

EINFÜHRUNG
IN DIE
THEORETISCHE PHYSIK

MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG
IHRER MODERNEN PROBLEME

VON

ARTHUR HAAS

DR. PHIL.,
A. O. PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT WIEN

ZWEITER BAND

MIT 72 ABBILDUNGEN IM TEXT UND AUF ZWEI TAFELN

DRITTE UND VIERTE, VÖLLIG UMGEARBEITETE
UND VERMEHRTE AUFLAGE



BERLIN UND LEIPZIG 1924

WALTER DE GRUYTER & CO.

VORMALS G. J. GÖSCHEN'SCHE VERLAGSHANDLUNG - J. GUTTENTAG, VER-
LAGSBUCHHANDLUNG - GEORG REIMER - KARL J. TRÜBNER - VEIT & COMP.

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung, vorbehalten.

Copyright by Walter de Gruyter & Co., Berlin und Leipzig, 1924.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage des zweiten Bandes.

In dem zweiten Bande des Buches werden die theoretisch-physikalischen Probleme behandelt, die ihre Entstehung letzten Endes der atomistisch-statistischen Auffassung der Physik, der PLANCKSchen Hypothese des elementaren Wirkungsquantums und dem EINSTEINSchen Relativitätsprinzip verdanken. Eine zusammenhängende Darstellung der sogenannten Quantentheorie wird absichtlich vermieden. Wohl brachte es die geschichtliche Entwicklung mit sich, daß die Bedeutung des elementaren Wirkungsquantums zunächst bei den komplizierteren statistischen Problemen offenbar wurde und erst nachträglich bei den ungleich einfacheren Erscheinungen des einzelnen Atoms. Die übliche Darstellung entspricht der geschichtlichen Entwicklung; aber der methodisch und didaktisch richtigere Weg dürfte wohl der entgegengesetzte sein. Darum wird in diesem Buche die Quantentheorie als solche überhaupt nicht behandelt, sondern das Quantenprinzip mittels der durch die Erfahrung gut bestätigten Lichtquantenhypothese in die Atomtheorie eingeführt . . .

Durch die wunderbaren und quantitativ auf das genaueste erfüllten Gesetzmäßigkeiten, die die moderne Theorie in den Spektralerscheinungen aufgedeckt und richtig gedeutet hat, erscheint heute die Existenz der Atome als eine völlig sichere Erkenntnis der Physik und keineswegs mehr als bloße Arbeitshypothese wie vielleicht noch vor einem Vierteljahrhundert. Die statistische Deutung der Wärmeerscheinungen erscheint darum heute nicht mehr als eine unter mehreren möglichen Deutungen, sondern als die durch die Tatsachen geforderte; wie denn umgekehrt auch wiederum eine physikalische Interpretation der Gesetzmäßigkeiten notwendig wird, die sich nach allgemein statistischen Methoden für die individuelle Energieverteilung ergeben. Die Thermodynamik wird darum in diesem Buche rein statistisch begründet, und zwar in einer möglichst allgemeinen Form, die keine speziellen Voraussetzungen über die Art der individuell verteilten Energie erfordert und darum zu den beiden Hauptsätzen in allgemeiner Gültigkeit führt. Die spezielle Anwendung aber einerseits auf translatorische Bewegungsenergie, andererseits auf quantenhafte Schwingungsenergie, sowohl mechanischer als auch elektromagnetischer Natur, ergibt die Gesetzmäßigkeiten der Gase, der extrem kalten Körper und der Wärmestrahlung. Wenn auch die statistische

Ableitung der thermodynamischen Hauptsätze derzeit noch wesentliche Mängel aufweist, so glaubte ich mich gleichwohl für die statistische Methode und keineswegs für die phänomenologische entscheiden zu müssen, weil nur durch die statistische Methode sich die Wärmelehre in das einheitliche System der modernen Physik einfügt, weil nur durch die statistische Methode die sonst unverständliche Irreversibilität begreifbar werden kann, weil endlich nur die statistische Methode der Forderung gerecht wird, daß sich die fortschreitende theoretische Physik völlig loslösen müsse von allen menschlich-subjektiven Gesichtspunkten. . . .

Wien, Ostern 1921.

Arthur Haas.

Vorwort zur dritten und vierten Auflage des zweiten Bandes.

Gegenüber der ersten und zweiten Auflage unterscheidet sich in der neuen Doppelaufgabe der zweite Band vor allem dadurch, daß darin die Atomtheorie eine völlige Umgestaltung und zugleich eine Erweiterung ihres Umfanges auf das Dreifache des bisherigen erfahren hat; ich habe mein mittlerweile erschienenen Buch „Atomtheorie“ mit geringen Veränderungen in die neue Auflage der „Einführung in die theoretische Physik“ übernommen.

Die Statistik und die Thermodynamik haben gegenüber der ersten Auflage keine nennenswerte Veränderung erfahren. In der Relativitätstheorie ist eine wesentliche Vereinfachung und Kürzung der Deduktionen dadurch möglich geworden, daß bereits in dem ersten Band der neuen Auflage eine einheitliche vektorielle Methode entwickelt wurde, die sich in der Relativitätstheorie als sehr nützlich erweist.

Bei der Durchsicht der Korrekturbogen haben mich, wofür ihnen herzlich gedankt sei, die Herren Prof. Dr. HARRY SCHMIDT in Cöthen, cand. math. RICHARD FLEISCHER in Dresden und cand. math. FRANZ URBACH in Wien eifrig unterstützt. Wertvolle Anregungen verdanke ich auch den Herren Universitätsdozenten Dr. ADOLF SMEKAL in Wien und Universitätsassistenten Dr. OTTO HALPERN in Wien und vor allem auch Herrn T. VERSCHOYLE in Northwich, der mir zahlreiche Verbesserungsvorschläge anläßlich der von ihm besorgten Übersetzung meiner „Einführung“ in das Englische zukommen ließ.

Wien, im Juli 1924.

Arthur Haas.

Inhalt.

Dritter Teil.

Atomtheorie.

XI. Kapitel. Die Elementarquanten.

	Seite
§ 87. Das elektrische Elementarquantum	3
§ 88. Die Elektrolyse und die Masse des Wasserstoffatoms	9
§ 89. Die negative Korpuskularstrahlung und das negative Elektron	11
§ 90. Die positive Korpuskularstrahlung	16
§ 91. Das elementare Wirkungsquantum	20
§ 92. Die Anwendung des Quantenprinzips auf periodische Bewegungen.	22

XII. Kapitel. Theorie des Wasserstoffatoms.

§ 93. Das Kernatom	25
§ 94. Das BOHRsche Modell des Wasserstoffatoms	27
§ 95. Die Spektralformel von BOHR	29
§ 96. Das Linienspektrum des Wasserstoffs	31
§ 97. Das Linienspektrum des ionisierten Heliums	36
§ 98. Die Mitbewegung des Atomkerns	38
§ 99. Die SOMMERFELDSche Theorie der Ellipsenbahnen	42
§ 100. Die Feinstruktur der Spektrallinien	45
§ 101. Der STARK-Effekt	49
§ 102. Der ZEEMAN-Effekt	52

XIII. Kapitel. Die Röntgenstrahlen.

§ 103. Die Entstehung der Röntgenstrahlen	55
§ 104. Die Raumgitter	57
§ 105. Die Netzebenen	62
§ 106. Die Interferenz der Röntgenstrahlen in den Kristallen	68
§ 107. Die Gleichung von DUANE und HUNT	75

XIV. Kapitel. Theorie der Grundstoffe.

§ 108. Das Gesetz von MOSELEY und die natürliche Reihe der Grundstoffe	80
§ 109. Das periodische System	85
§ 110. Die Isotopie	88
§ 111. Kernzerfall und Grundstoffverwandlung	94
§ 112. Das radioaktive Gleichgewicht	98
§ 113. Die Umwandlungsreihen	103

	Seite
§ 114. Die radioaktive Strahlung	110
§ 115. Die Zertrümmerung der Grundstoffe	116
§ 116. Die Struktur der Atomkerne	118

XV. Kapitel. Allgemeine Theorie der Spektren und des Atombaus.

§ 117. Die Röntgenserien	123
§ 118. Die Feinstruktur der Röntgenspektren	129
§ 119. Anregung und Ionisierung der Atome	135
§ 120. Die optischen Spektren	141
§ 121. Die Gruppierung der Elektronen in den Atomen	150
§ 122. Die Vervollständigung der inneren Elektronengruppen	156
§ 123. Die Fluoreszenz	163
§ 124. Die Elektronenstöße	166
§ 125. Die metastabilen Zustände der Atome	170
§ 126. Der Magnetismus der Atome	171
§ 127. Die Molekelbildung	175
§ 128. Die Struktur der Kristalle.	179
§ 129. Die Molekularspektren	181
§ 130. Die Dispersion	186

Vierter Teil.

Theorie der Wärme.

XVI. Kapitel. Statistik.

§ 131. Die statistische Wahrscheinlichkeit	191
§ 132. Der Verteilungsmodul	196
§ 133. Die kanonische Verteilung der Energie	199
§ 134. Gleichgewicht und Ausgleich	202
§ 135. Das homogene System	204
§ 136. Der Kreisprozeß	206
§ 137. Der Gleichverteilungssatz	210
§ 138. Das Prinzip von RAYLEIGH und JEANS.	213
§ 139. Das statistische Gleichgewicht eines schwingenden Systems	217

XVII. Kapitel. Thermodynamik.

§ 140. Die Temperaturskala	222
§ 141. Die Kalorimetrie	225
§ 142. Die beiden Hauptsätze der Thermodynamik	226
§ 143. Die Irreversibilität	229
§ 144. Die freie Energie und das thermodynamische Potential	231
§ 145. Die Zustandsänderungen eines homogenen Systems	233
§ 146. Der Versuch von THOMSON und JOULE	239
§ 147. Die Koexistenz der Phasen	242
§ 148. Die vollkommenen Gase	247
§ 149. Die Zustandsgleichung von VAN DER WAALS	257
§ 150. Die spezifische Wärme fester Körper	261
§ 151. Der Wärmesatz von NERNST	264
§ 152. Die Hohlraumstrahlung	267
§ 153. Das Strahlungsgesetz von PLANCK	272

Fünfter Teil.
Relativitätstheorie.

XVIII. Kapitel. Die spezielle Relativitätstheorie.

	Seite
§ 154. Der Versuch von MICHELSON	279
§ 155. Das Relativitätsprinzip von EINSTEIN	283
§ 156. Die MINKOWSKI-Welt	284
§ 157. Die LORENTZ-Transformation	287
§ 158. Die Relativität des Zeit- und des Längenmaßes	289
§ 159. Die Zusammensetzung von Geschwindigkeiten	292
§ 160. Der Versuch von FIZEAU	295
§ 161. Das DOPPLERSche Prinzip und die Aberration des Lichtes	297
§ 162. Die relativistische Dynamik	299
§ 163. Die träge Masse der Energie	303
§ 164. Die Welttensoren	306
§ 165. Der elektromagnetische Feldtensor	308
§ 166. Der Materietensor	311

XIX. Kapitel. Theorie der Gravitation.

§ 167. Das Gravitationsgesetz als Verallgemeinerung des Beharrungsgesetzes .	312
§ 168. Die GAUSSischen Koordinatensysteme	320
§ 169. Die Verallgemeinerung des Tensorbegriffs	322
§ 170. Der metrische Fundamentaltensor	325
§ 171. Die geodätische Linie	328
§ 172. Der RIEMANNsche Tensor	332
§ 173. Das EINSTEINSche und das NEWTONSche Gravitationsgesetz	335
§ 174. Die räumliche und zeitliche Metrik im Gravitationsfelde	341
§ 175. Die empirische Bestätigung der EINSTEINSchen Gravitationstheorie . .	344
§ 176. Größe und Masse des Universums	346

Anhang.

Zusammenfassung des Inhalts des zweiten Bandes	351
Übersicht über die häufigsten Bezeichnungen	370
Die universellen Konstanten der Physik	372
Namenverzeichnis zum ersten und zweiten Band	373
Sachverzeichnis zum zweiten Band	376

Berichtigungen.

(Die folgenden Berichtigungen verdanke ich zum größten Teile der Freundlichkeit der Herren Universitätsdozent Dr. ROBERT W. LAWSON in Sheffield und T. VERSCHOYLE in Northwich, die sie mir anlässlich der Fertigstellung der englischen Übersetzung meiner „Einführung“ zukommen ließen.)

Erster Band.

