

HERONIS ALEXANDRINI
OPERA QVAE SVPERSVNT OMNIA

VOLVMEN III
RATIONES DIMETIENDI
ET
COMMENTATIO DIOPTRICA

RECENSUIT
HERMANNVS SCHOENE

CVM CXVI FIGVRIS



STVTGARDIAE IN AEDIBVS B. G. TEVBNERI MCMLXXVI

Editio stereotypa editionis anni MCMIII

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Hero <Alexandrinus>

[Sammlung]

Heronis Alexandrini opera quae supersunt omnia.

- Nachdr. - Stutgardiae [Stuttgart] : Teubner.

Vol. 3. Rationes dimetiendi et commentatio dioptrica / rec. Hermannus Schoene. - Ed. ster.

1903. - 1976.

(Bibliotheca scriptorum Graecorum et Romanorum Teubneriana)

ISBN 3-519-01415-7

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, besonders die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Bildentnahme, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege, der Speicherung und Auswertung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei Verwertung von Teilen des Werkes, dem Verlag vorbehalten.

Bei gewerblichen Zwecken dienender Vervielfältigung ist an den Verlag gemäß § 54 UrhG eine Vergütung zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

© B. G. Teubner, Stuttgart 1976

Printed in Germany

Druck: Julius Beltz, Hemsbach/Bergstr.

HERONS VON ALEXANDRIA
VERMESSUNGSLEHRE UND DIOPTRA

GRIECHISCH UND DEUTSCH

VON

HERMANN SCHÖNE.

MIT 116 FIGUREN.



LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1903.

AUGUSTO BRINKMANN

Quae hoc volumine coniunxi Heronis Alexandrini scripta duo, eorum ut recensio facilis, ita difficilis est emendatio; nam omnis utriusque memoria singulis codicibus continetur vetustis illis quidem, sed et mendosis et lacunosis. Quod cum ita esse intellexerem atque alia eorum antiqua exempla umquam repertum iri desperarem, in hac editione adornanda id imprimis mihi agendum esse sentiebam, ut librorum illorum scripturam cum fide consignarem, non quo coniectandi periculum prorsus recusandum esse censerem, sed ut omnis emendandi conatus ad praestantissimi aut unici exempli auctoritatem tamquam ad certam normam dirigeretur.

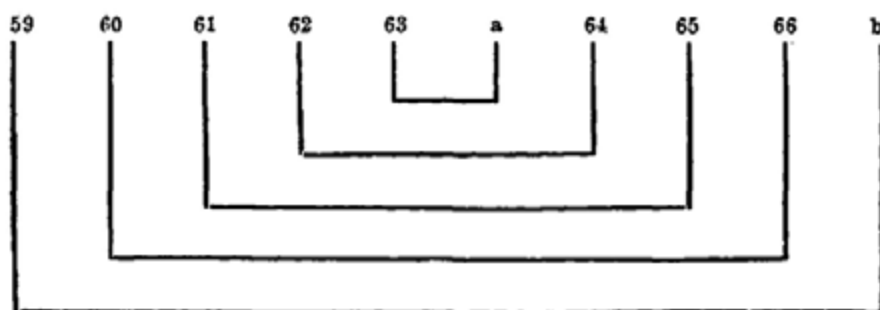
I

Dimetiendi rationes, trium opus librorum antehac non editum — nam diversus mensurarum liber singularis est a Fr. Hultsch inter Heronis reliquias p. 188—207 receptus — suppeditavit *codex Constantinopolitanus palatii veteris n° 1*, cuius ab E. Miller in *Confusaneis Graecis* p. V et a Fr. Blass *Hermae* vol. XXIII p. 222 mentionem factam esse video. Membranaceus est, foliorum 112 altorum 30 cm., latorum 22 cm., saeculo XI perspicue atque admodum eleganter scriptus, crebris figuris geometricis distinctus.¹⁾ Folium primum cum altero, centesimum undecimum cum centesimo duodecimo biniones efficiunt singulares, quorum neuter scriptus est; intermediarum

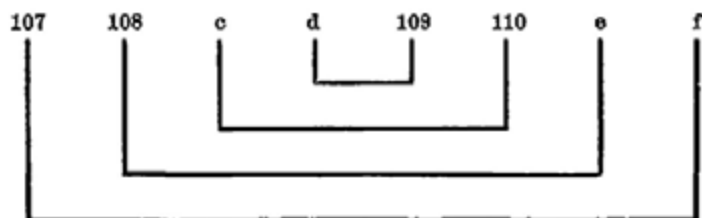
1) Saeculo XII attribuebat Dethier; cf. P. Hunfalvy, *Litterarische Berichte aus Ungarn* II (1878) p. 565.

autem membranarum cum quaterna paria inter se conserpta sint, quattuordecim corpuscula foliorum facile distinguuntur. Horum quaternionum octo solummodo primores in ora ima primae cuiusque paginae Graecis numeris signati sunt; at et hi et qui sequuntur omnes in sinistro angulo marginis superioris primae cuiusque paginae crucibus minutulis notati inveniuntur. Comprehenduntur igitur binione priore fol. 1—2, quaternione α fol. 3—10, β fol. 11—18, γ fol. 19—26, δ fol. 27—34, ϵ fol. 35—42, ς fol. 43—50, ζ fol. 51—58, η fol. 59—66, nono fol. 67—74, decimo fol. 75—82, undecimo fol. 83—90, duodecimo fol. 91—98, tertio decimo fol. 99—106, quarto decimo fol. 107—110, binione altero fol. 111—112.

Sunt quaedam in nonnullis quaternionibus singularia. Ac primum quidem in medio margine inferiore fol. 10^v, quod est primi quaternionis ultimum, scriptum est α , in ceterorum fasciculorum foliis ultimis nulla huiusmodi nota cernitur. Deinde octavus qui videtur esse quaternio, non potius quaternio quam quinio existimandus est, sed cuius duo folia excisa sint, quorum exstant etiamnunc reliquiae valde illae quidem exiguae (a et b dicam). Harum igitur membranarum cohaerentia in hunc modum repraesentari potest:



Diversa quarti decimi quaternionis ratio est; cuius cum quattuor folia exsecta sint, quae c, d, e, f dicam, formam refert hancce:



Ex eis, quae dixi, apparet librum Constantinopolitanum olim fuisse sex foliis auctiorem. Neque vero iactura dicenda est illarum membranarum amissio, quippe quarum nulla scripta fuerit. Quod quo facilius intellegatur, est operae pretium cognoscere, quid in singulis foliis exaratum sit.

Codex igitur Constantinopolitanus duabus ex partibus constat, quarum prior (fol. 3—66) congeriem exhibet ex variis commentationibus mathematicis commixtam, altera (fol. 67—110) rationes dimetiendi ab Herone compositas continet. Hae duae partes etsi et ab eodem librario scriptae nec argumento inter se dissimiles sunt, tamen utrum uno ab initio volumine coniunctae fuerint an posteriore demum aetate compactae sint, videtur dubitari posse, quandoquidem prioris partis quaternionum ordo notis numeralibus indicatur, alterius non indicatur: ego ut illam opinionem probabiliorem ducam, cum summa membranarum utriusque partis similitudo facit tum idem omnibus impressarum linearum tricenum singularum numerus. Scripta insunt haec:

fol. 3^r—17^v *Εὐκλείδου γεωμετρία* (man. 2 in ras.).

fol. 17^v—19^r collectio problematum, cui *Διοφάνους* (*Διοφάντους* m. 2) nomen praefixum est.

fol. 19^r—23^r *μέθοδος τῶν πολυγώνων*

fol. 23^v—26^v *μέθοδος καθολικὴ ἐπὶ τῶν πολυγώνων*

fol. 27^r—42^r *Ἡρώνης εἰσαγωγὰς* et *περὶ εὐθυμετρικῶν*

fol. 42^r—53^v *μέτρησις τετραστόου ἥτοι τετρακαμάρου ἐπὶ τετραγώνου βάσεως*

fol. 54^r—54^v *μέτρησις ὄντος σίτου ἐξ ἀποθέσεως*

fol. 55^r—61^r *μέτρησις πυραμίδων*

fol. 61^r—62^v *Εὐκλείδου εὐθυμετρικά*

fol. 63^r—63^v *Ἡρώου* (in ras. m. 2) *γεωμετρικά*

fol. 64^r—66^r *Διδύμου Ἀλεξανδρέως περὶ παντοίων ξύλων
τῆς μετρήσεως*

fol. 66^v vacuum relictum est

fol. 67^r—110^v *Ἡρώου μετρικά.*

Hac ex tabula facile patet, quibus causis permotus librarius in octavo et quarto decimo quaternione alia atque in ceteris ratione sibi utendum esse putaverit. Etenim cum posteriorem codicis partem tripertito Heronis operi destinatam a novo quaternione (fol. 67 sq.) initium sumere vellet, antecedentis fasciculi, qui foliis 59, 60, 61, 62, 64, 65, 66, b constabat, folium ultimum deficiente materia vacuum relictum exsecuit ac postea, ne quid ad pristinam integritatem deesse videretur, unum folium vel potius dimidium binionem (fol. 63 a fol. a solutum) inseruit, in quo sua ipsius manu, sed atramento paulo diverso tabulam metrologicam *γεωμετρικά* inscriptam exaravit. Idem in describendis dimetiendi rationibus occupatus, cum numero versuum computato provideret fore, ut quattuor quarti decimi quaternionis membranae superfluerent, prudenti sane consilio, ut bibliopegae commoditati prospiceret, non quattuor extrema folia exsecuit, sed tertium quartumque (c, d) et septimum octavumque (e, f).

Scriptus est liber Constantinopolitanus a librario indocto (man. 1), qui quoniam quae ex exemplaribus describebat, fere non intellegebat, in multos errores se induit, sed a fraude ac fallaciis alienus fuit. Cui quod ad manum erat operis Heroniani exemplum, id et uncialibus litteris scriptum et multis locis detritum perrossumque fuisse ex magno numero mendorum palaeographica ratione tollendorum atque ex frequentia lacunarum interstitiis ab ipso librario commonstratarum colligitur. Indidem scholia aliquot antiqua transscripta esse videntur, quae ab ipso librario, sed scripturae genere compendioso marginibus codicis adpicta sunt.

