

KARL KRAUS

PHOTOGRAMMETRIE

Band 2: Verfeinerte Methoden und Anwendungen

PHOTOGRAMMETRIE

Band 2

Verfeinerte Methoden und Anwendungen

von
Prof. Dr.-Ing. KARL KRAUS
mit Beiträgen von
Dr. Josef JANSKA und Dr. Helmut KAGER

Institut für Photogrammetrie
und Fernerkundung
der Technischen Universität Wien

Dritte, völlig neue und erweiterte Auflage.
Mit 260 Abbildungen.
Dümmlerbuch 7865

FERD.  ÜMMLER^s VERLAG · BONN

Bitte beachten Sie die Anzeigen der Firmen

- Carl Zeiss Jena auf Seite 489,
- Rollei Fototechnik, Braunschweig auf Seite 491.

Weitere DÜMMLERbücher Geodäsie / Bau- und Vermessungswesen
auf den Seiten 490 und 492 bis 494.

Zur Auflagenzählung dieses Werkes:

Die erste Auflage erschien 1984 und wurde 1987 unverändert nachgedruckt, aber versehentlich nicht als zweite Auflage gekennzeichnet. Richtigerweise ist die hiermit vorgelegte völlige Neubearbeitung die dritte Auflage dieses bewährten Lehrbuches.

ISBN 3-427-78653-6

Alle Rechte, insbesondere auch die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrages, der Verfilmung und Radiosendung sowie jeder Art der fotomechanischen Wiedergabe und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, auch auszugsweise, vorbehalten. Das Fotokopieren einzelner Seiten ist nicht gestattet, mit Ausnahme der in §§ 53, 54 UrHG ausdrücklich genannten Sonderfälle.

© 1996 Ferd. Dümmlers Verlag, Kaiserstraße 31 – 37 (Dümmlerhaus), 53113 Bonn

Printed in Germany by WB-Druck, 87669 Rieden

Vorwort zur dritten Auflage des Bandes 2

Die erste Auflage dieses Buches erschien 1984, die zweite 1987. Seit etwa zwei Jahren ist die zweite Auflage vergriffen. Es wurde daher höchste Zeit für das Erscheinen der dritten Auflage.

Diese dritte Auflage wurde gegenüber der zweiten Auflage sehr stark umgearbeitet und ausgeweitet. Die intensive Weiterentwicklung der Photogrammetrie in den vergangenen Jahren und die steigende Nachfrage nach photogrammetrischen Daten für geographische Informationssysteme haben zur Folge, das ursprünglich zwei-bändige Lehrbuch "Photogrammetrie" auf drei Bände mit folgenden Untertiteln zu erweitern:

Band 1: Grundlagen und Standardverfahren (4. Auflage (englisch) 1993, 5. Auflage (deutsch) 1994).

Band 2: Verfeinerte Methoden und Anwendungen (dieser deutschsprachigen Ausgabe folgt 1997 die englische Ausgabe).

Band 3: Topographische Informationssysteme (voraussichtlich 1998).

Der nun vorliegende Band 2 ist in die Hauptkapitel

- photogrammetrische Orientierungsverfahren und photogrammetrische Punktbestimmung,
 - photogrammetrische Oberflächenbestimmung und Oberflächenvisualisierung,
 - photogrammetrische Erfassung und Visualisierung dynamischer Phänomene,
 - Kalibrierung der photogrammetrischen Systeme
- gegliedert.

Der Hinweis im Vorwort von Band 1, daß die Auswahl des Stoffes von den Forschungs- und Entwicklungsarbeiten des Institutes für Photogrammetrie und Fernerkundung (I.P.F.) der TU Wien geprägt ist, trifft für Band 2 in erhöhtem Maße zu. Der Inhalt kann aber doch eine gewisse Allgemeingültigkeit in Anspruch nehmen, da mehrere Forschungsinstitutionen eine ähnliche Linie verfolgen.

Gegenüber der zweiten Auflage sind folgende neue Sachgebiete hinzugekommen:

- Erweiterung des mathematischen Basismodelles auf allgemeine Kurven und Flächen im Objektraum als Gestaltinformation,
- alternative mathematische Modelle wie die direkte lineare Transformation (DLT),
- Festlegung des Datums photogrammetrischer Blöcke und freie Netzausgleichung,
- Einbeziehung von Positionierungssatelliten (GPS) in die photogrammetrische Punktbestimmung,
- photogrammetrische Punktbestimmung mit digitalen Bildern und die Herstellung digitaler Orthophotos,
- dreidimensionale digitale Photomodelle und ihre Visualisierung,
- Oberflächenbestimmung mit maschinelltem Sehen,

- Auswertung und Erzeugung von Bildfolgen einschließlich Animation,
- Kalibrierung photogrammetrischer Systeme.

