm der Kräfte reduzieren. Auch in dem von Archimedes betrachteten Falle gelingt dies, wenn man zunächst zu den gegebenen parallelen Kräften in A und B noch zwei entgegengesetzt gleiche hinzufügt, deren Richtung in die des Hebels fällt.

§ 19. Der Mittelpunkt paralleler Kräfte. Nach dem Satze vom Parallelogramm können wir 2 Kräfte zu einer Resultanten vereinigen, wenn ihre Richtungen sich schneiden. Die Konstruktion versagt, wenn die Richtungen der Kräfte parallel sind. In diesem Falle beruht die Konstruktion der Resultante auf einer Anwendung des Hebelgesetzes.

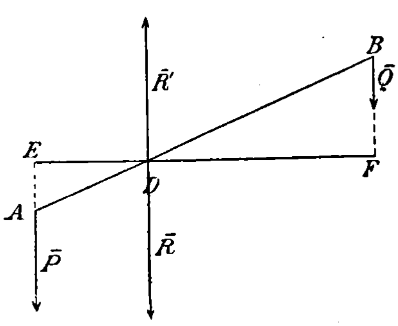


Fig. 17. Parallele Kräfte.

Wir betrachten einen geradlinigen Hebel AB (Fig. 17) mit dem Drehungspunkte D, auf den zwei parallele Kräfte P und Q wirken. Zeichnen wir die Hebelarme DE und DF, so ist die Bedingung für das Gleichgewicht:

$$P : Q = DF : DE = DB : DA.$$

Aber diese Gleichung enthält offenbar nicht alles, was zum Gleichgewichte des Hebels notwendig ist. Ihre Erfüllung sorgt nur dafür, daß die Hebelstange AB nicht um D gedreht wird. Außerdem muß der Punkt D unterstützt sein, sonst würde der Hebel zu Boden gerissen werden; wir müssen den Punkt D mit einer Kraft nach oben ziehen, die gleich der Summe der Parallelkräfte, gleich $P + Q$ und ihnen entgegengesetzt gerichtet ist. Ist die Hebelstange mit einer horizontalen

Achse verbunden, die in einem festen Lager sich drehen kann, so ist $P + Q$ der Druck, den der Hebel auf das Lager ausübt, der Druck, durch den umgekehrt das Lager die Achse des Hebels trägt. Eine vollständige Darstellung der Kräfte, die am Hebel im Gleichgewichte stehen, haben wir erst, wenn wir in D die Strecke $R' = P + Q$ parallel mit P und Q nach oben hin ziehen. Wir können nun das Verhältnis auch so auffassen, daß am Hebel die auf D wirkende Kraft $R' = P + Q$ kompensiert wird durch die in A und B wirkenden Kräfte P und Q, so daß weder Verschiebung noch Drehung eintritt. Dasselbe wird erreicht, wenn man die Kräfte P und Q wegläßt und in D eine Kraft $R = P + Q$ hinzufügt, die mit R' gleich, aber entgegengesetzt gerichtet ist. Diese Kraft R ist dann nichts anderes, als die Resultante von P und Q.

Wir haben im vorhergehenden die Kräfte P und Q auf eine Hebelstange AB wirken lassen. Wir können an ihre Stelle einen beliebigen Körper setzen, ohne daß in unseren Überlegungen etwas geändert wird. Somit kommen wir zu dem folgenden Resultat: Wenn auf zwei Punkte A und B eines Körpers die parallelen Kräfte P und Q wirken, so vereinigen sie sich zu einer Resultante $R = P + Q$ von derselben Richtung. Ihr Angriffspunkt D, oder allgemeiner ausgedrückt, der Punkt, in dem sie die Gerade AB schneidet, liegt so, daß die Abschnitte AD und BD sich umgekehrt verhalten wie die Kräfte P und Q. Der Punkt D hat danach die sehr wichtige Eigenschaft, daß er von der Neigung der Parallelkräfte gegen die Verbindungslinie ihrer Angriffspunkte unabhängig ist, nur abhängig von dem Verhältnisse ihrer Größen. Man nennt diesen Angriffspunkt D der Resultante den Mittelpunkt der Parallelkräfte. Er teilt die Gerade, welche die Angriffspunkte der Parallelkräfte verbindet, im umgekehrten Verhältnisse jener Kräfte.

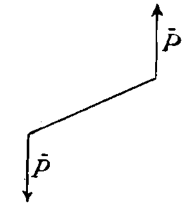


Fig. 18.

§ **20. Kräftepaar.** Aus den vorhergehenden Betrachtungen wird man den Schluß ziehen, daß im allgemeinen auch entgegengesetzt parallele sog. antiparallele Kräfte durch eine Resultante zu ersetzen sind, z. B. die in A und D wirkenden Kräfte P und R' durch die in B wirkende Q. Wenn aber die entgegengesetzt parallelen Kräfte gleich groß sind, wie in Fig. 18, so ist dies nicht mehr möglich. Zwei solche Kräfte bilden ein mechanisches Element von durchaus selbständiger, eigenartiger Bedeutung. Man bezeichnet zwei entgegengesetzt parallele gleiche Kräfte als ein Kräftepaar. Seine Wirkung reduziert sich auf ein rein statisches Moment.

Es sei AB (Fig. 19) ein masseloser Stab, an dem 2 gleich große antiparallele Kräfte k und k in gegenseitiger Entfernung l angreifen. Wir denken uns links auf die Verlängerung BA einen Drehpunkt O. Dann sind die Drehmomente: im Sinne des Uhrzeigers $+ (OA + l) \cdot k$

und gegen den Sinn des Uhrzeigers $-OA \cdot k$, also die Summe $(OA + l - OA) \cdot k$. Das Drehmoment des Kräftepaares ist also $l \cdot k$, unabhängig, wo der Drehpunkt O liegt. Es findet ein Hineindrehen von AB in die Kraftrichtung statt; z. B. bei einer auf Wasser schwimmenden Magnetnadel, die sich in Nord-Südrichtung einstellt.

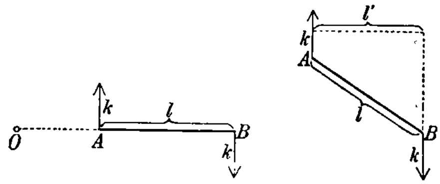


Fig. 19. Fig. 20.
(Aus „Lecher, Lehrbuch der Physik für Mediziner". Verlag B. G. Teubner, Leipzig).

Dabei wird natürlich das Drehmoment immer kleiner. Ist AB in der Lage der Fig. 20, so ist das Drehmoment nur mehr $l' \cdot k$. Ist AB einmal in der k-Richtung, so wird $l' = 0$, es hört jede weitere Bewegung auf, da sich die beiden k dann aufheben. Die Wirkung bleibt auch dann die gleiche, wenn wir das Kräftepaar und damit die das Paar repräsentierende Figur parallel mit sich selbst nach irgendeiner Stelle des Körpers verlegen. Das ergibt eine einfache geometrische Überlegung.

Die Einführung des Kräftepaares als eines besonderen mechanischen Elements ist von großem Nutzen bei der Lösung der Aufgabe, die Wirkung von Kräften zu bestimmen, welche in beliebiger Zahl, mit beliebigen Angriffspunkten und in beliebigen Richtungen auf einen starren Körper einwirken. Eine Untersuchung von wesentlich geometrischem Charakter führt zu dem Satze, daß die Wirkung jener Kräfte stets ersetzt werden kann durch eine einzelne Kraft R, und durch ein Kräftepaar, $P \cdot ab$, dessen Ebene zu der Einzelkraft senkrecht steht. Die geometrische Konstruktion führt zunächst auf einen bestimmten Punkt im Innern des Körpers als Angriffspunkt der Einzelkraft. Ziehen wir durch diesen Punkt die Richtung der Einzelkraft, so kann ihr Angriffspunkt auf der so bestimmten Linie noch beliebig verschoben werden. Den Mittelpunkt c des Kräftepaares $P \cdot ab$, dessen Ebene zu der Kraft R senkrecht steht, kann man nach der vorhergehenden Bemerkung durch Parallelverschiebung in den Angriffspunkt der Einzelkraft bringen. Die Wirkung beliebiger Kräfte auf einen starren Körper läßt sich also immer reduzieren auf das Bild von Fig. 21.

