

Stefan Bagusche  
Einführung in die nicht-sprachliche Logik

# LOGOS

Studien zur Logik, Sprachphilosophie und Metaphysik

Herausgegeben von / Edited by

Volker Halbach • Alexander Hieke  
Hannes Leitgeb • Holger Sturm

Band 10 / Volume 10

Stefan Bagusche

Einführung  
in die  
nicht-sprachliche Logik



**ontos**  

---

**verlag**

Frankfurt | Paris | Ebikon | Lancaster | New Brunswick

**Bibliographic information published by Die Deutsche Bibliothek**  
Die Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliographie;  
detailed bibliographic data is available in the Internet at <http://dnb.ddb.de>



North and South America by  
Transaction Books  
Rutgers University  
Piscataway, NJ 08854-8042  
[trans@transactionpub.com](mailto:trans@transactionpub.com)



United Kingdom, Ireland, Iceland, Turkey, Malta, Portugal by  
Gazelle Books Services Limited  
White Cross Mills  
Hightown  
LANCASTER, LA1 4XS  
[sales@gazellebooks.co.uk](mailto:sales@gazellebooks.co.uk)



Livraison pour la France et la Belgique:  
Librairie Philosophique J. Vrin  
6, place de la Sorbonne ; F-75005 PARIS  
Tel. +33 (0)1 43 54 03 47 ; Fax +33 (0)1 43 54 48 18  
[www.vrin.fr](http://www.vrin.fr)

**D 61**

©2007 ontos verlag  
P.O. Box 15 41, D-63133 Heusenstamm  
[www.ontosverlag.com](http://www.ontosverlag.com)

ISBN 13: 978-3-938793-48-0

No part of this book may be reproduced, stored in retrieval systems or transmitted  
in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, microfilming, recording or  
otherwise without written permission from the Publisher, with the exception of any material supplied  
specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of  
the purchaser of the work

Printed on acid-free paper  
ISO-Norm 970-6  
FSC-certified (Forest Stewardship Council)  
This hardcover binding meets the International Library standard

Printed in Germany  
by buch bücher **dd ag**

# Inhaltverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>7</b>
1.1 Überzeugungen, Sachverhalte und Repräsentation – ein Modell I	8
1.2 Repräsentation und logische Folgerung – ein Modell II	13
1.3 Logische Systeme und die Sprachzentriertheit der Logik	19
1.4 Nicht-sprachliche Folgerung – 2 Fallbeispiele	22
1.5 Das Projekt der Charakterisierung nicht-sprachlicher Folgerung	26
1.6 Fragestellungen, Vorgehensweise und Aufbau der Arbeit	28
<b>Teil I</b>	
<b>2. Repräsentationen und Repräsentationssysteme</b>	<b>33</b>
2.1 Verwendungsweisen des Ausdrucks "Repräsentation"	34
2.2 Musterbeispiele und Adäquatheitsbedingungen	37
2.3 Repräsentationssysteme – ein Modell	40
2.4 Eigenschaften von Repräsentationssystemen	57
2.5 Zusammenfassung	66
<b>3. Logische Folgerung</b>	<b>67</b>
3.1 Verwendungsweisen des Ausdrucks "Logische Folgerung"	68
3.2 Musterbeispiele und Adäquatheitsbedingungen	77
3.3 Mögliche-Welten-Folgerung	81
3.4 A priori-Folgerung	87
3.5 Analytische Folgerung	90
3.6 Formale Folgerung	94
3.7 Logische Folgerung: Monismus vs. Pluralismus	109
3.8 Zusammenfassung	115
<b>4. Beweise und Ableitungen</b>	<b>117</b>
4.1 Verwendungsweisen des Ausdrucks "Beweis"	118
4.2 Musterbeispiele und Adäquatheitsbedingungen	119
4.3 Ableitungen	122

4.4	Eigenschaften von Ableitungen	127
4.5	Zusammenfassung	128
<b>5.</b>	<b>Sprachliche und nicht-sprachliche Repräsentationssysteme</b>	<b>131</b>
5.1	Verwendungsweisen der Ausdrücke "sprachlich" und "nicht-sprachlich"	132
5.2	Musterbeispiele und Adäquatheitsbedingungen	135
5.3	Verwendung geometrischer Figuren	139
5.4	Verwendung nicht-linearer Zeichen	145
5.5	Syntaktische Dichte	149
5.6	Ähnlichkeit	152
5.7	(Nicht-)Sprachlichkeit: Monismus vs. Pluralismus	162
5.8	Zusammenfassung	163

## Teil II

<b>6.</b>	<b>Sind nicht-sprachliche Logiksysteme möglich?</b>	<b>165</b>
6.1	Sprachliche Zeichensysteme: Wahrheit, Folgerung und Beweise	166
6.2	Nicht-sprachliche Zeichensysteme, Wahrheit und Folgerung	168
6.3	Nicht-sprachliche Zeichensysteme und Beweise	190
6.4	Zusammenfassung	190
<b>7.</b>	<b>Gibt es sichere nicht-sprachliche Logiksysteme?</b>	<b>193</b>
7.1	Sprachliche Logiksysteme und nicht-triviales Schließen	194
7.2	Das System VENN (nach Shin)	204
7.3	Das System CARROLL	224
7.4	Das System STRICH	252
7.5	Nicht-sprachliche Logiksysteme und nicht-triviales Schließen	261
7.6	Zusammenfassung	270
<b>8.</b>	<b>Sind nicht-sprachliche Logiksysteme sprachlichen ebenbürtig?</b>	<b>271</b>
8.1	Verwendungszwecke sprachliche Logiksysteme	272
8.2	Nicht-sprachliche Systeme und Ausdrucksstärke	287
8.3	Nicht-sprachliche Systeme und Ableitungsstärke	294
8.4	Nicht-sprachliche Systeme und Handhabbarkeit der Zeichen	297

8.5 Nicht-sprachliche Systeme und Handhabbarkeit der Regeln	299
8.6 Nicht-sprachliche Systeme und Ableitungseffizienz	305
8.7 Nicht-sprachliche Systeme und Entlastung von P	327
8.8 Zusammenfassung	335
<b>9. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>337</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>345</b>



# Danksagung

Dieses Buch wäre ohne die Unterstützung und Hilfe einiger Menschen niemals möglich gewesen. Besonders danke ich

- für Beistand, Gespräche und verheerende Kritik: Reinhard Bauer, Volker Beeh, Manuel Bremer, Marc Breuer, Joachim Bromand, Daniel Cohnitz, Nicola Erny, Oliver Hallich, Annette Janatsch, Raina Kirchhoff, Siglinde Kowalski, Anne Krieg, Sascha Lübke, Lothar Ridder, Marcus Rossberg, Petra Schiebel und Myung Hee Theuer
- für Betreuung und wichtige Hinweise: meinen beiden Doktorvätern Axel Bühler und Oliver Scholz
- für finanzielle Rückendeckung: dem Rektorat der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
- für tapferes Korrekturlesen: Nicola Erny, Oliver Hallich und Myung Hee Theuer
- für Rat und Tat beim Druck: Rafael Hüntelmann
- für Ihre Geduld und Alles: meiner Schwester Petra und meinen Eltern Renate und Siegfried Bagusche.



# 1. Einleitung

Im Mittelpunkt dieser Arbeit stehen Fragen, die den logischen Status nicht-sprachlicher Repräsentationen (Diagramme, Bilder, Landkarten etc.) betreffen: Kann eine nicht-sprachliche Repräsentation aus einer Menge nicht-sprachlicher Repräsentationen folgen? Lassen sich Beweise führen, deren Prämissen, Zwischenschritte oder Konklusionen nicht-sprachliche Zeichen sind? Können nicht-sprachliche Logiksysteme entwickelt werden, die den Sicherheitsanforderungen genügen, welche üblicherweise an sprachliche Systeme gestellt werden? Und wenn ja: Sind sie ebenso gut geeignet, logische Probleme zu lösen, wie ihre sprachlichen Gegenstücke?

Das Thema dieser Arbeit fällt somit in die Bereiche der Zeichentheorie und Logik: Aus zeichentheoretischer Perspektive soll geklärt werden, welche logischen Eigenschaften einer bestimmten Art von Zeichen zukommen können. Aus Sicht der Logik geht es um die Frage, ob und inwieweit sich die zentralen Begriffe der Logik auf nicht-sprachliche Repräsentationen anwenden lassen.

Die Arbeit ist als Teil eines Projekts zu verstehen, in dem nachgewiesen werden soll, (i) dass sich nicht-sprachliche Repräsentationen beim logischen Folgern mit derselben Strenge und Präzision verwenden lassen wie sprachliche Repräsentationen und (ii) der Einsatz solcher nicht-sprachlicher Zeichen keineswegs eine logische Spielerei sein muss, sondern die Verwendung sprachlicher Repräsentationen sinnvoll ergänzen kann.

Motiviert ist dieses Projekt durch die folgenden Beobachtungen: (1) Wir können Sachverhalte und Überzeugungsinhalte nicht nur mit sprachlichen, sondern auch mit nicht-sprachlichen Zeichen repräsentieren. (2) Solche nicht-sprachlichen Zeichen werden in alltäglichen Zusammenhängen oft herangezogen, um logisch zu schließen. (3) Die Untersuchung nicht-sprachlicher Folgerungen wurde innerhalb der Logik größtenteils vernachlässigt.