- S. 20, Anm. 1, Zeile 4 lies „der doppelte Abstand zwischen Brennpunkt und Scheitel“ statt „die Brennweite“.
- S. 74, letzte Zeile vor den Anmerkungen lies „in ihm“ statt „in ihr“.
- S. 76, Gl. 3: Im letzten Gliede der ersten Zeile fehlt das Quadratzeichen bei dem eingeklammerten Ausdruck.
- S. 84, letzte Zeile der Anm. 1: Nach den Worten „gleichem Inhalt“ ist einzuschalten „und gleichem Umlaufssinn“.
- S. 98, Z. 1–3 ist der Satz „Seine durch den Schwerpunkt . . . Hauptträgheitsmomente“ zu streichen, weil er ohnedies später nochmals vorkommt.
- S. 99, erste Zeile nach Gl. 13 ist nach den Worten „um jede beliebige andere“ noch das Wort „parallele“ einzuschalten.
- S. 149, zweite Zeile des vorletzten Absatzes sind nach den Worten „Postulat, daß sie“ noch die Worte einzufügen „Zentralkräfte und“.
- S. 166, zweite Zeile nach Gl. 17 muß es heißen „partiell nach x, y, z “ statt „partiell nach ξ, η, ζ “.
- S. 176, erste Zeile nach Gl. 5 muß es „ $d\omega$ “ statt „ ω “ heißen.
- S. 180, linke Seite der Gl. 17 lies „ div_a “ statt „ div “.
- S. 243, am Schlusse des vorletzten Absatzes des § 78 ist hinzuzufügen „(woferne die Fläche die Strahlung vollkommen absorbiert)“.
- S. 260, Zeile 9 lies „monochromatisches Licht“ statt „das Licht einer elektrischen Bogenlampe“.
- S. 277, vorletzte Zeile vor den Anmerkungen lies „durch ihre chemischen Wirkungen nachwies“ statt „photographisch nachwies“.
- S. 279. Daß die Lücke zwischen dem äußersten Ultrarot und den elektrischen Entladungswellen 1923 überbrückt wurde, ist nachträglich in Bd. II, S. 79 erwähnt worden.
- S. 285, drittletzte Zeile muß es „grad $(1/r)$ “ heißen statt „grad $(1/r^2)$ “.
- S. 299 sind in der drittletzten Zeile zum Schluß noch die Worte hinzuzufügen „auf eine vollkommen absorbierende Fläche“.

Zweiter Band.

- S. 31ff. Die Überschrift des § 96 muß richtig heißen „Das Linienspektrum des Wasserstoffs“.
- S. 48. Die Ausmessung der Feinstruktur ist in allerletzter Zeit auch im Wasserstoffspektrum selbst gelungen; die Messungen bestätigen vollkommen die SOMMERFELDsche Theorie (vgl. G. M. SHRUM in Proc. Roy. Soc. A 105, 1924, p. 259).
-

DRITTER TEIL
ATOMTHEORIE

XI. Kapitel. Die Elementarquanten.

§ 87. Das elektrische Elementarquantum.

So alt wie alle theoretische Physik ist auch der Gedanke, daß die Materie eine individuelle Zusammensetzung besitze, daß sie aus winzig kleinen, unsichtbaren, einzelnen Teilchen bestehe. Dieser Gedanke ist schon im Altertum von dem griechischen Philosophen DEMOKRIT begründet worden, der die unsichtbaren kleinsten Teilchen, in die er die Materie auflöste, als Atome bezeichnete. Dieser Ausdruck wird auch von der modernen Naturwissenschaft für die kleinsten Teilchen der chemischen Grundstoffe beibehalten; auf die Zusammenfügung der Atome zu sogenannten Molekeln führt ja die neuere, von DALTON begründete Chemie die Mannigfaltigkeit der chemischen Verbindungen zurück.

Eine Fülle physikalischer Erscheinungen offenbart es aber nun, daß die Atome jedenfalls elektrische Ladungen enthalten müssen. Vor allem zeigt die Tatsache der Elektrolyse, daß die Atome durch elektrische Kräfte beeinflußt werden. Auch das altbekannte Phänomen der durch die Materie bewirkten Dispersion des Lichtes konnte seit dem Bestehen der elektromagnetischen Lichttheorie nicht anders gedeutet werden als durch die Annahme einer Wechselwirkung zwischen elektromagnetischen Wellen und elektrischen Ladungen, die in den Atomen der Materie enthalten sind. Die Vorstellung einer atomistischen Struktur der Materie führte so mit Notwendigkeit zu der Vorstellung eines Atomismus der Elektrizität, also zu dem Begriff eines Elementarquantums der Elektrizitätsmenge. Doch nicht allein theoretische Erwägungen leiteten zu dieser für die moderne Atomtheorie fundamentalen Annahme; sie findet eine unmittelbare empirische Bestätigung in Versuchen von MILLIKAN, die auch eine direkte, sehr genaue Bestimmung des elektrischen Elementarquantums ermöglichen.

MILLIKANS Versuche beziehen sich auf einzelne kleine Materieteilchen, die schwache elektrische Ladungen tragen und deren Bewegungen unter dem zweifachen Einfluß der eigenen Schwere und eines vertikal nach aufwärts gerichteten Feldes mittels eines Mikroskopes untersucht werden. Diese Methode der sogenannten „Indi-

vidualbeobachtung“¹ wurde im Jahre 1909 von EHRENFHAF und etwas später auch von MILLIKAN ersonnen und in den folgenden Jahren weiter ausgebildet und verwertet.²

MILLIKAN experimentierte mit Öltröpfchen, die einen Durchmesser von ungefähr 10^{-4} cm hatten; gegenüber Teilchen aus anderem Material haben die Öltröpfchen den Vorzug, daß sie nicht durch Verdunstung ihre Größe ändern. Mittels eines Zerstäubers wird ein feiner Sprühregen von Öl in eine Kammer geblasen, aus der durch eine kleine, im Boden angebrachte Öffnung bisweilen ein Tröpfchen in einen unterhalb der Kammer befindlichen Kondensator eintritt, der von zwei parallelen, horizontalen Platten gebildet wird. Infolge der bei dem Zerstäuben eintretenden Reibung ist ein solches Tröpfchen fast immer elektrisch geladen. Durch einen Umschalter können die Platten des Kondensators an eine Akkumulatorenatterie von etwa 10000 Volt Spannung angeschlossen werden. Das im Kondensator befindliche Teilchen wird durch starke Lichtquellen von der Seite her beleuchtet und zugleich durch ein in dem Kondensator angebrachtes Fenster mittels eines Mikroskopes betrachtet; es erscheint dann, ohne daß seine wahre Gestalt kenntlich würde, als heller Punkt auf schwarzem Hintergrund. Ist das elektrische Feld nicht eingeschaltet, so sinkt ein solches Tröpfchen infolge seiner Schwere und der starken Reibung mit konstanter Geschwindigkeit langsam zu Boden; wird hingegen durch Umschaltung die Spannung der Batterie angelegt, so bewegt sich das Teilchen, und zwar ebenfalls mit konstanter Geschwindigkeit, langsam nach aufwärts, wofern die elektrische Kraft nicht allzusehr über die Schwere überwiegt. (Bei der angegebenen Tropfengröße und der angegebenen Spannung besteht gerade das richtige Verhältnis.) Indem man immer im richtigen Augenblick umschaltet, kann man derart ein Tröpfchen beliebig oft zwischen den beiden Kondensatorplatten hin und her wandern lassen.

Infolge der starken Reibung ist sowohl bei der Abwärts- als auch bei der Aufwärtsbewegung die Geschwindigkeit der einwirkenden Kraft proportional, wie dies sowohl aus mechanischen Beziehungen folgt als auch durch die Versuche unmittelbar bestätigt wird. Bezeichnen wir also die Geschwindigkeit der Abwärtsbewegung mit v_1 und die der Aufwärtsbewegung mit v_2 , bezeichnen wir ferner die Masse des Tröpfchens mit m und seine Ladung mit Q , die Beschleunigung der Erdschwere mit g

¹ Das wesentlich Neue an dieser Methode war eben, daß sie sich auf einzelne Teilchen bezog, während frühere Methoden sich immer nur auf die Mittelwerte der Ladungen einer großen Zahl von Teilchen bezogen hatten.

² MILLIKAN hat über seine Forschungen zusammenhängend in seinem Buche berichtet „The electron, its isolation and measurement“, Chicago 1917; deutsch von K. STÖCKEL, Braunschweig 1922 (Sammlung „Die Wissenschaft“, Verlag VIEWEG, Band 69). — MILLIKANS erste Mitteilung erfolgte im August 1909 (in den Berichten der britischen Naturforscherversammlung zu Winnipeg), EHRENFHAFS erste Mitteilung im März 1909 (im Anzeiger der Wiener Akademie).

und die elektrische Feldstärke (also den Quotienten aus Spannung und Plattenabstand) mit E , so muß daher die Beziehung bestehen

$$(1) \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{Q E - m g}{m g} .$$

Die Geschwindigkeit wird nun einfach bestimmt, indem man die Zeit mißt, die das Teilchen braucht, um die Strecke zwischen zwei Querfäden im Beobachtungsfernrohr zurückzulegen. Tab. I gibt in Sekunden die Werte wieder, die MILLIKAN bei einem Versuche für die Zeit t_1 der Abwärts- und die Zeit t_2 der Aufwärtsbewegung zwischen den Querfäden erhielt; dem Abstand der Querfäden entsprach dabei eine wirkliche Fallstrecke von 0,5222 cm.

Tabelle I.

t_1	t_2	t_1	t_2
13,6		13,8	
13,8	12,5	13,7	34,6
13,4	12,4	13,8	34,8
13,4	21,8	13,6	16,0
13,6	34,8	13,5	34,8
13,6	34,8	13,4	34,6
13,7	84,5	13,8	21,9
13,5	85,5	13,4	
13,5		Mittelwert: 13,595	

Wie die Tabelle zeigt, erfolgt die Abwärtsbewegung des Teilchens bei der gegebenen Batteriespannung immer mit derselben Geschwindigkeit; hingegen nimmt die Größe t_2 (und somit auch die Größe v_2) abwechselnd verschiedene Werte an, wobei im Verlaufe der Hin- und Herbewegung frühere Werte später wiederkehren.

Die sprunghaften Änderungen des Wertes von t_2 müssen nun offenbar darauf zurückgeführt werden, daß das positiv elektrische Öltröpfchen Luftionen einfängt und daß sich dadurch eben die Ladung des bewegten Teilchens ändert. Die Anlagerung eines negativen Ions hat eine Verzögerung der Aufwärtsbewegung, also eine Vergrößerung des Wertes von t_2 zur Folge, während eine Verminderung des Wertes von t_2 in der Anlagerung eines positiven Ions oder in der Abstoßung eines negativen ihre Ursache hat.

Bezeichnen wir nun die Ladung des Ions mit Q' und die Geschwindigkeit der Aufwärtsbewegung nach Anlagerung des Ions mit v_2' , so muß nach Gl. 1 die Beziehung gelten

$$(2) \quad \frac{v_2'}{v_1} = \frac{Q E + Q' E - m g}{m g} .$$

Subtrahieren wir die Gl. 1 von der Gl. 2, so finden wir somit

$$(3) \quad \frac{v_2' - v_2}{v_1} = \frac{Q' E}{m g} .$$

In Tab. II sind nun in der ersten Vertikalrubrik die Werte eingetragen, die sich für die Geschwindigkeit der Aufwärtsbewegung ergeben, wenn die Fallstrecke von 0,5222 cm durch die der Tab. I entnommenen Werte von t_2 dividiert wird.³ Die zweite Vertikalrubrik verzeichnet zunächst die Differenzen zwischen den in der ersten Vertikalrubrik aufeinander folgenden Zahlen.

Tabelle II.

Geschwindigkeit der Aufwärtsbewegung	Unterschied
$\frac{0,5222}{12,45} = 0,04196$	} $\frac{0,01806}{2} = 0,00903$
$\frac{0,5222}{21,8} = 0,02390$	
$\frac{0,5222}{34,7} = 0,01505$	} $\frac{0,00885}{1} = 0,00885$
$\frac{0,5222}{85,0} = 0,00614$	
$\frac{0,5222}{34,7} = 0,01505$	} $\frac{0,00891}{1} = 0,00891$
$\frac{0,5222}{85,0} = 0,00614$	
$\frac{0,5222}{34,7} = 0,01505$	} $\frac{0,01759}{2} = 0,00880$
$\frac{0,5222}{16,0} = 0,03264$	
$\frac{0,5222}{34,7} = 0,01505$	} $\frac{0,01759}{2} = 0,00880$
$\frac{0,5222}{34,7} = 0,01505$	
$\frac{0,5222}{21,85} = 0,02396$	} $\frac{0,00891}{1} = 0,00891$

Wie die Tab. II zeigt, ergibt diese Differenz aber nun stets denselben Wert oder gerade den doppelten Betrag (oder auch bei anderen Versuchen den dreifachen oder vierfachen). Da für ein gegebenes Tröpfchen bei gegebener Spannung die Größen m , v_1 , E und g als Konstante anzusehen sind, so folgt also hieraus gemäß Gl. 3, daß die Ladung der Luftionen stets ein ganzzahliges Vielfaches einer elementaren Ladung darstellen muß. Die Daten der Tab. II bilden so einen unmittelbaren experimentellen Beweis für die atomistische Struktur der Elektrizität.