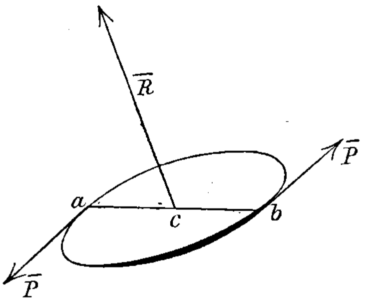


Fig. 21.

Die Kraft R würde den Körper in ihrer Richtung im Raume weiterziehen und das Kräftepaar $P \cdot ab$ gleichzeitig den starren Körper in Rotation versetzen.

§ 21. **Der Schwerpunkt.** Wir haben in § 19 gelernt, zwei parallele, in gleicher Richtung wirkende Kräfte zu einer Resultanten zu vereinigen. Durch sukzessive Anwendung derselben Konstruktion ist es möglich, auch beliebig viele solche parallele Kräfte durch eine Resultante zu ersetzen, die gleich der Summe der Einzelkräfte und ihnen parallel ist. Die Konstruktion führt zu einem bestimmten Punkte, in dem die Resultante angreift, dem Mittelpunkte der parallelen Kräfte; wie bei zweien, so ist auch bei beliebig vielen Parallelkräften die Lage dieses geometrisch bestimmten Punktes nur abhängig von dem Verhältnisse ihrer Größen, nicht von ihrer Richtung.

Diese Bemerkungen finden Anwendung auf die Schwere. Wenn wir einen Körper in Gedanken in irgendeiner Weise in kleine Stücke zerlegen, so kommt jedem eine gewisse Gewichtskraft zu, das durch eine vertikale Strecke von entsprechender Länge dargestellt wird. Die Gesamtwirkung der Schwere ist gleich der Resultante aus all diesen parallelen Gewichten. Ihren Angriffspunkt nennen wir den Schwerpunkt; in ihm können wir uns alle einzelnen Parallelkräfte, d. h. das ganze Gewicht des Körpers vereinigt denken. Der allgemeinen Eigenschaft des Mittelpunkts paralleler Kräfte zufolge ist die Lage des Schwerpunktes von der besonderen Stellung des starren Körpers unabhängig.

§ 22. **Gleichgewicht eines starren drehbaren Körpers.** Ein starrer Körper (Fig. 22) sei drehbar um eine horizontale Achse D, sein Gewicht G können wir uns vereinigt denken in dem Schwerpunkte S; es wird durch eine von S ausgehende vertikale Strecke $\bar{G}$ repräsentiert. Gleichgewicht ist vorhanden, wenn der Hebelarm von G verschwindet, d. h. wenn der Schwerpunkt vertikal über oder unter der Drehungsachse liegt, wenn er die höchste oder tiefste von den Stellen einnimmt, die er bei der vorhandenen Beweglichkeit überhaupt erreichen kann. Im ersten Falle ist das Gleichgewicht ein labiles, d. h. es geht bei der geringsten Störung verloren, im zweiten ist das Gleichgewicht stabil, d. h. es stellt sich nach jeder kleinen Störung von selbst wieder her. Geht die Drehungsachse gerade durch den Schwerpunkt hindurch, so ist der Körper in jeder Stellung im Gleichgewichte, dieses ist ein indifferentes.

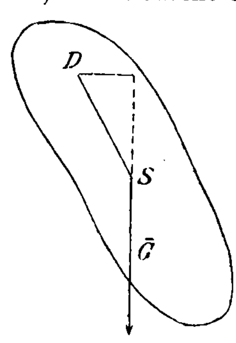
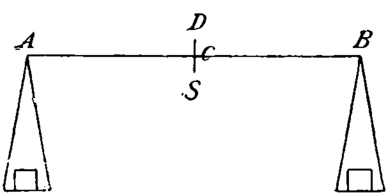


Fig. 22.

§ 23. **Hebelwage.** Eine wichtige Anwendung finden die im vorhergehenden § besprochenen Sätze in der Lehre von der Hebelwage. Diese besteht im wesentlichen aus einem zweiarmigen Hebel, dem Wagbalken, der um eine horizontale Achse drehbar ist und an seinen Enden die zur Aufnahme der Gewichte dienenden Wagschalen trägt. Wenn wir die letzteren abhängen, so soll der Balken für sich in horizontaler Stellung in stabilem Gleichgewichte sich befinden. Dies wird der Fall sein, wenn der Balken symmetrisch ist zu einer durch seine Achse und seinen Schwerpunkt gehenden Ebene, und wenn sein Schwerpunkt unter der Drehungsachse liegt. Es soll ferner die horizontale Gleichgewichtsstellung des Wagbalkens nicht geändert werden, wenn man beiderseits die Wagschalen anhängt. Dies ist erreicht, wenn die Schalen gleiche Gewichte besitzen, und wenn die Punkte, in denen sie am Wagbalken hängen, gleich weit von der Achse entfernt sind, wenn die Wage gleicharmig ist. Unter diesen Umständen wird das Gleichgewicht auch nicht gestört, wenn wir zu beiden Seiten gleiche Gewichte auf die Wagschalen setzen. Wenn wir aber auf der einen Seite ein kleines Übergewicht hinzufügen, so neigt sich der Balken nach dieser Seite. Je größer die Neigung bei einem gegebenen Übergewicht ist, um so kleinere Gewichtsdifferenzen können wir mit der Wage beobachten, um so größer ist ihre Empfindlichkeit. Wir gehen nun über zu der Entwicklung der Bedingungen, von denen diese Empfindlichkeit der Wage abhängt.

Schematisch können wir die Wage darstellen durch eine gerade Linie (Fig. 23a), deren Endpunkte A und B die Anhängepunkte der Schalen bezeichnen. Der Drehungspunkt D muß nach dem Vorher-



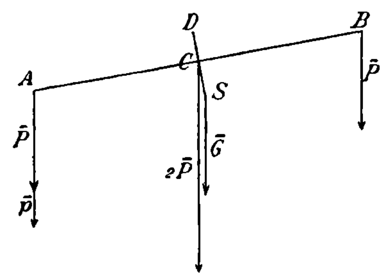


Fig. 23a. **Hebelwage.** **Fig. 23b.**

gehenden gleich weit von A und B entfernt sein, liegt also auf dem in C errichteten Mittellote von AB. In der Ruhelage steht der Wagbalken AB horizontal, und der Schwerpunkt S liegt vertikal unter der Drehungsachse in der Verlängerung von DC. Wir legen zuerst auf die Wagschalen zwei gleich große Gewichte, der Wagbalken bleibt horizontal; sodann legen wir auf die in A hängende Schale noch ein kleines Übergewicht p, so daß diese Schale sinkt. Wir wollen nun untersuchen, wovon die durch das Übergewicht p hervorgebrachte Neigung des Wagbalkens abhängt, und zu diesem Zwecke die Bedingung des Gleichgewichts aufsuchen. Auf den Wagbalken (Fig. 23b) wirkt sein Gewicht G, das wir in dem Schwerpunkt S konzentriert denken können; ferner in A und B die gleichen aufgelegten Gewichte zusammen mit den Gewichten der Schalen; dies gibt für A und B zwei gleiche parallele Kräfte P, die wir nach § 19 zu einer Resultanten $2P$ vereinigen können, deren Angriffspunkt in C liegt. Nun sehen wir, daß das von dem Übergewichte p ausgeübte Drehungsmoment den entgegengesetzt wirkenden Momenten der Kräfte $2P$ und G das Gleichgewicht halten muß. Hiernach ist die dem Übergewichte zugemutete Leistung um so größer, je größer die Belastung der Wagschalen ist. In demselben Maße wird die durch das Übergewicht erzeugte Neigung kleiner. Es würde sich so eine stetige Verminderung der Empfindlichkeit mit der Belastung ergeben. Dieser Nachteil läßt sich in einfachster Weise dadurch vermeiden, daß wir den Drehungspunkt D zusammenfallen lassen mit dem Angriffspunkt C der Resultante $2P$. Dann fällt die Wirkung dieser letzteren ganz weg, das Übergewicht p hat nur noch dem Wagebalkengewichte G das Gleichgewicht zu halten, und es wird so nicht bloß die Unabhängigkeit von der Belastung, sondern auch eine sehr wesentliche Vergrößerung der Empfindlichkeit erreicht. Als die fundamentalste von den Bedingungen, denen man bei der Konstruktion einer guten Wage zu genügen hat, werden wir demnach zu betrachten haben, daß die Drehungsachse der Wage in einer und derselben Ebene mit den Aufhängepunkten der Schalen, und zwar in ihrer Mitte gelegen sei.