Den logischen Status nicht-sprachlicher Repräsentationen zu untersuchen, könnte daher helfen, einen wichtigen Aspekt der alltäglichen

Schlussfolgerungspraxis einzufangen und den Mitteln der modernen Logik zugänglich zu machen.<sup>1</sup>

Ziel des Einleitungskapitels ist es nun, die Hintergründe und die Motivation der Arbeit näher auszuführen.

In *Abschnitt 1.1* soll an Hand eines einfachen Modells erläutert werden, was Repräsentationen sind, wie sie mit Überzeugungsinhalten und Sachverhalten zusammenhängen und welche Rolle sie für unser Handeln spielen können.

In *Abschnitt 1.2* wird dieses Modell um den Aspekt der logischen Folgerung erweitert. Insbesondere wird beschrieben, welche Rolle die logische Folgerungsbeziehung für die Begründung und Erweiterung unserer Überzeugungsinhalte spielen kann.

In *Abschnitt 1.3* soll kurz umrissen werden, wie die Folgerungsbeziehung innerhalb der modernen Logik analysiert und – im Regelfall – auf eine Relation unter sprachlichen Repräsentationen festgelegt wird.

In *Abschnitt 1.4* wird an Hand zweier Fallbeispiele illustriert, dass eine solche Beschränkung auf sprachliche Zeichen nicht der Art und Weise gerecht wird, wie wir im Alltag schließen – zumindest nicht vollauf: Nicht-sprachliche Repräsentationen werden hier durchaus verwendet, um zu schließen und zu beweisen.

In *Abschnitt 1.5* soll das Projekt der Charakterisierung nicht-sprachlicher Folgerung genauer beschrieben werden: Was sind die Ziele des Projekts, was die Methoden? Welchen Schwierigkeiten muss begegnet werden?

In *Abschnitt 1.6* werden schließlich die Fragestellungen, die Vorgehensweise, der Aufbau und die Zielsetzung der Arbeit vorgestellt.

## **1.1 Überzeugungen, Sachverhalte und Repräsentation – ein Modell I.**

Um handeln und Probleme lösen zu können, greifen wir bewusst oder unbewusst auf Überzeugungen zurück.<sup>2</sup> Hierbei kann es sich um Überzeugungen handeln, *wie* etwas zu tun ist (z.B. wie ein bestimmter Sicherheitsdrehverschluss zu öffnen ist oder Fahrräder zu fahren sind), oder um Überzeugungen, *dass* sich etwas so und so verhält (z.B. dass der Dosenöffner in

---

<sup>1</sup> Vgl. Shin (1994), S. 9f.; Hammer (1995), S. 115 f.

<sup>2</sup> Vgl. Baumann (2002), S. 138f.

der obersten Schublade liegt, oder die Kombination des Wandsafes "21-18-7-19" lautet).<sup>3</sup>

Überzeugungen der zweiten Art werden "propositionale Überzeugungen" genannt. Kennzeichnend für sie sind u.a. die folgenden drei Merkmale:<sup>4</sup>

1.) Propositionale Überzeugungen sind intentionale Zustände. Das heißt: Sie sind Zustände, die auf etwas gerichtet sind. Während sich andere Arten intentionaler Zustände auf Gegenstände oder Personen beziehen (wie z.B. Liebe oder Hass), sind Überzeugungen dabei stets auf Sachverhalte gerichtet: Der Inhalt einer Überzeugung – dass sich etwas so und so verhält – steht immer für einen Sachverhalt. So repräsentiert der Inhalt der Überzeugung, dass sich Herr Kürten im Schrank versteckt, den Sachverhalt, dass sich Herr Kürten im Schrank versteckt.

2.) Der Inhalt einer Überzeugung kann wahr oder falsch sein: Er ist wahr, wenn der Sachverhalt, für den er steht, der Fall ist. Er ist falsch, wenn der Sachverhalt nicht besteht. So ist der Inhalt der Überzeugung, dass sich die Erde um den Mond dreht, genau dann wahr, wenn sich die Erde tatsächlich um den Mond dreht.

3.) Propositionale Überzeugungen sind subjektive und mentale Phänomene. Das heißt: Sie sind stets an das Bewusstsein einer bestimmten Person gebunden und nur für diese Person unmittelbar zugänglich. Die Überzeugung, dass sich Herr Kürten im Schrank versteckt, ist beispielsweise immer die Überzeugung einer oder mehrerer Personen. Und dass sie diese Überzeugung besitzen, ist für andere Personen nicht unmittelbar, sondern nur über das jeweilige Verhalten der Überzeugungsträger erschließbar.

Eine Person kann auf verschiedene Weisen zu ihren Überzeugungen gelangen.<sup>5</sup> Eine Möglichkeit besteht darin, dass sie sich ihrer eigenen Wahrnehmungs- oder Schlussfolgerungsfähigkeit bedient: Sie kann die Überzeugung gewinnen, dass es regnet, indem sie aus dem Fenster schaut und sieht, dass es regnet (*Sinneswahrnehmung*). Sie kann zu der Überzeugung kommen, dass sie Zahnschmerzen hat, indem sie 'in sich hineinschaut' und feststellt, dass ihre Zähne schmerzen (*Introspektion*). Und sie kann zu der

---

<sup>3</sup> Entsprechend der klassischen Unterscheidung zwischen "Know how" und "Know that". Vgl. etwa Musgrave (1993), S. 6; Baumann (2002), S. 30f.

<sup>4</sup> Vgl. hierzu Baumann (2002), Kap. III; Henrichs (1995), Kap. 1.1

<sup>5</sup> Vgl. Baumann (2002), Kap. II

Überzeugung gelangen, dass es vermutlich regnen wird, indem sie aus ihren bereits vorhandenen Überzeugungen 'Gerade ballen sich dunkle Wolken am Himmel zusammen' und 'Dunkle Wolken bringen meist Regen mit sich' schließt: Es wird mit hoher Wahrscheinlichkeit regnen (*Schlussfolgerung*).

Es gibt jedoch auch die Möglichkeit, dass sich die Person mit anderen Personen austauscht und deren Überzeugungsinhalte übernimmt. Auf diese Weise kann sie Überzeugungen über Ereignisse gewinnen, die weit in der Vergangenheit oder fern ihres Lebensbereiches liegen.

Damit es Personen möglich ist, Überzeugungsinhalte auszutauschen, müssen die subjektiven Überzeugungen allerdings kommunizierbar gemacht werden.<sup>6</sup> Dies geschieht, indem die überzeugungstragende Person den Inhalt ihrer Überzeugungen mit Hilfe eines *Zeichensystems* formuliert und an einen materiellen *Zeichenträger* bindet.<sup>7</sup> Auf diese Weise sind die Inhalte ihrer Überzeugungen all denjenigen zugänglich, die den Zeichenträger als solchen wahrnehmen können und das verwendete Zeichensystem beherrschen.<sup>8</sup>

Sollen Überzeugungsinhalte ausgetauscht werden, lassen sich verschiedene Arten von Entitäten als Zeichenträger heranziehen: Schallwellen, Papier, Leinwände, Folien, elektro-magnetische Schwingungen usw. Ein- und derselbe Überzeugungsinhalt kann dabei an verschiedene Träger gebunden werden.<sup>9</sup> So lässt sich der Inhalt der Überzeugung, dass alle Katzen launisch sind, sowohl mit Hilfe von Papier (→ Schreiben, s. Abb. 1) als auch mit Hilfe von Schallwellen (→ Sprechen, s. Abb. 2) repräsentieren:

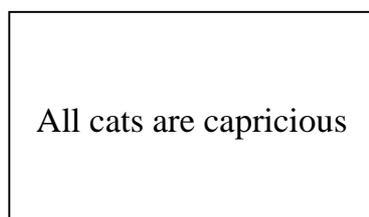


Abb. 1

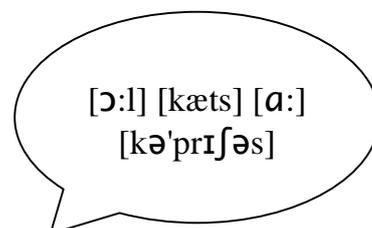


Abb. 2

<sup>6</sup> Vgl. Henrichs (1996), Kap. 1.1

<sup>7</sup> Vgl. Klaus (1973), S. 17

<sup>8</sup> Vgl. Keller (1995), S. 12f., sowie Hudson (2000), S.2; Sebeok (2001), S. 3

<sup>9</sup> Vgl. Henrichs (1996), Kap. 1.1

Auch bei der Wahl des Zeichensystems steht uns eine große Zahl an Alternativen zur Verfügung: Wir können auf *rein sprachliche* Zeichensysteme zurückgreifen (z.B. auf eine natürliche Sprache wie das Deutsche oder eine künstliche Sprache wie die Sprache der Prädikatenlogik 1. Stufe). Wir können *rein nicht-sprachliche* Systeme verwenden (z.B. Diagramm- oder Bildsysteme). Oder wir können *heterogene* Systeme heranziehen, d.h. Systeme, in denen rein sprachliche und rein nicht-sprachliche Elemente verknüpft werden (wie z.B. in Landkartensystemen).<sup>10</sup>