Band 2 wendet sich - wie Band 1 - in erster Linie an Studierende und Praktiker des Fachgebietes Photogrammetrie. Das Manuskript soll aber auch auf technisch orientierte Nachbardisziplinen ausstrahlen. Der Schwierigkeitsgrad von Band 2 ist etwas höher als der von Band 1. Der bereits in Band 1 eingeschlagene Weg, die theoretischen Grundlagen mit Zahlenbeispielen zu veranschaulichen, kommt erfahrungsgemäß dem Gros der Leser sehr entgegen; er wurde daher in Band 2 beibehalten. Außerdem bieten die zahlreich eingestreuten Aufgaben die Möglichkeit einer Selbstkontrolle.

Das vorliegende umfangreiche Manuskript mit den vielen Beispielen, die fast ausschließlich am I.P.F. bearbeitet wurden, ist das Werk von vielen Personen. Große Teile des Manuskriptes sind in einer intensiven Zusammenarbeit mit Herrn Dr. H. Kager entstanden. Ich habe meistens die Initialzündung gegeben und auch detaillierte Texte mit der Betonung einer guten didaktischen Aufbereitung des schwierigen Stoffes ausgearbeitet. Er hat mit seinem umfassenden mathematischen Wissen die wissenschaftliche Strenge insbesondere in das Formelsystem eingebracht. In mehreren Rückkoppelungen entstand auf diese Weise ein großer Teil des Manuskriptes. In den Abschnitten B 3., B 4.1, B 4.4, B 4.5.1 und B 4.7.1 war sein Anteil so hoch, daß sie als Kager'scher Beitrag anzusprechen sind. Der Beitrag von Herrn Dozent Dr. J. Jansa ist sehr genau abgegrenzt; er hat - seinen Forschungsaktivitäten in den letzten Jahren entsprechend - die Kapitel C 2. und D 1. verfaßt. Weitere Mitarbeiter des Institutes - hier sind vor allem Prof. Dr. P. Waldhäusl, Dr. R. Ecker, DIng. L. Dorffner und DIng. F. Rottensteiner zu nennen - haben wertvolle Anregungen gegeben und einige Zahlenbeispiele gerechnet. Mehrere Studierende haben Zeichnungen angefertigt und Beispiele bearbeitet. Stellvertretend sei Herr C. Ressler genannt. Das Schreiben des Manuskriptes lag wiederum in den bewährten Händen von Frau H. Emersberger. Für die EDV-technische Umgebung war Herr Ing. H. Thümlinger verantwortlich.

Allen genannten Personen danke ich für die gute Zusammenarbeit und für die aufgebrachte Geduld. In diesen Dank schließe ich auch die 20 Mitglieder des Ausschusses für die Vorbereitung des 18. Kongresses der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie und Fernerkundung in Wien zwischen dem 9. und 19. Juli dieses Jahres ein. Sie haben so engagiert und selbständig gearbeitet, daß ich als Direktor dieses Kongresses mit etwa 2500 Teilnehmern sozusagen "nebenbei" noch dieses Manuskript erstellen und wenige Wochen nach dem Kongreß an den Dümmler Verlag abgeben konnte.

Wien, im August 1996

Karl Kraus

A GRUNDZÜGE DER PHOTOGRAMMETRIE

1. EINLEITUNG

2. EINIGE MATHEMATISCHE VORBEMERKUNGEN

- 2.1 Drehung in der Ebene
- 2.2 Drehung im Raum
- 2.3 Zentralprojektion des Raumes
- 2.4 Zentralprojektion der Ebene
- 2.5 Zentralprojektion der Geraden
- 2.6 Der Normalfall der Zweibildauswertung
- 2.7 Fehlertheorie des Normalfalles

3. DIE PHYSIKALISCHE REALITÄT DER PHOTOGRAMMETRISCHEN AUFNAHME

3.1 Die innere Orientierung

- 3.1.1 Die innere Orientierung einer Meßkamera
- 3.1.2 Die innere Orientierung eines Meßbildes
- 3.1.3 Die Wiederherstellung der inneren Orientierung