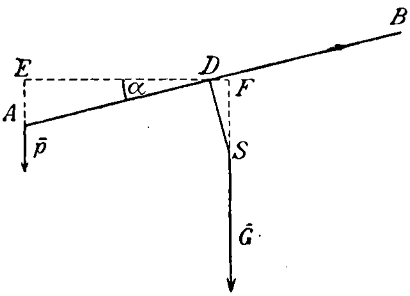


Fig. 24. Empfindlichkeit einer Wage.

Setzen wir voraus, daß bei der mechanischen Herstellung des Balkens dieser Bedingung genügt sei, so vereinfacht sich das Schema der Wage und der auf sie wirkenden Kräfte wesentlich, der Drehungspunkt D liegt in der Mitte von AB (Fig. 24), die einzigen wirksamen Kräfte sind p und G. Bezeichnen wir durch DE den Hebelarm des Übergewichtes, durch DF den des Wagbalkengewichtes, so ist Gleichgewicht vorhanden, wenn

$$p \cdot DE = G \cdot DF.$$

Den Ausschlagswinkel, den Winkel, um den sich der Wagbalken gedreht hat, bezeichnen wir durch α (Bogenmaß); da es sich bei der Wage immer nur um kleine Drehungen handelt, so können wir $DF = DS \cdot \alpha$ setzen und erhalten

$$\alpha = p \cdot \frac{DE}{G \cdot DS} \, .$$

Verstehen wir unter Empfindlichkeit den Ausschlag α_1, welcher der Zulage irgendeines bestimmten, immer gleichbleibenden Übergewichtes, z. B. eines Milligramms, § 36 (d. h. $p = 1$) entspricht, so ergibt sich für die Empfindlichkeit der Ausdruck

$$\alpha_1 = \frac{DE}{G \cdot DS} \, .$$

Bei kleinen Ausschlägen weicht DE nicht merklich ab von der Länge des Wagarmes. Wir haben dann den Satz: Die Empfindlichkeit einer Wage ist gleich der Länge des Wagarmes, dividiert durch die Entfernung des Schwerpunktes von der Drehungsachse und dividiert durch das Gewicht des Wagbalkens.

Vorausgesetzt also, daß die Drehungsachse in derselben Ebene mit den Aufhängepunkten der Schalen und in ihrer Mitte liegt, werden wir den Schwerpunkt dem Drehungspunkte möglichst nahe rücken und bei gegebener Länge den Wagbalken möglichst leicht zu machen suchen.

Bevor eine Wage sich endgültig einstellt, schwingt sie um die Ruhelage hin und her. Es läßt sich nun zeigen, daß diese — die Abwägung sehr verlangsamende — Schwingungsdauer wächst mit der Länge der Wagbalken (Vergrößerung des Trägheitsmomentes § 52). Man verzichtet daher bei modernen Wagen auf allzu große Länge der Wagbalken, „kurzarmige Wagen", und ermöglicht so ein rascheres Arbeiten.

Unter alleiniger Berücksichtigung der Empfindlichkeit und der Schwingungsdauer ist es nach Greinacher[1] im weitgehendsten Maße angezeigt, die Balkenlänge so kurz zu machen als es die übrigen Konstruktionsbedingungen gestatten.

Wir haben im vorhergehenden eine Kraft nicht berücksichtigt, die außer den Gewichten noch auf die Wage wirkt; es ist dies die zwischen der Drehungsachse und ihrem Lager vorhandene Reibung. Da die Wirkungen der Reibung veränderlicher Natur und nicht durch genaue Gesetze bestimmt sind, so kann man sie bei der Theorie der Wage nicht so in Rechnung ziehen wie die Gewichte; es bleibt nichts anderes übrig, als sie auf einen so geringen Betrag zu reduzieren, daß sie neben den Gewichten vernachlässigt werden können. Dies geschieht dadurch, daß man als Achse der Wage die scharfe, geradlinige Kante eines Stahlprismas, als Lager eine eben geschliffene Platte aus Stahl oder Stein benützt. Auch die Wagschalen werden über zwei an den Enden des Wagbalkens befestigte Stahlprismen mit Hilfe ebener stählerner Platten oder zylindrisch ausgedrehter Bügel gehängt. Man hat also in Wirklichkeit nicht mit Aufhängepunkten der Wagschalen zu tun, sondern mit Schneiden. Diese müssen auf das Vollkommenste der Drehungsachse der Wage parallel gemacht werden; denn sonst würde eine geringe Verschiebung, welche der Aufhängebügel der Wagschale erleidet, eine Veränderung in der Länge ihres Hebelarmes bewirken.

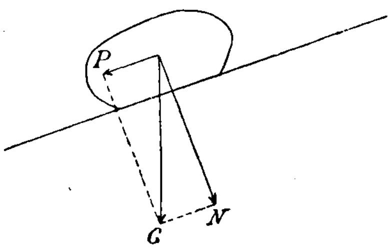
II. Einfache Maschinen und Prinzip der virtuellen Verschiebungen.

§ 24. Schiefe Ebene. Im Hebel besitzen wir einen Apparat, mit dessen Hilfe wir einer großen Last durch eine kleinere Kraft das Gleichgewicht halten können. Wir werden in den folgenden §§ eine Reihe von Einrichtungen beschreiben, die, demselben Zwecke dienend, gewöhnlich als einfache Maschinen bezeichnet werden.

Wenn auf eine horizontale Ebene eine Last gelegt wird, so wird sie im Gleichgewicht gehalten durch den von der Platte ausgeübten vertikalen Gegendruck. Sobald die Ebene geneigt wird, tritt eine Kraft

[1] Zs. für Instrum.-Kunde (1922).

auf, welche den Körper auf der nun schiefen Ebene herabzuziehen sucht; diese Kraft wächst mit der Neigung der schiefen Ebene, bis sie bei vertikaler Stellung der Platte gleich dem Gewichtszuge des Körpers wird. Um die Kraft, die den Fall des Körpers längs der schiefen Ebene herbeizuführen sucht, zu finden, zerlegen wir das Körpergewicht G in eine zu der schiefen Ebene parallele Komponente P und eine zu ihr senkrechte N (Fig. 25 a). Die erstere gibt die gesuchte Kraft, die zweite den Druck des Körpers gegen die schiefe Ebene. Die längs der schiefen Ebene wirkende Kraft ist gleich der Gewichtskraft mal dem Sinus des Neigungswinkels. Soll der Körper auf der schiefen Ebene in



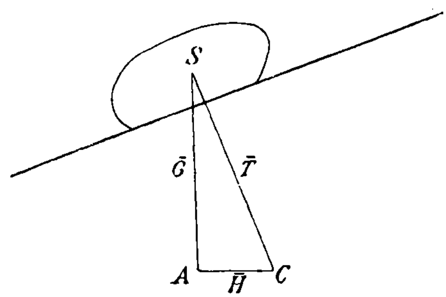


Fig. 25 a. Schiefe Ebene. Fig. 25 b.

Ruhe bleiben, so muß der Komponente P durch eine äußere Kraft das Gleichgewicht gehalten werden. Bis zu einem gewissen Grade genügt hierzu schon die zwischen der schiefen Ebene und dem Körper vorhandene gleitende Reibung.

Bei der praktischen Anwendung der schiefen Ebene stellt sich das Problem häufig so, daß der Körper nicht durch eine parallel der schiefen Ebene, sondern durch eine horizontal wirkende, an S angreifende Kraft H am Heruntergleiten verhindert werden soll. Dies wird der Fall sein, wenn die Resultante aus H und G zu der schiefen Ebene senkrecht steht. Ist in Fig. 25 b S der Schwerpunkt des Körpers, $SA = G$ die geometrische (vektorielle) Darstellung des Gewichtes, SAC ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Hypotenuse SC zu der schiefen Ebene senkrecht steht, dessen zweite Kathete AC horizontal ist, so repräsentiert $AC = H$ die gesuchte Horizontalkraft, $SC = T$ den Druck gegen die schiefe Ebene. Für die zur Erhaltung des Gleichgewichtes erforderliche, in S nach rechts wirkende Horizontalkraft gilt die Beziehung

$$H = G \cdot AC/AS,$$

sie ist gleich dem Gewichte multipliziert mit dem Gefälle der schiefen Ebene. Je kleiner die Tangente des Winkels, den die schiefe Ebene mit einer horizontalen bildet, um so kleiner ist H.