Ein- und derselbe Überzeugungsinhalt kann dabei auf ein- und demselben Träger mit Hilfe verschiedener Zeichensysteme repräsentiert werden.<sup>11</sup> So lässt sich der Inhalt der Überzeugung, dass alle Katzen launisch sind, u.a. wie folgt auf Papier ausdrücken:

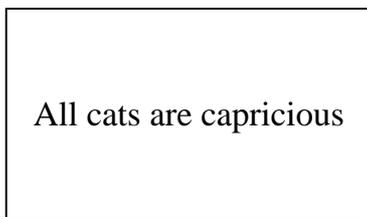


Abb. 3: Englischer Satz

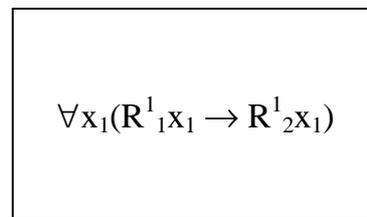


Abb. 4: PL1-Satz

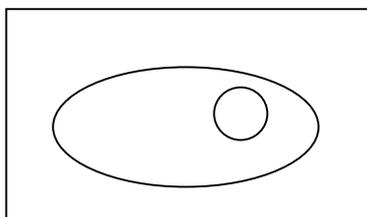


Abb. 5: Euler-Diagramm

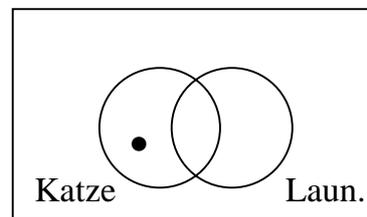


Abb. 6: Venn-Diagramm

(In jeder Repräsentation der Abb. 3-6 wird der Überzeugungsinhalt repräsentiert, dass alle Katzen launisch sind:

Die Repräsentation in *Abb. 3* ist ein Satz einer natürlichen Sprache und besagt unter der üblichen Interpretation des Schriftenglischen, dass alle Katzen launisch sind.

Die Repräsentation in *Abb. 4* ist ein Satz einer künstlichen Sprache, in der " $R^1_1$ " mit "(ist) eine Katze" und " $R^1_2$ " mit "(ist) launisch" interpretiert

<sup>10</sup> Vgl. Hammer (1995), S. 13f.

<sup>11</sup> Vgl. Rosenberg (1974), S. 7

ist. Gemäß den üblichen Vereinbarungen für prädikatenlogische Sprachen besagt er somit, dass für jedes Individuum  $x$  des Gegenstandsbereiches gilt: Wenn  $x$  eine Katze ist, dann ist  $x$  launisch.

Die Repräsentation in *Abb. 5* ist ein rein nicht-sprachliches Diagramm. Die Ellipse steht für die Menge der launischen Wesen, der Kreis für die Menge der Katzen. Der Umstand, dass der Kreis innerhalb der Ellipse liegt, repräsentiert den Sachverhalt, dass die Menge der Katzen eine Teilmenge der Menge der launischen Wesen ist.

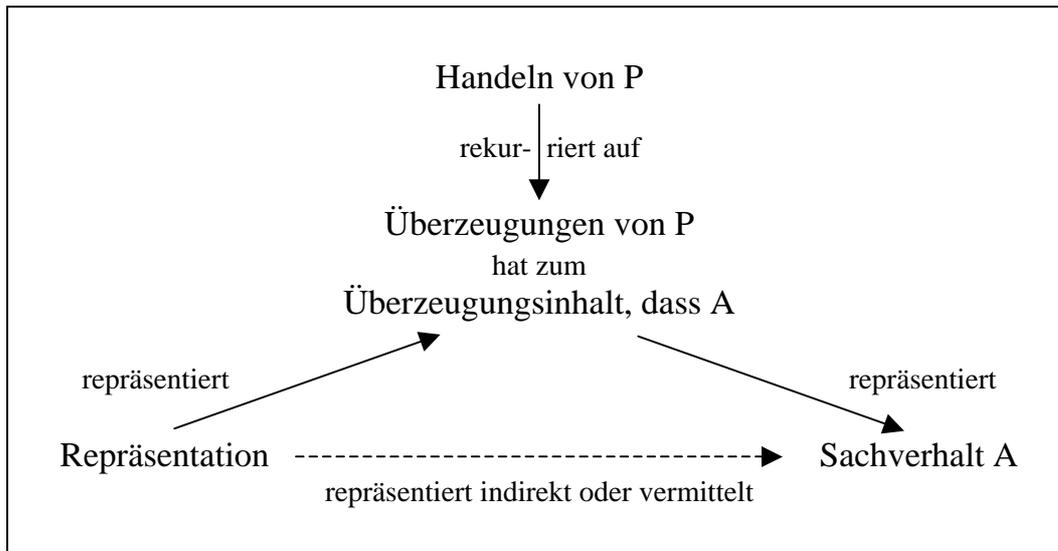
Die Repräsentation in *Abb. 6* ist ein heterogenes Diagramm. Der mit dem sprachlichen Zeichen "Katze" etikettierte Kreis steht für die Menge der Katzen, der mit dem Zeichen "Laun." etikettierte Kreis für die Menge der launischen Wesen. Die Schnittfläche der beiden Kreise steht für die Menge der launischen Katzen, die Fläche von "Katze" ohne "Laun." für die Menge der Katzen, die nicht launisch sind, und die Fläche von "Laun." ohne "Katze" für die Menge der launischen Wesen, die keine Katzen sind. Der Punkt "•" zeigt schließlich an: Die Menge, die durch die kleinste mit dem "•" versehene Fläche repräsentiert wird, ist leer. Dass die Fläche von "Katze" ohne "Laun." mit einem "•" versehen ist, bedeutet somit, dass die Menge der nicht-launischen Katzen leer ist.)

Die Entitäten, die entstehen, wenn ein formulierter Überzeugungsinhalt an einen Träger gebunden wird, werden "Zeichen" oder "Repräsentationen" genannt. In Bezug auf sie lassen sich zwei Punkte festhalten:

1.) Auf Grund ihrer Funktion, Überzeugungsinhalte zu repräsentieren, die wiederum selber Sachverhalte repräsentieren, können sie als indirekte Repräsentationen dieser Sachverhalte betrachtet werden. Die Repräsentation einer Repräsentation von  $x$  ist demnach selber eine Repräsentation von  $x$ . (Dieser Standpunkt wurde in der mittelalterlichen Philosophie mit dem Satz "Signum signi est signum signatio" ausgedrückt<sup>12</sup>). Der Zusammenhang zwischen Handeln, Überzeugungen, Sachverhalten und Repräsentation kann daher auch wie folgt dargestellt werden:

---

<sup>12</sup> S. Meier-Oeser (1998), S. 1002



2.) Sie können wahr oder falsch sein: Eine Repräsentation ist wahr, wenn der Überzeugungsinhalt, für den sie steht, wahr ist.<sup>13</sup> Das heißt: Sie ist wahr, wenn der Sachverhalt, der indirekt durch sie repräsentiert wird, der Fall ist. Die Repräsentation ist falsch, wenn der Überzeugungsinhalt, für den sie steht, falsch ist. Der Satz "Alle Katzen sind launisch" und das Venn-Diagramm von Abb. 6 sind demnach genau dann wahr, wenn tatsächlich alle Katzen launisch sind.

**1.2 Repräsentation und logische Folgerung – ein Modell II.** Wir sind sehr oft daran interessiert, dass die Überzeugungsinhalte und Repräsentationen, mit denen wir umgehen, wahr und nicht falsch sind: Zum einen scheint Handeln, das sich an wahren Überzeugungsinhalten orientiert, auf lange Sicht erfolgreicher zu sein als Handeln, das sich an falschen Überzeugungsinhalten ausrichtet.<sup>14</sup> Zum anderen besitzt Wahrheit für viele einen Wert an sich. Auch wenn z.B. unsere Überzeugungen über den Ursprung des Universums keine Relevanz für das alltägliche Handeln besitzen, ist es vielen Menschen wichtig, dass die Überzeugungen, die sie hier-

<sup>13</sup> Entsprechend der Korrespondenztheorie der Wahrheit. Vertiefende Darstellungen finden sich etwa in Kirkham (1997), Kap. 4; Kühne (2003), Kap. 3; Kutschera (1981), S. 42-52

<sup>14</sup> Vgl. Baumann (2002), S. 111f.

über haben, wahr sind.<sup>15</sup> Es stellen sich daher zwei eng miteinander zusammenhängende Fragen:

- (1) Können wir feststellen oder zumindest annähernd sichergehen, ob unsere Überzeugungsinhalte wahr sind, und, wenn ja, wie?
- (2) Gibt es Methoden, mit deren Hilfe wir auf zuverlässige Weise zu wahren Überzeugungsinhalten gelangen, und, wenn ja, worin bestehen diese Methoden?

Weil der Wahrheitswert eines Überzeugungsinhalts mit dem Wahrheitswert der Repräsentation des Überzeugungsinhalts identisch ist, können 1 und 2 auch in Gestalt der beiden folgenden Fragen behandelt werden:

- (1\*) Können wir feststellen oder zumindest annähernd sichergehen, ob eine *Repräsentation* wahr ist, und, wenn ja, wie?
- (2\*) Gibt es Methoden, mit deren Hilfe wir auf zuverlässige Weise zu wahren *Repräsentationen* gelangen, und, wenn ja, worin bestehen diese Methoden?