3.2 Photographische Belange

- 3.2.2 Farben und Filter
- 3.2.3 Der photographische Prozeß der Schwarzweiß-Photographie
- 3.2.4 Gradation
- 3.2.5 Allgemeinempfindlichkeit
- 3.2.6 Der photographische Prozeß der Farbphotographie
- 3.2.7 Spektrale Empfindlichkeit
- 3.2.8 Die photographisch wirksame Beleuchtung
- 3.2.9 Filme für die Luftbildaufnahme
- 3.2.10 Kopierung mit Kontraststeuerung

3.3 Abbildungsschärfe

- 3.3.1 Die Tiefenschärfe
- 3.3.2 Beugungsunschärfe
- 3.3.3 Optisches und photographisches Auflösungsvermögen
- 3.3.4 Kontrast und Kontrastübertragung
- 3.3.5 Bewegungsunschärfe

3.4 Erdbildmeßkamera

- 3.4.1 Anforderungen an Erdbildmeßkameras
- 3.4.2 Genereller Aufbau der Erdbildmeßkameras
- 3.4.3 Technische Daten und Konstruktionsmerkmale einiger Erdbildmeßkameras

3.5 Planung und Durchführung von Erdbildaufnahmen

3.7 Luftbildmeßkameras

3.8 Flugplanung

3.9 Vermessungsflugzeuge

4. ZWEIBILDAUSWERTUNG

4.1 Mit bekannter äußerer Orientierung

4.2 Mit unbekannter äußerer Orientierung

4.2.1 Getrennte Orientierung der beiden Bilder

4.2.2 Gemeinsame Orientierung der beiden Bilder (einstufig)

4.2.3 Gemeinsame Orientierung der beiden Bilder (zweistufig)

4.2.3.1 Rechnerische relative Orientierung mit Bildkoordinaten

4.2.3.3 Empirische relative Orientierung am Analogauswertegerät

4.2.3.4 Gefährliche Flächen der relativen Orientierung

4.2.3.5 Fehlertheorie der relativen Orientierung

4.2.3.7 Rechnerische absolute Orientierung

4.3 Zweibildauswertegeräte und einige Auswerteverfahren

4.3.1 Stereoskopische Betrachtungssysteme

4.3.1.1 Natürliches räumliches Sehen

4.3.1.2 Betrachtung von Stereobildern

4.3.2 Stereoskopisches Meßprinzip

4.3.3 Stereometergeräte

4.3.4 Stereo- und Monokomparatoren

4.3.5 Bildkoordinatenbereinigung

4.3.6 Berücksichtigung der Erdkrümmung

4.3.8 Universelle analytische Auswertegeräte

4.3.9 Vereinfachte analytische Auswertegeräte

4.3.10 Analogauswertegeräte

4.4 Genauigkeit der Zweibildauswertung

4.4.1 Luftbildmessung

4.4.1.1 Koordinierte Einzelpunkte (photogrammetrische Punktbestimmung)

4.4.1.2 Grundrißlinien

4.4.1.3 Höhenlinien

4.4.1.4 Profile und Raster

4.4.2 Erdbildmessung und Sonderfälle der Luftbildmessung

4.5 Einige praktische Hinweise zur Zweibildauswertung

5. PHOTOGRAMMETRISCHE TRIANGULATION

5.2 Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen

5.2.1 Lageblockausgleichung

5.2.2 Räumliche Blockausgleichung

5.2.3 Lage- und Höhengenaugigkeit der Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen

5.2.4 Gerätetechnische Fragen

5.2.5 Bemerkungen zur Anwendung

5.3 Bündelblockausgleichung

5.3.1 Mathematischer Zusammenhang zwischen Bild- und Landeskoordinaten

5.3.2 Differentielle Beziehungen

5.3.3 Verbesserungs- und Normalgleichungen eines Bildverbandes

- 5.3.4 Auflösung der Normalgleichungen
- 5.3.5 Unbekannte innere Orientierung und zusätzliche Parameter
- 5.3.6 Genauigkeit sowie Vor- und Nachteile der Bündelblockausgleichung
- 5.3.7 Sonderfälle der Bündelblockausgleichung
- 5.3.8 Bündelblockausgleichung im Nahbereich

6. EINZELBILDAUSWERTUNG

6.1 Verzerrungen eines Meßbildes

6.2 Entzerrung durch zentralperspektivische Umbildung

- 6.2.1 Perspektive Entzerrung mit Herstellung der inneren Orientierung
- 6.2.2 Perspektive Entzerrung ohne Herstellung der inneren Orientierung
- 6.2.3 Geräte für die perspektive Entzerrung
- 6.2.4 Genauigkeit der perspektiv entzerrten Orthophotos