Schraube. In dieser Form findet der Satz von der schiefen Ebene Anwendung bei der Schraube. Wenn eine Schraubenspindel mit vertikaler Achse reibungslos in ihrer Mutter beweglich ist, so wird sie durch ihr Gewicht oder durch eine in vertikaler Richtung wirkende Kraft längs der Windungen der Mutter verschoben, also gleichzeitig gedreht. Wir können die Verschiebung hindern durch horizontale Kräfte, die wir auf den Umfang der Spindel in tangentialer Richtung wirken lassen. Es verhält sich dann die Gesamtheit der horizontalen Kräfte zu der Vertikalkraft wie die Höhe des Schraubenganges zu dem Umfange der Schraube. Bei der Schraubenpresse (Fig. 26) rührt die Vertikalkraft von der Rückwirkung des gepreßten Körpers her. Die horizontalen Gegenkräfte wirken nicht unmittelbar auf den Umfang der Schraube; sie werden mit Hilfe eines horizontalen gleicharmigen Hebels erzeugt, der auf die Schraubenspindel aufgesetzt und durch ein horizontales Kräftepaar gedreht wird.

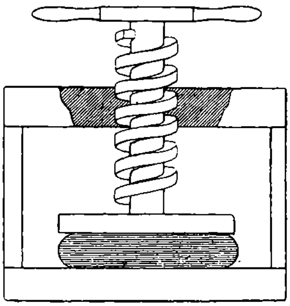


Fig. 26. Schraube.

§ 25. **Wellrad.** Das Wellrad (Fig. 27) besteht aus zwei Rollen von verschiedenem Halbmesser und gemeinschaftlicher Achse; die größere bezeichnen wir als Rad, die kleinere als Welle. An dem Umfange der Rollen sind zwei Seile befestigt, und so um sie geschlungen, daß ihre Enden nach entgegengesetzten Seiten hin herabhängen. Spannt das um die Welle geschlungene Seil eine Last L, das von dem Rade herabhängende eine Kraft P, so ist nach dem Hebelprinzip Gleichgewicht vorhanden, wenn Last und Kraft sich umgekehrt verhalten wie die Halbmesser von Welle und von Rad.

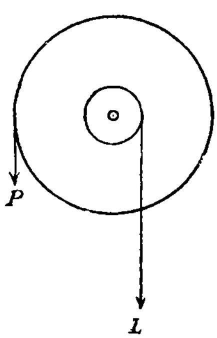


Fig. 27. Wellrad.

Flaschenzug. In seiner einfachsten Gestalt besteht der Flaschenzug aus einer geraden Anzahl von Rollen, die zur Hälfte fest, zur Hälfte beweglich sind. Die festen Rollen seien an der Unterseite eines horizontalen Trägers so angebracht, daß ihre Flächen in derselben vertikalen, ihre Achsen in derselben horizontalen Ebene liegen (Fig. 28). An dem gleichen Träger befestigen wir ein Seil, führen dasselbe abwärts und schlingen es um die erste lose Rolle, dann zurück über die erste der festen Rollen wieder nach unten um die zweite der losen usw. Die Flächen der losen Rolle bringen wir gleichfalls in eine vertikale, ihre Achsen in eine horizontale Ebene und vereinigen sie nun zu einer sogenannten Flasche, indem wir ihre Achsen in einen gemeinsamen Metallrahmen einlassen. An die Flasche hängen wir die Last L, während wir an dem über die letzte feste Rolle frei herabhängenden Seile ein Gewicht oder eine Kraft P wirken lassen. Die in dem Seile herrschende Spannung ist in all seinen Teilen gleich jener Kraft. Haben wir beispielsweise 6 Rollen, so wirkt auf die Last nach oben der Zug der 6 zwischen der losen und der festen Flasche hin und her gehenden Seilstücke, im ganzen ein Zug gleich dem Sechsfachen der Seilspannung. Gleichgewicht ist vorhanden, wenn die Last ebenso groß, also gleich dem Sechsfachen der am freien Ende des Seiles wirkenden Kraft ist. Allgemein ist bei einem Flaschenzuge von der beschriebenen Art im Falle des Gleichgewichtes die Last gleich der Kraft multipliziert mit der Gesamtzahl der Rollen.

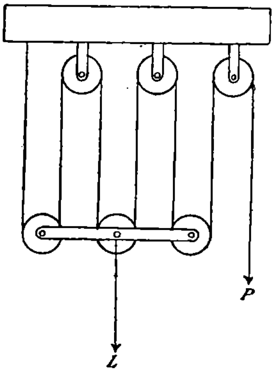


Fig. 28. Flaschenzug.

Räderwerke bestehen im allgemeinen aus einer Reihe paralleler Achsen, von denen jede zwei am Umfange gezähnte Räder trägt; von diesen hat das eine, das Getriebe, einen kleinen, das andere, das Rad, einen größeren Halbmesser. In das Getriebe greifen die Zähne des vorhergehenden Rades ein; das Rad treibt das Getriebe, oder umgekehrt das Getriebe das Rad.

Wir beschränken uns vorerst auf ein System von nur zwei Achsen, mit einem Zahnrad und einem Getriebe (Fig. 29). Um die Welle des Rades schlingen wir ein Seil und hängen an dieses die Last L; der Halbmesser der Welle sei l, der Halbmesser des mit der Welle verbundenen Zahnrades R; der Halbmesser des auf der zweiten Achse befindlichen Getriebes r. Mit der Achse des letzteren sei außerdem eine Kurbel von der Länge k verbunden. Die Kraft K, mit der wir senkrecht gegen die Kurbel drücken müssen, um der Last L das Gleichgewicht zu halten, ergibt sich aus der folgenden Betrachtung. Die Welle mit dem Zahnrade repräsentiert einen, das Getriebe mit der Kurbel einen zweiten Hebel. Auf die Welle wirkt das statische Moment der Last $L \cdot l$, auf das Getriebe das Moment der an der Kurbel wirkenden Kraft $K \cdot k$. Nun werden aber durch Kraft und Last die sich eben berührenden Zähne von Rad und Getriebe gegeneinander gepreßt, und es wirkt daher auf die beiden Hebel noch die in der Berührungsfläche auftretende Druckkraft P. Das statische Moment des auf den Zahn des Rades wirkenden Druckes ist $P \cdot R$, das Moment des auf

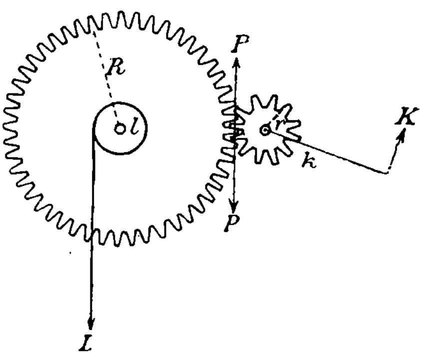


Fig. 29. Zahnrad.

den Zahn des Getriebes wirkenden Druckes ist $P \cdot r$; die beiden Hebel sind im Gleichgewichte, wenn:

$$L \cdot l = P \cdot R \quad \text{und} \quad P \cdot r = K \cdot k, \quad \text{woraus} \quad K = L \cdot \frac{l \cdot r}{k \cdot R}.$$

Nun verhalten sich die Anzahlen z und Z der auf dem Umfange des Getriebes und des Rades in gleichem Abstande befindlichen Zähne offenbar wie ihre Halbmesser; wir erhalten daher für das Verhältnis von Kraft zu Last:

$$\frac{K}{L} = \frac{l \cdot z}{k \cdot Z}.$$

§ 26. **Kraft und Weg bei Maschinen.** Die vorhergehenden Betrachtungen veranlassen uns zu einer Bemerkung von allgemeiner Bedeutung. Der gemeinsame Charakter all der Einrichtungen, die wir beschrieben haben, ist der, daß sie die Möglichkeit bieten, große Kräfte mit kleinen Gegenwirkungen zu überwinden. Es entspricht einem gewissen (natürlich durch Erfahrung und Ererbung gewonnenen) Gefühle, daß ein solcher Vorteil nicht erreicht werden kann, ohne eine Kompensation, ohne einen Verzicht auf eine andere, an sich ebenfalls wünschenswerte Leistung. Daß etwas Derartiges in der Tat vorhanden ist, ergibt sich am leichtesten aus dem Beispiele des Flaschenzuges. Sein Zweck ist ja nicht der, die an der Flasche hängende Last durch den Zug am freien Seilende schwebend zu erhalten, sondern die Last zu heben. Wenn wir nun das freie Seilende um eine bestimmte Strecke herabziehen, so verteilt sich die entsprechende Verkürzung auf die einzelnen zwischen den Rollen hin und her laufenden Stücke des Seiles. Ist ihre Zahl, wie in dem früheren Beispiele, gleich 6, so wird jedes nur um den sechsten Teil der Strecke verkürzt, um die das freie Seilende herabgezogen wurde. Die Hebung der Last beträgt also auch nur den sechsten Teil des von dem freien Seilende durchlaufenen Weges. Damit ist aber die gesuchte Kompensation gefunden. Zwar beträgt der am freien Ende ausgeübte Zug nur den sechsten Teil der Last, dafür aber auch die Hebung der Last nur den sechsten Teil der Strecke, um die wir das freie Ende des Seiles herabziehen. Was wir an Kraft gewinnen, geht an Weg verloren.