1\* und 2\* scheinen sich für manche Fälle recht einfach beantworten zu lassen: Angenommen, jemand möchte feststellen, ob der Satz "Herr Kürten versteckt sich im Schrank" wahr ist. Die einfachste Art und Weise dies zu tun, besteht darin, den Schrank zu öffnen und nachzuschauen, d.h. die Wahrheit der Repräsentation unmittelbar durch Beobachtung zu überprüfen.<sup>16</sup>

Diese Möglichkeit, den Wahrheitswert einer Repräsentation festzustellen, ist jedoch beschränkt: Zum einen können wir die notwendigen Beobachtungen in vielen Fällen aus praktischen Gründen nicht durchführen – etwa, wenn es um die Frage geht, ob auf dem nächsten Planeten im nächsten Sternensystem ein verrostetes Fahrrad liegt oder nicht. Zum anderen lässt sich der Wahrheitswert vieler Repräsentationen prinzipiell nicht durch Beobachtung überprüfen. So ist es prinzipiell nicht möglich, durch Beob-

---

<sup>15</sup> Vgl. Aristoteles (1994), S. 37; Musgrave (1993), S. 25

<sup>16</sup> Vgl. Musgrave (1993), S. 115

achtung festzustellen, ob die Sätze "Übermorgen geht die Sonne auf" oder " $2 + 2 = 4$ " wahr sind oder nicht.<sup>17</sup>

Wie soll in diesen Fällen vorgegangen werden? Eine weitere Möglichkeit, (i) festzustellen, ob ein Zeichen wahr ist, oder (ii) auf zuverlässige Weise zu wahren Repräsentationen zu gelangen, ergibt sich aus der logischen Folgerungsrelation:<sup>18</sup>

Eine Repräsentation R folgt logisch aus einer Menge  $M = \{R_1, \dots, R_n\}$  von Repräsentationen, wenn die Wahrheit aller Elemente von M die Wahrheit von R erzwingt oder in einem hohen Maß wahrscheinlich macht.

So folgt der Satz "Ayla ist launisch" aus der Satzmenge {"Alle Katzen sind launisch", "Ayla ist eine Katze"}, weil es nicht möglich ist, dass die Sätze "Alle Katzen sind launisch" und "Ayla ist eine Katze" wahr sind, während der Satz "Ayla ist launisch" falsch ist. (*Wahrheit wird erzwungen, auch: Deduktive Folgerung*)

"Alle Katzen sind launisch"		wahr
"Ayla ist eine Katze"		wahr
	mit Notwendigkeit	↓
"Ayla ist launisch"		wahr

Zudem folgt der Satz "Ayla ist launisch" aus der Satzmenge {"Die allermeisten Katzen sind launisch", "Ayla ist eine Katze"}, weil es sehr unwahrscheinlich oder unplausibel ist, dass die Sätze "Die allermeisten Katzen sind launisch" und "Ayla ist eine Katze" wahr sind, während der Satz "Ayla ist launisch" falsch ist. (*Wahrheit wird wahrscheinlich gemacht, auch: Induktive Folgerung*)

"Die allermeisten Katzen sind launisch"		wahr
"Ayla ist eine Katze"		wahr
	mit hoher Wahrscheinlichkeit	↓
"Ayla ist launisch"		wahr

<sup>17</sup> Vgl. hierzu die Diskussion um die Formulierung des Verifikationsprinzips, z.B. Miller (1989), S. 83f.

<sup>18</sup> Vgl. etwa Blanchette (2001), S. 115; Shapiro (2002), S. 232

Wenn festgestellt werden soll, dass eine Repräsentation  $R$  wahr ist, kann die logische Folgerungsrelation auf zwei Arten genutzt werden:

1.) Es wird eine Menge  $M = \{R_1, \dots, R_n\}$  von Repräsentationen angeführt, für die gilt: (i) Wir sind überzeugt, dass  $R_1, \dots, R_n$  wahr oder sehr wahrscheinlich wahr sind, und (ii)  $R$  folgt logisch aus  $M$ . Da  $R$  gemäß ii wahr oder sehr wahrscheinlich wahr ist, wenn alle Elemente von  $M$  es sind, ist die Wahrheit von  $R$  auf Grund von i hinreichend gestützt – vorausgesetzt, wir irren uns nicht in Bezug auf die Wahrheitswerte von  $R_1, \dots, R_n$ .

Eine solche Vorgehensweise wird auch als *Begründung von oben* bezeichnet.<sup>19</sup> Sie liegt z.B. vor, wenn eine Person versucht, den folgenden Satz  $S_3$  als wahr zu erweisen, indem sie die beiden Sätze  $S_1$  und  $S_2$  anführt, von deren Wahrheit sie überzeugt ist.

( $S_1$ ) "Zu jeder natürlichen Zahl gibt es eine größere natürliche Zahl",

( $S_2$ ) "Jede Primzahl ist eine natürliche Zahl"

( $S_3$ ) "Zu jeder Primzahl gibt es eine größere natürliche Zahl"

2.) Es wird eine Menge  $M = \{R_1, \dots, R_n\}$  von Repräsentationen herangezogen, die logisch aus  $R$  folgen. Die Elemente von  $M$  werden auf ihre Wahrheit hin überprüft (z.B. durch Beobachtung). Wenn sich ein Element  $R_i$  von  $M$  als falsch oder sehr wahrscheinlich falsch erweist, muss  $R$  auf Grund der vorliegenden Folgerungsrelation ebenfalls falsch oder sehr wahrscheinlich falsch sein. Wenn sich alle Elemente von  $M$  als wahr erweisen, muss  $R$  zwar nicht wahr sein, hat sich jedoch bewährt: Die Falschheit eines der Elemente von  $M$  hätte die Falschheit von  $R$  impliziert.

R	$R_i$	$R_i$ folgt deduktiv logisch aus $\{R\}$
wahr	wahr	möglich
wahr	falsch	nicht möglich
falsch	wahr	möglich
falsch	falsch	möglich

<sup>19</sup> Foellesdal/Walloe/Elster (1988), S. 44f.

Eine Vorgehensweise dieser Art wird auch *Begründung von unten* genannt.<sup>20</sup> Sie liegt z.B. vor, wenn eine Person versucht, die Wahrheit des folgenden Satzes  $S_4$  zu bestätigen, indem sie die Sätze  $S_5$  und  $S_6$  anführt und durch Beobachtung als wahr erweist:

( $S_4$ ) "Alle Raben sind schwarz"

( $S_5$ ) "Wenn Carl ein Rabe ist, dann ist Carl schwarz"

( $S_6$ ) "Wenn Gustav ein Rabe ist, dann ist Gustav schwarz"

Wenn auf zuverlässige Weise wahre Repräsentationen gewonnen werden sollen, kann die logische Folgerungsrelation wie folgt genutzt werden: Es werden verschiedene Repräsentationen  $R_1, \dots, R_n$  herangezogen, von deren Wahrheit wir überzeugt sind. Auf diese Repräsentationen werden Regeln angewendet, die zu logischen Folgen von  $\{R_1, \dots, R_n\}$  führen. Diese logischen Folgen müssen wahr oder sehr wahrscheinlich wahr sein – vorausgesetzt, wir irren uns nicht über die Wahrheitswerte von  $R_1, \dots, R_n$ .

Eine solche Vorgehensweise wird auch *Schlussfolgerung* oder *Erschließen* genannt. Sie liegt z.B. vor, wenn eine Person auf Grund der folgenden Kette sprachlicher Operationen von der Satzmenge {"Alle Katzen sind launisch", "Ayla ist eine Katze"} zu dem Satz "Ayla ist launisch oder Ayla ist ein Roboter" gelangt:

"Ich weiß, (i) dass alle Katzen launisch sind und (ii) dass Ayla eine Katze ist. Dass alle Katzen launisch sind, hat zur Folge, dass Ayla launisch ist, wenn sie eine Katze ist. Auf Grund von ii gilt somit, dass Ayla launisch ist. Dies lässt sich abschwächen zu: Ayla ist launisch oder Ayla ist ein Roboter."