Saeculo XV ineunte liber Constantinopolitanus a duobus hominibus doctis, quorum alter (m. 2) grandiore ac negligentiore, alter (m. 3) minore et diligentiore utebatur genere scribendi, ita pertractatus est, ut et scholia multa adscriberentur et levia quaedam emendandi conamina fierent in lacunis explendis et erroribus apertissimis tollendis; quod ut in multis recte factum est, ita multi non minus aperti errores relictis sunt, quaedam autem ex eo genere inveniuntur, quo mancis falsa integritatis species inducitur. In his cum multa sint, quae nisi e coniectura eaque fallaci ducta esse nequeant, nec quidquam, quod coniectura repertum esse nequeat, emendatoribus illis alios operis Heroniani codices ad manum fuisse nego. Ceterum scholiorum illorum, quae posthac a me edentur, nonnulla atramento evanido tantopere obscurata sunt, ut ego ne contentissima quidem oculorum acie legere potuerim: at potuit Ioannes Ludovicus Heiberg. Idem vir illustris etiam in aliis huius codicis partibus praesentem operam mihi denegare noluit, quo eius beneficio me maxime obstrictum esse sentio.

Si verum est — quod est profecto — Pneumatica, Automatopoetica, Belopoetica, Dioptrica Heroni Alexandrino tuto posse attribui, rationum dimetiendi libri tantam certe prae se ferunt in dicendi, disputandi, prooemiandi genere cum illis similitudinem, ut nisi ab eodem homine compositi esse nequeant. De his, quamdiu properditis habebantur, tanta hominum doctissimorum dissensione certatum est, quantam, dum auctorum testificatio certo iudicio capiendi non suppetit, in quaestione perobscura fuisse consentaneum est.¹⁾ Nunc postea quam opus illud, cuius omnis propemodum praeter titulum memoria aboleverat, ex diuturna oblivione emersit, controversia facile diiudicatur. Errasse igitur eos apparet, qui quot-

1) Cf. Eutocius in Archimedis dimens. circuli t. III p. 270 Heiberg.

quot in codicibus recentioribus Heroni attribuuntur commentationes mathematicae ac mechanicae, eas omnes ex amplissima illa — ut putabant — scriptione tamquam ex fonte derivatas ac posterioribus temporibus semper aliquid demendo, interpolando, immutando depravatas esse existimabant. Verum enim vero cum cuncta illa scripta et rerum ordine ac delectu et genere dicendi dissociantur a libris nuper repertis, tum Heronis geometria quae dicitur capitibus aliquot e dimetiendi rationibus desumptis ampliata invenitur: quae qui interpolavit, cum in alio Heronis libro sese ea repperisse testetur (p. 131 et 134 Hultsch), fieri non potest, ut ipsam geometriam e libris rationum dimetiendi excerptam esse putemus: quod ne faciamus, dissuadet etiam singulorum utriusque operis capitum comparatio. Quodsi fere omnes illi libelli a Fr. Hultsch editi non uno nomine dissident a genuina illa, quam recuperavimus, Heronis scriptione mathematica, videndum erit, quo iure huic etiam nunc attribuantur.

II

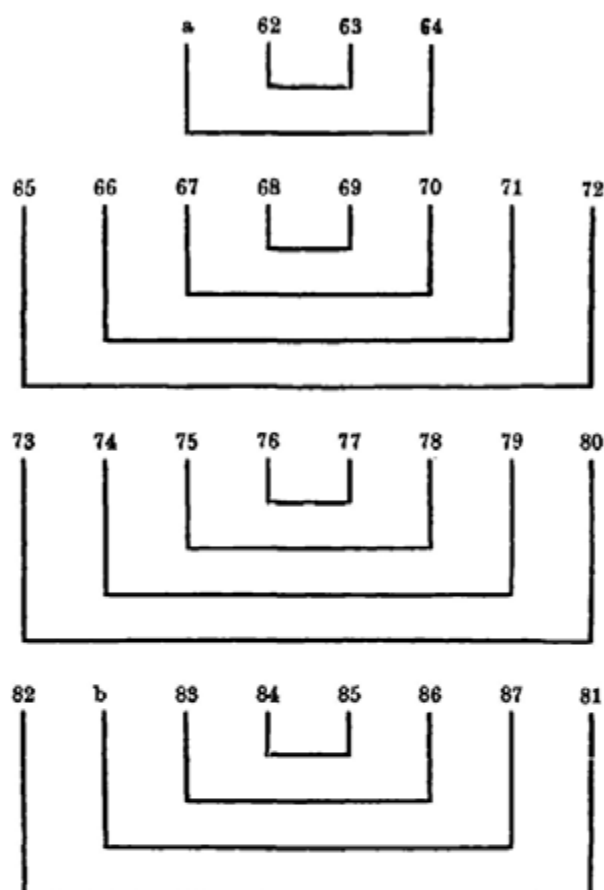
Commentationis dioptricae codices mihi innotuerunt quinque, Parisiaci tres, Vindobonensis, Argentoratensis. Eorum longe antiquissimus est *codex Parisiacus inter supplementa Graeca n° 607* a Minoide Myna Macedone incertum quo loco repertus in Galliamque advectus, nunc insigne bibliothecae nationalis decus. Celebri hoc libro, quem norunt qui vel militaribus Graecorum scriptoribus vel Aristodemo historico operam dederunt, nec Venturius uti potuit, cum Heronis Dioptrica Italice verteret¹⁾, nec Vincentius, cum ipsum libellum in publicum primus profferret.²⁾ Quae insunt, breviter indicavit H. Omont In-

1) Commentarj sopra la storia e le teorie dell'ottica del Cavaliere Giambattista Venturi; tomo primo (Bologna 1814) p. 77—147.

2) Notices et extraits des manuscrits de la Bibliothèque Impériale t. XIX, 2^e partie (Paris 1858) p. 157—337.

ventarii t. III p. 282; explicatius de eo dixerunt cum alii tum C. Wescher in arte Graecorum poliorcetica p. XV sq., C. Mueller FHG V, 1 p. VII sq., R. Prinz in Fleckeiseni annali t. CI p. 193—210. Quorum disputationibus quae addere posse mihi videbar, ea in Musei Rhenani t. LIII p. 432—447 exposui; nunc in earum rerum commemoratione consistam, quae ad institutam hanc quaestionem pertinent.

Codex igitur Parisiacus miscellus liber est ex variorum diversi argumenti diversaeque originis codicum partibus compositus. Agmen ducunt quaterniones privi e Nicetae Choniatae Joannisque Chrysostomi codicibus nescio quibus evulsi (fol. 1—7, 8—15), claudunt quiniones complures ex decurtato aliquo codice Lysiaco relictis (fol. 104—129). Quae interiecta sunt folia 16—103, ea, cum a duobus diversis saeculi XI aut XII librariis scripta sint, ad duos diversos codices et ipsa videntur referenda esse. Atque ad alterum quidem librum, qui variarum urbium obsidiones exhibuit, fol. 16—17 et fol. 88—103 pertinent; ad alterum, in quo cum alia scripta mechanica insunt tum Heronis commentatio dioptrica, fol. 18—88 revocanda sunt: utraque olim in speciem quaternionum ordinata fuisse invictis argumentis demonstravit Prinzius, nisi quod de eis se dubitare significavit membranis, quae Dioptricum initium exhibent. Nollem fecisset vir prudentissimus ac paene supra modum cautus; nam aut egregie fallor aut harum eadem ratio est atque ceterarum. Nempe incipit illa Heronis scriptio a fol. 62^r, continuatur usque ad fol. 80^v, finitur fol. 82^r. Inter folia 61 et 62 excisi alicuius folii reliquiae cernuntur, quod cum fol. 64 nunc solitario olim cohaesit. Porro non solum fol. 81 et 82 hodieque cohaerentia locum inter se permutare oportet, verum etiam propter argumenti continuationem interseri eis folia 83—87, quae tria olim effecisse paria folii cuiusdam particula initio residua evidenter ostendit. Itaque haec fuit primigenia illarum membranarum compaginatio:



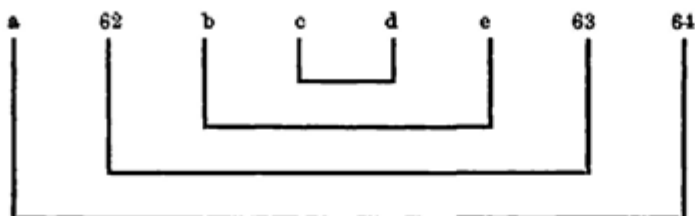
Iam altius quaestio repetenda est. In commentatione dioptrica locus est p. 196, 2, quem ampla lacuna deformatum esse Venturius (l. l. p. 85) argumentis ex ipso Heronis opusculo desumptis ita demonstravit, ut artius adstringi ratio nequirit. Cuius sagacissimae et verissimae disputationi quae opposita sunt a Vincentio, ea partim verbis Graecis parum recte explicatis aut licenter mutatis, partim rationibus perperam conclusis continentur. Principio Vincentius, quamquam *ρύπανον* et *ρυπάνιον* voces, utpote quae diversas instrumenti dioptrici partes significarent, distinguendas neque inter se permutandas esse recte pronuntiavit (l. l. p. 184, 22), tamen in cap. VIII cum in omnibus codicibus scriptum sit: *ἐπεστράφηθω δ*

πανὸν δ ἐπὶ τῷ τυπάνῳ, ipse ἐπὶ τῷ τυπανίῳ scripsit atque hoc loco, si dis placet, emendato ad acutissimam utilissimamque Venturii observationem redarguendam abusus est. Deinde quod negat Venturium perspexisse nonnullas instrumenti illius partes mobiles fuisse, nec verum est — nam potuisse nonnullas partes mobiles fuisse disertis ille verbis significavit — et si maxime verum esset, in hac quaestione diiudicanda momentum non faceret. Tum „il ne manque ici“, inquit, „que la mention des pièces mobiles, et Héron a bien pu, a dû même reporter toutes ces descriptions de détail aux passages où elles pouvaient être placées fructueusement; car ici elles eussent été inintelligibles“. Mihi secus videtur; nam Hero in cap. III totius instrumenti descriptionem et potuit proponere et debuit. Denique quae verba Vincentius in unius sententiae ambitum commodè coire statuit: οὗ τὰ στημάτια ἀρμωστὰ τῷ ἐλξημένῳ τόρμῳ, ea ipse explicare non potuit, sed mutanda esse in interpretatione Franco-gallica significavit¹⁾: quod apparet quantum de opinionis ab eo defensae probabilitate detrahat.