Auch die eigentliche Tröpfchenladung Q läßt sich ohne weiteres mit der Ionenladung Q' und somit mit dem Elementarquantum vergleichen. Wir brauchen hierzu nur von der Gl. 1 auszugehen, aus der die Beziehung folgt

$$(4) \quad \frac{v_2 + v_1}{v_1} = \frac{QE}{mg}$$

³ Wenn in der Tab. I zwei nahezu gleiche Werte von t_2 aufeinander folgen, wurde in Tab. II der Mittelwert benutzt.

oder in Verbindung mit Gl. 3

$$(5) \quad \frac{v_2 + v_1}{v_2' - v_2} = \frac{Q}{Q'}$$

Da die Geschwindigkeiten v_1 , v_2 und v_2' gemessen werden können, kann somit die Ladung Q mit der kleinsten Ladung verglichen werden, als deren ganzzahlige Vielfache sich die Ionenladungen offenbaren. MILLIKAN fand, daß sich auch die Tröpfchenladung stets als ein genau ganzzahliges Vielfaches jener Elementarladung erweist. Alle ganzzahligen Vielfachen der Elementarladung bis etwa fünfzig konnte MILLIKAN mit größter Genauigkeit nachweisen und bis etwa 150 immerhin noch die Elementarquanten zählen, die einem Öltröpfchen anhaften. Mit zunehmender Vervielfachungszahl nimmt natürlich die Genauigkeit der Zählung ab, weil die Fehlergrenze bei dieser Methode etwa ein halbes Prozent beträgt und somit bei einer Ladung von mehr als 200 Elementarquanten bereits mehr als ein Elementarquantum ausmacht.

Es ist nun klar, daß gemäß der Gl. 1 auch die absolute Größe des elektrischen Elementarquantums ermittelt werden kann, wofern man das Gewicht eines Tröpfchens kennt. Dieses läßt sich aber wiederum auf Grund der Beziehung bestimmen, die die konstante Fallgeschwindigkeit mit dem Halbmesser des Teilchens verknüpft. Wie schon STOKES im Jahre 1845 gefunden hatte, ist die Fallgeschwindigkeit einer Kugel vom Halbmesser a und der Dichte ρ in einem Mittel von der Dichte ρ' und dem inneren Reibungskoeffizienten η durch die Formel gegeben

$$(6) \quad v = \frac{2}{9} \frac{g a^2 (\rho - \rho')}{\eta}$$

MILLIKAN und seine Mitarbeiter richteten nun die Versuche, die der Bestimmung des Tropfengewichtes dienten, so ein, daß dabei nach Möglichkeit auf das exakteste die Voraussetzungen erfüllt waren, an die die Gültigkeit des STOKESSCHEN Gesetzes geknüpft ist.⁴ Soweit diese Voraussetzungen aber nicht vollkommen erfüllt werden konnten, untersuchten MILLIKAN und seine Mitarbeiter wieder genau die durch die Unvollkommenheiten bewirkten Abweichungen. Mittels des von ihnen derart modifizierten Fallgesetzes⁵ vermochten sie den Halbmesser der Tröpfchen mit größter Genauigkeit zu ermitteln, und damit war bei der bekannten Dichte auch deren genaues Gewicht gegeben.

Jahrelange Messungen an vielen Tausenden von Tropfen ermöglichten es derart MILLIKAN, den Wert des heute allgemein mit e bezeichneten elektrischen Elementarquantums mit einer Genauigkeit von ein Promille zu bestimmen; als Mittel der Messungsergebnisse fand MILLIKAN

$$(7) \quad e = 4,774 \cdot 10^{-10} \text{ elektrost. Einh. } (\pm 0,004 \cdot 10^{-10}).$$

⁴ Von besonderer Wichtigkeit war es, daß die Öltröpfchen vollkommene Kugelgestalt hatten, was durch besondere Kunstgriffe erreicht wurde.

⁵ Näheres hierüber in dem erwähnten Buche von MILLIKAN.

Ein näheres Eingehen auf die MILLIKANSCHEN Messungsmethoden erscheint hier deshalb überflüssig, weil in späteren Abschnitten noch verschiedene andere Methoden werden behandelt werden, die ganz unabhängig von MILLIKANS Forschungen auf indirekten Wegen zu ganz demselben Werte von e führen.⁶

In historischer Hinsicht sei noch bemerkt, daß die ersten direkten Bestimmungen des elektrischen Elementarquantums in den Jahren 1897 und 1898 von TOWNSEND und J. J. THOMSON durchgeführt wurden. Diese Untersuchungen, die für e einen Wert von etwa $3 \cdot 10^{-10}$ elektrost. Einh. ergaben, bezogen sich aber nicht auf einzelne Materieteilchen, sondern auf langsam fallende Nebelwolken, in denen die Kondensationskerne der Wassertropfen von Luftionen gebildet werden. Aus der Fallgeschwindigkeit der Nebelwolke konnte auf Grund des STOKESschen Fallgesetzes der Radius der Wassertropfen und somit bei festgestelltem Gewicht der Wolke die Zahl der Tropfen ermittelt werden. Da andererseits auch die gesamte elektrische Ladung der Wolke gemessen werden konnte, konnte so die Ladung eines einzelnen Ions berechnet werden.⁷ Indem diese Ladung willkürlich einem Elementarquantum gleichgesetzt wurde, ergab sich für dieses ein in der Größenordnung richtiger Wert.

⁶ Daraus folgt auch, daß Einwände, die gegen die MILLIKANSCHEN Methode erhoben wurden, keinesfalls die Existenz eines elektrischen Elementarquantums in Frage zu stellen vermögen, die durch zahlreiche andere Methoden sicher erwiesen erscheint. — Einwände wurden gegen MILLIKANS Arbeiten von EHRENHAFT und seinen Schülern erhoben, die mit kugelförmigen Teilchen aus verschiedenem Material (Quecksilber, Silber, Gold, Öl u. a.) in verschiedenen chemisch inerten Gasen (Stickstoff, Argon) experimentierten; die Teilchen hatten Radien von etwa $5 \cdot 10^{-5}$ cm bis hinab zu etwa $5 \cdot 10^{-6}$ cm (der Grenze der Beobachtbarkeit). Aus diesen Versuchen, die zum Teil schon vor MILLIKANS erster Veröffentlichung publiziert worden waren, schloß EHRENHAFT, daß mit abnehmendem Radius (also mit abnehmender elektrostatischer Kapazität) auch die Ladung der Teilchen derart abnehme, daß das Elementarquantum dabei wesentlich unterschritten werde. — Überdies fand EHRENHAFT später, daß die Teilchen, wenn sie einen Gehalt an radioaktiver Substanz hatten, die Geschwindigkeit ihrer Vertikalbewegungen trotz der Konstanz des elektrischen Feldes kontinuierlich änderten. Darin erblickt EHRENHAFT einen weiteren Beweis gegen die Annahme einer ausnahmslos sprunghaften Änderung einer Ladung von der Größenordnung des Elementarquantums. — Von anderer Seite wurden die von EHRENHAFT entdeckten Unterschreitungen des elektrischen Elementarquantums auf vermutliche Dichteänderungen zurückgeführt, die ihre Ursache in einer schwammigen oder flockigen Struktur besonders kleiner Teilchen (von geringerer Größe als die MILLIKANSCHEN Öltröpfchen) oder in einer Gasadsorption haben könnten. Vgl. die zusammenfassenden Arbeiten von EHRENHAFT in den *Annalen der Physik* 56, 1918, S. 1—80 und 63, 1920, S. 773—815, ferner TH. SEXL, *Zeitschr. f. Physik*, 16, 1923, S. 34—41. Bezüglich des gegnerischen Standpunktes vgl. die in der Zeitschrift „Die Naturwissenschaften“ erschienenen zusammenfassenden Berichte von R. BÄR (10, 1922, S. 322 u. 344) und E. REGENER (11, 1923, S. 17).

⁷ Näheres hierüber z. B. im III. Kapitel des MILLIKANSCHEN Buches.

§ 88. Die Elektrolyse und die Masse des Wasserstoffatoms.

Schon lange, bevor den Physikern die absoluten Werte der Atommassen bekannt waren, waren die Chemiker in der Lage, die relativen Gewichte der Atome, d. h. die Verhältnisse zwischen ihren Massen zu ermitteln, und zwar auf Grund des von DALTON im Jahre 1805 entdeckten Gesetzes der sogenannten multiplen Proportionen. Wie DALTON fand und in diesem bekannten Gesetze lehrte, läßt sich jedem Grundstoff eine bestimmte, für ihn charakteristische Zahl derart zuordnen, daß die in einer chemischen Verbindung enthaltenen Mengen der Grundstoffe sich untereinander so verhalten wie ganzzahlige Vielfache der für die betreffenden Elemente charakteristischen Zahlen.

Indem man die für den Sauerstoff charakteristische Zahl in konventioneller Weise genau gleich 16 setzt, ergeben sich derart die sogenannten Atomgewichte der Grundstoffe. Das kleinste hat der Wasserstoff mit 1,008 (genauer 1,0077), das größte das Uran mit 238,2. Auf die Methoden, mittels deren die Chemie die Atomgewichte ermittelt, braucht hier nicht näher eingegangen zu werden; zum Teile wird von diesen Methoden noch in späteren Betrachtungen (im Anschluß an das AVOGADROSCHES Gesetz) die Rede sein.

Die Zahl nun, durch die man die Atomgewichtszahlen dividieren muß, um die absoluten Massen der Atome in Grammen zu erhalten, wird heute allgemein als die LOSCHMIDTSCHES Zahl bezeichnet. Sie heißt so zu Ehren des Physikers, der zuerst (im Jahre 1865) mittels einer (später zu erörternden) gastheoretischen Methode die absolute Größe der Atome ungefähr ermittelte. Bezeichnen wir die in Grammen gemessene Masse des Wasserstoffatoms mit m_H und die LOSCHMIDTSCHES Zahl mit L , so ist also

$$(1) \quad m_H = \frac{1,0077}{L} \text{ Gramm.}$$

In analoger Weise erhalten wir die Masse jedes beliebigen Atoms, indem wir das Atomgewicht des betreffenden Grundstoffs durch die LOSCHMIDTSCHES Zahl dividieren. Die Masse eines Stoffes, die soviel Gramm beträgt, wie das Atom- oder Molekulargewicht des Stoffes ist, wird entweder als ein Grammatom oder als ein Mol (eine Gramm-Molekel) des betreffenden Stoffes bezeichnet. Es ist also zum Beispiel ein Grammatom Sauerstoff 16 g, ein Mol Wasser rund 18 g und so fort. Die LOSCHMIDTSCHES Zahl gibt demnach für jeden beliebigen Stoff die Zahl der Atome im Grammatom oder der Molekeln im Mol an. Ist nun erst einmal das elektrische Elementarquantum bekannt, so können wir daraus auch die LOSCHMIDTSCHES Zahl sehr genau auf Grund elektrochemischer Messungsergebnisse berechnen.

Schon im Jahre 1833 hatte nämlich FARADAY aus seinen Beobachtungen über die Elektrolyse das Grundgesetz der Elektrochemie abgeleitet. Darnach ist die in einer bestimmten Zeit elektro-

lytisch ausgeschiedene Menge eines bestimmten Stoffes vollkommen durch die Stromstärke bestimmt und ihr direkt proportional. Andererseits sind die Mengen, die von einem Strom von bestimmter Stärke aus verschiedenen Elektrolyten abgeschieden werden, „chemisch äquivalent“, d. h. sie verhalten sich wie die Quotienten aus Atomgewicht und chemischer Wertigkeit. Ein Strom, der in der Zeiteinheit 1,008 g des einwertigen Wasserstoffs absondert, scheidet daher in der Zeiteinheit 8 g des zweiwertigen Sauerstoffs vom Atomgewicht 16 ab, und so fort.

Das elektrochemische Grundgesetz findet nun eine sehr einfache Erklärung, wenn man annimmt, daß in einem Elektrolyten die Molekeln ganz oder zum Teile in entgegengesetzt elektrisch geladene Bestandteile, in sogenannte Ionen, gespalten oder dissoziiert sind und daß der Leitungsstrom im Elektrolyten auf einem Transport solcher Ionen beruht. Die positiven Ionen würden dann in der Richtung des Stroms zu dessen Austrittsstelle, zur sogenannten Kathode, die negativen in der entgegengesetzten Richtung zur Eintrittsstelle, der sogenannten Anode, wandern. Das FARADAYSche Gesetz ergibt sich derart aber ohne weiteres mittels der Hypothese, daß die Ladung bei allen einwertigen Ionen ein elektrisches Elementarquantum betrage, bei den zweiwertigen Ionen zwei, bei den dreiwertigen Ionen drei Elementarquanten, und so fort.