Die drei Methoden – Begründung von oben, Begründung von unten, Schlussfolgerung – sind aus philosophischer Sicht nicht unproblematisch. Andeutungsweise lassen sich die folgenden Schwierigkeiten nennen:

1.) Wird eine Repräsentation  $R$  durch eine Menge  $M = \{R_1, \dots, R_n\}$  von oben begründet, ist diese Begründung nur dann stichhaltig, wenn  $R_1, \dots, R_n$  tatsächlich wahr sind. Ist ein  $R_i$  von  $M$  falsch, sagen die Wahrheitswerte von  $R_1, \dots, R_n$  nichts über den Wahrheitswert von  $R$  aus. Es ist somit wich-

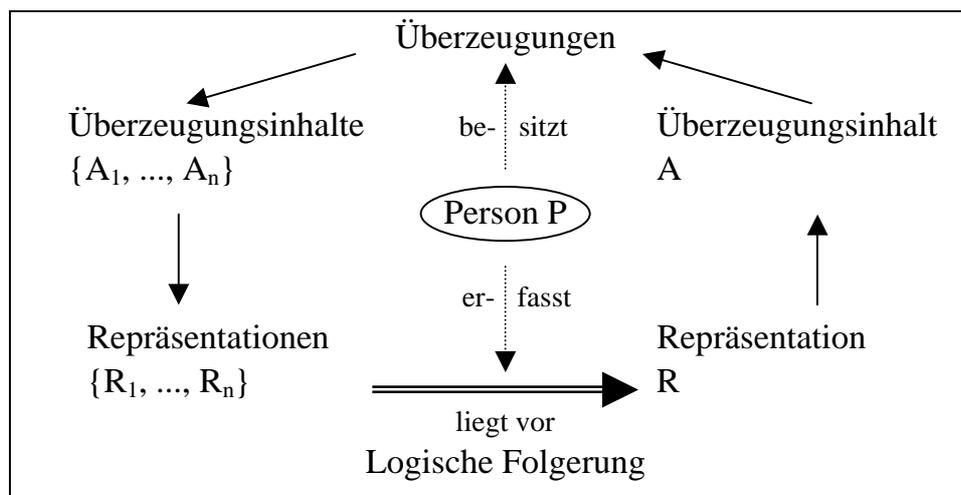
---

<sup>20</sup> Foellesdal/Walloe/Elster (1988), S. 44 u. S. 53f.

tig, festzustellen, ob  $R_1, \dots, R_n$  wahr sind. Geschieht dies, indem  $R_1, \dots, R_n$  durch eine Menge  $M^* = \{R_1^*, \dots, R_m^*\}$  begründet werden, ergibt sich wiederum die Aufgabe, die Wahrheit von  $R_1^*, \dots, R_m^*$  festzustellen usw. Auf diese Weise droht ein unendlicher Begründungsregress. Wie aber kann ein solcher Regress vermieden werden?<sup>21</sup>

2.) Wird eine Repräsentation  $R$  durch eine Menge  $M$  von unten begründet und erweisen sich die Elemente von  $M$  als wahr, hat  $R$  sich nur bewährt und nicht als wahr erwiesen. Inwiefern sagt dies jedoch überhaupt etwas über den Wahrheitswert von  $R$  aus? Eine Repräsentation kann sich theoretisch unendlich oft bewähren und trotzdem falsch sein.<sup>22</sup>

3.) Wird eine Repräsentation  $R$  mit Hilfe einer Schlussfolgerung aus einer Menge  $M = \{R_1, \dots, R_n\}$  gewonnen, ist die Wahrheit von  $R$  nur dann gewährleistet, wenn  $R_1, \dots, R_n$  wahr sind. Ist ein Element von  $M$  falsch, kann die Schlussfolgerung zu einer falschen Repräsentation führen. Es sollte also sichergestellt werden, dass die Elemente von  $M$  wahr sind – was zu den bereits geschilderten Problemen führt.



Ungeachtet dieser Schwierigkeiten scheinen die drei Methoden in vielen Fällen unverzichtbar zu sein, wenn die Wahrheit von Repräsentationen festgestellt werden soll oder versucht wird, auf zuverlässige Weise zu wahren Repräsentationen zu gelangen. Die logische Folgerungsbeziehung spielt somit eine wichtige Rolle für unser Denken und Handeln: Sie ermöglicht es uns, Überzeugungsinhalte auf Basis anderer Überzeugungsinhalte

<sup>21</sup> Vgl. etwa Musgrave (1993), S. 10-14

<sup>22</sup> Vgl. Kutschera (1981), S. 473 und weitergehend etwa Kutschera (1981), S. 461-478

zu begründen, und auf zuverlässige Art und Weise von wahren Überzeugungsinhalten zu wahren Überzeugungsinhalten zu gelangen. Illustrieren lässt sich diese Rolle mit Hilfe der vorangestellten Abbildung:

**1.3 Logische Systeme und die Sprachzentriertheit der Logik.** Angenommen, eine Repräsentation  $R$  folgt logisch aus einer Menge  $M$ . In diesem Fall ist es möglich,  $R$  in Rückgriff auf  $M$  zu begründen oder zu erschließen. Damit wir diese Möglichkeit nutzen können, müssen wir jedoch erkennen oder feststellen, dass  $R$  aus  $M$  folgt.

In vielen Fällen wird es uns nicht schwer fallen, diese Aufgabe zu lösen: Wir besitzen im Regelfall alltagstaugliche Intuitionen darüber, was logische Folgerung ist und wie sich ihr Vorliegen feststellen lässt. So würden vermutlich die meisten erkennen, dass die folgende Satzmenge  $M_1$  den Satz  $S_7$  zur Folge hat:

- ( $M_1$ ) {"Alle Menschen sind sterblich", "Sokrates ist ein Mensch"}  
 ( $S_7$ ) "Sokrates ist sterblich"

Unser intuitives Verständnis logischer Folgerung ist jedoch begrenzt.<sup>23</sup> Dies wird z.B. deutlich, wenn ein Fall betrachtet wird, der nur ein wenig komplexer ist als das Beispiel von  $M_1$  und  $S_7$ : Vermutlich würde es vielen schwer fallen, auf Anhieb oder mit Gewissheit zu sagen, ob die folgende Menge  $M_2$  den Satz  $S_8$  zur Folge hat.

- ( $M_2$ ) {"Momo ist untergetaucht oder Momo ist in Japan", "Wenn Momo untergetaucht ist, dann sind ihre Postkarten gefälscht und Okinawas Beamten streiken", "Wenn Momo in Japan ist, dann streiken Okinawas Beamten"}  
 ( $S_8$ ) "Momo ist in Japan, oder Okinawas Beamten streiken, wenn Tokio von einem Taifun heimgesucht wird"

Dass wir in bestimmten Fällen nicht sofort oder mit Gewissheit sagen können, ob logische Folgerung vorliegt oder nicht, kann u.a. zwei Gründe

---

<sup>23</sup> Vgl. Foellessdal/Walloe/Elster (1988), S. 245

haben: (1) Die involvierten Sätze sind zu komplex oder zu zahlreich, um ihre Wahrheitsbedingungen zu überblicken und das Vorliegen oder Nicht-Vorliegen logischer Folgerung intuitiv zu erkennen. (2) Der logische Folgerungsbegriff selber ist uns unklar: Was soll es heißen, dass z.B.  $S_8$  mit Notwendigkeit oder hoher Wahrscheinlichkeit wahr ist, wenn die Elemente von  $M_2$  wahr sind? Handelt es sich bei der Notwendigkeit deduktiver Folgerung um dieselbe Art Notwendigkeit, mit der ein Stein zu Boden fallen oder ein Mensch sterben muss? Und wenn nicht: Worin besteht sie sonst?

Angesichts der Wichtigkeit, die die logische Folgerungsrelation besitzt, scheint es daher von hohem Nutzen zu sein, den beiden folgenden Fragen genauer nachzugehen:

- (1) Was ist logische Folgerung?
- (2) Wie lässt sich feststellen, ob in einem bestimmten Fall logische Folgerung vorliegt oder nicht?

Die Disziplin, in der diese beiden Fragen behandelt werden, ist die Logik.<sup>24</sup> Ihr Ziel ist es, den intuitiven Begriff der logischen Folgerung systematisch zu fassen und Methoden bereitzustellen, mit deren Hilfe das Vorliegen oder Nicht-Vorliegen logischer Folgerung nachgewiesen werden kann.

Ein wichtiges Mittel der Logik ist die Konstruktion und Analyse logischer Systeme.<sup>25</sup> Ein logisches System oder eine Logik  $L$ <sup>26</sup> setzt sich im Regelfall aus drei Bestandteilen zusammen: einem Repräsentationssystem  $S_L$ , einem Folgerungsbegriff  $|\models_L$  und einem Beweisbegriff  $|\vdash_L$ . Das *Repräsentationssystem* stellt die Zeichen bereit, mit deren Hilfe in  $L$  Überzeugungsinhalte und Sachverhalte repräsentiert werden können. Der *Folgerungsbegriff* bestimmt, welche Zeichen von  $S_L$  in  $L$  aus welchen Zeichenmengen von  $S_L$  folgen. Und der *Beweisbegriff* legt fest, was in  $L$  als Nachweis für die Behauptung betrachtet werden kann, ein Zeichen von  $S_L$  folge in  $L$  aus einer Zeichenmenge von  $S_L$ .

Wird ein logisches System konstruiert oder beschrieben, werden die Fragen 1 und 2 zum Teil beantwortet: Die Definition des Folgerungsbegriff-

<sup>24</sup> Vgl. Bühler (2000), S. 22-24 sowie Brun (2003), S. 23ff.; Read (1997), S. 50

<sup>25</sup> Vgl. Blanchette (2001), S. 117; Haack (1978), S. 1 u. S. 15

<sup>26</sup> Zur Mehrdeutigkeit des Ausdrucks "Logik" (Disziplin vs. System) s. Hodges (2001), S. 9

fes von L gibt an, was logische Folgerung *unter den Zeichen von  $S_L$*  ist; die Definition des Beweisbegriffes von L beschreibt, wie nachgewiesen werden kann, dass *unter den Zeichen von  $S_L$*  logische Folgerung vorliegt.