Tantum igitur abest, ut Venturii ratiocinatio argumentis a Vincentio adlatis refutata sit, ut lacunam rectissime ab illo animadversam esse pateat. Quae quomodo orta sit, nunc, postea quam archetypi codicis interposita est auctoritas, nemo erit quin perspiciat. Nam ille de quo agitur locus in vetusto libro Parisiaco sic scriptus invenitur, ut quae praecedunt proxime hiatum verba: οὗ τὰ στη[ea in imo folio 62^v posita sint, quae subsequuntur hiatum verba:]ἀρμωστὰ τῷ ἐλξημένῳ τόρμῳ, ea initio fol. 63^r legantur. Itaque nil magis manifestum est quam grandem illam lacunam aliquot ipsius libri Parisiaci membranarum amissione natam esse. Quot vero folia interciderint, Prinzius definiri posse negavit. Nescio an aliis, mihi quidem certe deperditorum foliorum numerus

1) Sic enim vertit: „dont les supports sont fixés sur le chapeau du tube“ eisque adscripsit: „Le grec dit: fixés à l'axe.“

videtur calculis subductis ita definiri posse, vix ut ad dubitare liceat. Nam cum et ceterae huius codicis partes quaternionibus absolvantur et ipsius commentationis dioptricae longe maxima pars in quaternionibus exarata sit, etiam primam eius partem in integro olim quaternione scriptam fuisse si minus certum, at veri est simillimum. Iam cum neque inter folia 63 et 64 neque inter folia 64 et 65 quicquam deesse disputationis continuatione satis demonstretur, consentaneum est, ut inter folia 62 et 63 duo membranarum paria interciderisse statuamus. Quo fit, ut fasciculi illius forma restituatur haecce:



Ex hoc decurtato codice Parisiaco sive ipso sive apographis cetera opusculi Heroniani exempla quotquot adhuc innotuerunt omnia esse derivata indicio est perinde ab omnibus relata lacuna illa, quam quattuor illius libri schedarum iactura natam esse demonstravi.¹⁾ Qui quibus successionis corruptionisque quasi gradibus sese excipiant, explorare vix attinet; neque enim ullam oportet esse horum auctoritatem, cum aditus ad communem eorum fontem hodieque pateat. Sunt autem hi:

1) Nam quod p. 196, 2 in cod. Paris. n° 607 *στη* scriptum est, in ceteris *σημάτια*, potuit profecto hoc unum vocabulum a quovis librario coniectura e consimili loco p. 194, 25 ducta restitui. Et vero factum est ita. Nam si aliud huius commentationis exemplum idque integrius librario illi ad manum fuisset, profecto totam illam quae nunc desideratur disputationis partem ex eo transtulisset. Atqui non transtulit: ergo ne tres quidem syllabas istas ex alio libro sumpsit, sed de suo addidit. Mitto alia indicia; hoc addo recentiores codices a Parisiaco n. 607 ita discrepare, ut dissimilitudo orta esse possit ex describentium erroribus atque aliquo etiam emendandi conatu.

Codex Vindobonensis Ms. philosophicus Graecus olim n° 110, nunc n° CXL saec. XVI exaratus, foliorum scriptorum 96. Fol. 1^r in mg. sup. leguntur haec: „Ex libris Sebastiani Tengnagel J. U. D. et Caes. Bibliothecae Praefecti A° 1619.“ De hoc libro dixit G. Schmidt in supplemento primi Heronis operum voluminis p. 23 et 88. Heronis de dioptra opusculum in foliis 31—59 scriptum est. In imo fol. 32^r leguntur haec: οὗ τὰ σημάτια; fol. 32^v et octo quae sequuntur folia nec scripta nec numeris insignita sunt; fol. 33^r ab his verbis incipit: ἀκουστὰ τῷ εἰρημένῳ τόρμῳ. Manifestum igitur est librarium codicis Vindobonensis, cum perspexisset in vetusto exemplo Parisiaco mediam disputationem hiatu interruptam esse, tot folia, quot deperditae commentationis parti necessaria esse existimabat, vacua reliquisse; consequens autem est, ut Venturium fallaci specie in errorem inductum esse statuamus, quod hunc codicem magis etiam quam ceteros decurtatos esse existimavit (*Commentarij* p. 79): de qua re prudenter iudicavit Vincentius l. l. p. 427—430.

E codice Vindobonensi Heronis libellus in eos codices transcriptus esse videtur, quibus Vincentius in editione sua adornanda usus est. Atque alter eorum, *Argentoratensis bibliothecae seminarii protestantici n° C III 6*, quamquam anno 1871 incendio absumptus est, tamen quo loco habendus sit, existimari hodieque potest; nam exstat apographum a Fr. Hase confectum¹⁾, quod pater meus benigne mihi commodavit. Eiusdem farinae codex est *Parisiacus n° 2430*, saeculo XVI scriptus, de quo vid. H. Omont Inventarii t. II p. 260 et G. Schmidt l. l. p. 29. Horum igitur uterque e codice Vindobonensi deductus est; tantum enim abest, ut hic liber minus integer quam illi sit, ut haud pauca verba exhibeat ab illis praetermissa. Cuius

1) cf. Fr. Hase de militarium scriptorum Graecorum et Latinorum omnium editione instituenda narratio (Berolini 1847) p. 10 et G. Schmidt l. l. p. 26.

Heronis op. vol. III ed. Schoene.

b

generis haec sunt exempla potiora: p. 174, 5 Vi. εἰς εὐχέρειαν μεταγαγεῖν, τὰ δὲ ψευδῶς εἰρημένα | p. 184, 3 ἔλασσον | p. 198, 19 εἴτα διόπτρα μὲν ἔστω ἡ *A*, εὐθεῖα δὲ ἡ *BΓ*. καὶ καταβάσεως μὲν πῆχεις β, ἀναβάσεως δὲ πῆχυν εἰς | p. 198, 25 στίχοις | p. 200, 4 παραλλήλω | p. 208, 17 οὕτως ἡ *ΓΒ* πρὸς *ΒΑ*. ἐχέτω δὲ τὸν τῆς *ΓΕ* πρὸς *ΑΔ* | p. 238, 5 ἡνίκα (sic) ἂν βουλόμεθα καὶ κατὰ κάθετον ὁρύσσοντες | p. 246, 8 καὶ ἐν αὐτῷ δύο εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ *ΚΑ*, *ΜΝ* | p. 254, 9 ἔστω sq. usque ad βούλωμαι | p. 262, 6 μήτε συστέλλεσθαι | p. 276, 5 μετρεῖν | p. 300, 26 ἐκάστη usque ad καὶ.

Qui superest, *codex Parisiacus inter supplementa Graeca n° 816* (cf. H. Omont *Inventarii t. III p. 313*), is apographum est libri Parisiaci n° 2430 in usum Vincentii saeculo XIX factum.

In hac subsidiorum criticorum penuria adiumentum non prorsus spernendum quo Heronis opusculum emendetur praebet ignoti nobis scriptoris Byzantini de geodesia libellus a Vincentio editus.¹⁾ Is Heroni Byzantio contra archetypi codicis fidem perperam attribuitur; nam in codice Vaticano Graeco n° 1605 (membr. saec. XI), quem unicum huic libello recensendo praesidium esse K. K. Mueller (*Mus. Rhen. t. XXXVIII [1883] p. 454—463*) docuit, sine titulo traditur. Quem qui conscripsit, ut omnem propemodum disputationis suae materiam a vetustioribus scriptoribus corrogasse videtur, ita Heronis de dioptra librum se adhibuisse disertis ipse verbis professus est (p. 388). Cuius cum codice usus sit hic illic meliore quam qui nobis praesto est Parisiacus vetustus, ad menda quaedam tollenda, maxime in cap. XXXI, utilitatem adfert. Sed quae olim inter primum et alterum geodesiae caput posita fuisse videtur instrumenti dioptrici descriptio, ea quaternionibus aliquot archetypi illius codicis amissis periit; quae si exstaret, ad lacunam illam opusculi Heroniani

1) Notices et extraits t. XIX, 2^e partie (Paris 1858) p. 348 sq.

explendam nonnihil inde redundaret; nam quoniam prooemium commentationis dioptricae ab anonymo illo scriptore in praefatione (cap. I) conscribenda adhibitum est, ex eodem armamentario eum etiam ea sumpsisse credibile est, quae de ipsius dioptrae structura non potuit non proponere. Quae cum ita sint, abiecta spe hiatus illius ex codicibus integrioribus explendi dioptrae Heronianae formam eorum indiciorum ope restituere oportet, quae per posteriorem commentationis partem sparsa inveniuntur.

Quoniam quibus praesidiis commentationis dioptricae recensio munita sit exposui, dicendum est de interpolationibus.

Ac primum Fr. Hultsch¹⁾ gravissimum illud theorema, quo areae triangularis mensura ex tribus lateribus efficitur (c. XXX), medio Heronis libello ab interpolatore quodam insertum esse autumavit. Quod si verum esset, caput illud perquam memorabile posset videri ex primo libro rationum dimetiendi desumptum esse; in hoc enim opere demonstratio illa paene eisdem verbis proponitur (p. 20, 6 sq.). At invictum praesto est argumentum quo Hultschii opinio refellatur. Ipse enim Hero in cap. XXVII: *δυνατόν δὲ, inquit, μετρήσαι τὸ ΗΚΑ τρίγωνον, ἐπειδήπερ ἔχω τὰς πλευρὰς αὐτοῦ· τοῦτο γὰρ ἐξῆς δειξόμεν.* His verbis in capite XXVII positus quoniam quasi digitum intendit in caput XXX, aut neutrum horum capitum aut utrumque ab eo scriptum esse liquido apparet. Confirmatur haec ratiocinatio duobus exemplis plane consimilibus. Nam quae in cap. XXIV scripta sunt: *δεήσει ἐπιστάσθαι ἀπὸ τοῦ δοθέντος τραπέζιον ὥς δεῖ ἀφελεῖν τραπέζιον ἴσον τῷ δοθέντι· τοῦτο δὲ ἐξῆς δειξόμεν,* his ad cap. XXVIII relegamur; item quae in cap. XXVI leguntur: *ὥς δεῖ δὲ ἀφελεῖν τρίγωνον ἢ προσθεῖναι, ἐξῆς δειξόμεν,* iis ea spectantur, quae in cap. XXIX demonstrantur. Qui haec expenderit, facile opinor intelleget capita XXVIII, XXIX, XXX non modo non aliena esse

1) Heronis Alexandrini reliqu. praef. p. XVII.

a commentationis dioptricae consilio, verum etiam necessaria eius esse supplementa, quippe quibus difficiles aliquot demonstrationes mathematicae, quarum in superioribus capitibus mentio facta sit, contineantur.