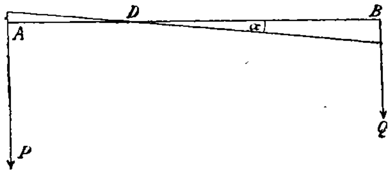


Fig. 30. Hebel.

Drehen wir einen Hebel (Fig. 30), an dem die Kräfte P und Q, senkrecht zu AB, mit den Armen DA und DB im Gleichgewicht sind, um einen kleinen Winkel α (Bogenmaß), so legt der Endpunkt A den Weg $AD \cdot \alpha$, der Endpunkt B den Weg $BD \cdot \alpha$ zurück. Die Wege verhalten sich wieder umgekehrt wie die Kräfte.

§ 27. **Mechanische Arbeit.** Die Erfahrung hat gezeigt, daß die im vorhergehenden § erläuterte Beziehung in der Tat eine allgemeine Gültigkeit hat. Wir gewinnen für sie einen Ausdruck von größerer Tragweite durch Einführung des Begriffes der mechanischen Arbeit, eines Begriffes, der erwachsen ist aus dem, was wir im täglichen Leben als körperliche Arbeit bezeichnen. Wir leisten Arbeit, wenn wir mit dem Aufwande unserer Muskelkraft ein Gewicht heben. Ihre Größe beurteilen wir nicht allein nach der ausgeübten Kraft, sondern auch nach der Länge des Weges, auf dem die Kraft ausgeübt wird. Wenn wir 1 kg-Gewicht 4 m hoch heben, so ist die Arbeit viermal so groß, wie wenn wir es um 1 m heben; als Maß der geleisteten Arbeit betrachten wir also das Produkt aus der Gewichtskraft und aus der Höhe, zu der das Gewicht gehoben wird. Den Begriff der Arbeit, der sich zunächst an die menschlichen Leistungen knüpft, übertragen wir nun auf die Kräfte der unbelebten Natur. Wenn ein Körper fällt, so sagen wir, sein Gewicht leiste eine Arbeit gleich dem Produkte aus dem Gewichte und aus der Höhe. Allgemein, wenn ein Punkt sich im Sinne einer auf ihn wirkenden Kraft P von A nach B bewegt, so sagen wir, die Kraft leiste eine Arbeit gleich dem Produkte $P \cdot AB$. Verschiebt sich der Punkt umgekehrt in einem der Kraft entgegengesetzten Sinne, so sagt man, daß an ihm eine gewisse Arbeit verbraucht oder daß an ihm eine negative Arbeit verrichtet werde. Wenn man also P kg-Gewichte h m hoch hebt, so verrichtet die Kraft des Armes eine Arbeit gegen die Schwere, und die von der Schwere verrichtete Arbeit heißt dann entsprechend eine negative vom Betrage: Gewichtskraft P mal Höhe h.

Wenn wir eine Last auf eine horizontale Fläche setzen, so ist zu ihrer Verschiebung von einem Punkte der Fläche zu einem andern eine um so kleinere Kraft nötig, je glatter die Fläche, je kleiner die Reibung ist. In der Tat haben wir bei dieser Bewegung mit dem Gewichte der Last gar nichts zu schaffen, sondern nur mit ihrer Reibung auf der Unterlage. Würden wir diese vollkommen zu beseitigen imstande sein, so würde eine (ganz langsame) Verschiebung der Last auf horizontaler Unterlage keine Arbeit erfordern. Wir schließen aus diesem Beispiele, daß keine Arbeit geleistet wird, so oft der von einem Punkte durchlaufene Weg senkrecht zu der auf ihn wirkenden Kraft steht.

Der allgemeine Fall wird natürlich der sein, daß die Richtung, in der sich ein Punkt bewegt, mit der auf ihn wirkenden Kraft einen Winkel bildet (Fig. 31). Man kann dann die Kraft P zerlegen in zwei Komponenten Q und N, nach der Verschiebungsrichtung und senkrecht zu ihr, die Arbeit würde unter diesen Umständen durch das Produkt aus Q und aus der Verschiebung AB gegeben sein; man kann aber auch die Verschiebung AB projizieren auf die Richtung der Kraft P nach $A\beta$; die Figur zeigt dann, daß

$$P \cdot A\beta = Q \cdot AB.$$

Wenn ein Punkt A, auf den eine Kraft P wirkt, eine Verschiebung AB erleidet, so ist hierbei die Arbeit gleich dem Produkt aus der Kraft und aus der Projektion $A\beta$ der Verschiebung auf die Richtung der Kraft: positiv, wenn die Projektion auf P selbst, wie in Fig. 31, negativ, wenn sie auf die Verlängerung von P fällt, wie

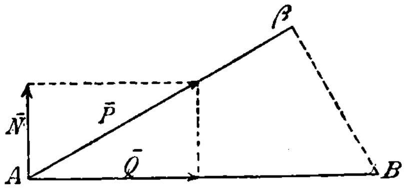


Fig. 31.

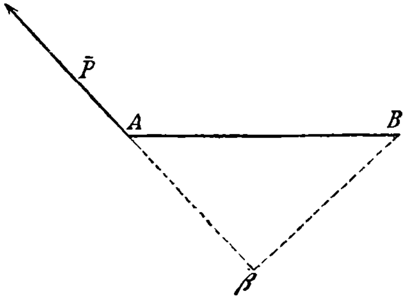


Fig. 32.

in Fig. 32, mit anderen Worten: Schließen Kraft und Bewegungsrichtung den Winkel α ein, so ist:

$$\text{Arbeit} = \text{Kraft} \times \text{Weg} \cos \alpha.$$

§ 28. **Prinzip der virtuellen Verschiebungen.** Wenn wir beim Flaschenzuge das freie Seilende um eine Strecke S herabziehen, so steigt die an der Flasche hängende Last um s; der auf das freie Seilende wirkende Zug P leistet die Arbeit $P \cdot S$; von der Last wird die Arbeit $L \cdot s$ verbraucht; nach § 27 ist $P \cdot S = L \cdot s$, die bei der Verschiebung geleistete Arbeit gleich der verbrauchten; diese letztere Arbeit haben wir nach dem Vorhergehenden als eine negative zu bezeichnen; schreiben wir dementsprechend $P \cdot S - L \cdot s = 0$, so haben wir den Satz:

Wenn Last und Kraft am Flaschenzuge sich Gleichgewicht halten, so ist bei einer Verschiebung die allgebraische Summe der Arbeiten gleich Null.

An dem Beispiele des Hebels, des Räderwerkes kann man sich leicht davon überzeugen, daß dieser Satz allgemein für jede im Gleichgewicht befindliche Maschine gilt. Welches auch der Mechanismus sein mag, wenn die wirkenden Kräfte im Gleichgewichte stehen, ist die Summe der bei einer Verschiebung geleisteten Arbeiten gleich Null. Solche Verschiebungan dürfen aber nur sehr klein sein; man denke nur an ein labiles Gleichgewicht! Man bezeichnet alle kleinen Verschiebungen eines Mechanismus, die mit dem gegebenen Zusammenhange seiner Teile verträglich sind, als virtuelle Verschiebungen. Wir erhalten mit Benützung dieses Ausdruckes den Satz:

Wenn eine Maschine im Gleichgewicht ist, so sind die Summen der positiven und der negativen Arbeiten bei einer virtuellen Verschiebung gleich Null.[1])

§ 29. **Natürliche Bewegungen.** Was geschieht, wenn die Summe der Arbeiten bei einer virtuellen Verschiebung nicht Null ist?

[1]) GALILEI, siehe Anm. 2 § 32.