Bezeichnen wir nämlich die Zahl der Atome, die in der Zeiteinheit etwa an der Kathode abgeschieden werden, mit N und die Wertigkeit mit z , so ist die Stromstärke als die in der Zeiteinheit die Kathode passierende Elektrizitätsmenge

$$(2) \quad J = N z e .$$

Andererseits ist aber, wenn wir das Atomgewicht mit A bezeichnen, die Masse des einzelnen Atoms gegeben durch den Quotienten aus Atomgewicht und LOSCHMIDTScher Zahl, also durch die Größe A/L . Die in der Zeiteinheit abgeschiedene Menge des betreffenden Stoffes ist also durch die Beziehung bestimmt

$$(3) \quad M = \frac{NA}{L} .$$

Hierfür können wir nach Gl. 2 auch schreiben

$$(4) \quad M = \frac{A}{z} \frac{J}{Le} .$$

Diese Gleichung drückt aber in der Tat das elektrochemische Grundgesetz aus. Da L und e universelle Konstanten sind, folgt nämlich aus dieser Gleichung einerseits, daß bei gegebenem Stoffe, also bei gegebenen Werten von A und z , die in der Zeiteinheit abgeschiedene Masse M der Stromstärke J proportional ist; andererseits folgt aus der Gl. 4, daß bei gegebenem Strom die Größe M proportional ist dem Quotienten aus Atomgewicht und Wertigkeit.

Da nach dem früher Gesagten die Größe M/A die Zahl der Grammatome bedeutet, so erkennen wir auch aus der Gl 4, daß das Produkt aus der LOSCHMIDTSchen Zahl und dem elektrischen Elementarquantum nichts anderes darstellt als die in elektrostatischem Maß gemessene Stromstärke, bei der in der Zeiteinheit ein Grammatom eines einwertigen Grundstoffes ausgeschieden wird.

Sehr genaue Messungen, die man vor allem an Silber angestellt hat, haben nun ergeben, daß ein Grammatom eines einwertigen Stoffes in der Zeiteinheit bei einer Stromstärke von 96494 Ampère ausgeschieden würde. Um diese Stromstärke in elektrostatischem Maß auszudrücken, müssen wir (nach Gl. 9 des § 64) noch mit dem zehnten Teil der Lichtgeschwindigkeit multiplizieren. Da die Lichtgeschwindigkeit (nach Gl. 1 des § 76) gleich ist $2,999 \cdot 10^{10}$ cm sec⁻¹, so finden wir derart

$$(5) \quad L e = 2,894 \cdot 10^{14} \text{ elektrost. Einh.}$$

Hieraus folgt bei Benutzung des schon früher angegebenen Wertes des elektrischen Elementarquantums für die LOSCHMIDTSche Zahl

$$(6) \quad L = 6,062 \cdot 10^{23} ,$$

wobei der mögliche Fehler kaum mehr als ein Promille betragen dürfte.

Nach Gl. 1 ergibt sich somit die Masse des Wasserstoffatoms zu

$$(7) \quad m_H = 1,662 \cdot 10^{-24} \text{ g .}$$

Für das Verhältnis zwischen Ladung und Masse, also für die sogenannte spezifische Ladung des ionisierten Wasserstoffatoms finden wir nach Gl. 1

$$(8) \quad \frac{e}{m_H} = \frac{L e}{1,0077}$$

oder nach Gl. 5

$$(9) \quad \frac{e}{m_H} = 2,871 \cdot 10^{14} \text{ abs. Einh.}$$

§ 89. Die negative Korpuskularstrahlung und das negative Elektron.

Im Jahre 1858 hat PLÜCKER merkwürdige Strahlen entdeckt, die in stark evakuierten GEISSLERSchen Röhren von der Kathode ausgehen und die deshalb allgemein als Kathodenstrahlen bezeichnet werden. Ihre Eigenschaften sind namentlich von HITTORF (1869) und von CROOKES (1879) näher untersucht worden. Beide machten die überraschende Feststellung, daß die im allgemeinen sich geradlinig ausbreitenden Strahlen durch einen Magneten sehr leicht abgelenkt werden. Überdies wies GOLDSTEIN (1876) nach, daß die Kathodenstrahlen auch in einem elektrischen Felde eine Ablenkung erfahren.¹

¹ Wesentlich gefördert wurde das Studium der Kathodenstrahlen durch einen Kunstgriff LENARDS, der durch eine dünne, in die Röhrenwand eingefügte Metallfolie die Kathodenstrahlen aus der Röhre austreten ließ.

Alle diese Eigenschaften der Kathodenstrahlen lassen sich nun, wie zuerst J. J. THOMSON und KAUFMANN (1897) erkannten, leicht erklären, wenn man annimmt, daß die Kathodenstrahlen aus rasch bewegten, elektrisch geladenen Teilchen bestehen, die zugleich eine träge Masse besitzen. Aus ihrer Trägheit folgt ihre geradlinige Ausbreitung, aus ihrer elektrischen Ladung ergeben sich mit Notwendigkeit die beobachteten Ablenkungen sowohl im magnetischen als auch im elektrischen Felde; der Sinn der Ablenkung zeigt in beiden Fällen, daß die Ladung negativ sein muß. Die Kathodenstrahlen stellen also nicht wie die Licht- oder Wärmestrahlen elektromagnetische Wellenstrahlen dar, sondern eine sogenannte korpuskulare Strahlung, die aus einem Strom träger Massenteilchen besteht.

Nun folgt (wie in § 71 gezeigt wurde) aus der Elektrizitätstheorie ohne Zuhilfenahme irgendwelcher atomistischer Vorstellungen, daß eine bewegte, elektrisch geladene Masse in einem transversalen, homogenen Magnetfeld mit konstanter Geschwindigkeit eine kreisförmige Bahn beschreiben muß, und zwar in einer zu den magnetischen Kraftlinien senkrechten Ebene; für den Radius der Kreisbahn gilt dabei (nach Gl. 11 des § 71) die einfache Beziehung

$$(1) \quad r = \frac{c v}{\gamma H} ,$$

wenn H der Betrag der magnetischen Feldstärke ist, γ die spezifische Ladung der bewegten Masse und v ihre Geschwindigkeit.

Ebenso folgt (nach § 71) aus der Elektrizitätstheorie (ohne Zuhilfenahme irgendwelcher atomistischer Anschauungen), daß in einem transversalen, homogenen elektrischen Felde ein bewegter geladener Körper eine Parabel beschreibt, deren Krümmung außer von der elektrischen Feldstärke nur von der spezifischen Ladung und der Geschwindigkeit abhängt. Wählen wir nämlich die ursprüngliche Bahnrichtung als x -Achse und die Richtung der elektrischen Kraft als z -Achse und wählen wir den Koordinatenursprung so, daß sich zur Zeit $t = 0$ der bewegte Körper in dem Ursprung befindet, so gilt (nach Gl. 3 des § 71) die Beziehung

$$(2) \quad \frac{z}{x^2} = \frac{1}{2} \frac{\gamma}{v^2} E ,$$

wenn E der Betrag der elektrischen Feldstärke ist.

Die Kathodenstrahlteilchen bewegen sich nun in der Tat, wie die Beobachtung zeigt, im transversalen Magnetfeld in einer kreisförmigen, im transversalen elektrischen Feld in einer parabolischen Bahn. In den beiden Gleichungen können wir also, indem wir sie auf die Kathodenstrahlteilchen anwenden, γ und v als Unbekannte ansehen und aus den durch Messungen bekannten Werten der magnetischen und der elektrischen Feldstärke derart die Geschwindigkeit und die spezifische Ladung der Kathodenstrahlteilchen ermitteln.

Für die Geschwindigkeit ergeben sich außerordentlich große Werte, nahezu von der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit, bis zu einem Drittel davon. Im übrigen hängt die Geschwindigkeit natürlich von der Spannung der Kathodenröhre ab (nämlich von dem Potentialunterschied, den die Teilchen durchlaufen). Ist die Röhrenspannung V und die Ladung eines Kathodenstrahlteilchens Q , so muß ja das Produkt $Q V$ gleich sein der kinetischen Energie, die das Kathodenstrahlteilchen bei dem Verlassen der Röhre besitzt, also gleich sein $\frac{1}{2} m v^2$. Daraus folgt

$$(3) \quad v = \sqrt{2\gamma V}.$$

Es ist also die Geschwindigkeit proportional der Quadratwurzel aus der Röhrenspannung.

Für die spezifische Ladung ergibt sich aus den Messungen gemäß Gl. 1 und 2 der Wert

$$(4) \quad \gamma = 5,3 \cdot 10^{17} \text{ elektrostat. Einh./Gramm.}$$

Vergleichen wir diesen Wert mit demjenigen, der für die spezifische Ladung des ionisierten Wasserstoffatoms gilt, so sehen wir, daß er ungefähr 1800mal größer ist. Machen wir die sehr naheliegende Annahme, daß die Ladung eines Kathodenstrahlteilchens ein elektrisches Elementarquantum betrage, so müssen wir also den Kathodenstrahlteilchen eine Masse zuschreiben, die 1800mal kleiner ist als die des Wasserstoffatoms.

Eine solche Annahme erschien, als sie zuerst geäußert wurde, den Physikern zunächst sehr überraschend, da bis gegen das Ende des 19. Jahrhunderts die Masse des Wasserstoffatoms als die kleinste überhaupt mögliche Masse gegolten hatte. Indessen führte zu derselben Annahme auch der im Jahre 1896 entdeckte (später näher zu besprechende) ZEEMAN-Effekt (die Zerlegung von Spektrallinien in einem Magnetfeld), und durch die späteren Fortschritte der theoretischen Physik schienen auch alle Folgerungen durchaus bestätigt, die sich aus der Annahme kleinster Teilchen ergeben, deren Masse noch etwa 1800mal kleiner ist als die des Wasserstoffatoms. Solche Teilchen mit der negativen Ladung eines elektrischen Elementarquantums bezeichnet man heute allgemein als negative Elektronen oder auch als Elektronen schlechthin.² Für ihre Masse, die in der Atomtheorie allgemein mit m bezeichnet wird, folgt aus der Gl. 4 und dem bekannten Werte des elektrischen Elementarquantums

$$(5) \quad m = 9,0 \cdot 10^{-28} \text{ g.}$$

Die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen hängt, wie schon erwähnt, von der Röhrenspannung ab; und da diese nicht nach Belieben gesteigert werden kann, so ist dadurch für die Geschwindigkeit der

² Der Name Elektron stammt von STONEY (1881).

Kathodenstrahlen eine obere Grenze gegeben, die von dem Stande der Experimentaltechnik abhängt. Außer den künstlich hervorgerufenen negativen Korpuskularstrahlen kennt die Physik aber auch spontan auftretende, die ebenfalls aus negativen Elektronen zusammengesetzt sind, jedoch eine viel größere Geschwindigkeit besitzen; diese Strahlen sind in der Strahlung enthalten, die von den sogenannten radioaktiven Substanzen ausgeht.

Im Jahre 1896 machte BECQUEREL die überraschende Entdeckung, daß Uranerze ohne jede äußere Einwirkung ständig Strahlen aussenden, die imstande sind, eine photographische Platte durch eine undurchsichtige Hülle hindurch zu schwärzen sowie die Luft zu ionisieren und dadurch leitend zu machen, so daß ein in der Nähe aufgestelltes Elektroskop seine Ladung verliert. Zwei Jahre später, im Jahre 1898, fanden PIERRE und MARYA CURIE, daß die sogenannten BECQUEREL-Strahlen, wie man sie ursprünglich nannte, in der Tat vor allem von einem in der Pechblende enthaltenen, damals noch unbekanntem Metalle ausgehen, das sie nach mühevollen Untersuchungen aus der Pechblende isolierten und als Radium bezeichneten.³ Die nähere Untersuchung der von dem Radium und anderen Substanzen ausgehenden „radioaktiven Strahlung“ zeigte nun, daß sie in der Tat aus drei ganz verschiedenen Strahlenarten besteht, die man als Alpha-, Beta- und Gammastrahlen unterscheidet; die Trennung der drei Strahlenarten wird durch ihr verschiedenes Verhalten im Magnetfeld möglich. Während nämlich die γ -Strahlen überhaupt nicht abgelenkt werden und somit als elektromagnetische Wellenstrahlen anzusehen sind, erweisen sich die α - und β -Strahlen als Korpuskularstrahlen, die durch einen Magneten abgebogen werden; und zwar zeigt es sich, daß die (später zu besprechenden) α -Strahlen positive, die β -Strahlen hingegen negative Ladungen mitführen.