Ut haec iniuria, ita ea, quae in capite XXXVII exponuntur, merito interpolationis suspicionem moverunt; nam toto genere aliena sunt a quaestionibus dioptriciis eisque ne minima quidem societate coniunguntur. Sed quod Hermannus Diels¹⁾ fragmentum illud, quod etiam initio Mechanicorum Heronis legitur²⁾, in vetusto aliquo corpore commentationum Heronianarum medium inter Dioptrica et Mechanica locum obtinuisse ob eamque rem posterioribus temporibus tum una cum commentatione dioptrica, tum una cum Mechanicis per libros manu scriptos propagatum esse suspicatus est, vereor ne haec opinatio in lubrico versetur. Etenim in vetusto codice Parisiaco (suppl. Gr. n° 607) caput illud XXXVII non extremo Heronis libro adiunctum reperitur, sed continuatur eo capite, quod nunc est XXXV, in Vincentii autem editione editoris iudicio arbitrioque factum est, ut caput illud eo loco, quem in codicibus tenet, moveretur: quae res subobscura quidem, sed indicata tamen est p. 319. Itaque coniectura illa sane speciosa mihi reprobanda esse videtur; neque enim, quantum ego existimare possum, certum praesto est argumentum, quo evincatur caput XXXVII ab interpolatore extremae Heronis commentationi adscriptum fuisse ac postea demum sive membranis traiectis sive alia de causa sedem mutasse.

Figurarum geometricarum — ut hoc addam — alia est in priore atque in altero Heronis scripto ratio. Nam cum rationum dimetiendi libros in codice Constantino-politano figuris diligenter pictis distinctos viderem, has ipsas delineandas curavi; dioptricae autem commentationis

1) *Deutsche Literaturzeitung* 1895, 44.

2) Carra de Vaux, *Les Mécaniques d'Héron d'Alexandrie* p. 39 sq.; cf. Nix II, 1 p. XXIII et 2.

figuras partim a Vincentio mutuatus sum, partim refinxi, quoniam eae, quae in libro Parisiaco sunt, non omnes idoneae videbantur.

Heronis similiumque Heronis scriptorum emendatio facilis est eademque difficilis: facilis, quia illi in angusto verborum et sententiarum gyro quasi circumaguntur; difficilis, quia in eis rebus explicandis versantur, quae a litteratorum studiis plerorumque alienae sunt. Itaque ego, ut homo grammaticus mathematices parum peritus, multo minus me, quam par erat, assecutum esse scio speroque fore, ut alii inchoatum opus perficiant. Quodsi qua sunt in hoc volumine, quae litteris conducere videantur, ea non tam mihi accepta referri cupio quam patri meo optimo, qui et repertos a se in codice Constantinopolitano rationum dimetiendi libros edendos mihi tradidit et commentationem dioptricam cum libro Parisiaco accuratissime collatam mihi commodavit. Praeterea Maximilianus Nath, vir doctissimus, dum plagulas mea causa semel iterumque perlegit, acutissimis observationibus et emendationibus egregie de hac editione meruit. Statio haec, non portus est; ad portum nisi coniuncta multorum opera non pervenietur. Itaque si philologorum et mathematicorum studia ad hos libros legendos, emendandos, illustrandos excitavero, amplissimum laboris praemium consecutus esse mihi videbor.

ΗΡΩΝΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ
ΜΕΤΡΙΚΩΝ

Α Β Γ

ΗΡΩΝΟΣ ΜΕΤΡΙΚΩΝ Α

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ

cod. Cpolit.
n. 1 fol. 67^r

Ἡ πρώτη γεωμετρία, ὡς ὁ παλαιὸς ἡμᾶς διδάσκει λόγος, περὶ τὰς ἐν τῇ γῇ μετρήσεις καὶ διανομὰς κατησχολεῖτο, ὅθεν καὶ γεωμετρία ἐκλήθη· χρειώδους 5 δὲ τοῦ πράγματος τοῖς ἀνθρώποις ὑπάρχοντος ἐπὶ πλεόν προήχθη τὸ γένος, ὥστε καὶ ἐπὶ τὰ στερεὰ σώματα χωρῆσαι τὴν διοίκησιν τῶν τε μετρήσεων καὶ διανομῶν· καὶ ἐπειδὴ οὐκ ἐξήρκει τὰ πρῶτα ἐπινοηθέντα θεωρήματα, προσεδέθησαν ἔτι περισσοτέρας 10 ἐπισκέψεως, ὥστε καὶ μέχρι νῦν τινὰ αὐτῶν ἀπορεῖσθαι, καίτοι Ἀρχιμήδους τε καὶ Εὐδόξου γενναίως ἐπιβεβληκότων τῇ πραγματείᾳ. ἀμήχανον γὰρ ἦν πρὸ τῆς Εὐδόξου ἐπινοίας ἀπόδειξιν ποιήσασθαι, δι' ἧς ὁ κύλινδρος τοῦ κώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ 15 καὶ ὕψος ἴσον τριπλάσιός ἐστι, καὶ ὅτι οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα πρὸς ἀλλήλα. καὶ πρὸ[ς] τῆς Ἀρχιμήδους συνέσεως ἄπιστον ἦν ἐπινοῆσαι, διότι ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ (π. σφ. 20

1 tituli litterae minio scriptae, dein inauratae 3—9 amplificata leguntur in Heronis pers. Geometria 106 p. 138, 31 sq. Hu. 3 cf. Herodotus II 109 10 προσεδέθησαν: sc. αἱ μετρήσεις 14 δι' ἧς: διότι Heiberg 14—15 cf. Archimedes π.

VERMESSUNGSLEHRE VON HERON VON ALEXANDRIA.

ERSTES BUCH.

FLÄCHENVERMESSUNG.

5 In ihren Anfängen beschäftigte sich die Geometrie, ^{Vorrede}
wie die alte Erzählung uns lehrt, mit den Landvermes-
sungen und Landteilungen, wovon sie auch Geometrie
(Landmessung) genannt ward. Da dies Geschäft für die
Menschen nützlich war, so wurde sein Gattungsbegriff er-
10 weitert, sodaß die Handhabung der Messungen und Teilungen
auch zu den festen Körpern fortschritt, und da die zuerst
gefundenen Sätze nicht ausreichten, so bedurften jene
Operationen noch weiterer Forschung, sodaß sogar bis zum
gegenwärtigen Moment manches davon noch ungelöst ist,
15 obwohl Archimedes und Eudoxus den Gegenstand vortreff-
lich behandelt haben. Denn vor des Eudoxus Entdeckung
war es unmöglich, den Nachweis zu liefern, daß der
Cylinder dreimal so gross ist, als der Kegel, der mit ihm
dieselbe Basis und die gleiche Höhe hat (Elem. XII 10),
20 sowie dafür, daß die Kreise sich zu einander verhalten wie
die Quadrate ihrer Durchmesser zu einander (Elem. XII 2).
Und vor Archimedes' scharfsinniger Entdeckung war es
nicht wahrscheinlich, daß man auf den Gedanken kam, daß

σφαίρας καὶ κυλίνδρου I 1 vol. I p. 4, 14 Heib. 17 ὡς ἀπὸ:
ὡς <τὰ> ἀπὸ Heiberg 18 πρὸς: corr. man. 2

καὶ κυλ. I, 33 vol. I p. 136 Heib.) καὶ ὅτι τὸ στερεὸν
 αὐτῆς δύο τριτημόριά ἐστι τοῦ περιλαμβάνοντος αὐτὴν
 κυλίνδρου (ibid. I, 34 corollarium vol. I p. 146 Heib.)
 καὶ ὅσα τούτων ἀδελφὰ τυγχάνει. ἀναγκαίως οὖν ὑπαρ-
 χούσης τῆς εἰρημένης πραγματείας καλῶς ἔχειν ἡγη- 5
 σάμεθα συναγαγεῖν, ὅσα τοῖς πρὸ ἡμῶν εὐχρηστα
 ἀναγέγραπται καὶ ὅσα ἡμεῖς προ(σ)εθεωρήσαμεν.
 ἀρξώμεθα δὲ ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων μετρήσεων, συμπα-
 ραλαμβάνοντες τοῖς ἐπιπέδοις καὶ τὰς ἄλλας ἐπιφανείας
 κοίλας ἢ κυρτάς, ἐπειδήπερ πᾶσα ἐπιφάνεια ἐκ δύο 10
 <δια>στάσεων ἐπινοεῖται. αἱ δὲ συγκρίσεις τῶν εἰρη-
 μένων ἐπιφανειῶν γίνονται πρὸς τι χωρίον εὐθύ-
 γραμμὸν τε καὶ ὀρθογώνιον, εὐθύγραμμον μὲν, ἐπεὶ
 101. 67^r ἢ εὐθεῖα ἀμετάπτωτος | ἐστι παρὰ τὰς ἄλλας γραμμάς·
 πᾶσα γὰρ εὐθεῖα ἐπὶ πᾶσαν εὐθεῖαν ἐφαρμόζει, αἱ 15
 δὲ ἄλλαι κοῖλαι ἢ κυρταὶ οὐ πᾶσαι ἐπὶ πάσας. <...>
 διὸ πρὸς ἐστηκός τι, λέγω δὲ τὴν εὐθεῖαν, ἔτι δὲ καὶ
 πρὸς τὴν ὀρθὴν γωνίαν τὴν σύγκρισιν ἐποιήσαντο·
 πάλιν γὰρ πᾶσα ὀρθὴ ἐπὶ πᾶσαν ὀρθὴν ἐφαρμόζει, αἱ
 δ' ἄλλαι οὐ πᾶσαι ἐπὶ πάσας. καλεῖται δὲ πῆχυς μὲν 20
 ἐμβαδὸς, ὅταν χωρίον τετράγωνον ἐκάστην πλευρὰν
 ἔχῃ πῆχεος ἑνός· ὁμοίως δὲ καὶ ἐμβαδὸς ποῦς καλεῖται,
 ὅταν χωρίον τετράγωνον ἔχῃ ἐκάστην πλευρὰν ποδὸς
 ἑνός. ὥστε αἱ εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὰς συγκρίσεις
 λαμβάνουσι πρὸς τὰ εἰρημένα χωρία ἢ τὰ τούτων μέρη. 25
 πάλιν δ' αὖ τὰ στερεὰ σώματα τὰς συγκρίσεις λαμ-
 βάνει πρὸς χωρίον στερεὸν εὐθύγραμμὸν τε καὶ ὀρθο-
 γώνιον, πάντη ἰσόπλευρον· τοῦτο δὲ ἐστι κύβος ἔχων
 ἐκάστην πλευρὰν ἥτοι πῆχεος ἑνός ἢ ποδὸς ἑνός· ἢ