Wir werden dabei zwei Fälle zu unterscheiden haben; es sei einmal zu jeder Verschiebung eine ihr entgegengesetzte möglich, die Maschine könne ebensogut vor- wie rückwärts laufen. Dann ist immer ein System von Verschiebungen vorhanden, für das diese geleistete Arbeit positiv ist, und in diesem Sinne tritt dann wirkliche Bewegung der Maschine von selber ein. Ist z. B. beim Flaschenzuge das Produkt $L \cdot s$ größer als $P \cdot S$, so sinkt die Last zu Boden. Es sei andererseits der Mechanismus mit irgendeiner Hemmung verbunden, die nur eine Bewegung in einem bestimmten Sinne gestattet; wird dann bei einer virtuellen Verschiebung positive Arbeit geleistet, so gerät die Maschine wieder von selber in Bewegung; ist aber die hierbei geleistete Arbeit negativ, so bleibt sie in Ruhe. Ein Beispiel hierfür liefert eine im Grunde eines Trichters liegende Kugel; wie wir sie auch aus ihrer Gleichgewichtslage entfernen, immer wird sie dabei gehoben, immer ist die Arbeit der Schwere negativ. Ihr Gleichgewicht erfüllt in der Tat die Bedingung, daß jeder virtuellen Verrückung eine negative Arbeit entspricht. Andererseits sind die von selber eintretenden, die natürlichen Bewegungen stets so gerichtet, daß positive Arbeit geleistet wird, z. B. das Heruntergleiten der gehobenen Kugel längs der Trichterwand.

§ **30. Brückenwage.** Bei dieser für große Lasten dienenden Wage sollen einmal die horizontalen Schwankungen vermieden werden, die bei einer gewöhnlichen Wagschale lästig sein würden; die eine der Wagschalen wird zu diesem Zwecke gleichzeitig mit zwei verschiedenen Hebeln verbunden. Dann aber soll die Schale oder Brücke auch bei jeder

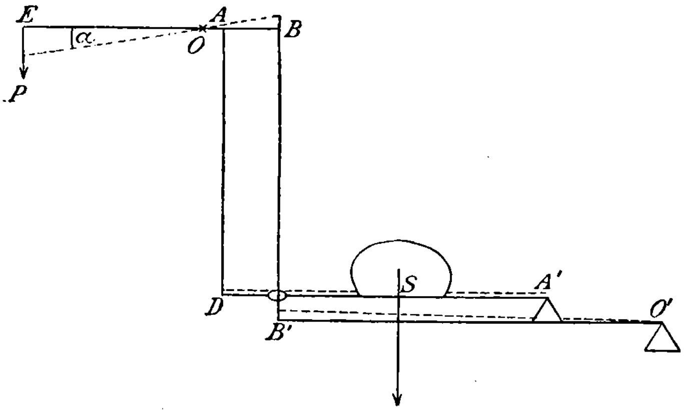


Fig. 33. Brückenwage.

Verschiebung des Systems ihre horizontale Lage behalten, denn nur so wird die Lage der Last auf der Brücke beim Wägen gleichgültig sein. O und O' (Fig. 33) sind die fixen Drehungspunkte zweier Hebel, deren Enden durch eine Stange BB' verbunden sind. Auf den Hebel $O'B'$, ist in A' eine horizontale Schneide aufgesetzt, welche die Achse eines dritten Hebels $A'D$ bildet; dieser ist durch ein horizontales Brett, die Brücke, dargestellt, die in D durch die Stange DA mit dem Hebel EB verbunden ist. In S wirkt die Last Q, in dem Endpunkte E des Hebels EB das Gewicht P. Wenn wir den Hebel EB um den kleinen Winkel α nach unten drehen, so sinkt das Ende E um $OE \cdot \alpha$, es wird also eine positive Arbeit geleistet vom Betrage $P \cdot OE \cdot \alpha$. Gleichzeitig hebe sich der Angriffspunkt S der Last Q um eine Strecke s; Gleichgewicht ist vorhanden, wenn die damit verbundene negative Arbeit mit der in E verrichteten positiven zusammen Null gibt, d. h. wenn

$$P \cdot OE \cdot \alpha = Q \cdot s$$

ist. Nun hängt s zunächst ab von den Hebungen der Punkte A' und D und von den Abständen DS und $A'S$. Wenn aber die Endpunkte D und A' der Brücke sich um gleich viel heben, wenn ihre Fläche bei der Verschiebung horizontal bleibt, so ist s unabhängig von der Stelle, auf welche die Last gesetzt wird, und gleich der Hebung der ganzen Brücke. Die Hebung von D ist gleich $OA \cdot \alpha$, die von A' gleich $OB \cdot \alpha \cdot \frac{O'A'}{O'B'}$; beide sind gleich, wenn $OA : OB = O'A' : O'B'$, dann ist aber auch $s = OA \cdot \alpha$, und die Bedingung für das Gleichgewicht der Wage:

$$P \cdot OE = Q \cdot OA .$$

Macht man $OE : OA = 10$, so ist $Q = 10 \cdot P$, die Last gleich dem Zehnfachen des Gewichtes („Dezimalwage“).

Das gleiche Prinzip der Parallelführung der Wageflächen findet sich in etwas anderer Ausführung bei den allgemein gebräuchlichen Tafelwagen.

Dritter Teil. Dynamik starrer Körper.

I. Kraft als Beschleunigungsursache.

§ 31. Kraft. Vor Galilei knüpfte sich die Vorstellung der „Kraft“ in erster Linie an den Zug oder Druck, den wir empfinden, wenn wir ein Gewicht in der Hand halten. Man hatte sich überzeugt, daß jede Kraft, welches auch ihr Ursprung sein mag, gemessen werden kann durch den Zug oder Druck eines Gewichtes, welches ihr das Gleichgewicht hält. Innerhalb dieser statischen Betrachtung unterscheiden sich die Kräfte nur durch Angriffspunkt, Richtung und Größe.

Wenden wir uns nun zu den Erscheinungen der Bewegung, so zeigt sich, daß ein Körper nie von selbst aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung übergeht oder von selbst die Bewegung, die er in einem gegebenen Augenblicke besitzt, verändert. Alle solche Veränderungen treten nur ein, wenn der betrachtete Körper, in eine gewisse Beziehung zu andern Körpern gebracht wird. Eine kleine Eisenkugel kommt in Bewegung, wenn in ihrer Nähe ein Elektromagnet erregt wird; ein Papierstückchen steigt auf, wenn wir darüber eine mit Wolle geriebene Siegellackstange halten. Wir drücken nichts anderes aus, als diese Tatsache, wenn wir die entstehende Bewegung als Folge einer auf den Körper wirkenden, von jenen anderen Körpern ausgehenden Kraft bezeichnen. Dieselben Kräfte, die im Falle des Gleichgewichtes als Druck, Zug oder Spannung sich äußern, betrachten wir andererseits als die Ursache einer entstehenden oder sich ändernden Bewegung. Setzen wir dann voraus, daß auch bei ihrer dynamischen Wirkung Kräfte sich nur unterscheiden durch Angriffspunkt, Richtung und Größe, so kann das Galilei-Newtonsche Problem in folgender Weise formuliert werden:

Gegeben sind die auf einen Körper wirkenden Kräfte nach Angriffspunkt, Richtung und Größe; es soll eine allgemeine Regel aufgestellt werden, nach der die hervorgerufene Bewegung durch Rechnung oder Zeichnung zum voraus bestimmt werden kann.

Wenn es gelingt, solche Regeln zunächst provisorisch aufzustellen, so werden wir die aus ihnen abgeleiteten Bewegungsgesetze allerdings nicht ohne weiteres als gültig betrachten, sondern sie erst einer Prüfung durch den Versuch unterwerfen. Da aber dann die Gesetze fertig vorliegen, so ist es leicht, für den Versuch bequeme, die Beobachtung vereinfachende und erleichternde Verhältnisse auszuwählen, und wenn die experimentelle Forschung auch nicht ausreicht, jene Bewegungsgesetze zu entdecken, so wird sie doch der einfacheren Forderung genügen, die Richtigkeit der auf anderem Wege gefundenem Gesetze durch einzelne unter günstigen Verhältnissen angestellte Beobachtungen zu bestätigen.