6.3 Entzerrung durch differentielle Umbildung

- 6.3.1 Theoretisches und gerätetechnisches Prinzip der Differentialentzerrung
- 6.3.2 Die Entzerrung geneigter Aufnahmen ebener Objekte
- 6.3.3 Die Entzerrung gekrümmter Objektoberflächen

6.4 Einige praktische Hinweise zur Orthophotographie

6.5 Analoge und analytische Einzelbildauswertung

- 6.5.1 Analoge und analytische Orthophotoauswertung
- 6.5.2 Analytische Auswertung einer geneigten Aufnahme eines ebenen Objektes
- 6.5.3 Analytische Einzelbildauswertung gekrümmter Objektoberflächen (Monoplotting)

7. DIGITALE PHOTOGRAMMETRIE

7.1 Definition eines digitalen photogrammetrischen Bildes

7.2 Die Entstehung digitaler Bilder

- 7.2.1 Digitalisierung photographischer Bilder
- 7.2.2 Digitale Kameras

7.3 Automatisierte Réseau- und Rahmenmarkenmessung

7.4 Automatisierte photogrammetrische Punktbestimmung

7.5 Digitales Orthophoto

7.6 Orientierung digitaler photogrammetrischer Bilder

7.7 Automatisierte Oberflächenrekonstruktion

- 7.7.1 Eindimensionale Korrelation
- 7.7.2 Interest-Operatoren
- 7.7.3 Bildzuordnung mittels markanter Linien
- 7.7.4 Bildpyramiden
- 7.7.5 Einbeziehung des Objektraumes in die Bildzuordnung

7.8 Digitale photogrammetrische Arbeitsplätze

Anhang 2.2-1: Räumliche Drehmatrix

Anhang 4.2-1: Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate

B	PHOTOGRAMMETRISCHE ORIENTIERUNGS- VERFAHREN UND PHOTOGRAMMETRISCHE PUNKTBESTIMMUNG	1
1.	ZWECK DER PUNKTBESTIMMUNG	1
2.	AUSWAHL, FESTLEGUNG UND MESSUNG DER PUNKTE	2
2.1	Natürliche Punkte	2
2.2	Signalisierte Punkte	3
2.3	Künstliche Punkte	7
2.4	Nur mit Bildkoordinaten fixierte Punkte	8
3.	MATHEMATISCHES BASISMODELL	9
3.1	Kategorien von Beobachtungen	9
3.2	Kategorien von Parametern	12
3.3	Koordinatensysteme und Transformationen	13
3.4	Räumliche Ähnlichkeitstransformation	14
3.4.1	Drehmatrix mit den Winkeln ω , ϕ und κ	15
3.4.2	Drehmatrix mit den Winkeln α , ν und κ	16
3.5	Verbesserungsgleichungen für die einzelnen Kategorien von Beobachtungen	19
3.5.1	Beobachtete Bildpunkte	19
3.5.2	Beobachtete Punkte in lokalen dreidimensionalen cartesischen Koordinatensystemen	21
3.5.3	Beobachtete Polarpunkte	21
3.5.4	Beobachtete Paßpunkte	25
3.5.5	Beobachtete Gestalten	26
3.5.5.1	Beobachtete Punkte in Ebenen	26
3.5.5.2	Beobachtete Punkte auf Geraden	29
3.5.5.3	Beobachtete Punkte auf räumlichen Flächen und Kurven	31
3.5.5.4	Spezielle Kurven und Flächen	33
3.5.5.5	Abhängigkeiten zwischen freien Parametern	36
3.5.6	Einführung von zusätzlichen Parametern	36
3.5.7	Beobachtungen zu "Unbekannten"	38
3.5.8	"Konstante" mit stochastischen Eigenschaften	42
3.5.9	Linearisierung	43
3.5.10	Wahl der Gewichte und Homogenisierung der Verbesserungsgleichungen	44