7 προεθεωρήσαμεν: correxi
 10—11 ἐκ δύο στάσεων: corr. man. 3

8 <τῶν> τῶν Heiberg
 16 post πάσας spatium 16

die Oberfläche der Kugel viermal so groß ist als der Flächeninhalt eines ihrer größten Kreise, und daß ihr Kubikinhalt zwei Drittel des sie umschließenden Cylinders ist, und was es sonst noch an verwandten Sätzen giebt.
 5 Da nun das bezeichnete Studium unentbehrlich ist, so hielten wir für angemessen, alles zusammenzustellen, was unsere Vorgänger Brauchbares darüber aufgezeichnet und was wir selbst dazu gefunden haben.

Beginnen wollen wir mit den Messungen von ebenen
 10 Flächen, indem wir zu den ebenen Flächen auch die übrigen, convexen oder concaven, Oberflächen dazunehmen, da der Begriff jeder Oberfläche nur zweier Dimensionen bedarf. Verglichen werden die genannten Oberflächen mit einem geradlinigen rechtwinkligen Flächenstück, einem
 15 geradlinigen, weil die Gerade im Unterschied von den übrigen Linien beim Umschlagen unveränderlich ist (denn jede Gerade paßt auf jede andere Gerade; die übrigen, convexen oder concaven, Linien dagegen nicht sämtlich auf sämtliche anderen). Deshalb verglich man mit etwas Fest-
 20 stehendem, nämlich der Geraden, weiter aber auch mit dem rechten Winkel. Denn wiederum paßt jeder rechte Winkel auf jeden anderen rechten Winkel, die anderen dagegen nicht sämtlich auf alle übrigen ihrer Gattung. Man spricht aber von einer Quadratelle, wenn ein quadratisches Flächenstück Seiten von der Länge einer Elle hat;
 25 in ähnlicher Weise spricht man von einem Quadratfuß, wenn ein quadratisches Flächenstück Seiten von der Länge eines Fußes hat. Die genannten Oberflächen werden daher mit diesen Flächenstücken oder Teilen derselben verglichen.
 30 Die festen Körper wiederum werden verglichen mit einem festen Körper, der geradkantig und rechtwinkelig und überall gleichkantig ist — dies ist aber ein Würfel, an dem jede Kante 1 Elle oder 1 Fuß beträgt — oder wieder

πάλιν πρὸς τὰ τούτων μέρη. δι' ἣν μὲν οὖν αἰτίαν
πρὸς τὰ εἰρημένα χωρία ἢ σύγκρισις γίνεται, εἴρηται,
ἐξῆς δὲ ἀρξώμεθα τῶν ἐν ταῖς ἐπιφανείαις μετρήσεων.
ἵνα οὖν μὴ καθ' ἑκάστην μέτρησιν πόδας ἢ πήχεις ἢ
τὰ τούτων μέρη ὀνομάζωμεν, ἐπὶ μονάδων τοὺς ἀριθ- 5
μοὺς ἐκθησώμεθα· ἐξὸν γὰρ αὐτὰς πρὸς ὃ βούλεται
τις μέτρον ὑποτίθεσθαι.

α. Ἐστω χωρίον ἑτερομήκης <τὸ $AB\Gamma\Delta$ ἔχον> τὴν
μὲν AB μονάδων ϵ , τὴν δὲ $A\Gamma$ μονάδων γ . εὗρεῖν
αὐτοῦ <τὸ ἐμβαδόν>. ἐπεὶ πᾶν παραλληλόγραμμον 10
ὀρθογώνιον <περιέχεσθαι λέ>γεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν
ὀρθὴν γωνίαν περι<εχουσῶν εὐθειῶν> καὶ ἔστι τὸ
ὑπὸ τῶν BA $A\Gamma$ περιεχόμενον <τοιούτο, τὸ> ἐμ-
βαδὸν τοῦ ἑτερομήκους ἔσται μονάδων $\iota\epsilon$. <ἐὰν γὰρ
ἑκατέρα πλευρὰ> διαιρεθῇ ἢ μὲν AB εἰς τὰς μονάδας 15
 ϵ , ἢ δὲ $A\Gamma$ ὁμοίως <εἰς τὰς γ μονάδας καὶ δι>ὰ τῶν
τομῶν παράλληλοι ἀχθῶσιν ταῖς τοῦ παραλληλο-
101. 68^ε γράμμου πλευραῖς, ἔσται τὸ χωρίον διηρημένον εἰς
χωρία $\iota\epsilon$, ὧν ἕκαστον ἔσται μονάδος α . κἂν τετρά-
γωνον δὲ ἢ τὸ χωρίον, ὃ αὐτὸς ἀρμόσει λόγος. 20

β. Ἐστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ $AB\Gamma$ ὀρθὴν ἔχον
τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν. καὶ ἔστω ἢ μὲν AB μονάδων
 γ , ἢ δὲ $B\Gamma$ μονάδων δ . εὗρεῖν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τρι-
γώνου καὶ <τὴν ὑποτείνουσιν. προσανα>πεπληρώσθω
τὸ $AB\Gamma\Delta$ <παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, οὗ> τὸ 25

6 ἐκθησώμεθα: corr. Heiberg 8 spatium 8 litterarum;
supplemento a man. 2 adscripto ἔχον addidi 10 αὐτήν: correxi
spatium 8 litterarum; supplevi 11 spatium 12 litterarum;
supplevi coll. Eucl. Elem. II def. 1. 12 spatium 13 litterarum;
supplevi. <εχουσῶν πλευρῶν> man. 2 13 spatium 9 litterarum;
supplevi. <ὀρθογώνιον τὸ> man. 2 14 spatium 15 litterarum;
supplevi. <ἑκατέρα τῶν πλευρῶν> m. 2 15 τὰς ϵ μονάδας

mit Teilen dieser Würfel. Aus welchem Grunde nun die
Vergleichung mit den genannten Raumteilen angestellt
wird, ist gesagt, im Folgenden aber wollen wir mit den
Oberflächenmessungen beginnen. Damit wir nun nicht
5 bei jeder Messung Fulse oder Ellen oder Teile davon zu
nennen brauchen, so werden wir die Zahlenangaben in
Einheiten machen, denn man kann dieselben jeder be-
liebigen Maßeinheit unterlegen.

I. Es sei $AB\Gamma A$ ein Rechteck, in dem $AB = 5$, $A\Gamma$
10 $= 3$; zu finden seinen Inhalt. Da jedes rechtwinklige
Parallelogramm bestimmt wird durch zwei einen rechten
Winkel einschließende Gerade und die von BA , $A\Gamma$ be-
stimmte Figur ein solches ist, so wird der Inhalt des

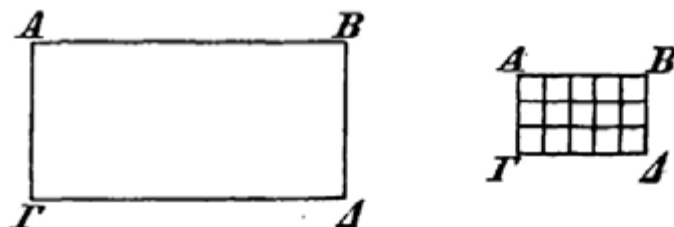


Fig. 1.

Rechtecks $= 15$ sein, denn wenn jede Seite geteilt wird,
15 und zwar AB in seine 5 Einheiten, $A\Gamma$ aber in seine
3 Einheiten und durch die Schnittpunkte Parallelen zu
den Seiten des Parallelogramms gezogen werden, so wird
die Fläche in 15 Flächenstücke geteilt sein, von denen
jedes gleich 1 Flächeneinheit sein wird. Und wenn die
20 Fläche ein Quadrat ist, so wird derselbe Beweis passen.

II. Es sei $AB\Gamma$ ein rechtwinkliges Dreieck, in dem der
Winkel bei $B = 1 R$ und $AB = 3$, $B\Gamma = 4$ sein soll.
Zu finden den Inhalt des Dreiecks und seine Hypotenuse.
Man ergänze das rechtwinklige Parallelogramm $AB\Gamma A$,

Heiberg 16 spatium 15 litterarum; supplevi. <εἰς τὰς τρεῖς
καὶ δι> man. 2 24 spatium incertum; supplevi. <τ. ὅπ. συμ>
man. 2 25 spatium 22 litterarum; supplevi. <ἐπεὶ γὰρ τοῦ
 $AB\Gamma A$ ὀρθογωνίου παραλληλογράμου> man. 2

ἐμβαδόν, ὡς ἐπάνω <δέδεικται, μονάδων ιβ. τὸ δὲ $AB\Gamma$
 τρίγωνον> ἡμισὺ ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma\Delta$ <παράλληλογράμμου·
 ἔσται οὖν> τοῦ $AB\langle\Gamma\rangle$ τριγώνου <τὸ ἐμβαδὸν μονάδων
 5· καὶ> ἐπεὶ ὀρθή ἐστὶν <ἡ πρὸς τῷ B γωνία, τὰ ἀπὸ
 τῶν $AB\ B\Gamma$ > τετράγωνα ἴσα ἐστὶν <τῷ ἀπὸ τῆς $A\Gamma$ 5
 τετραγώνῳ.> καὶ ἔστι τὰ ἀπὸ τῶν $AB\ B\Gamma$ <τετράγωνα
 μονάδων κε· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς> $A\Gamma$ ἄρα ἔσται μονάδων κε·
 αὐτὴ <ἄρα ἡ $A\Gamma$ μονάδων ε. ἡ δὲ μέθοδός ἐστὶν αὕτη·>
 τὰ μὲν γ ἐπὶ τὰ δ ποιήσαντα λαβεῖν <τὸ ἡμισυ τούτων·
 γίνεται 5· τοσούτων> τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου. καὶ 10
 <.....τὰ γ > ἐφ' ἑαυτὰ ποιήσαντα καὶ ὁμοίως τὰ δ ἐφ' ἑαυτὰ
 <ποιήσαντα συνθεῖναι>· καὶ γίνονται κε· καὶ τούτων
 πλευρὰν λαβόντα ἔχειν <τοῦ τριγώνου τὴν> ὑποτείνουσιν.