Geschwindigkeit und spezifische Ladung konnten für die Betastrahlen nach derselben Methode wie bei den Kathodenstrahlen ermittelt werden. Für die spezifische Ladung wurde derselbe Wert wie bei den Kathodenstrahlen gefunden, wodurch es erwiesen erschien, daß die β -Strahlen ebenfalls aus negativen Elektronen bestehen. Sie sind also den Kathodenstrahlen durchaus wesensgleich; sie unterscheiden sich aber von ihnen durch eine größere Geschwindigkeit, für die Werte von 30 bis zu 99,8% der Lichtgeschwindigkeit ermittelt wurden.

Die Bewegung der β -Teilchen ist die rascheste materielle Bewegung, die die Physik kennt, und in der Tat offenbaren sich bei dieser ungeheueren Geschwindigkeit, die der Lichtgeschwindigkeit bereits so nahe kommt⁴, deutlich die Abweichungen von der klassischen

³ Die Gewinnung des metallischen Radiums ist Frau CURIE allerdings erst im Jahre 1910 gelungen; bis dahin waren nur die Salze des Radiums bekannt.

⁴ Geschwindigkeiten, die größer als die Lichtgeschwindigkeit sind, erscheinen nach der Relativitätstheorie, wie auch die Gl. 6 zeigt, unmöglich.

Mechanik, die nach der Relativitätstheorie bei so raschen Bewegungen zu erwarten sind. Nach der Relativitätstheorie hängt nämlich (wie später eingehend gezeigt werden soll) die Masse von der Geschwindigkeit nach der Beziehung ab

$$(6) \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

wenn m_0 den Wert der Masse für Geschwindigkeiten bedeutet, die gegen die Lichtgeschwindigkeit c klein sind. Nach dieser Formel muß bei einer Geschwindigkeit von $v = c/2$ die Masse bereits etwa 1,15mal so groß sein wie m_0 , bei einer Geschwindigkeit von 99,8% der Lichtgeschwindigkeit aber bereits etwa 16mal so groß. Messungen von KAUFMANN und anderen Forschern haben in der Tat die von der Relativitätstheorie geforderte Zunahme der Masse mit wachsender Geschwindigkeit erwiesen und dabei die Gl. 6 auch quantitativ bestätigt.⁵

Mit den Kathoden- und β -Strahlen stimmen in ihrem Wesen auch die negativen Korpuskularstrahlen überein, die eine Folge des sogenannten lichtelektrischen Effektes sind. Im Anschluß an eine frühere Arbeit von HERTZ entdeckte im Jahre 1888 HALLWACHS die bedeutungsvolle Tatsache, daß eine mit ultraviolettem Licht bestrahlte Metallplatte sich positiv auflädt. LENARD hat als Ursache dieser Erscheinung eine negative Korpuskularstrahlung erkannt, die von dem belichteten Metalle ausgeht. Für die spezifische Ladung dieser Strahlung ergab sich derselbe Wert wie bei den Kathodenstrahlen, so daß sie also offenbar auch aus negativen Elektronen bestehen müssen. Ihre Geschwindigkeit ergab sich hingegen viel kleiner als die der Kathodenstrahlen, zu nur einigen Tausendsteln der Lichtgeschwindigkeit.

Jeder korpuskularen Strahlung von bestimmter Geschwindigkeit und bestimmter spezifischer Ladung können wir nun einen bestimmten Wert eines elektrischen Potentials zuordnen, der als die äquivalente Spannung bezeichnet werden möge und der, mit dem elektrischen Elementarquantum multipliziert, die kinetische Energie des Strahlteilchens ergibt. Die Zuordnung erfolgt also gemäß der Gl. 3 durch die Beziehung

$$(7) \quad V = \frac{v^2}{2\gamma}$$

oder, wenn wir die Spannung in Volt ausdrücken (nach Gl. 10 des § 64)

$$(8) \quad V = 150 \frac{v^2}{\gamma} \quad (V \text{ in Volt, } \gamma \text{ in elektrost. Maß}).$$

Für die Kathodenstrahlen erhalten wir natürlich als äquivalente Spannung die Röhrenspannung, also bei Geschwindigkeiten von einem Drittel der Lichtgeschwindigkeit etwa 30000 Volt. Den raschesten

⁵ Die Zunahme der Masse ist gleichbedeutend mit einer Abnahme von γ .

β -Strahlen würde (da für sie v fast gleich c und γ infolge der Massenzunahme 16mal kleiner als bei den Kathodenstrahlen ist) eine Spannung von etwa vier Millionen Volt entsprechen. Die Strahlen, die durch ultraviolettes Licht ausgelöst werden, haben hingegen eine äquivalente Spannung von nur einigen wenigen Volt.

§ 90. Die positive Korpuskularstrahlung.

Das Gegenstück zu der bisher besprochenen negativen stellt die positive Korpuskularstrahlung dar. Sie wurde im Jahre 1886 von GOLDSTEIN in der Form der sogenannten Kanalstrahlen entdeckt. Diese gehen ebenso wie die Kathodenstrahlen von der Kathode einer hoch evakuierten GEISSLERSchen Röhre aus, aber in entgegengesetzter Richtung wie die Kathodenstrahlen.¹ Auch von der Anode selbst gehen, wie später entdeckt wurde, positive Strahlen aus, die man Anodenstrahlen nennt.²

Zwischen den Kanalstrahlen und den Anodenstrahlen besteht sonst aber kein wesentlicher Unterschied. Die Geschwindigkeit und die spezifische Ladung können nach derselben Methode bestimmt werden wie bei den negativen Korpuskularstrahlen, wobei der Sinn der Ablenkung es eben deutlich zeigt, daß die Teilchen der Kanal- und der Anodenstrahlen positiv geladen sind. Die Geschwindigkeit ergibt sich zu einigen Tausendsteln der Lichtgeschwindigkeit.

Für die spezifische Ladung ergibt die Messung viel kleinere Werte als bei den negativen Strahlen; und zwar hängt der Wert der spezifischen Ladung davon ab, von welchen Gasen in der evakuierten Röhre Überreste enthalten sind. Den größten Wert der spezifischen Ladung erhält man, wenn die Röhre vor der Evakuierung mit Wasserstoff gefüllt war; und zwar stimmt dieser Wert mit demjenigen überein, der sich aus den elektrolytischen Erscheinungen für die spezifische Ladung des Wasserstoffions ergibt. War die Röhre vor ihrer Evakuierung mit Quecksilberdampf gefüllt, so ergibt sich für die spezifische Ladung ein 200mal kleinerer Wert, entsprechend der Tatsache, daß das Atomgewicht des Quecksilbers 200 beträgt. In den Teilchen der positiven Korpuskularstrahlen müssen wir also elektrisch geladene Atome erblicken, deren Ladung ein oder bisweilen auch mehrere Elementarquanten beträgt.³

Nun müssen aber die Teilchen von korpuskularen Strahlen in einem transversalen elektrischen Feld parabolische Bahnen beschreiben, die (nach Gl. 2 des § 89) um so stärker gekrümmt sind, je größer die Masse der Teilchen ist. Wenn daher in einer positiven Strahlung Atome ver-

¹ Damit die Strahlen aus der Kathode austreten können, muß die Kathode in der Form kleiner Kanäle durchlöchert sein; daher rührt der Name „Kanalstrahlen“.

² Die Anodenstrahlen wurden 1906 von GEHRCKE und REICHENHEIM entdeckt.

³ Neben geladenen Atomen können natürlich auch geladene Atomkomplexe auftreten, z. B. Chlorwasserstoffmolekeln, die eine positive Ladung von einem Elementarquantum aufweisen, und so fort.

schiedener Masse enthalten sind, so müssen sie Parabeln von verschiedener Krümmung beschreiben, und auf dieser Tatsache beruht die zuerst von J. J. THOMSON erkannte und verwertete Möglichkeit einer Analyse von positiven Strahlen.

Zu einer der wichtigsten experimentellen Forschungsmethoden der Atomphysik ist die Methode der Strahlenanalyse von ASTON (1919) ausgestaltet worden. ASTON gelang durch einen glücklichen Kunstgriff die Überwindung einer großen Schwierigkeit. Die Krümmung der Parabeln hängt ja außer von der Masse der Teilchen auch von deren Geschwindigkeit ab; und diese ist im allgemeinen auch für Teilchen derselben Masse verschieden. ASTON schaltete nun hinter das elektrische Feld noch ein magnetisches derart ein, daß alle Teilchen von gleicher Masse auch bei verschiedener Geschwindigkeit wiederum in demselben Punkte oder in derselben Linie zusammentreffen, die sich, falls sie auf einer photographischen Platte liegt, auf dieser scharf abbildet. Derart können die Massen beliebiger Teilchen untereinander genau verglichen werden; und abgesehen von anderen, sehr wichtigen Forschungsergebnissen, die erst später eingehend besprochen werden sollen, brachten ASTONS Untersuchungen den sehr bedeutungsvollen Nachweis, daß die Massen beliebiger positiver Strahlteilchen immer ganzzahlige Vielfache der Masse des Wasserstoffatoms sind.

Ebenso wie die Kathodenstrahlen sind auch die Kanal- und die Anodenstrahlen künstliche Erzeugnisse der experimentellen Physik. Als natürliche Strahlung stellen das Gegenstück zu den negativen β -Strahlen die positiven Alphastrahlen dar, die, wie schon erwähnt, gleich den β -Strahlen von radioaktiven Substanzen ausgehen. Ihr positiv elektrischer Charakter ist dadurch erwiesen, daß sie von einem Magneten abgelenkt werden, aber in entgegengesetztem Sinne wie die β -Strahlen.

Für die Geschwindigkeit der α -Strahlen ergeben sich je nach dem chemischen Charakter der radioaktiven Substanz Werte zwischen etwa fünf und sieben Prozent der Lichtgeschwindigkeit. Für die spezifische Ladung aber folgt aus den Messungen der Wert

$$(1) \quad \gamma = 1,44 \cdot 10^{14} \text{ elektrost. Einh./Gramm.}$$

Die spezifische Ladung der α -Teilchen ist also halb so groß wie die des ionisierten Wasserstoffatoms.

Von großer Wichtigkeit ist es nun, daß die von einer radioaktiven Substanz ausgesandten α -Teilchen gezählt werden können, wodurch wiederum die Ladung eines einzelnen α -Teilchens direkt bestimmt werden kann. Dies gelingt auf Grund einer merkwürdigen Erscheinung, die als Szintillation bezeichnet wird. Bringt man nämlich in die Nähe eines radioaktiven Präparats einen fluoreszierenden Schirm (aus Zinkblende oder sehr dünn geschliffenem Diamanten), dann zeigt sich ein ständiges Aufblitzen diskreter Lichtpunkte; es liegt die Annahme nahe, daß jeder einzelne Lichtblitz durch das Auftreffen eines einzelnen

α -Teilchens verursacht wird.⁴ Man kann nun vor das radioaktive Präparat eine die α -Strahlung absorbierende Blende mit kleiner Öffnung bringen, die nur einen kleinen, genau berechenbaren Bruchteil der gesamten, von dem Präparat ausgehenden α -Strahlung hindurchläßt. Diesen Bruchteil der Strahlung läßt man auf einen kleinen Teil des Schirmes auftreffen, den man unter dem Mikroskop betrachtet. Derart kann man die in einer bestimmten Zeit auftretenden Szintillationen bequem zählen und so bei bekannter Blendenöffnung feststellen, wieviel α -Teilchen ein bestimmtes Präparat in einer Sekunde emittiert. Derartige Bestimmungen sind zuerst von RUTHERFORD und GEIGER (1908) durchgeführt worden.

Andererseits kann man eine Metallplatte durch radioaktive Bestrahlung positiv aufladen, wenn man die gleichzeitig mit den α -Strahlen ausgesandten β -Strahlen durch magnetische Ablenkung ausschaltet. Die gesamte Ladung, die die Platte in einer bestimmten Zeit empfängt, braucht man nun nur durch die bekannte Zahl der α -Teilchen zu dividieren, die in derselben Zeit auf die Platte auftreffen; die Division ergibt dann die elektrische Ladung eines einzelnen α -Teilchens. Die Messungen von RUTHERFORD und GEIGER ergaben so für die Ladung des α -Teilchens einen Wert, der gerade doppelt so groß ist wie der des elektrischen Elementarquantums. Da andererseits die spezifische Ladung nur halb so groß ist wie bei dem ionisierten Wasserstoffatom, so müssen wir somit den α -Teilchen eine Masse von vier Wasserstoffatomen bei einer positiven Ladung von zwei Elementarquanten zuschreiben.