4.	AUSWERTEVERFAHREN FÜR DIE KLEINRÄUMIGE PUNKTBESTIMMUNG	46
4.1	Näherungswerte für die Bündeltriangulation	47
4.1.1	Näherungswerte für die Aufnahmeorte und Neupunkte bei vorgegebenen Drehmatrizen	47
4.1.2	Rück- und Vorwärtsschnitte im Wechsel	51
4.1.2.1	Räumlicher Rückwärtsschnitt nach Müller/Killian	51
4.1.2.2	Drehmatrix zum Strahlenbündel	58
4.1.2.3	Wechselspiel zwischen Rück- und Vorwärtsschnitten	61
4.2	Näherungswerte für die räumliche Ähnlichkeitstransformation	62
4.3	Verknüpfungs- und Paßlinien	65
4.3.1	Verknüpfungslinien	66
4.3.2	Paßlinien	68
4.4	Normalgleichungen und ihre Auflösung	72
4.4.1	Cholesky-Algorithmus	72
4.4.2	<i>Fill-in</i> -Anteil	74
4.4.3	<i>Envelope</i> -Technik	76
4.4.4	Technik mit beliebig angeordneten Submatrizen	78
4.4.5	Abbruch der Iteration	80
4.5	Genauigkeiten und ihr Zusammenhang mit der Projektplanung	81
4.5.1	Genauigkeitsmaße mittels invertierter Normalgleichungsmatrix	81
4.5.2	Faustformeln für die Projektplanung	82
4.6	Festlegung des Datums und freie Netzausgleichung	98
4.6.1	Harte und weiche Lagerung mit Paßpunkten	98
4.6.2	Lagerung mit fingierten Einpaßelementen	99
4.6.3	Lagerung mittels freier Netzausgleichung	100
4.6.3.1	Mit einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen	102
4.6.3.2	Mit einer vermittelnden Ausgleichung mit Bedingungsgleichungen	103
4.6.3.3	Ergänzungen zur freien Netzausgleichung	104
4.7	Alternative und ergänzende Methoden	105
4.7.1	Direkte lineare Transformation (DLT)	105
4.7.1.1	Wechselspiel zwischen Rück- und Vorwärtsschnitten mit DLT	108
4.7.1.2	Bewertung der direkten linearen Transformation (DLT)	110
4.7.2	Die Ermittlung der inneren und der relativen Orientierung mit Orthogonalitäts- und Ebenenbedingungen	115
4.7.2.1	Ermittlung der inneren Orientierung aus Orthogonalitätsbedingungen	115
4.7.2.2	Relative Orientierung und Modellbildung	119

5.	AUSWERTEVERFAHREN FÜR DIE GROSSRÄUMIGE PUNKTBESTIMMUNG	121
5.1	Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen	121
5.1.1	Wechselweise Lage- und Höhenblockausgleichungen	121
5.1.1.1	Lageblockausgleichung	122
5.1.1.2	Höhenblockausgleichung	123
5.1.1.3	Wechselweise Lage- und Höheneinpassungen eines Einzelmodelles	124
5.1.2	Räumliche Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen	130
5.2	Bündelblockausgleichung	131
5.2.1	Beschaffung von Näherungswerten	131
5.2.2	Auflösen der Normalgleichungen	132
5.2.2.1	Mit Bandmatrix	133
5.2.2.2	Mit geränderter Hyperdiagonalmatrix	134
5.2.3	Bemerkungen zur Genauigkeit	136
5.2.3.1	Empirische Genauigkeiten im relativ und absolut orientierten Modell	137
5.2.3.2	Empirische Genauigkeitsangaben einer Doppelbildeinschaltung mit und ohne zusätzliche Parameter	138
5.2.3.3	Empirische Genauigkeit des Einzelmodelles in Abhängigkeit vom Bildmaßstab und vom Kameratyp	140
5.2.4	Wahl der zusätzlichen Parameter	141
5.2.4.1	Analyse der Korrelationen zwischen den freien Parametern	145
5.2.4.2	Analyse der Bestimmbarkeit	145
5.2.4.3	Signifikanztest	147
5.3	Einbeziehung von Positionierungssatelliten in die Punktbestimmung	150
5.3.1	Betrachtungen zu Koordinatensystemen	151
5.3.2	Allgemeines zum NAVSTAR-GPS	155
5.3.3	GPS-Einsatz beim Bildflug	158
5.3.4	Paßpunktbestimmung mit GPS	159
5.3.5	GPS-gestützte Aerotriangulation	162
5.3.5.1	Ohne Festpunkte	163
5.3.5.2	Mit einigen Festpunkten	164
5.3.5.2.1	Berücksichtigung der Exzentrizität und hybride Ausgleichung	165
5.3.5.2.2	Genauigkeiten	167
5.3.5.2.3	Einbeziehung des Geoides	169
5.4	Berücksichtigung der Gestalt der Erde und der Verzerrungen der Landeskoordinatensysteme	170
5.4.1	Problemstellung	170
5.4.2	Korrektur der Landeskoordinaten	172
5.4.3	Korrektur der Bildkoordinaten	175
5.4.4	Korrektur der Modellkoordinaten	180
5.4.5	Berücksichtigung des Geoides	180