Ein System L, das innerhalb der *modernen Logik* konstruiert und verwendet wird<sup>27</sup>, zeichnet sich dabei im Regelfall durch zwei Eigenschaften aus:

1.) L ist präzise und eindeutig definiert, so dass sich Fragen der folgenden Art auf exakte Weise klären lassen: Gilt in allen Fällen, in denen sich eine Repräsentation R in L aus einer Menge M beweisen lässt: R folgt in L aus M (*Korrektheit von L*)? Gilt in allen Fällen, in denen R in L aus M folgt: R kann in L aus M bewiesen werden (*Vollständigkeit von L*)? Ist es möglich, in einer endlichen Anzahl von Schritten festzustellen, ob es in L einen Beweis für R aus M gibt oder nicht (*Entscheidbarkeit von L*)?<sup>28</sup>

2.) L ist in einem hohen Maße sicher. Zum einen gilt: Werden seine Regeln korrekt angewendet, kann es in L nicht zu Fehlschlüssen kommen. Das heißt: Wenn in L regelgemäß bewiesen wird, dass eine Repräsentation R in L aus einer Menge M folgt, dann folgt R in L tatsächlich aus M. Zum anderen gilt: Die Möglichkeiten, Regeln fehlerhaft anzuwenden und auf diese Weise fehlzuschließen, sind in ihnen verringert.

Gewährleistet wird das hohe Maß an Präzision und Sicherheit u.a. durch die Wahl von Repräsentationssystemen mit bestimmten Eigenschaften. Die Zeichensysteme, die den modernen Logiken zugrunde liegen, sind keine Systeme, die natürlich gewachsen sind und bereits als Muttersprachen dienen. Bei ihnen handelt es sich vielmehr um künstliche Repräsentationssysteme, die auf ihre Rolle als Bestandteile logischer Systeme zugeschnitten worden sind.<sup>29</sup> Sie zeichnen sich u.a. durch zwei Eigenschaften auf:

1.) Ihre syntaktischen und semantischen Teile lassen sich klar und eindeutig spezifizieren. Das heißt: Es lässt sich klar bestimmen, welche Zeichen ihnen angehören, wie diese Zeichen zusammengesetzt sind, welche

<sup>27</sup> Zur Entwicklung der modernen Logik s. etwa George/Evra (2002)

<sup>28</sup> Zum Begriff der Entscheidbarkeit s. etwa Ebbinghaus/Flum/Thomas (1998), S. 164-169

<sup>29</sup> Vgl. Klaus (1973), S. 39f. u. S. 56-63; Sainsbury (2001), S. 43-53. Zu der Schwierigkeit natürliche und künstliche Sprachen angemessen voneinander abzugrenzen s. etwa Moravcsik (1982)

von ihnen Wahrheitswertträger bilden und unter welchen Bedingungen die Wahrheitswertträger wahr sind.

2.) Sie besitzen bestimmte Eigenschaften, die helfen, das Auftreten von Fehlschlüssen zu verhindern oder einzudämmen. So enthalten sie im Regelfall keine mehrdeutigen Zeichen.

Neben diesen beiden Eigenschaften weisen die Repräsentationssysteme moderner Logiken jedoch ein weiteres Merkmal auf – zumindest im Regelfall: Sie sind sprachlich.

Dies hat u.a. zur Folge, dass die Folgerungs- und Beweisbegriffe der modernen Logik sprachbezogene Begriffe sind und mit ihrer Hilfe letztlich nur die Fragen 1<sup>+</sup> und 2<sup>+</sup> geklärt werden können:

- (1<sup>+</sup>) Was ist sprachliche Folgerung?
- (2<sup>+</sup>) Lässt sich feststellen, ob in einem bestimmten Fall sprachliche Folgerung vorliegt oder nicht, und, wenn ja, wie?

Die moderne Logik kann daher als "sprachzentriert" bezeichnet werden: Der logische Folgerungsbegriff wird im Regelfall als eine Beziehung behandelt, die ausschließlich unter sprachlichen Repräsentationen besteht.<sup>30</sup> Nicht-sprachliche Repräsentationen werden bestenfalls herangezogen, um Beweisführungen zu illustrieren und das Verständnis zu erleichtern, gehören aber nicht zum Untersuchungsgegenstand der Logik.<sup>31</sup>

**1.4 Nicht-sprachliche Folgerung – 2 Fallbeispiele.** Die Sprachzentriertheit der modernen Logik steht in einem Gegensatz zu unserer alltäglichen Schlussfolgerungspraxis: Wenn wir im Alltag schließen und beweisen, greifen wir nicht nur auf Zeichen sprachlicher Repräsentationssysteme (d.h. Sätze) zurück, sondern häufig auch auf Zeichen nicht-sprachlicher

---

<sup>30</sup> Vgl. Barwise/Etchemendy (1996b), S. 2 u. S. 10

<sup>31</sup> Vgl. Brown (1999), S. 3-7, S. 25f. u. S. 172; Barwise/Etchemendy (1996a), S. 3; Luengo (1996), S. 149f.; Shin (1994), S. 1-7 u. S. 185-198; Shin (1996), S. 81

Repräsentationssysteme.<sup>32</sup> Zwei einfache Fallbeispiele sollen dies demonstrieren:

*Fallbeispiel 1: Sind alle Krokodile Kaltblüter?*

Angenommen, wir wollen nachweisen, dass der Überzeugungsinhalt 'Alle Krokodile sind Kaltblüter' wahr ist. Und angenommen, zu unseren Überzeugungsinhalten gehören 'Alle Krokodile sind Reptilien' und 'Alle Reptilien sind Kaltblüter'. In diesem Fall könnten wir wie folgt vorgehen:

Wir zeichnen einen Kreis, der von einer Ellipse eingeschlossen wird. Die Ellipse steht für die Menge der Kaltblüter, der Kreis für die Menge der Reptilien. Der Umstand, dass der Kreis vollständig innerhalb der Ellipse liegt, repräsentiert den Überzeugungsinhalt, dass alle Reptilien Kaltblüter sind (Abb. 7):

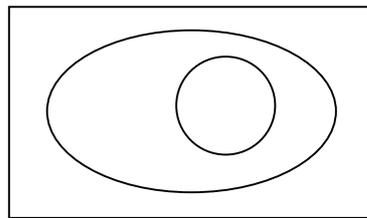


Abb. 7

Anschließend zeichnen wir in den Kreis ein Sechseck. Das Sechseck steht für die Menge der Krokodile; der Umstand, dass das Sechseck vollständig in den Kreis eingeschlossen ist, für den Überzeugungsinhalt, dass alle Krokodile Reptilien sind (Abb. 8):

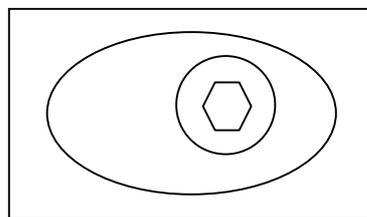


Abb. 8

<sup>32</sup> Vgl. Barwise/Etchemendy (1996a), S. 23; Barwise/Etchemendy (1996b), S. 179; Barwise/Etchemendy (1998), S. 110-113; Hammer (1995), S. 115; Johnson/Barwise/Allwein (1996), S. 201

Das aus diesen Operationen hervorgegangene Diagramm führen wir als Beweis an, dass der Überzeugungsinhalt 'Alle Krokodile sind Kaltblüter' wahr sein muss, wenn die Überzeugungsinhalte 'Alle Reptilien sind Kaltblüter' und 'Alle Krokodile sind Reptilien' wahr sind: Das Sechseck, welches für die Menge der Krokodile steht, liegt vollständig innerhalb der Ellipse, welche für die Menge der Kaltblüter steht (s. a. Abb. 9).

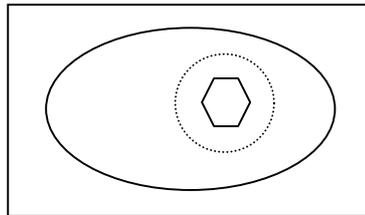


Abb. 9

*Fallbeispiel 2: Wer ist der Tennisspieler?*<sup>33</sup>

Angenommen, wir haben die folgenden Informationen erhalten: Ein Schwimmer, ein Eisläufer, ein Turner und ein Tennisspieler sitzen gleichmäßig verteilt um einen quadratischen Tisch. Zwei von ihnen – Alice und Carol – sind weiblich, während die anderen beiden – Brian und David – männlich sind. Des Weiteren gilt:

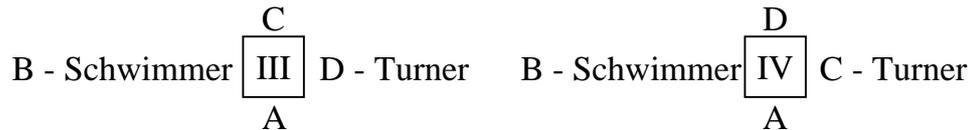
- (1) Der Schwimmer sitzt zu Alice' Linken.
- (2) Der Turner sitzt gegenüber von Brian.
- (3) Carol und David sitzen nebeneinander.
- (4) Zur Linken des Eisläufers sitzt eine Frau.

Unser Problem besteht darin, auf Basis der gegebenen Information zu erschließen, bei welcher der vier Personen es sich um den Tennisspieler handelt. Wir können hierzu auf folgende Weise vorgehen:

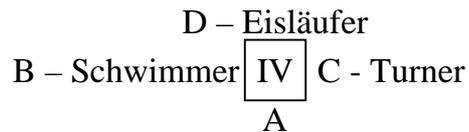
"Da Carol und David gemäß 3 nebeneinander sitzen, gibt es nur vier mögliche Sitzordnungen I-IV. (A steht in den Diagrammen für Alice, B für Brian usw., das Quadrat für den Tisch.)