Es fragt sich nun, wie wir zu der Aufstellung jener allgemeinen Regeln gelangen. Wenn die Kräfte gegeben sind, so kann nach dem vorhergehenden die Bewegung der Körper nur noch abhängen von ihrer inneren Natur; mit Bezug auf diese aber ist eine doppelte Möglichkeit vorhanden. Entweder besitzen alle Körper so viel Gemeinsames, daß die Regeln, nach denen sich die Bewegungen berechnen, für alle dieselben sind; oder aber jene innere Beschaffenheit ist eine jedem Körper oder wenigstens einzelnen Körperklassen eigentümliche; dann würden für jeden Körper oder für jede Körperklasse besondere Bewegungsregeln aufzustellen sein. Es ist klar, daß die letztere Annahme die Begründung einer wissenschaftlichen Dynamik außerordentlich erschweren würde. Wir versuchen es also mit der einfachsten ersten.

§ 32. **Trägheit.** Wir behaupteten eben, daß jede Bewegungsänderung durch eine Kraft verursacht sei. Daß eine auf einer horizontalen Ebene ruhende Kugel in Ruhe bleibt, erscheint uns selbstverständlich, daher der Name Trägheit oder Beharrungsvermögen. Auch wenn sich eine Kugel auf einer reibungslosen Horizontalebene bewegt, so behält sie ihren Bewegungszustand, d. i. Geschwindigkeitsrichtung und -größe. Ändert sich nun diese Geschwindigkeitsgröße oder -richtung, so haben wir die Überzeugung, daß dies nicht von selbst geschehen kann, sondern daß irgendeine Ursache dafür vorhanden sein müßte; diese Überzeugung stammt aus eigenen — bewußten oder unbewußten — Erfahrungen, vielleicht auch aus Erfahrungen unserer Vorfahren, die wir als eine Art Instinkt ererbt haben.

NEWTONS (1643—1727) großes Verdienst ist es, diese Vorstellungen zuerst klar formuliert zu haben in seinem ersten Gesetze der Bewegung:

Jeder Körper beharrt in seinem Zustande der Ruhe oder der geradlinigen, gleichförmigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.[1]

Man bezeichnet die hierin liegende allgemeine Eigenschaft der Körper als ihre Trägheit oder ihr Beharrungsvermögen.

Alles was, der Trägheit entgegen, den Bewegungszustand eines Körpers ändert, heißt Kraft.

§ 33. **Masse.** Aus dem vorhergehenden folgt, daß die Bewegung eines Körpers in jedem Augenblicke zerlegt werden kann in zwei Teile, von denen der eine lediglich als die Fortsetzung der früheren Bewegung, als Folge der Trägheit erscheint, während der andere neu hinzukommt. Eine solche neu hinzukommende Bewegung tritt nur auf, wenn der bewegte Körper in physikalischer Beziehung zu irgendeinem anderen Körper steht, wenn auf ihn eine Kraft wirkt. Wir haben zu untersuchen, wie die neu hinzukommende Bewegung von der Kraft abhängen kann. Die Frage wurde entschieden durch den von GALILEI in die Mechanik eingeführten Begriff der Beschleunigung. Denn von den Elementen der Bewegung: Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung, kann in der Tat nur die letztere in einfacher und unmittelbarer Abhängigkeit von der auf den Körper wirkenden Kraft stehen. Schon die Geschwindigkeit enthält jederzeit einen Teil, der mit der wirkenden Kraft nichts zu tun hat, sondern Folge der Trägheit ist.

Die ersten Versuche dieses Gebietes lieferte GALILEI (1568—1642).[2] Ein Körper, der nicht passend unterstützt ist, fällt nach abwärts, z. B. der Senkel in § 14, wenn der Aufhängefaden reißt. Diese Bewegung geschieht aber so rasch, daß man sie zunächst nur auf Umwegen untersuchen konnte.

GALILEI benutzte dazu die schiefe Ebene; längs einer solchen ließ er (zur Verminderung der Reibung) eine Kugel hinunterrollen. Ist die Gewichtskraft der Kugel G und ist die Neigung der schiefen Ebene gegen die Horizontale α, so ist (§ 24) die längs der schiefen Ebene wirkende

[1] Sir ISAAC NEWTONS mathematische Prinzipien der Naturlehre, herausgegeben von Prof. Dr. PH. WOLFERS, Berlin 1872. (NEWTONS I. Ausgabe. London 1686.)

[2] (1602) u. (1604) aber erst später gedruckt: Discorsi et dimostrazioni mathematiche intorno a due nuove scienze, Leyden (1638), deutsch in OSTWALDS Klassikern der exakten Wissenschaften. Leipzig 1891.

Kraft $G \sin \alpha$. Die Kraft ist also kleiner als die Gewichtskraft, die Bewegung langsamer, wodurch die Beobachtung erleichtert wird.

Galilei zeigte, daß die in 1 oder 2 oder 3 Zeiteinheiten zurückgelegten Wege bei gleichem $\sin \alpha$ sich verhalten wie 1^2 zu 2^2 zu $3^2 \ldots$ Wir haben es also hier mit einer gleichförmig beschleunigten Bewegung zu tun nach Formel 2 in § 10.

Eine auf einen Körper dauernd in gleicher Stärke wirkende Kraft erzeugt also eine gleichförmige Beschleunigung.

Bei den Fallversuchen Galileis tritt Beschleunigung ein, sobald ein treibendes Gewicht vorhanden ist, und solange dieses gleich bleibt, erweist sich die Beschleunigung als dieselbe, wie auch im übrigen die Verhältnisse der Bewegung sich ändern. Wenn also die Beobachtung der Fallbewegung lehrt, daß Kräfte unmittelbar Beschleunigungen bestimmen und nicht etwa Wege oder Geschwindigkeiten, so fragt sich nur, in welcher Abhängigkeit die Beschleunigung von der sie erzeugenden Kraft steht.

Was zunächst die Richtung anbelangt, so wird diese identisch sein mit der Richtung der Kraft; das ergibt sich aus der Bewegung des frei fallenden Körpers. Es wäre auch eine Definition einer andern Richtung unmöglich.

Die Größe der Beschleunigung können wir auf Grund der Galileischen Fallversuche der wirkenden Kraft proportional setzen; denn bei der Bewegung auf der schiefen Ebene vermindert sich die Beschleunigung in demselben Maße, in dem mit abnehmender Neigung (kleiner werdendem $\sin \alpha$) die treibende Komponente der Gewichtskraft abnimmt. Wenn aber allgemein die Beschleunigung der wirkenden Kraft proportional ist, so muß der Quotient aus Kraft und Beschleunigung eine für einen gegebenen Körper unveränderliche Zahl, eine konstante Eigenschaft des Körpers sein; diese Eigenschaft bezeichnen wir als seine Masse. Wir erhalten somit den Satz:

Die auf einen Körper wirkenden Kräfte erteilen ihm Beschleunigungen, deren Richtung mit der Richtung der Kräfte zusammenfällt, deren Größe der der Kräfte proportional ist; das für einen gegebenen Körper unveränderliche Verhältnis der wirkenden Kraft zu der ihr entsprechenden Beschleunigung nennt man die Masse des Körpers.

Sind F, F', F'' Kräfte beliebigen Ursprungs, die zeitlich nacheinander auf einen Körper wirken, a, a', a'' die ihnen jeweils entsprechenden Beschleunigungen, m die Masse des Körpers, so ist:

$$F = m \cdot a, \qquad F' = m \cdot a', \qquad F'' = m \cdot a''.$$

Die auf einen Körper wirkende Kraft ist gleich seiner Masse, multipliziert mit der Beschleunigung seiner Bewegung.

Es entspricht diese Aussage dem zweiten Newtonschen Gesetze, dem eine ungleich größere Tragweite zukommt, als dem ersten Gesetze von der Trägheit, und dem man dieses letztere unterordnen kann. Von Beschleunigung kann nämlich nur die Rede sein, wenn die Geschwindigkeit in ihrer Abhängigkeit von der Zeit durch eine stetige Reihe zusammenhängender Maßzahlen gegeben ist, also graphisch durch eine Kurve dargestellt werden kann, deren Abszissen die Zeiten, deren Ordinaten die Geschwindigkeiten sind. Wenn aber von irgendeinem Momente an keine Kraft mehr wirkt, so fällt die Veränderung der Geschwindigkeit fort und die vorher irgendwie auf- oder absteigende Linie der Geschwindigkeit geht in eine horizontale über, z. B. Fig. 7. Der Körper bewegt sich gleichförmig mit der erlangten Geschwindigkeit weiter.[1]

§ 34. **Einfluß der Masse auf die Bewegung.** Der Einfluß der Masse auf die Bewegung tritt hervor, wenn wir dieselbe Kraft auf einen Körper von großer und einen von kleiner Masse wirken lassen. Hängen wir zwei Senkel von recht verschiedener Masse, an gleich langen Fäden auf und führen wir gegen beide einen kurzen Schlag von der gleichen Stärke und Dauer, so macht das Pendel von kleiner Masse eine weite Schwingung, während das von großer kaum aus seiner Gleichgewichtslage herausgebracht wird. Derselbe Stoß erteilt dem Pendel von kleiner Masse eine große, dem von großer Masse eine kleine Geschwindigkeit. Umgekehrt, wenn wir verschiedene Pendel in gleich weite Schwingungen versetzen, so haben wir zum Anhalten derselben eine um so größere Arbeit nötig, je größer ihre Masse ist. Oder: Wir verwenden die anziehende Kraft, die ein Magnetpol auf eine kleine Kugel von weichem Eisen ausübt. Diese wird nicht geändert, wenn wir die Kugel mit irgendwelchen nichtmagnetischen Stoffen verbinden. Wir umgeben sie einmal mit einer konzentrischen Hohlkugel von Kork, dann mit einer solchen von Blei. Legen wir die Kugel beidemal auf eine horizontale Schiene vor den Pol des Magnets, so wird sie bei kleiner Masse schneller, bei größerer langsamer dem Pole zurollen.