6.	BESONDERHEITEN BEI DER DIGITALEN PHOTOGRAMMETRIE	183
6.1	Lokalisierung der Rahmenmarken	183
6.1.1	Manuelle Lokalisierung	184
6.1.2	Automatische Lokalisierung	185
6.1.2.1	Referenzbilder der Rahmenmarken	185
6.1.2.2	Korrelation	187
6.1.2.3	Einpassung auf die Sollrahmenmarken	191
6.1.2.4	Ergänzungen zur Korrelation	192
6.2	Bildkoordinatenbestimmung für signalisierte Punkte	194
6.3	Bildkoordinatenbestimmung für natürliche Paßpunkte bzw. Paßensembles	195
6.4	Bildkoordinatenbestimmung für natürliche Verknüpfungspunkte	197
6.4.1	Automatische Bestimmung in einem regelmäßigen Bildverband	197
6.4.1.1	Interestoperator	198
6.4.1.2	Paarweise Zuordnung der Korrelationsfenster	203
6.4.1.3	Bildkoordinatenbestimmung mittels Korrelation	204
6.4.1.4	Überprüfung der Bildkoordinaten mit einem geometrischen Modell	204
6.4.1.5	Besonderheiten bei der relativen Orientierung	205
6.4.1.6	Besonderheiten bei der Aerotriangulation	206
6.4.2	Interaktive Bestimmung im Nahbereich	207
7.	QUALITÄTSKONSTROLLE UND SUCHE GROBER FEHLER	211
7.1	Genauigkeitskontrolle	211
7.1.1	Innere Orientierung	211
7.1.2	Relative Orientierung	214
7.1.3	Absolute Orientierung	216
7.1.4	Blockausgleichung	218
7.2	Zuverlässigkeitskontrolle	219
7.2.1	Theoretische Grundlagen	219
7.2.1.1	Kleinste-Quadrate-Ausgleichung ohne zufällige Fehler aber mit einem einzigen groben Fehler	219
7.2.1.2	Kleinste-Quadrate-Ausgleichung mit zufälligen Fehlern und einem einzigen groben Fehler	225
7.2.1.3	Innere und äußere Zuverlässigkeit	229
7.2.1.4	<i>Data Snooping</i>	231
7.2.1.5	Robuste Verfahren	232

7.2.2	Zuverlässigkeitskontrolle für einige photogrammetrische Standardaufgaben	234
7.2.2.1	Innere Orientierung	235
7.2.2.2	Relative Orientierung	236
7.2.2.3	Absolute Orientierung	238
7.2.2.4	Blockausgleichung	240
8.	SCHÄTZUNG DER VARIANZEN VON BEOBACHTUNGSGRUPPEN	245
9.	ANWENDUNGSORIENTIERTE HINWEISE MIT BEISPIELEN	249
9.1	Kleinmaßstäbige Aerotriangulation	249
9.2	Großmaßstäbige Aerotriangulation	251
9.2.1	Mit Meßkameras	251
9.2.2	Mit Amateur- und Teilmeßkameras	252
9.3	Aerotriangulation mit digitalen Bildern	254
9.4	Terrestrische Phototriangulation	256
9.5	Photogrammetrische Katastervermessung	258
9.5.1	Grenzpunktvermessung	259
9.5.1.1	Signalisierung und Kontrollmaße	259
9.5.1.2	Wahl des Bildmaßstabes in Abhängigkeit von der geforderten Genauigkeit	260
9.5.1.3	Photogrammetrische Messungen und Berechnungen	263
9.5.2	Verdichtung des Festpunktfeldes	267
9.5.3	Grenzfeststellung aus Amateur- und Luftaufnahmen	269
9.6	Deformationsmessungen und Soll-Ist-Vergleiche	271
9.6.1	Allgemeines zur photogrammetrischen Deformationsmessung	271
9.6.2	Dach des Wiener Praterstadions	272
9.6.3	Bestimmung der Imperfektion und Deformation an einem Brückentragwerksteil	275
9.6.4	Deformationsmessung an einer Kieferabformung	277
9.7	Bauaufnahme und Rekonstruktion von Hochbauten aus historischen (Amateur-)Aufnahmen	280
9.7.1	Präzisionsfassadenvermessung	280
9.7.2	Photogrammetrische Aufnahme von alten Gebäuden	282
9.7.3	Rekonstruktion von Hochbauten aus historischen Amateuraufnahmen	286
9.8	Rekonstruktion von Verkehrsunfallsituationen aus Amateuraufnahmen	288
9.9	Die photogrammetrische Bearbeitung des Behaim-Globus	291