Bei dem Durchgang durch gewöhnliche Materie werden die α -Strahlen viel stärker absorbiert als die β -Strahlen; aber auch die Art der Absorption ist eine ganz andere. Während nämlich die β -Strahlen von der Materie nach einem Exponentialgesetz absorbiert werden, hört die Wirkung der α -Strahlen (also die Schwärzung einer photographischen Platte oder die Ionisierung der Luft) ganz plötzlich auf, wenn die Strahlen in einem bestimmten Mittel eine bestimmte Entfernung zurückgelegt haben; diese Entfernung wird als die Reichweite bezeichnet. Sie hängt von dem chemischen Charakter des α -Strahlers und auch von der Natur des absorbierenden Mittels ab. Je größer die Anfangsgeschwindigkeit der α -Strahlen bei ihrem Austritt aus der radioaktiven Substanz ist, desto größer ist auch die Reichweite, und zwar ist sie, wie GEIGER auf empirischem Wege gefunden hat, der dritten Potenz der Anfangsgeschwindigkeit proportional. In gewöhnlicher Luft betragen die Reichweiten der bekannten α -Strahlen zwischen 2,7 und 11,3 cm; in Wasserstoff haben die schnellsten α -Strahlen (bei Zimmertemperatur und gewöhnlichem Druck) eine Reichweite von 24 cm. Eine Aluminiumplatte von 0,06 mm vermag auch die schnellsten α -

⁴ Diese Annahme findet, wie später gezeigt werden wird, ihre Bestätigung darin, daß sich die Zerfallskonstante des Radiums nach anderen Methoden ebenso groß ergibt, wie nach der Szintillationsmethode.

Strahlen vollkommen zu absorbieren, während β -Strahlen auch Aluminiumplatten von einigen Millimetern noch zu durchdringen vermögen.

Der Durchgang der α -Strahlen durch die Materie ist mit besonderem Erfolge von C. T. R. WILSON (1912) untersucht worden. Seine Experimente gründeten sich auf die bekannte Tatsache, daß sich in übersättigtem Wasserdampf um elektrisch geladene Teilchen Tröpfchen kondensieren. Indem nun WILSON ein radioaktives Präparat in die Nähe eines Kästchens brachte, das übersättigten Wasserdampf enthielt, konnte er die Ansammlung der Wassertröpfchen photographieren, die



Fig. 59.
Bahnen von α -Strahlen.



Fig. 60.
Bahnen von α -Strahlen.

ein α -Teilchen auf seinem Wege erzeugt. Die Photographie der so entstandenen Nebelstreifen bildet zugleich die Bahnen der α -Teilchen selbst ab. Die Photographien (Figg. 59 und 60) zeigen nun im allgemeinen gerade Linien, von denen jedoch manche am Ende um ziemlich große Winkel geknickt erscheinen. Diese Tatsache ist, wovon später noch ausführlich die Rede sein wird, von fundamentaler Bedeutung für die moderne Atomtheorie.

Neben den Kanal-, Anoden- und α -Strahlen kennt die Physik als eine vierte Art positiver Korpuskularstrahlen noch die sogenannten *H*-Strahlen, die im Jahre 1914 von MARSDEN entdeckt wurden. Als nämlich MARSDEN die von Radium *C* herrührenden α -Strahlen durch

Wasserstoff hindurchsandte, in dem sie eine Reichweite von 24 cm haben, konnte er Szintillationen auf einem Schirme noch bis zu Entfernungen von 80 cm wahrnehmen. Es war klar, daß diese Szintillationen nicht von den α -Strahlen herrühren konnten, sondern nur von anderen Strahlen, die wiederum durch die α -Teilchen erzeugt werden. Die Bestimmung der spezifischen Ladung ergab für die neu entdeckten Strahlen denselben Wert wie die elektrolytischen Messungen für die Wasserstoffionen. Daher werden diese Strahlen nach dem chemischen Symbol des Wasserstoffs als H -Strahlen bezeichnet.

Auch für die positive Korpuskularstrahlung können leicht die äquivalenten Spannungen angegeben werden. Für die α -Strahlen, deren Geschwindigkeit, wie schon erwähnt, etwa 5 bis 7% der Lichtgeschwindigkeit beträgt, folgt aus Gl. 1 sowie aus Gl. 8 des § 89 ein Wert von etwa zwei bis vier Millionen Volt. Wollen wir die kinetische Energie eines raschen α -Teilchens von $2 \cdot 10^9$ cm/sec in Erg ausdrücken, so haben wir seine halbe Masse (also die doppelte Wasserstoffatommasse) mit dem Geschwindigkeitsquadrat zu multiplizieren. Wir finden so

$$(2) \quad E_{\text{kin}} = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ erg} .$$

Für die raschesten β -Teilchen ist allerdings die Geschwindigkeit noch etwa 15mal, das Geschwindigkeitsquadrat also etwa 200mal größer; dagegen ist die Masse etwa 7000mal kleiner, und selbst wenn wir bei der ungeheuren Geschwindigkeit von 99,8% der Lichtgeschwindigkeit das Anwachsen der Masse auf das 16fache berücksichtigen, ist die Masse noch immer einige hundertmal kleiner. Die kinetische Energie der β -Teilchen bleibt also hinter der der α -Teilchen wesentlich zurück.

§ 91. Das elementare Wirkungsquantum.

Bei der Untersuchung des lichtelektrischen Effekts hat bereits LENARD im Jahre 1902 die merkwürdige Tatsache entdeckt, daß die Geschwindigkeit der durch ultraviolettes Licht ausgelösten Elektronen ganz unabhängig ist von der Intensität des auslösenden Lichtes. Die Geschwindigkeit kann nicht gesteigert werden durch Erhöhung der Intensität, sondern nur durch Erhöhung der Frequenz des auslösenden Lichtes. Die Erhöhung der Intensität vermehrt nur die Zahl der ausgelösten Elektronen, nicht aber deren Geschwindigkeit.

Die quantitativen Messungen des lichtelektrischen Effektes gründen sich auf die Tatsache, daß man den Austritt der negativen Elektronen aus der bestrahlten Metallplatte verhindern kann, indem man diese positiv auflädt. Für eine Platte aus bestimmtem Metall kann man bei gegebener Frequenz des einfallenden Lichtes derart eine ganz bestimmte Gegenspannung ermitteln, bei deren Erreichung der Austritt der Elektronen eben völlig aufhört. Nennen wir die Gegenspannung V ,

so zeigt nun die experimentelle Beobachtung, daß V genau linear mit der Frequenz des Lichtes wächst. Es kann gesetzt werden

$$(1) \quad V = C \nu - P,$$

wobei C und P positive Konstanten sind. Dabei zeigt die experimentelle Beobachtung, daß nur die Konstante P von der Natur des Metalls abhängt¹, daß hingegen die Konstante C auch hiervon unabhängig ist und somit eine universelle Konstante darstellen muß. Nun bedeutet andererseits das Produkt eV die kinetische Energie, die die raschesten ausgelösten Elektronen haben. Es liegt daher der Gedanke nahe, die Gl. 1 noch mit e zu multiplizieren. Wir wollen das Produkt Ce mit h bezeichnen; dann nimmt die Gl. 1 die Form an

$$(2) \quad e(V + P) = h \nu.$$

Da das Produkt eV eine Arbeit, also eine Energie darstellt, eine Frequenz aber die Dimension einer reziproken Zeit hat, so muß die Konstante h die Dimension eines Produktes aus Energie und Zeit haben. Da ein solches Produkt in der Mechanik Wirkung genannt wird, so bezeichnet man die Konstante h als das elementare Wirkungsquantum. Die Konstante h tritt als viertes Elementarquantum zu dem elektrischen Elementarquantum und den Massen des negativen Elektrons und des Wasserstoffatoms hinzu. Ihre Größe ergibt sich aus den Ausmessungen des lichtelektrischen Effektes zu

$$(3) \quad h = 6,55 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec.}$$

Die Hypothese des elementaren Wirkungsquantums ist in die theoretische Physik von PLANCK im Jahre 1900 eingeführt worden. Durch diese Hypothese gelangte (wovon später noch ausführlich die Rede sein wird) PLANCK zu der Lösung eines schwierigen Grundproblems in der Theorie der Wärmestrahlung. PLANCK nahm dazu an, daß die Aussendung von Wellenstrahlung diskontinuierlich erfolge, derart, daß dabei Energieelemente von der Größe $h \nu$ eine Rolle spielen.

In Erweiterung der PLANCKSchen Idee schuf EINSTEIN im Jahre 1905 die Vorstellung der Lichtquanten, deren Energie eben durch das Produkt $h \nu$ bestimmt sein soll, wenn ν die Frequenz des Lichtes ist.² EINSTEIN stellte das Gesetz auf, daß alle wechselseitige Umwandlung zwischen Wellenstrahlung und Korpuskularstrahlung so vor sich gehe, daß dabei entweder ein einzelnes Lichtquantum zu der Loslösung eines einzelnen Elektrons aufgebraucht wird oder aber im umgekehrten Fall ein einzelnes Lichtquantum durch die Energie eines einzelnen Elektrons erzeugt wird.

¹ Einen großen Einfluß hat allerdings auch das Vorhandensein adsorbierter oder okkludierter Gase.

² Den Wert von h hatte bereits PLANCK aus seiner Theorie der Wärmestrahlung ermitteln können.

Der erste Fall liegt bei dem lichtelektrischen Effekt vor, bei dem Wellenstrahlung in korpuskulare Strahlung umgesetzt wird; und in der Tat zeigt sich bei dem lichtelektrischen Effekt das EINSTEINSche Gesetz genau erfüllt, wie spätere exakte Messungen von MILLIKAN zeigten. In der empirisch gewinnbaren Gl. 2 ist ja ein Lichtquantum des auslösenden Lichtes gleichgesetzt der Summe aus der größten kinetischen Energie eV , mit der ein ausgelöstes Elektron das bestrahlte Metall verläßt und aus der Arbeit eP , die das Elektron bei seinem Austritt aus dem Metall verrichten muß. Die ebenfalls ein Potential darstellende Konstante P mißt also, mit dem elektrischen Elementarquantum multipliziert, die Austrittsarbeit, und es wird dadurch verständlich, daß der Wert von P in der Größenordnung übereinstimmt mit der „Kontaktdifferenz“ zwischen zwei entfernteren Metallen in der bekannten VOLTA-schen Spannungsreihe. Der für die verschiedenen Metalle verschiedene Wert der als „Kontaktpotential“ bezeichneten Größe P beträgt einige wenige Volt. Am kleinsten ist die Konstante P für Kalium, bei dem ja auch bekanntlich der lichtelektrische Effekt am stärksten auftritt. Durch den Ausdruck eP/h ist nach Gl. 2 die Grenzfrequenz bestimmt, bei deren Unterschreitung die lichtelektrische Erregbarkeit des Metalls aufhört.³

Das dem lichtelektrischen Effekt entgegengesetzte Phänomen, die Umwandlung von korpuskularer Strahlung in Wellenstrahlung, soll erst später besprochen werden; auch dieses Phänomen bestätigt das EINSTEINSche Lichtquantengesetz. Aber auch eine Beziehung, die für die Umwandlung von primärer in sekundäre Wellenstrahlung gilt, findet durch die EINSTEINSche Hypothese eine einfache Deutung. Nach dem EINSTEINSchen Gesetz müßte je ein sekundäres Lichtquantum aus je einem primären entstehen. Ist dies aber der Fall, so kann nach dem Energieprinzip die sekundäre Frequenz nicht größer sein als die primäre. Sie muß kleiner sein, wenn bei der Umwandlung Energie noch anderweitig verbraucht wird. Die sekundäre Wellenstrahlung wird als Fluoreszenzlicht bezeichnet. In der Tat hat schon im Jahre 1852 STOKES die nach ihm benannte Regel aufgestellt, daß das Fluoreszenzlicht längerwellig ist als das erregende Licht.⁴

§ 92. Die Anwendung des Quantenprinzips auf periodische Bewegungen.

Neben den Schwingungsvorgängen stellen ein zweites bedeutungsvolles Anwendungsgebiet für das Prinzip des elementaren Wirkungsquantums oder, wie man es kurz nennt, für das Quantenprinzip die periodischen Bewegungen dar. Bewegungen sind ganz allgemein

³ Diese Grenze konnte für viele Substanzen bestimmt werden. Sie liegt z. B. bei Kupfer bei etwa 3000 Å.-E., bei Natrium bei etwa 6000 Å.-E. Bei Kalium ist die Grenzwellenlänge jedenfalls größer als 10000 Å.-E.