γ. Ἐστω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ $AB\Gamma$ ἴσην ἔχον τὴν
 AB τῇ $A\Gamma$ καὶ ἑκατέραν <τῶν> ἴσων μονάδων ι. 15
 τὴν δὲ $B\Gamma$ [τῇ $A\Gamma$ <καὶ> ἑκατέραν τῶν ἴσων μονάδων ι
 fol. 68v <τὴν δὲ $B\Gamma$ >] | μονάδων ιβ. εὗρεῖν αὐτοῦ[ς] <τὸ ἐμ-
 βαδόν.> ἤχθω κάθετος ἐπὶ τὴν $B\Gamma$ ἢ AD . καὶ διὰ μὲν
 τοῦ A τῇ $B\Gamma$ παράλληλος ἤχθω ἢ EZ , διὰ δὲ τῶν B, Γ
 τῇ AD παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $BE, \Gamma\langle Z\rangle$. διπλάσιον 20
 ἄρα ἐστὶν τὸ $B\Gamma EZ$ παράλληλόγραμμον τοῦ $AB\Gamma$
 τριγώνου· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ ἔχει τὴν αὐτὴν καὶ ἐν
 ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἰσοσκελὲς

1 spatium 19 litterarum; supplevit man. 2 2 spatium 20
 litterarum; supplevit man. 2 3 AB : corr. man. 2 spatium 18
 litterarum; supplevit man. 2 4 spatium 17 litterarum; supplevi.
 <ἡ ἀπὸ $AB\Gamma$ γωνία καὶ ...> man. 2 5 spatium 17 litterarum;
 supplevi. $A\Gamma$ ὑποτείνουσας man. 2 6 ἀπὸ τῶ: corr. man. 2
 7 spatium 25 litterarum; supplevi. <τ. μ. ις συναμφοτέρω· καὶ
 τὸ ἀπὸ> man. 2 8 spatium 17 litterarum; supplevi. <ἄρα ἔσται
 μονάδων ε> man. 2 9 spatium 21 litterarum; supplevi. τὰ μὲν
 β: correxi 11 spatium 17 litterarum; supplevi post αὐτὰ spa-
 tium 9 litterarum; supplevi 13 spatium 20 litterarum; supplevi

dessen Inhalt = 12 ist, wie oben gezeigt; der Inhalt des Dreiecks $AB\Gamma$ aber ist gleich der Hälfte des Parallelogramms $AB\Gamma A$ (Elem. I 34). Der Inhalt des Dreiecks $AB\Gamma$

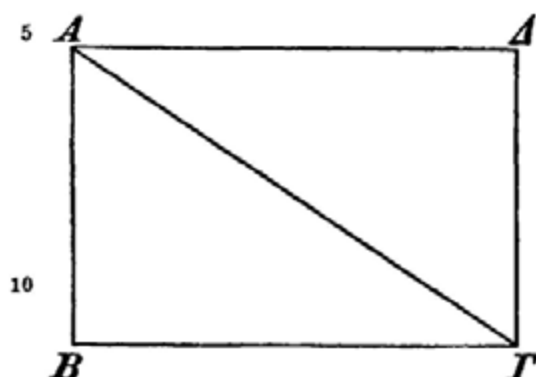


Fig. 2.

wird also = 6 sein.

Und da der Winkel bei $B = 1 R$ ist, so ist

$$AB^2 + B\Gamma^2 = A\Gamma^2.$$

Nun ist aber

$$AB^2 + B\Gamma^2 = 25;$$

also ist auch

$$A\Gamma^2 = 25;$$

folglich

$$A\Gamma = 5.$$

Das Verfahren ist folgendes: $\frac{3 \times 4}{2} = 6$. So viel beträgt der Inhalt des Dreiecks. Und $3^2 + 4^2 = 25$. Nimmt man hiervon die Wurzel, so hat man die Hypotenuse des Dreiecks.

III. Es sei $AB\Gamma$ ein gleichschenkliges Dreieck, in dem $AB = A\Gamma = 10$, $B\Gamma = 12$ sei. Zu finden seinen Inhalt.

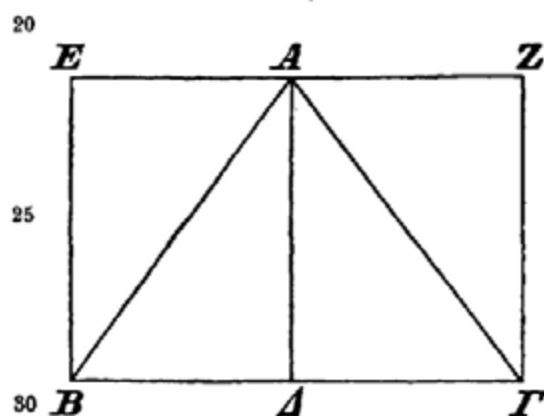


Fig. 3.

Es werde auf $B\Gamma$ die Höhe AA' gefällt und durch A zu $B\Gamma$ eine Parallele EZ , durch B und Γ aber zu AA' die Parallelen $BE, \Gamma Z$ gezogen. Folglich ist das Parallelogramm $B\Gamma EZ$ doppelt so groß als das Dreieck $AB\Gamma$; denn es hat dieselbe Basis wie die-

15 spatium 7 litterarum; supplevi 16 sq. delevi 17 αὐτοῦς;
correxī; lacunam 12 litterarum supplevi 20 <Z> add. man. 2

ἐστὶ καὶ κάθετος ἤκται ἡ $ΑΔ$, ἴση ἐστὶν ἡ $ΒΔ$ τῇ $ΔΓ$. καὶ ἐστὶν ἡ $ΒΓ$ μονάδων $ιβ$. ἡ ἄρα $ΒΔ$ ἐστὶ μονάδων $ς$. ἡ δὲ $ΑΒ$ μονάδων $ι$. ἡ ἄρα $ΑΔ$ ἐστὶ μονάδων $η$, ἐπειδήπερ τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΒ$ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $ΒΔ ΔΑ$. <ὥστε καὶ> ἡ $ΒΕ$ ἐστὶ μονάδων $η$. 5 ἡ δὲ $ΒΓ$ ἐστὶ μονάδων $ιβ$. τοῦ ἄρα $ΒΓΕΖ$ παραλληλογράμμου τὸ ἐμβαδὸν ἐστὶ μονάδων $Ϛς$. ὥστε τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν ἐστὶ μονάδων $μη$. ἡ δὲ μέθοδος ἐστὶν αὕτη· λαβὲ τῶν $ιβ$ τὸ ἥμισυ· γίνονται $ς$. καὶ τὰ $ι$ ἐφ' ἑαυτὰ· γίνονται $ρ$. ἄφελε τὰ $ς$ ἐφ' 10 ἑαυτὰ, ἃ ἐστὶ $λς$. γίνονται λοιπὰ $ξδ$. <τούτων πλευρὰ γίνεται $η$ > τοσοῦτου ἐστὶ ἡ $ΑΔ$ κάθετος. <καὶ τὰ $ιβ$ ἐπὶ τὰ $η$ γίνονται> $ρς$. τούτων τὸ ἥμισυ. <γίνονται $μη$ τοσοῦτων ἐστὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου>.

δ. Τῶν δὲ ἀνισοσκελῶν τριγώνων <τὰς γωνίας 15 δεῖ ἐπισκέ>ψασθαι ὅπως τὰς ἀγομένας καθετούς ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τὰς πλευρὰς εἰδῶμεν, ἥτοι ἐντὸς τῶν γωνιῶν πίπτουσιν ἢ ἐκτός· ἔστω οὖν δοθὲν τρίγωνον τὸ $ΑΒΓ$ ἔχον ἐκάστην πλευρὰν δοθεισῶν μοιρῶν. καὶ δεόν ἐστὶν ἐπισκέψασθαι εἰ τύχοι τὴν πρὸς τῷ $Α$ 20 γωνίαν, ἥτοι ὀρθή ἐστὶν ἢ ἀ<μβλεῖ>α ἢ ὀξεῖα· εἰ μὲν οὖν τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ τετράγωνον ἴσον ἐστὶν <τοῖς> 101. 69^ε ἀπὸ τῶν $ΒΑ ΑΓ$ τετραγώνοις, δῆλον ὅτι ὀρθή ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ $Α$ γωνία· εἰ δὲ ἔλασσον, ὀξεῖα· εἰ δὲ μείζον, δῆλον ὅτι ἀμβλεῖα ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ $Α$ γωνία. ὑπο- 25 κείσθω δὴ τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ τετράγωνον ἔλασσον τῶν