C	PHOTOGRAMMETRISCHE OBERFLÄCHENBESTIMMUNG UND OBERFLÄCHENVISUALISIERUNG	294
1.	DIGITALE ORTHOPHOTOS, STEREOORTHOPHOTOS UND DREIDIMENSIONALE PHOTOMODELLE	294
1.1	Digitale Orthophotos in mittleren Maßstäben	296
1.1.1	Ausgangsmaterial	296
1.1.1.1	Digitale Vorlagebilder	296
1.1.1.2	Digitales Oberflächenmodell	298
1.1.2	Digitale Orthophotoherstellung mit Berücksichtigung der Geländekanten	302
1.1.3	Digitale Orthophotoherstellung mit Berücksichtigung von Kunstbauten	309
1.1.3.1	Mit direkter Umbildung	312
1.1.3.2	Mit indirekter Umbildung	313
1.1.3.3	Kombinierte Methode mit einer Indexmatrix	314
1.2	Digitale Orthophotos in kleinen Maßstäben	316
1.2.1	Der Rechengang bei der Orthophotoherstellung	317
1.2.2	Digitales Orthophoto aus einer russischen KFA-3000-Aufnahme	319
1.3	Verbesserung des photographischen Inhaltes	321
1.3.1	Kontrast- und Helligkeitsveränderungen	321
1.3.1.1	Grundlagen	321
1.3.1.2	Anwendung auf das Einzelbild	333
1.3.1.3	Anwendung auf ein Mosaik	337
1.3.2	Mosaikbildung durch direkte Grauwertanpassung im Überlappungsbereich	341
1.3.3	Kantenverstärkung	343
1.3.4	Besonderheiten bei der Farbe	347
1.4	<i>Hard-Copies</i>	350
1.5	Digitale Stereoorthophotos	353
1.5.1	In mittleren Maßstäben	353
1.5.1.1	Grundgedanke	353
1.5.1.2	Stereoorthophotoherstellung und Auswerteverfahren	356
1.5.1.3	Genauigkeit und nichtlineare X-Parallaxen	360
1.5.2	In kleinen Maßstäben	361
1.5.3	Vergleich der monoskopischen und stereoskopischen Photointerpretation	362

1.6	Oberflächenvisualisierung mittels digitaler Orthophotos	366
1.6.1	Korrespondierende Oberflächenpunkte zu den Pixeln des fiktiven Perspektivbildes	367
1.6.2	Übernahme der Orthophotopixel in das fiktive Perspektivbild	370
1.6.3	Berücksichtigung der Erdkrümmung und der Verzerrungen des Landeskoordinatensystems	373
1.6.4	Berücksichtigung der Refraktion	374
1.6.5	Einführung eines Dunstes	375
1.7	Dreidimensionale Photomodelle	376
1.7.1	Dreidimensionale Oberflächenmodelle	376
1.7.1.1	Mit einem dreidimensionalen Raster (3D-Raster)	376
1.7.1.2	Mit beliebig im Raum angeordneten Teilflächen	379
1.7.2	Homogene Koordinaten	381
1.7.3	Der Aufbau dreidimensionaler Photomodelle	385
1.7.4	Oberflächenvisualisierung mittels eines dreidimensionalen Photomodells	389
2.	AUTOMATISIERTE BESTIMMUNG DER OBJEKTOBERFLÄCHE	391
2.1	Grundsätzliche Überlegungen	391
2.2	Rekonstruktion von Oberflächen durch Messung von Einzelpunkten und Linien	395
2.2.1	Flächenbasierte Bildzuordnung mit Hilfe des Kleinsten-Quadrate-Ansatzes	396
2.2.2	Merkmalsbasierte Bildzuordnung	399
2.2.3	Bildzuordnung in Bildverbänden mit geometrischen Zwängen	408
2.2.4	Objektraumbasierte Bildzuordnung	412
2.2.5	Relationales Zuordnungsverfahren (<i>relational matching</i>)	418
2.2.6	<i>Shape-from-Shading</i>	423
2.3	Oberflächenbestimmung mit strukturiertem Licht	426
2.3.1	Projektion von zufälligen und regelmäßigen Mustern	427
2.3.1.1	Zufallsmuster	427
2.3.1.2	Regelmäßige Muster	428
2.3.2	Moirétechniken	431
2.3.3	Lichtschnittverfahren	434
2.3.4	Binär kodierte Licht	435
2.3.5	Phasenverschiebungsverfahren	438