⁴ Wegen scheinbarer Ausnahmen vgl. § 123.

beschreibbar durch Koordinaten und Geschwindigkeiten oder aber auch, wie die allgemeinen Bewegungsgleichungen von LAGRANGE zeigen, durch Koordinaten und Impulse. Man erkennt nun ohne weiteres, daß bei der zweiten Art der Beschreibung leicht ein Zusammenhang mit dem elementaren Wirkungsquantum herstellbar ist. Nennen wir nämlich die ganz beliebigen Koordinaten q_i und die Impulse p_i , so ist ja nach der Definition des Impulses (s. § 22)

$$(1) \quad p_i = \frac{\partial E_{\text{kin}}}{\partial \left(\frac{dq_i}{dt} \right)},$$

wobei E_{kin} die kinetische Energie bedeutet. Bilden wir daher das Produkt aus Koordinate und Impuls, so muß dieses Produkt stets dieselbe Dimension haben wie das Produkt aus Energie und Zeit; es muß also die Dimension einer Wirkung haben.

Es liegt daher die Annahme nahe, daß bei solchen Bewegungen, bei denen sich die Koordinate q_i periodisch ändert, das über eine Periode erstreckte Integral

$$(2) \quad \int p_i dq_i = nh,$$

also gleich sei einem ganzzahligen Vielfachen des elementaren Wirkungsquantums.

Zu besonders einfachen Ergebnissen führt die eben angegebene, naheliegende Hypothese in dem Falle einer kreisförmigen Bewegung. Die einzige Lagenkoordinate (q) wird dann, wenn der Kreis als solcher gegeben ist, durch den Winkel dargestellt, den der von dem Kreismittepunkt zu dem kreisenden Teilchen gezogene Radiusvektor mit einer bestimmten, durch das Kreiszentrum gelegten Richtung (der sogenannten Nullrichtung) bildet. Dann ist, wenn der Halbmesser der Kreisbahn a und die lineare Geschwindigkeit v genannt werden, zu setzen

$$(3) \quad v = a \frac{dq}{dt}.$$

Die kinetische Energie ist

$$(4) \quad E_{\text{kin}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{ma^2}{2} \left(\frac{dq}{dt} \right)^2;$$

daher wird der Impuls nach Gl. 1 und 3

$$(5) \quad p = m a v.$$

Nach der Terminologie der Mechanik stellt also die Größe p nichts anderes dar als den sogenannten Drehimpuls der Bewegung (s. § 7). Da die Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit erfolgt, ist p bei einer kreisförmigen Bewegung eine Konstante. Somit wird, wenn wir den Drehimpuls mit U bezeichnen, das über eine Periode erstreckte Integral

$$(6) \quad \int p \, dq = p \int_0^{2\pi} dq = 2\pi U .$$

Da dieses Integral aber nach dem Quantenprinzip (Gl. 2) ein ganzzahliges Vielfaches des elementaren Wirkungsquantums sein soll, so sind durch das Quantenprinzip solche Kreisbahnen ausgezeichnet, für die der mit 2π multiplizierte Drehimpuls ein ganzzahliges Vielfaches des elementaren Wirkungsquantums darstellt, für die also die Beziehung besteht

$$(7) \quad 2\pi U = n h .$$

XII. Kapitel. Theorie des Wasserstoffatoms.

§ 93. Das Kernatom.

Die Erscheinungen der korpuskularen Strahlung offenbaren, wie gezeigt wurde, einerseits die Existenz von Teilchen, die bei einer negativen Ladung von einem elektrischen Elementarquantum immer dieselbe Masse von dem 1800sten Teil der Wasserstoffatommasse besitzen; andererseits aber die Existenz von Gebilden, die eine positive Ladung von einem oder von einigen wenigen Elementarquanten haben und zugleich eine Masse, die stets ein ganzzahliges Vielfaches der Wasserstoffatommasse ist.

Aus diesen negativen und positiven Gebilden müssen sich wohl jedenfalls die Atome zusammensetzen; und über die Art dieser Zusammensetzung gewähren nun wichtige Aufschlüsse die bereits besprochenen Beobachtungen über den Durchgang von Alphastrahlen durch Materie. Diese Beobachtungen zeigen ja, daß ein α -Teilchen in Luft Wege von einigen Zentimetern geradlinig zurücklegen kann. Nun sind aber in einem Kubikzentimeter Luft (wie aus der bekannten Dichte und dem bekannten Werte der LOSCHMIDTSchen Zahl folgt) ungefähr $5 \cdot 10^{19}$ Atome enthalten.¹ Andererseits war es schon lange aus der Gastheorie bekannt, daß der Durchmesser der Atome ungefähr von der Größenordnung 10^{-8} cm sein müsse, so daß also in einem Luftvolumen ungefähr der 100000ste Teil von den Atomen ausgefüllt ist und eine Linie von 1 cm Länge somit durch Tausende von Atomen hindurchgeht. Ein α -Teilchen vermag demnach viele Tausende von Atomen zu durchqueren, ohne eine merkliche Änderung seiner Richtung zu erfahren. Bisweilen aber ruft, wie die WILSONSchen Photographien zeigen, ein einziges Atom eine Ablenkung des α -Teilchens um sehr große Winkel hervor.

Diese merkwürdige Tatsache läßt sich auf Grund des COULOMBSchen Gesetzes nun leicht durch die Annahme erklären, daß die Ablenkung die Folge einer elektrischen Kraft ist, die auf das positiv elektrische α -Teilchen ein Atomkern ausübt, dessen Volumen nur einen sehr geringen Teil des gesamten Volumens des Atoms

¹ Halb so groß ist die Zahl der Molekeln.

bildet. Die elektrische Kraft könnte dabei von vornherein sowohl als anziehende wie auch als abstoßende gedacht, der Atomkern also sowohl negativ als auch positiv angenommen werden.

Nun folgt aber aus dem Prinzip der Gleichheit von Aktion und Reaktion, daß die tatsächlich beobachteten, außerordentlich großen Ablenkungen der α -Strahlen nur möglich sind, wenn die Masse des Kernes wesentlich größer ist als die Masse des abgelenkten α -Teilchens. In der Tat zeigen die Beobachtungen, daß die Größe der starken Ablenkungen mit dem Atomgewicht der ablenkenden Substanz zunimmt. Wir müssen daher annehmen, daß im wesentlichen die Masse des Atoms im Kern konzentriert ist.

Da nun die Masse der negativen Elektronen verschwindend klein ist gegenüber der Masse der positiv elektrischen Teilchen, so müssen wir somit wohl annehmen, daß die Kerne der Atome positiv elektrisch sind. Weil die Atome nach außen hin im allgemeinen elektrisch neutral sind, so muß diese positive Ladung durch negative Ladungen kompensiert sein; und da man in den Kathoden- und β -Strahlen negative Teilchen nur als negative Elektronen kennt, so muß offenbar die positive Kernladung durch negative Elektronen kompensiert sein, die den Kern umgeben. Woferne sich diese Elektronen genügend rasch um den Kern bewegen, wäre die elektrische Anziehung, die sonst zu ihrer Vereinigung mit dem Kerne führen müßte, durch die Zentrifugalkraft aufgehoben.

Diese Überlegungen führen zu einem Modell des Atoms, das zuerst von RUTHERFORD im Jahre 1911 in die theoretische Physik eingeführt worden ist; danach bestehen die Atome aus positiv elektrischen Kernen, um die negative Elektronen nach einem häufig gebrauchten Bilde ähnlich kreisen wie die Planeten um die Sonne.²

Das einfachste überhaupt denkbare Atommodell ist nun jedenfalls ein solches, bei dem sich ein einziges negatives Elektron um einen Atomkern bewegt, dessen Ladung ein positives Elementarquantum beträgt. Es liegt der Gedanke nahe, dieses Modell dem leichtesten aller Atome, dem Wasserstoffatom, zuzuschreiben, und

² RUTHERFORD gründete sein Atommodell, das er bereits ein Jahr vor WILSONS Versuchen schuf, auf eigene Beobachtungen über den Durchgang von α -Strahlen durch Metallfolien. — Lediglich eine historische Bedeutung kommt heute dem seinerzeit viel beachteten Atommodell von J. J. THOMSON zu. THOMSON dachte sich das Atom aus einer gleichmäßig dichten, kugelförmigen Volumladung von positiver Elektrizität bestehend, innerhalb deren die negativen Elektronen kreisförmige Bahnen um den Kugelmittelpunkt beschreiben. Die auf ein Elektron wirkende Kraft ist dann dem Abstand vom Zentrum direkt proportional (weil ja auf das Elektron immer nur ein Teil der Kugelladung wirkt). Die Annahme solcher Kräfte erwies sich wohl als sehr fruchtbar für die Deutung der Dispersion und der magneto-optischen Phänomene; doch mußte das THOMSONSche Atommodell aufgegeben werden, als die Beobachtungen über den Durchgang der α -Strahlen durch die Materie die Unhaltbarkeit dieses Atommodells erwiesen.

in der Tat zeigen sich alle Folgerungen, die aus dieser Annahme theoretisch gewonnen werden können, durch die Erfahrung vollauf bestätigt. Statt von positiven Elektronen können wir daher auch von Wasserstoffkernen sprechen.³

§ 94. Das BOHRsche Modell des Wasserstoffatoms.

Bei dem zuletzt besprochenen RUTHERFORDSchen Modell des Wasserstoffatoms mußte es zunächst unverständlich bleiben, wodurch denn eigentlich der Radius des Atoms, genauer gesagt also der Halbmesser der von dem negativen Elektron beschriebenen Bahn, bestimmt sein sollte.¹ Die Beantwortung dieser Frage gelang BOHR im Jahre 1913 durch die Verknüpfung der RUTHERFORDSchen Atomtheorie mit der Hypothese des elementaren Wirkungsquantums.

Nach der fundamentalen Annahme von BOHR soll (im Sinne des § 92) der mit 2π multiplizierte Drehimpuls des normalen Wasserstoffatoms dem elementaren Wirkungsquantum gleich sein; durch diese Beziehung soll der normale Halbmesser des Wasserstoffatoms bestimmt sein.

Neben dem Normalzustand sollen aber gemäß Gl. 7 des § 92 noch ganz bestimmte andere Zustände möglich sein, für die der mit 2π multiplizierte Drehimpuls einem ganzzahligen Vielfachen des elementaren Wirkungsquantums gleich ist. Diese abnormalen Zustände werden als höherquantig bezeichnet, und die betreffende ganze Zahl wird die Quantenzahl des Zustandes genannt. Man spricht daher von einem zweiquantigen, dreiquantigen, vierquantigen Zustand, und so fort; die Grundbahn des negativen Elektrons ist also im Wasserstoffatom einquantig.

Wir wollen nun für einen Zustand von beliebiger Quantenzahl für das BOHRsche Atommodell die Werte des Bahnhalmessers und der Energie berechnen. Doch wollen wir außer dem eigentlichen Wasserstoffatom mit Rücksicht auf spätere Anwendungen auch gleich den allgemeineren Fall betrachten, daß der Kern, um den ein einziges negatives Elektron kreise, eine positive Ladung von z elektrischen Elementarquanten aufweise; ein solches Atom wird als wasserstoffähnlich bezeichnet. Es kann, da z größer als Eins ist, natürlich nicht neutral sein, sondern muß als positives Ion wirken.

Auf das kreisende Elektron wirkt einerseits die elektrische Anziehung seitens des Kernes, andererseits die Fliehkraft. Nach dem dritten NEWTONSchen Bewegungsgesetz müssen beide Kräfte einander gleich sein. Die Anziehung ist nach dem COULOMBSchen

³ Für die positiven Elektronen hat RUTHERFORD die Bezeichnung „Protonen“ vorgeschlagen. Unter Elektronen schlechthin versteht man gewöhnlich negative Elektronen.

¹ Für das THOMSONSche Atommodell, das eine Kugel von gegebenem Radius benutzte, bestand diese Schwierigkeit natürlich nicht.

Gesetz gleich $z e^2/a^2$; die Fliehkraft ist, wenn die Masse des negativen Elektrons mit m bezeichnet wird, $m v^2/a$.

Aus der Gleichsetzung der beiden Ausdrücke folgt die Beziehung

$$(1) \quad m v^2 a = z e^2 .$$

Andererseits muß in einer quantentheoretisch ausgezeichneten Bahn (nach Gl. 5 und 7 des § 92) die Beziehung erfüllt sein

$$(2) \quad m a v = \frac{n h}{2 \pi} .$$

Ist die Quantenzahl n gegeben, so enthalten die Gl. 1 und 2 als Unbekannte nur den Bahnhalmeser a und die lineare Geschwindigkeit v , so daß aus den beiden Gleichungen diese beiden Größen ermittelt werden können. Die Werte, die diesen Größen in dem n -quantigen Zustande zukommen, mögen mit dem Index n bezeichnet werden. Den Wert von a_n findet man, indem man die Gl. 2 quadriert und durch die Gl. 1 dividiert; es ergibt sich so

$$(3) \quad a_n = \frac{n^2 h^2}{4 \pi^2 z e^2 m} .$$

Die Radien der quantentheoretisch ausgezeichneten Bahnen verhalten sich also wie die Quadrate der Quantenzahlen.