Auf Grund von 1 und 2 fallen die Möglichkeiten I und II weg: C in I und D in II müssten Turner und Schwimmer zugleich sein. Bezüglich III und IV gilt nun auf Grund von 1 und 2:



III ist aber auf Grund von 4 ausgeschlossen: Links von C und A sitzen hier jeweils Männer. Da in IV nur links von D eine Frau sitzt, muss D der Eisläufer sein.



*Also ist Alice der Tennisspieler."*

In beiden Fallbeispielen wurde auf Zeichen nicht-sprachlicher Repräsentationssysteme zurückgegriffen, um zu begründen und zu erschließen: in Fallbeispiel 1 auf Euler-Diagramme, in Fallbeispiel 2 auf stilisierte graphische Abbildungen, die um sprachliche Zeichen ergänzt waren. Die nicht-sprachlichen Repräsentationen wurden dabei nicht verwendet, um die Schlussfolgerungen zu illustrieren, sondern bildeten einen wesentlichen Bestandteil der Beweisführung: Die durch sie repräsentierten Überzeugungsinhalte wurden nicht an einer anderen Stelle der Beweisführung durch Zeichen sprachlicher Repräsentationssysteme ausgedrückt.<sup>34</sup> (Im Fallbeispiel 1 tauchen zwar Sätze auf, die wiedergeben, was in den Dia-

<sup>33</sup> Summers (1972), "7 – The Tennis Player", S. 9 u. 57f.

<sup>34</sup> Zu der Frage, was ein "wesentlicher Bestandteil" eines Beweises ist, s. Hammer (1995), S. 23-25

grammen ausgedrückt wird. Diese Sätze gehören aber nicht zur Begründung selber, sondern zur *sprachlichen Beschreibung* der Begründung.)

### 1.5 Das Projekt der Charakterisierung nicht-sprachlicher Folgerung.

Die Sprachzentriertheit der modernen Logik scheint somit einen wichtigen Aspekt menschlichen Folgerns aus dem Bereich theoretischer Untersuchungen auszuschließen. Jon Barwise und John Etchemendy schreiben:

Der Erfolg des Modells der Folgerung [im Rahmen der modernen Logik] führte zu einer Explosion von Ergebnissen und Anwendungen. Aber er brachte die meisten Logiker – und diejenigen Computerwissenschaftler, die am meisten durch die logische Tradition beeinflusst waren – auch dazu, Arten des Schließens zu vernachlässigen, die nicht gut in dieses Modell passen. Wir denken natürlich an Schlussfolgerungen, in denen Mittel wie Diagramme, Graphen, Schaubilder, Rahmen, Netze, Karten und Bilder verwendet werden.<sup>35</sup>

Dieser Mißstand ist die Triebfeder für ein Projekt, das durch die Untersuchungen von Logikern wie Jon Barwise, John Etchemendy, Eric Hammer, Atsushi Shimojima und Sun-Joo Shin ins Leben gerufen wurde und sich als "Projekt der Charakterisierung nicht-sprachlicher Folgerung" bezeichnen lässt. Das übergeordnete Anliegen dieses Projekts kann in dem Versuch gesehen werden, die beiden folgenden Fragen *in Rückgriff auf die Mittel und Methoden der modernen, sprachzentrierten Logik* zu beantworten:<sup>36</sup>

- (1) Was ist nicht-sprachliche Folgerung?
- (2) Lässt sich feststellen, ob in einem bestimmten Fall nicht-sprachliche Folgerung vorliegt oder nicht, und, wenn ja, wie?

Eine Schlüsselrolle kommt hierbei dem Begriff des logischen Systems zu: Die logischen Systeme der modernen, sprachzentrierten Logik zeichnen

---

<sup>35</sup> Barwise/Etchemendy (1996b), S. 179 [Aus dem Englischen ins Deutsche von St. B.]

<sup>36</sup> S. etwa Barwise/Etchemendy (1996a), S.22; Barwise/Etchemendy (1998), S. 113; Barwise/Hammer (1996), S. 49f. u. S. 52-55; Scotto di Luzio (2002), S. 3f. u. S. 171f.; Shin (1994), S. 7f

sich durch ein hohes Maß an Präzision und Sicherheit aus und explizieren auf exakte und fruchtbare Weise, was logische Folgerung ist und wie sich ihr Vorliegen feststellen lässt. Das hohe Maß an Präzision und Sicherheit verdanken diese Systeme einer Reihe von Eigenschaften, die ihren drei Bestandteilen – Repräsentationssystem, Folgerungs- und Beweisbegriff – zukommen. Lassen sich nicht-sprachliche Logiksysteme konstruieren, deren Bestandteile ebenfalls diese Eigenschaften besitzen, scheinen sie dasselbe Maß an Präzision und Sicherheit aufzuweisen wie ihre sprachlichen Gegenstücke – und zu ebenso exakten Antworten auf 1<sup>-</sup> und 2<sup>-</sup> zu führen wie sprachliche Systeme auf 1<sup>+</sup> und 2<sup>+</sup>.

Das Projekt der Charakterisierung nicht-sprachlicher Folgerung kann in diesem Sinn als "konservatives" oder "integratives" Unternehmen bezeichnet werden:<sup>37</sup> Es geht nicht darum, gänzlich neuartige Folgerungs- und Beweisbegriffe zu entwickeln. Vielmehr wird versucht, die Methoden und Begriffe der modernen Logik so zu erweitern und zu verallgemeinern, dass sie auch nicht-sprachliche Repräsentationen erfassen.

Ob dieser Versuch sinnvoll ist, hängt allerdings davon ab, ob die Eigenschaften, die ein nicht-sprachliches Repräsentationssystem auszeichnen, mit den Eigenschaften vereinbar sind, die eine Logik möglich, sicher oder nützlich machen. So stellen sich u.a. die folgenden Fragen:

1.) Können die Zeichen nicht-sprachlicher Repräsentationssysteme wahr oder falsch sein? Ist dies nicht der Fall, kann eine nicht-sprachliche Repräsentation prinzipiell nicht aus einer Menge nicht-sprachlicher Repräsentationen folgen: Der klassischen Bestimmung zufolge ist die logische Folgerungsrelation eine partielle Abhängigkeitsbeziehung zwischen den Wahrheitswerten der Repräsentationen einer Menge  $M$  und dem Wahrheitswert einer Repräsentation  $R$ .<sup>38</sup>

2.) Können nicht-sprachliche Repräsentationssysteme alle Eigenschaften besitzen, die notwendig sind, um auf ihrer Grundlage präzise und sichere Logiksysteme zu errichten?<sup>39</sup>

3.) Besitzen nicht-sprachliche Repräsentationssysteme Eigenschaften, die dazu führen, dass nicht-sprachliche Logiken weniger gut geeignet sind, um zu schließen und zu beweisen, als sprachliche Logiksysteme – selbst,

---

<sup>37</sup> Scotto di Luzio (2002), S. 3

<sup>38</sup> Vgl. Haack (1978), S. 79

<sup>39</sup> Vgl. Shin (1994), S. 3f.

wenn sie dasselbe Maß an Präzision und Sicherheit aufweisen wie die sprachlichen Systeme?

Das Projekt der Charakterisierung nicht-sprachlicher Folgerung könnte also nicht nur daran scheitern, dass (i) nicht-sprachliche Repräsentationen prinzipiell nicht als Relata der Folgerungsbeziehung in Frage kommen oder (ii) nicht dasselbe Maß an Präzision und Sicherheit mit sich bringen können wie sprachliche Zeichen. Es könnte sich angesichts der Vorzüge sprachlicher Repräsentationen als nebensächlich und von geringer Bedeutung erweisen.

Die Vertreter des Projekts haben bisher vor allem versucht, die ersten beiden Bedenken aufzulösen.<sup>40</sup> So wurde eine Reihe von Logiksystemen entwickelt, deren Existenz zeigen soll, dass nicht-sprachliche Systeme möglich sind und ebenso präzise und sicher sein können wie sprachliche Systeme. Beispiele hierfür sind die Systeme VENN I und VENN II von Shin.<sup>41</sup>

**1.6 Fragestellungen, Vorgehensweise und Aufbau der Arbeit.** Diese Arbeit ist ein Teil des Projekts, den Begriff der nicht-sprachlichen Folgerung zu charakterisieren. In ihr sollen drei Fragestellungen diskutiert werden, die für das Projekt grundlegend sind:

- (1) Kann eine nicht-sprachliche Repräsentation aus einer Menge nicht-sprachlicher Repräsentationen folgen? Können nicht-sprachliche Repräsentationen verwendet werden, um das Vorliegen logischer Folgerung zu beweisen?
- (2) Ist es möglich, mit nicht-sprachlichen Repräsentationen sicher nachzuweisen, dass ein nicht-sprachliches Zeichen aus einer Menge *anderer* nicht-sprachlicher Zeichen folgt?
- (3) Sind nicht-sprachliche Repräsentationen ebenso gut geeignete Mittel, um das Vorliegen einer notwendigen Wahrheitsvererbungsrelation nachzuweisen, wie sprachliche Repräsentationen?