5 spatium 3 litterarum; supplevit Heiberg 13 spatium 17 litterarum; supplevi 14 versus unus et dimidius vacui; supplevi 15 spatium 18 litterarum; supplevi; [ἐπισκε] etiam m. 2. 17 ἰδῶμεν: corr. Heiberg 20 fortasse δεόν ἔστω 21 spatium 5 litterarum; supplevit man. 2. 24 ἐλάσσων et μείζων: correxi 26 δὲ: correxi ἀπὸ τῇ: correxi ἐλάσσων: correxi

ses und liegt zwischen denselben Parallelen (Elem. I 41). Und da das Dreieck gleichschenkelig ist und die Höhe AD gefällt ist, so ist $BD = DI$. Nun ist $BI = 12$. Also ist $BD = 6$. Es ist aber $AB = 10$; also $AD = 8$, da
 5 $AB^2 = BD^2 + AD^2$. Und auch $BE = 8$, BI aber $= 12$. Der Inhalt des Parallelogramms $BIEZ$ ist also $= 96$. Der Inhalt des Dreiecks ABI ist also $= 48$. Das Verfahren ist folgendes:

$$\begin{aligned} & \frac{12}{2} = 6 \\ 10 & \quad 10^2 = 100 \\ & 100 - 36 = 64 \\ & \sqrt{64} = 8 = AD \\ \text{Ferner:} & \quad 12 \times 8 = 96 \\ & \quad \frac{96}{2} = 48. \end{aligned}$$

15 So viel beträgt der Inhalt des Dreiecks.

IV. Bei den ungleichschenkligen Dreiecken muß man die Winkel an der Spitze betrachten, um zu wissen, ob

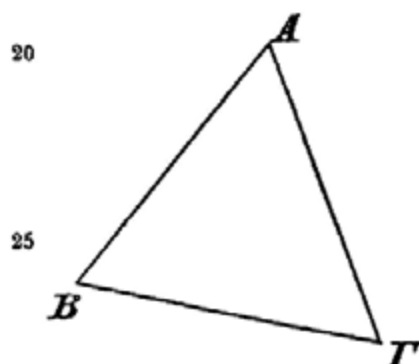


Fig. 4.

20 die von den Winkeln auf die gegenüberliegenden Seiten gefällten Höhen innerhalb der Winkel fallen oder außerhalb. Es sei gegeben das Dreieck ABC , in dem jede Seite eine gegebene Größe habe. Und es sei beispielsweise nötig, den Winkel bei A zu betrachten, ob er ein
 25 rechter oder ein stumpfer oder ein spitzer ist. Wenn nun BC^2 gleich $BA^2 + AC^2$ ist, so ist klar, daß der Winkel bei
 30 A ein rechter ist; wenn es aber kleiner ist, so ist er ein spitzer; wenn es größer ist, so ist es offenbar, daß der Winkel bei A ein stumpfer ist (Elem. II 12—13). Es werde

ἀπὸ τῶν $ΒΑ ΑΓ$ τετραγώνων. ὁξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ $Α$ γωνία. εἰ γὰρ οὐκ ἔσται ὁξεῖα, ἦτοι ὀρθή ἐστὶν ἢ ἀμβλεῖα. ὀρθή μὲν οὖν οὐκ ἐστὶν· ἔδει γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ τετραγώνου ἴσον εἶναι τοῖς ἀπὸ τῶν $ΓΑ ΑΒ$ τετραγώνοις· οὐκ ἔστιν δέ· οὐκ ἄρα ὀρθή ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ $Α$ γωνία. οὐδὲ μὴν ἀμβλεῖα ἐστὶν· ἔδει γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ τετραγώνου μείζον εἶναι τῶν ἀπὸ τῶν $ΓΑ ΑΒ$ τετραγώνων· οὐκ ἔστιν δέ· οὐδὲ ἄρα ἀμβλεῖα ἐστὶν. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ὀρθή· ὁξεῖα ἄρα ἐστὶν. ὁμοίως δὴ ἐπιλογιούμεθα καὶ ἐὰν τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ τε- 10
τραγώνου μείζον ἢ τῶν ἀπὸ τῶν $ΒΑ ΑΓ$ τετραγώνων, ὅτι ἀμβλεῖα ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ $Α$ γωνία.

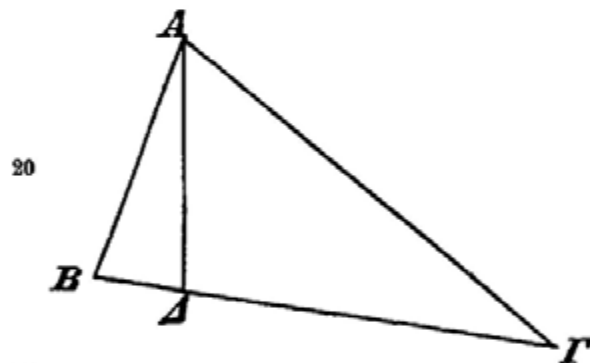
ε. "Ἐστω τρίγωνον ὀξυγώνιον τὸ $ΑΒΓ$ ἔχον τὴν μὲν $ΑΒ$ μονάδων $ιγ$, τὴν δὲ $ΒΓ$ μονάδων $ιδ$, τὴν δὲ $ΑΓ$ μονάδων $ιε$.> εὐρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. φα- 15
νερόν <..... ὅτι> ὁξεῖα ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ $Β$ γωνία· τὸ <γὰρ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ τετραγώνου ἔλασσον> ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΒ$ $ΒΓ$ τετραγώνων. κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν $ΒΓ$ ἢ $ΑΔ$. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ <τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓΒ ΒΔ$ ἔλασσόν> ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΒ$ 20
 $ΒΓ$ ὡς <.....> δέδεικται. καὶ ἔστι τὰ μὲν ἀπὸ τῶν $ΑΒ ΒΓ$ <μονάδων $τξε$, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς> $ΑΓ$ μονάδων <σ>κε· λοιπὸν ἄρα τὸ δις ὑπὸ <τῶν $ΓΒ ΒΔ$ μονάδων $ρμ$ · τὸ ἄρα> ἅπαξ ὑπὸ τῶν $ΓΒ ΒΔ$ ἔσται μονάδων $ο$. καὶ <ἐστὶν ἡ $ΒΓ$ μονάδων> $ιδ$ · ἡ ἄρα $ΒΔ$ 25
ἔσται μονάδων $ε$. καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΒ$ <ἴσον ἐστὶ>

1 τῶν ἀπὸ τὸ: correxi 13 [ὀξυγώνιον] Heiberg 14 lacuna
15 litterarum capax; supplevi 16 spatium 14 litterarum;
supplevi ὅτι; cetera dubia, f. ἐκ τῶν προγεγραμμένων τῷ $Α$:
corr. Heiberg 17 spatium 14 litterarum; supplevi 18 spatium 17
litterarum; supplevi 19 spatium 26 litterarum; supplevi 20 τοῖς
ἀπὸ: correxi 21 spatium 14 litterarum; fortasse <ἐν τοῖς

angenommen, $B\Gamma^2$ sei kleiner als $BA^2 + A\Gamma^2$; es ist also der Winkel bei A ein spitzer. Denn wenn er nicht ein spitzer ist, ist er entweder ein rechter oder ein stumpfer. Ein rechter nun ist er nicht; denn dann müßte
 5 $B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2$ sein. Das ist aber nicht der Fall; folglich ist der Winkel bei A kein rechter. Er ist jedoch auch kein stumpfer; denn dann müßte $B\Gamma^2$ größer sein als $A\Gamma^2 + AB^2$. Das ist aber nicht der Fall; er ist also auch kein stumpfer. Es ward aber gezeigt, daß er auch kein
 10 rechter ist; er ist also ein spitzer. In ähnlicher Weise nun werden wir schließen, daß wenn $B\Gamma^2$ größer ist als $BA^2 + A\Gamma^2$, der Winkel bei A ein stumpfer ist.

V. Es sei $AB\Gamma$ ein spitzwinkliges Dreieck, in dem $AB = 13$, $B\Gamma = 14$, $A\Gamma = 15$ ist. Zu finden seinen In-

15



20

Fig. 5.

halt. Es ist aus dem Bewiesenen klar, daß der Winkel bei B ein spitzer ist. Denn $A\Gamma^2$ ist kleiner als $AB^2 + B\Gamma^2$. Es werde auf $B\Gamma$ die Höhe $A\Delta$ gefällt.¹⁾ Es ist also

$$A\Gamma^2 + 2\Gamma B \times B\Delta = AB^2 + B\Gamma^2,$$

wie $\langle \dots \rangle$ gezeigt

ist. Nun ist $AB^2 + B\Gamma^2 = 365$ und $A\Gamma^2 = 225$.

Folglich ist $2B\Gamma \times B\Delta = 140$; folglich $B\Gamma \times B\Delta = 70$.

Nun ist $B\Gamma = 14$; folglich wird $B\Delta = 5$. Und da

30 $AB^2 = A\Delta^2 + \Delta B^2$ ist und $AB^2 = 169$, $B\Delta^2 = 25$ ist,

1) $A\Delta$ müßte auf $B\Gamma$ senkrecht stehen.

$\sigma\tau\omicron\chi\epsilon\iota\omicron\varsigma$ aut $\langle \tau\omicron\sigma \sigma\tau\omicron\chi\epsilon\iota\omega\tau\eta \rangle$ aut $\langle \tau\omicron\sigma \text{ Εὐκλείδης ἀπο} \rangle$ cf. Euclidis Elementa II 13 22 spatium 10 litterarum; supplevi
 23 $\langle \sigma \rangle$ addidi spatium 15 litterarum; supplevi 25 spatium
 10 litterarum; supplevi 26 spatium 4 litterarum; supplevi

τοῖς ἀπὸ τῶν $ΑΔ ΔΒ$ · καὶ ἔστι τὸ μὲν ἀπὸ τῆς $ΑΒ$
 fol. 69^v μονάδων ρξθ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς $ΒΔ$ μονάδων κε·
 λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΔ$ ἔσται μονάδων ρμδ.
 αὕτη ἄρα ἡ $ΑΔ$ ἔσται μονάδων ιβ. ἔστι δὲ καὶ ἡ
 $ΒΓ$ μονάδων ιδ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΒΓΑΔ$ ἔσται 5
 μονάδων ρξη. καὶ ἔστι τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου διπλάσιον·
 τὸ <ἄρα> $ΑΒΓ$ τρίγωνον ἔσται μονάδων πδ. ἡ δὲ
 μέθοδος ἔσται τοιαύτη· τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτά· γίννεται ρξθ·
 καὶ τὰ ιδ ἐφ' ἑαυτά· γίννεται ρρς· καὶ τὰ ιε ἐφ'
 ἑαυτά· γίννεται σκε· <σύνθετες τὰ ρξθ καὶ τὰ ρρς· 10
 γίννεται τξε· ἀπὸ τούτων ἄφελε τὰ σκε> γίννεται
 λοιπὰ ρμ· τούτων τὸ ἥμισυ· γίννεται ο· παράβαλε παρὰ
 τὸν ιδ· γίννεται ε· καὶ τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτά· γίννεται ρξθ.
 ἀφ' ὧν ἄφελε τὰ ε ἐφ' ἑαυτά· λοιπὰ ρμδ. τούτων
 πλευρὰ γίννεται ιβ· τοσούτου ἔσται ἡ κάθετος. ταῦτα 15
 πολυπλασίασον ἐπὶ τὸν ιδ· γίννεται ρξη· τούτων τὸ
 ἥμισυ πδ· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδόν.

5. Ἐστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον τὸ $ΑΒΓ$ ἔχον
 τὴν μὲν $ΑΒ$ μονάδων ιγ, τὴν δὲ $ΒΓ$ μονάδων ια,
 τὴν δὲ $ΑΓ$ μονάδων κ· εὐρεῖν αὐτοῦ τὴν κάθετον καὶ 20
 τὸ ἐμβαδόν. ἐκβεβλήσθω ἡ $ΒΓ$ καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθε-
 ετος ἤχθω ἡ $ΑΔ$. τὸ <ἄρα> ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ μείζον ἔστι τῶν
 ἀπὸ τῶν $ΑΒΒΓ$ τῶν δις ὑπὸ τῶν $ΓΒΒΔ$. καὶ ἔστιν
 <τὸ> μὲν ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ μονάδων υ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$
 μονάδων <ρκα, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς $ΑΒ$ ρξθ· τὸ ἄρα δις 25
 ὑπὸ> τῶν $ΓΒΒΔ$ μονάδων ρι. τὸ ἄρα ἑπαξ ὑπὸ τῶν
 $ΓΒΒΔ$ ἔστιν <μονάδων νε> καὶ ἔστιν ἡ $ΒΓ$ μονάδων
 ια· ἡ ἄρα $ΒΔ$ ἔσται μονάδων ε. ἀλλὰ καὶ ἡ $ΑΒ$ μονάδων
 ιγ· ἡ ἄρα $ΑΔ$ ἔσται μονάδων ιβ. ἀλλὰ καὶ ἡ $ΒΓ$ μονά-
 δων <ια· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΔ$ > $ΒΓ$ ἔσται μονάδων ρλβ. 30
 καὶ ἔστι διπλάσιον τοῦ $ΑΒ$ <Γ> τριγώνου. τὸ ἄρα $ΑΒΓ$

so wird $AD^2 = 144$. Folglich wird $AD = 12$ sein. Es ist aber $BF = 14$. Folglich wird $BF \times AD = 168$ sein, und dies ist das Doppelte des Dreiecks ABF . Folglich wird das Dreieck $ABF = 84$ sein. Das Verfahren ist folgendes:

$$\begin{array}{rcl}
 6 & & 13^2 = 169 \\
 & & 14^2 = 196 \\
 & & 15^2 = 225 \\
 & 169 + 196 - 225 = 140 \\
 & & \frac{140}{2} = 70 \\
 10 & & 70 : 14 = 5 \\
 & & 13^2 = 169 \\
 & 169 - 5^2 = 144 \\
 & & \sqrt{144} = 12.
 \end{array}$$

So groß wird die Höhe sein. Dies multipliziere mit 14; es giebt 168; hiervon die Hälfte ist 84. So groß wird der Inhalt sein.

VI. Es sei ABF ein stumpfwinkliges Dreieck, in dem $AB = 13$, $BF = 11$, $AF = 20$. Zu finden seine Höhe und den Inhalt. Es werde BF verlängert und auf sie die Höhe AD gefällt.²⁾ Nun ist

$$AF^2 - 2FB \times BA = AB^2 + BF^2.$$

Nun ist

$$AF^2 = 400; BF^2 = 121; AB^2 = 169.$$

Also ist $2FB \times BA = 110$, also $FB \times BA = 55$. Nun ist $BF = 11$; folglich ist $BA = 5$. Nun ist aber

2) AD müßte auf der Verlängerung von FB senkrecht stehen.

7 spatium 2 litterarum; supplevit man. 2 10 inserui
 19 μ ι : correxit m. 2 22—23 $\tau\theta$ $\alpha\pi\theta$ $\tau\omega\nu$: corr. man. 2
 24 $\langle\tau\theta\rangle$ inserui μ ι : corr. man. 2 $\tau\eta\varsigma$ corr. ex $\tau\omega\nu$ man. 2
 26 spatium 2 litterarum; supplevi 29 spatium 15 litterarum;
 supplevi 31 $\tau\theta\delta$ AB : corr. man. 2 η $\alpha\rho\alpha$: corr. man. 2

τρίγωνον ἔσται μονάδων ξ (ς). ἡ δὲ μέθοδος ἔσται
 [ἡ] αὕτη. τὰ $\iota\gamma$ ἐφ' ἑαυτὰ γίγνεται $\rho\xi\theta$ · καὶ τὰ $\iota\alpha$ ἐφ'
 ἑαυτά· γίγνεται $\rho\kappa\alpha$ · καὶ τὰ κ ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ν .
 σύνθεσ τὰ $\rho\xi\theta$ καὶ τὰ $\rho\kappa\alpha$ · γίγνεται $\sigma\varsigma$ · ταῦτα ἄφελε
 101. 70^o ἀπὸ τῶν ν · λοιπὰ $\rho\iota$. | τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται $\nu\epsilon$. 5

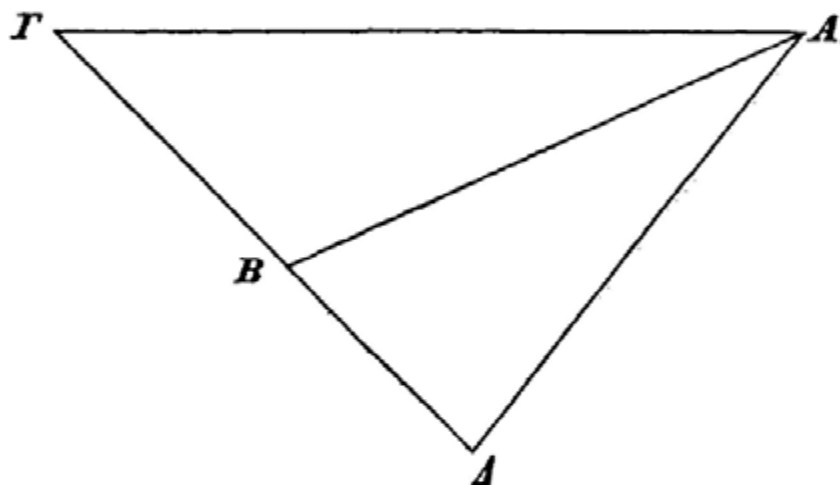


Fig. 6.

παράβαλε παρὰ τὸν $\iota\alpha$ · γίγνεται ϵ . καὶ τὰ $\iota\gamma$ ἐφ'
 ἑαυτά· γίγνεται $\rho\xi\theta$. ἄφελε τὰ ϵ ἐφ' ἑαυτά· λοιπὰ
 $\rho\mu\delta$. τούτων πλευρὰ γίγνεται $\iota\beta$. ἔσται ἡ κάθετος
 μονάδων $\iota\beta$. ταῦτα ἐπὶ τὰ $\iota\alpha$ · γίγνεται $\rho\lambda\beta$. τούτων τὸ
 ἥμισυ $\xi\varsigma$ · τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου. 10

Μέχρι μὲν οὖν τούτου ἐπιλογίζόμενοι τὰς γεωμε-
 τρικὰς ἀποδείξεις ἐποιησάμεθα, ἐξῆς δὲ κατὰ ἀνάλυσιν
 διὰ τῆς τῶν ἀριθμῶν συνθέσεως τὰς μετρήσεις ποιη-
 σόμεθα.

ζ. Ἐὰν ᾧσι δύο ἀριθμοὶ οἱ AB , $B\Gamma$, ἔσται τοῦ 15
 ἀπὸ AB τετραγώνου ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ $B\Gamma$ τετραγώνου
 πλευρὰ $\langle\delta\rangle$ ὑπὸ AB $\langle\Gamma\rangle$ περιεχόμενος ἀριθμός. ἐπεὶ

$AB = 13$; folglich wird $AD = 12$ sein. Aber auch $BF = 11$. Folglich wird $AD \times BF = 132$ sein, und dies ist der doppelte Wert des Dreiecks ABF . Folglich wird das Dreieck $ABF = 66$ sein. Das Verfahren ist folgendes:

$$\begin{array}{rcl}
 6 & & 13^2 = 169 \\
 & & 11^2 = 121 \\
 & & 20^2 = 400 \\
 & 169 + 121 = & 290 \\
 & 400 - 290 = & 110 \\
 10 & & \frac{110}{2} = 55 \\
 & 55 : 11 = & 5 \\
 & 13^2 = & 169 \\
 & 169 - 5^2 = & 144 \\
 & \sqrt{144} = & 12.
 \end{array}$$

15 Die Höhe wird $= 12$ sein. Ferner:

$$\begin{array}{rcl}
 12 \times 11 & = & 132 \\
 \frac{132}{2} & = & 66.
 \end{array}$$

So groß wird der Inhalt des Dreiecks sein.

Bis hierher nun haben wir die geometrischen Be-
 20 weise durch Rechnung gegeben; im folgenden aber werden wir die Messungen nach Maßgabe einer Analyse vermitteltst Zusammensetzung der Zahlenwerte bewerkstelligen.

VII. Wenn AB und BF zwei Zahlenwerte sind, so wird $\sqrt{AB^2 \times BF^2} = \text{dem Inhalt von } ABF^1)$ sein. Denn

1) Gemeint ist ein Rechteck mit den Seiten AB und BF .

1 <ς> add. man. 2 2 ἡ ἀντί: deleui ἡ 3 post v 6 fere
 litterae erasae; nil desideratur 10 τοσοῦτον: correxi 17 ὁ
 additum f. a manu 1 <Γ> add. man. 2