§ 35. **Einheit der Masse und der Kraft.** In der eben ausgesprochenen Gleichung:

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}$$

ist Begriff, Dimension und Einheit der Beschleunigung schon in den §§ 10, 11, definiert worden. Es erübrigt noch, also entweder die Einheit der Kraft oder die der Masse willkürlich zu bestimmen. Wir einigen uns nun willkürlich auf die Einheit der Masse. Es ist dies die Masse eines Kubikzentimeters reinen Wassers bei 4° Celsius und normalem Luftdrucke (g zum Unterschiede von der Erdbeschleunigung *g*).

Logischerweise haben wir dann in obiger Kraftdefinition die Einheit der Kraft, wenn eine Kraft der Masseneinheit die Beschleunigung Eins erteilte. Diese Krafteinheit heißt ein Dyn, auch Dyne.

[1] Newton bringt dies Gesetz in etwas anderer Form, vgl. Mach, „Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt". (Leipzig 1883). Letzte Auflage 1912.)

Die Dimension einer Kraft F ist somit

$$[F] = mlt^{-2}$$

im Zentimeter-Gramm-Sekunden-System

$$[F] = \text{cm g sec}^{-2}.$$

§ **36. Gewicht und Masse.** Das Kubikzentimeter Wasser bei 4° Cels. haben wir als Masseneinheit definiert, die historisch ursprüngliche Definition (unmittelbar nach Einführung des Meters) bezeichnete aber diese Größe als Gewichtseinheit. Dementsprechend würde das Milligrammgewicht *mg* gleich dem Gewichte von 1 mm³ Wasser, das Kilogrammgewicht *kg* gleich dem Gewicht von 1 dm³ Wasser sein.

Da es nun nicht möglich ist, ein Gewichtsstück herzustellen, das mit absoluter Genauigkeit den Ansprüchen der obigen Definition entspricht, hat man ein Normal-kg-Gewicht aus Platin gemacht, das bei Paris im Pavillon de Breteuil aufbewahrt wird (durch das „internationale Komitee für Maße und Gewichte"). Da man aber bei seiner Herstellung die Bedingungen der früheren Definition mit äußerster Sorgfalt zu erfüllen gesucht hat, so ist die vorhandene Abweichung so klein, daß sie in der Regel zu vernachlässigen ist. (Dies Normalkilogrammstück ist nur um ungefähr 45 mg zu groß.) Jeder der an den Arbeiten der internationalen Kommission beteiligten Staaten erhielt 2 Kopien, deren kleine Abweichungen von der Pariser Normaltype genau bestimmt sind.

Proportionalität der schweren und trägen Masse. Das Gewicht ist nach unserer Definition eine Gewichtskraft. Nun ist aber durch zahlreiche Versuche, von denen wir später sprechen werden, gefunden worden, daß alle Körper nach Ausschaltung der Reibung (z. B. im luftleeren Raum) an ein und demselben Orte gleich schnell fallen. Besonders mit Pendelbeobachtungen (§ 58) läßt sich dies sehr genau feststellen. Es ist diese Schwerebeschleunigung g in unseren geographischen Breiten von der Größe 980,6 cm-sec^{-2}.

Wir müssen also der Masse zwei Eigenschaften zuschreiben: Schwere und Trägheit. Es ist nun sehr merkwürdig, daß diese 2 Eigenschaften für alle Körper einander proportional sind. Ein großes Bleistück wird von der Erde viel stärker angezogen als ein kleines Korkstück, beide fallen trotzdem gleich schnell, haben also dieselbe Beschleunigung. Das ist nur möglich, weil in demselben Maße, in dem die Schwere zunimmt, auch die Trägheit ansteigt. Eine Erklärung dieser rätselhaften Proportionalität versucht die Relativitätstheorie von Einstein zu geben (§ 331).

Es sei die Gleichgewichtskraft p, so ist nach Gleichung in § 33

$$p = mg \quad \text{oder} \quad \frac{p}{m} = g$$

Siehe diesbezüglich auch die Versuche vom Eötvös (§ 60).

Die vorstehenden Gleichungen kann man auch schreiben

$$\frac{p}{g} = m \quad \text{oder} \quad \frac{\text{Gewichtskraft}}{980{,}6} = \text{Masse}$$

Die Gewichtskraft eines g, das ist z. B. der Druck des Gewichtsstückes auf seine Unterlage in Dynen ist dann 980,6 Dynen. Eine Gewichtskraft von 1 mg (genauer 1,0198) würde also ein Dyn darstellen. 20 g drücken auf ihre Unterlage mit 20 × 980,6 Dynen.

Massenvergleichung. Wir bedürfen eines bequemen Maßstabes zur Beurteilung der Größenverhältnisse verschiedener Massen m, m', m''. Wir wählen zu diesem Zwecke die Kräfte F, F', F'' so, daß die Beschleunigungen, die sie den Massen m, m', m'' erteilten, gleich groß sind. Bezeichnen wir die gemeinsame Beschleunigung durch a, so ist:

$$m = F/a, \qquad m' = F'/a, \qquad m'' = F''/a.$$

Somit verhalten sich die Massen wie die auf sie wirkenden Kräfte. Die Schwere hat nun, wie wir gesehen haben, die Eigenschaft, allen Körpern dieselbe Beschleunigung g zu erteilen. **Die Massen der Körper verhalten sich wie ihre Gewichte**, jede Wägung ist zugleich eine Vergleichung der Massen.

§ 37. Einheit der Arbeit und des Effektes. Arbeit (A) haben wir früher definiert als das Produkt aus einer Kraft mal Weg, den ihr Angriffspunkt in der Richtung der Kraft zurücklegt; die Dimension einer Arbeit im absoluten Maßsystem ist daher $[A] = l^2 m t^{-2}$ oder im absoluten Zentimeter-Gramm-Sekunden-System $[A] = \text{cm}^2\ \text{g}\ \text{sec}^{-2}$ diese Arbeitseinheit „Erg", wird dann geleistet (oder verbraucht), wenn der Angriffspunkt der Kraft eines Dyns in der Kraftrichtung (oder gegen diese Kraft) sich um 1 cm verschiebt. Fällt Kraft und Wegrichtung nicht zusammen), muß mit dem Cosinus des Neigungswinkels multipliziert werden (§ 27). Ein „Joule" sind 10^7 Erg.

Oft kommt es nicht bloß darauf an, daß eine Arbeit überhaupt verrichtet wird, sondern es spielt auch die Zeit, die dazu nötig ist, eine wesentliche Rolle. Man hat daher den Begriff des Effektes oder der Leistung eingeführt und versteht darunter die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit, die ganze Arbeit dividiert durch die dazu gebrauchte Zeit.

Die Effekteinheit im cm·g·sec-System ist das „Sekundenerg". Ein „Watt" ist dann ein Effekt oder eine Leistung von 10^7 Sekundenerg oder 1 Sekunden-Joule.

§ 38. Technisches Maßsystem. Was wir bisher schilderten, war das absolute cm. g. sec — System. Wir haben das Gramm als Masseneinheit definiert; wir hätten aber auch in der ersten Gleichung § 35 als Krafteinheit das Gewicht eines Grammes wählen können. Ist in diesem technischen Maßsystem das Gewicht des Körpers, gemessen in Grammgewichten, gleich p, so ist seine Masse

$$m = \frac{p}{980{,}6},$$