---

<sup>40</sup> Vgl. etwa Barwise/Hammer (1996), S. 77; Luengo (1996), S. 5; Shin (1994), S. 5

<sup>41</sup> Shin (1994); s. etwa auch Hammer (1995), Kap. 4-8; Hammer (1996); Hammer/Danner (1996), Luengo (1996)

In Rekurs auf den Begriff des logischen Systems werden diese drei Fragen in der folgenden Form behandelt:

- (1\*) Gibt es nicht-sprachliche Logiksysteme, die einen nicht-leeren Folgerungs- und einen nicht-leeren Beweisbegriff besitzen?
- (2\*) Gibt es nicht-sprachliche Logiksysteme, die sicher sind und nicht-triviale Beweisbegriffe besitzen?
- (3\*) Sind nicht-sprachliche Logiksysteme ebenso gut geeignet wie sprachliche Logiksysteme, um das Vorliegen einer notwendigen Wahrheitsvererbungsrelation nachzuweisen?

Die Arbeit wird sich aus zwei Teilen zusammensetzen: einem begriffsklärenden und einem frageklärenden Teil.

In dem *begriffsklärenden Teil* (Kapitel 2 - Kapitel 5) sollen zwei Punkte geklärt werden: (1) Was genau sind logische Systeme? (2) Auf Grund welcher Eigenschaften unterscheiden sich sprachliche und nicht-sprachliche Logiken?

Um 1 zu beantworten, werden die Bestandteile logischer Systeme vorgestellt und definiert: Repräsentationssystem, Folgerungs- und Beweisbegriff. Um 2 abzuhandeln, wird untersucht, inwiefern sich nicht-sprachliche Repräsentationssysteme von sprachlichen Systemen unterscheiden: Ob eine Logik L sprachlich oder nicht-sprachlich ist, hängt davon ab, ob das Repräsentationssystem von L sprachlich oder nicht-sprachlich ist.

In allen Fällen soll auf die Methode der Begriffsexplikation<sup>42</sup> zurückgegriffen werden: Es wird davon ausgegangen, dass wir über vortheoretische Begriffe von Repräsentationssystem, Folgerung, Beweis und Nicht-Sprachlichkeit verfügen. Diese Begriffe können jedoch vage, unscharf oder widersprüchlich sein und von Person zu Person variieren. Um Probleme auszuschalten, die sich hieraus für eine theoretische Untersuchung ergeben können, werden die vortheoretischen Begriffe durch Begriffe *ersetzt* – Begriffe, die besser geeignet sind, um 1\*-3\* angemessen beantworten zu können. Diese neuen Begriffe werden als "Explikate" der zu explizierenden vortheoretischen Begriffe bezeichnet, ihre Definitionen als "Explika-

---

<sup>42</sup> Vgl. hierzu Brun (2003), S. 179-182; Carnap (1971), §§2-3; Cohnitz (2006), S.188-190, Kutschera (1981), S. 76

tionen", die Bedingungen, mit deren Hilfe sie definiert werden, als "Explananda".

Die Angemessenheit der Explikationen lässt sich an Hand von allgemeinen und speziellen Adäquatheitsbedingungen überprüfen.

Die allgemeinen Adäquatheitsbedingungen gelten für alle Explikationen. Sie lauten:

- (AÄ1) *Ähnlichkeit*: Das Explikat sollte dem zu explizierenden Begriff möglichst ähnlich sein. Das heißt: In den meisten Fällen, in denen etwas unter den zu explizierenden Begriff fällt, sollte es auch unter das Explikat fallen. Dies sollte insbesondere für Entitäten gelten, die als Musterbeispiele unter den zu explizierenden Begriff fallen.
- (AÄ2) *Exaktheit*: Das Explikat sollte möglichst präzise und exakt definiert sein – zumindest präziser und exakter, als dies bei dem zu explizierenden Begriff möglich ist.
- (AÄ3) *Fruchtbarkeit*: Die Explikation sollte die Formulierung möglichst vieler allgemeiner Aussagen über das zur Diskussion stehende Gebiet erlauben.
- (AÄ4) *Einfachheit*: Das Explanandum ist so einfach und sparsam gehalten wie es die anderen Adäquatheitsbedingungen erlauben.

Für die Explikationen dieser Arbeit lässt sich zudem eine weitere 'allgemeine' Adäquatheitsbedingung aufstellen. Sie ergibt sich aus dem Vorhaben, nicht-sprachliche Folgerung in Rückgriff auf die Mittel und Methoden der modernen, sprachzentrierten Logik zu untersuchen:

- (AÄ5) *Sprachzentrierter Konservatismus*: Die Explikation sollte mit der klassischen sprachzentrierten Definition von logischen Systemen vereinbar sein, ohne die Möglichkeit nicht-sprachlicher Logiksysteme auszuschließen.

Die speziellen Adäquatheitsbedingungen sind jeweils auf die besonderen Eigenschaften und Merkmale der zu explizierenden Begriffe zugeschnitten und können sich von Fall zu Fall unterscheiden.

In dem *frageklärenden Teil* (Kapitel 6 - Kapitel 8) sollen die drei zentralen Fragestellungen 1\*-3\* behandelt und so weit wie möglich geklärt werden.

Die Frage 1\* wird wie folgt untersucht: Zunächst werden die Eigenschaften ermittelt, die es möglich machen, sprachliche Logiksysteme mit nicht-leeren Folgerungs- und Beweisbegriffen zu entwickeln. Anschließend wird geklärt, ob es nicht-sprachliche Logiksysteme gibt, die ebenfalls diese Eigenschaften besitzen.

Die Frage 2\* wird auf folgende Weise behandelt: Zuerst werden die Merkmale bestimmt, deren Besitz ein sprachliches Logiksystem nicht-trivial und sicher macht. Dann wird überprüft, ob auch nicht-sprachliche Logiksysteme diese Merkmale aufweisen können.

Die Frage 3\* wird wie folgt untersucht: An Hand sprachlicher Logiksysteme wird zunächst geklärt, unter welchen Hinsichten die Leistungsfähigkeit von Logiken bewertet werden kann, wenn sie eingesetzt werden, um das Vorliegen einer notwendigen Wahrheitsvererbungsrelation nachzuweisen. Dann werden Eigenschaften angegeben, die unter diesen Hinsichten relevant für die Leistungsfähigkeit von logischen Systemen sind. In Rückgriff auf diese Eigenschaften werden sprachliche und nicht-sprachliche Logiksysteme miteinander verglichen.

Aus den genannten Überlegungen ergibt sich der folgende Aufbau der Arbeit:

- Kapitel 1: Einleitung
- Kapitel 2: Klärung des Begriffs des Repräsentationssystems
- Kapitel 3: Klärung des Begriffs der logischen Folgerung
- Kapitel 4: Klärung des Begriffs des Beweises
- Kapitel 5: Klärung der Begriffe des sprachlichen und des nicht-sprachlichen Repräsentationssystems.
- Kapitel 6: Behandlung der Frage 1\*
- Kapitel 7: Behandlung der Frage 2\*
- Kapitel 8: Behandlung der Frage 3\*
- Kapitel 9: Zusammenfassung und Ausblick



## 2. Repräsentationen und Repräsentationssysteme

Der erste Bestandteil einer Logik  $L$  wird durch ein Repräsentationssystem  $S_L$  gebildet. Die Definition von  $S_L$  legt fest, mit welchen Zeichen in  $L$  welche Überzeugungsinhalte oder Sachverhalte repräsentiert werden können. Ist  $S_L$  beispielsweise eine prädikatenlogische Sprache, bestimmt die Definition von  $S_L$ , mit welchen prädikatenlogischen Sätzen sich welche Überzeugungsinhalte und Sachverhalte ausdrücken lassen.

Der Begriff des Repräsentationssystems umfasst eine Vielzahl verschiedenartiger Systeme. Unter ihm fallen nicht nur Sprachen wie das Deutsche oder Englische, sondern auch: kulturell geprägte Systeme zur non-verbale Kommunikation, piktogrammatische Systeme zur Kennzeichnung von Gefahrgütern, das System der menschlichen Krankheitssymptome u.a. Im Rahmen dieser Arbeit sollen allerdings nur Repräsentationssysteme betrachtet werden, deren Zeichen sichtbar sind und bewusst geschaffen werden, um Entitäten zu bezeichnen. Sie können als "visuelle Repräsentationssysteme" bezeichnet werden. Beispiele für sie sind sprachliche Systeme wie das Schriftspanische oder nicht-sprachliche Systeme wie das System der Venn-Diagramme.

In diesem Kapitel soll geklärt werden, was genau visuelle Repräsentationssysteme sind, aus welchen Bestandteilen sie sich zusammensetzen und welche Eigenschaften ihnen zukommen können.

In *Abschnitt 2.1* wird der intendierte Begriff des Repräsentationssystems eingeführt, indem verschiedene Verwendungsweisen des Ausdrucks "Repräsentation" voneinander abgegrenzt werden.

In *Abschnitt 2.2* sollen einige Musterbeispiele und Adäquatheitsbedingungen aufgelistet werden, mit denen überprüft werden kann, ob und wie angemessen eine Explikation dieses Begriffs ist.

In *Abschnitt 2.3* wird eine solche Explikation vorgestellt, mit Beispielen illustriert und an den Adäquatheitsbedingungen getestet.