Die Geschwindigkeit in der n -quantigen Bahn finden wir, indem wir die Gl. 2 durch die Gl. 3 dividieren; es ist

$$(4) \quad v = \frac{2 \pi z e^2}{n h} .$$

Die linearen Geschwindigkeiten verhalten sich also umgekehrt wie die Quantenzahlen. Setzen wir in den Gl. 3 und 4 sowohl z als auch n gleich Eins, betrachten wir also das normale Wasserstoffatom, so finden wir bei dem Einsetzen der bekannten Werte von e , h und m für den Bahnhalmeser ungefähr $5 \cdot 10^{-9}$ cm und für die Geschwindigkeit ungefähr $2 \cdot 10^8$ cm/sec, also etwas weniger als den hundertsten Teil der Lichtgeschwindigkeit.

Schließlich wollen wir noch die Energie berechnen, die in der n -quantigen Bahn dem kreisenden Elektron zukommt. Diese Energie setzt sich zusammen aus der kinetischen und der potentiellen. Die kinetische Energie finden wir, indem wir das halbe Geschwindigkeitsquadrat mit der Masse m multiplizieren. Die potentielle Energie ist nach dem COULOMBSchen Gesetz

$$(5) \quad E_{\text{pot}} = - \frac{z e^2}{a} .$$

Das Vorzeichen muß dabei deshalb negativ gewählt werden, weil eine Vergrößerung der Entfernung a (wegen der Anziehung zwischen Kern und Elektron) eine Energiezufuhr erfordert, die Energie aber nur dann zugleich mit a zunimmt, wenn sie mit entgegengesetztem

Vorzeichen zu a umgekehrt proportional ist. Natürlich ist trotz des negativen Vorzeichens die Energie selbst nicht negativ, weil ja in der Gl. 5 noch eine positive Konstante hinzukommt, die für alle Zustände denselben Wert hat. Im übrigen stellt die potentielle Energie die Arbeit dar, die notwendig wäre, um das Elektron, falls es ruhen würde, von seiner Stelle bis in das Unendliche zu entfernen.

Vergleichen wir die Gl. 5 mit der Gl. 1, so finden wir

$$(6) \quad E_{\text{pot}} = -m v^2.$$

Die potentielle Energie ist also entgegengesetzt doppelt so groß wie die kinetische; daher ist die gesamte Energie als Summe aus der kinetischen und der potentiellen

$$(7) \quad E_n = -\frac{m v_n^2}{2}$$

oder nach Gl. 4

$$(8) \quad E_n = -\frac{2\pi^2 \pi^2 e^4 m}{n^2 h^2}.$$

Die Energiewerte, die den verschiedenquantigen Bahnen zukommen, verhalten sich also umgekehrt wie die Quadrate der Quantenzahlen.

§ 95. Die Spektralformel von BOHR.

In dem BOHRschen Atommodell erscheint jeder Übergang zwischen zwei verschiedenquantigen Bahnen mit einer Änderung der Atomenergie verbunden. Der größeren Quantenzahl entspricht dabei (wegen des negativen Vorzeichens in Gl. 8 des § 94) der größere Wert der Energie. Wird durch den Übergang die Quantenzahl erniedrigt, so wird daher Energie frei. Umgekehrt ist ein Übergang, der die Quantenzahl erhöht, nur bei Energiezufuhr möglich.

Nach einer fundamentalen Annahme von BOHR soll nun durch das Freiwerden von Energie bei einem derartigen Übergang stets ein einzelnes Lichtquantum erzeugt und umgekehrt bei dem entgegengesetzten Übergang die Energiezufuhr stets durch Aufnahme eines einzelnen Lichtquantums bewerkstelligt werden. Betrachten wir also zwei Bahnen, denen die Quantenzahlen n und s zukommen mögen, wobei $n > s$ sei, so wird bei dem Übergang von der n -quantigen in die s -quantige Bahn Strahlung von einer bestimmten Frequenz ν emittiert, bei dem umgekehrten Übergang aber Strahlung von derselben Frequenz ν absorbiert. Die Frequenz aber bestimmt sich nach der vorhin angegebenen sogenannten BOHRschen Frequenzbedingung dadurch, daß sie, mit dem elementaren Wirkungsquantum multipliziert, dem Energieunterschied gleich ist. Es ist also

$$(1) \quad h \nu = E_n - E_s.$$

Setzen wir für die Energie den Wert aus der Gl. 8 des § 94 ein, so nimmt die Frequenzbedingung die Gestalt der von BOHR im Jahre 1913 abgeleiteten Spektralformel an

$$(2) \quad \nu = \frac{2\pi^2 \hbar^2 e^4 m}{h^3} \left(\frac{1}{s^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Da sowohl s als auch n die Reihe der ganzen Zahlen durchlaufen kann, ergibt sich somit eine doppelte Mannigfaltigkeit von Frequenzwerten. Diese zweifache Mannigfaltigkeit wird als das Linienspektrum des Atoms definiert. Es kann als Emissionsspektrum oder als Absorptionsspektrum auftreten. Es setzt sich aus Serien zusammen, die ihrerseits einfache Mannigfaltigkeiten darstellen und die sich ergeben, wenn der einen Quantenzahl (s) ein fester Wert gegeben wird, während die andere Quantenzahl (n) die Reihe der ganzen Zahlen durchläuft.

Aus der BOHRschen Frequenzbedingung folgt ohne weiteres die Termdarstellung der Spektrallinien. Denn die Frequenz jeder Linie muß nach Gl. 1 als Differenz zweier Terme darstellbar sein, deren jeder einen der möglichen Energiewerte, noch dividiert durch das elementare Wirkungsquantum, repräsentiert. Sämtliche Linien des Spektrums können somit auf eine einfache Mannigfaltigkeit von Termen zurückgeführt werden. Jede Serie kann daher aufgefaßt werden als Differenz zwischen einem festen Term und einem sogenannten Laufterm, dessen Laufzahl die Reihe der ganzen Zahlen durchläuft. Durch den festen Term ist dann die Frequenz der Seriengrenze festgelegt, der sich die Linien der Serie mit wachsender Laufzahl immer mehr nähern.

Sind nun n , r und s drei beliebige ganze Zahlen, so muß natürlich die Identität gelten

$$(3) \quad (E_n - E_s) = (E_n - E_r) + (E_r - E_s).$$

Diese Identität können wir andererseits auch in der Form schreiben

$$(4) \quad (E_r - E_s) = (E_n - E_s) - (E_n - E_r).$$

Ersetzen wir in diesen Gleichungen die Energiedifferenzen durch die äquivalenten Frequenzwerte, so erkennen wir ohne weiteres, wie es möglich sein kann, durch additive oder subtraktive Kombination aus bereits bekannten Spektrallinien neue abzuleiten. Bezeichnen wir beispielsweise die Spektrallinie, die bei der Emission durch Übergang aus der fünfquantigen in die dreiquantige Bahn entsteht, mit $\nu_{3,5}$ usw., so kann man, wenn die Spektrallinien $\nu_{3,5}$ und $\nu_{2,3}$ gegeben sind, daraus auf die Existenz einer Linie schließen

$$\nu_{3,5} + \nu_{2,3} (= \nu_{2,5});$$

ebenso, wenn etwa die Linien $\nu_{2,3}$ und $\nu_{2,4}$ gegeben sind, auf die Existenz einer Linie

$$\nu_{2,4} - \nu_{2,3} (= \nu_{3,4}),$$

und so fort. Dieses sogenannte Kombinationsprinzip wurde bereits vor der Begründung der BOHRschen Theorie von RITZ im Jahre 1908 aufgestellt.

Was die Intensität der Spektrallinien betrifft, so hängt sie offenbar von der Häufigkeit des Überganges ab, durch den sie hervorgerufen wird.

§ 96. Die Linienspektren des Wasserstoffs und des Heliums.

Wenn in der BOHRschen Spektralformel die sogenannte Kernladungszahl z gleich Eins gesetzt wird, so müßte die so spezialisierte Formel das Linienspektrum des Wasserstoffs darstellen. In der Tat ergibt sich eine vollkommene Übereinstimmung zwischen dieser rein theoretisch gewonnenen Formel und den empirischen Ergebnissen der experimentellen Spektroskopie.

Unter den Linien des Wasserstoffs sind am längsten vier bekannt, die dem kleinen Bereich von Wellenlängen angehören, der von dem menschlichen Auge als Licht empfunden wird. Diese Linien, die bereits

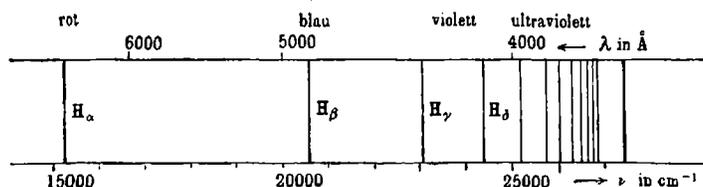


Fig. 61. Die optische Wasserstoffserie.

FRAUNHOFER (1814) als Absorptionslinien des Sonnenspektrums entdeckt und die KIRCHHOFF und BUNSEN bei der Begründung der Spektralanalyse (1860) als dem Wasserstoff eigentümlich erkannt haben, werden nach dem chemischen Symbol des Wasserstoffs mit H_α , H_β , H_γ und H_δ bezeichnet. Die erste und stärkste Linie liegt im Rot, die zweite im Blaugrün, die dritte und vierte im Violett (Fig. 61). Sie bilden die ersten Glieder einer Serie, die sich mit abnehmender Intensität im Ultravioletten fortsetzt und bei einer Wellenlänge von etwa 3600 Å -E. ihre Grenze findet. (Eine ÅNGSTRÖM-Einheit ist, wie schon in § 86 erwähnt wurde, gleich 10^{-8} cm.)

Schon im Jahre 1885 hat nun BALMER die höchst bedeutungsvolle Entdeckung gemacht, daß zwischen den Wellenlängen der einzelnen Linien dieser Serie sehr einfache zahlenmäßige Beziehungen bestehen. Die Frequenzen der einzelnen Linien sind nämlich durch die sogenannte BALMERSche Formel darstellbar

$$(1) \quad \nu = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right),$$

wobei für n der Reihe nach die ganzen Zahlen von drei an zu setzen sind;

R aber bedeutet eine konstante Schwingungszahl, die sich aus den beobachteten Frequenzen der Linien zu

$$(2) \quad R = 3,291 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$$

ergibt. Da die Wellenlänge mit der Frequenz durch die einfache Beziehung zusammenhängt

$$(3) \quad \nu = \frac{c}{\lambda},$$

so kann die Gl. 1 auch in der Form geschrieben werden¹

$$(4) \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{R}{c} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Die BALMERSche Formel ist ungemein genau erfüllt, und andererseits sind auch spektroskopische Messungen mit einer außerordentlichen Genauigkeit durchführbar, die bis zu etwa einem Millionstel des gemessenen Wertes reicht. So konnte aus den spektroskopischen Messungen auch die Konstante R sehr genau ermittelt werden, und derart fand man aus dem Wasserstoffspektrum, was durch Hinzufügung des Index H ausgedrückt werde²,

$$(5) \quad \frac{R_H}{c} = 109\,677,69 \text{ cm}^{-1} (\pm 0,06).$$

Von der durch die BALMERSche Formel dargestellten sogenannten optischen Serie des Wasserstoffs wurden im Emissionsspektrum die ersten zwanzig Linien³ in GEISSLERSchen Röhren nachgewiesen, weitere dreizehn in den Spektren von Nebelsternen, in denen die Materie offenbar noch viel dünner ist als in den höchst evakuierten GEISSLERSchen Röhren. In dem Absorptionsspektrum wurden hingegen auch bei Laboratoriumsversuchen bis zu fünfzig Linien festgestellt.

Auf Grund des von ihm aufgestellten Kombinationsprinzips vermutete nun bereits RITZ, daß es neben der bisher besprochenen optischen Serie des Wasserstoffs jedenfalls noch eine weitere im Ultraroten geben müsse, deren Frequenzen durch die Formel darstellbar wären

$$(6) \quad \nu = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 4,5 \dots).$$

In der Tat sind die ersten zwei Linien dieser von RITZ vorausgesagten Serie von PASCHEN im Jahre 1909 entdeckt worden.

Aus der BOHRschen Theorie folgt, daß die optische Serie bei der Emission durch Übergang in den zweiquantigen, die ultrarote Serie durch

¹ BALMER selbst gab seiner Formel die Gestalt

$$\lambda = C \frac{n^2}{n^2 - 4},$$

wobei C eine Konstante bedeutet, die sich gleich $4c/R$ erweist.

² Der in Gl. 5 angegebene Wert gründet sich auf Messungen von PASCHEN.

³ also bis $n = 22$.