D	PHOTOGRAMMETRISCHE ERFASSUNG UND VISUALISIERUNG DYNAMISCHER PHÄNOMENE	441
1.	PHOTOGRAMMETRISCHE ERFASSUNG DYNAMISCHER PHÄNOMENE	441
1.1	Einleitung	441
1.2	Analyse einer Folge aus zwei Einzelbildern	442
1.3	Motographie mit photographischen Kameras	447
1.4	Langzeitbeobachtungen von Punktsignalen mit Videokameras	450
1.5	Das Raum-Zeit-System	453
1.6	Zusammenfassende Bemerkungen	456
2.	VISUALISIERUNG DYNAMISCHER PHÄNOMENE UND DYNAMISCHE VISUALISIERUNG STATISCHER OBJEKTE	458
2.1	Visualisierung eines dynamischen Phänomens	459
2.2	Dynamische Visualisierung eines statischen Objektes	460
E	KALIBRIERUNG DER PHOTOGRAMMETRISCHEN SYSTEME	462
1.	KONZEPTIONELLES ZUR KALIBRIERUNG	462
1.1	Kalibrierung mit einem räumlichen Strahlenbündel	462
1.2	Testfeldkalibrierung mit koordinatenmäßig bekannten Punkten	463
1.3	Testfeldkalibrierung mit Gestaltbedingungen im Objektraum	464
1.4	Testfeldkalibrierung ohne koordinatenmäßig bekannte Punkte	464
2.	KALIBRIERUNGSVERFAHREN	465
2.1	Laborkalibrierung	465
2.2	Projektbegleitende Kalibrierung	466
2.3	Selbstkalibrierung	467
3.	KALIBRIERUNG VERSCHIEDENER KAMERATYPEN	468
3.1	Meßkameras für die Aerophotogrammetrie	468
3.2	Meßkameras für die terrestrische Photogrammetrie	469
3.3	Amateurkameras	469
3.4	Teilmeßkameras	472
3.5	Digitale Kameras	473

4. KALIBRIERUNG VON PHOTOSCANNERN	475
4.1 Kalibrierung der Mechanik	475
4.2 Kalibrierung der Detektoren und Überprüfung ihrer Eigenschaften	476
4.2.1 Geometrisches Auflösungsvermögen und Kontrastübertragung	476
4.2.2 Radiometrische Eigenschaften	478
4.2.3 Spektrale Eigenschaften	479
Vervollständigung der Literaturhinweise	480
SACHREGISTER	481

Hinweise für den Leser:

Die weitzeiligen Passagen des Textes behandeln das Grundsätzliche des Stoffes; Detailinformationen sind dagegen engzeilig geschrieben. Einzelne Stichworte und wichtige Aussagen sind mit fetter Schrift herausgehoben. Die wichtigen (End-)Formeln sind mit einem Raster hinterlegt.

Band 1 besteht nur aus dem Hauptkapitel A. Die Hauptkapitel B, C, D und E bilden den vorliegenden Band 2. Der Band 3 wird mit dem Hauptkapitel F fortsetzen.

Eine Hauptkapitelnummer setzt sich aus dem Buchstaben des jeweiligen Hauptkapitels und den Ziffern einer Dezimalklassifikation des Unterkapitels zusammen (z.B. C 1.5.2). Die Formeln wurden innerhalb eines Kapitels mit den ersten beiden Ziffern der Dezimalklassifikation fortlaufend numeriert (z. B. die Formel B (4.2-16) ist die 16. Formel im Kapitel B 4.2 ...)

Die Figuren, Bilder und Tabellen wurden in eine eigene (zweite) Nummernfolge zusammengefaßt und auf die gleiche Weise numeriert. Die Nummern der Aufgaben bilden eine dritte Nummernfolge; sie sind auf die gleiche Weise fortlaufend numeriert (die Aufgabe D 5.1-8 bedeutet z.B. die achte Aufgabe im Kapitel D 5.1 ...).

Bei der eigentlichen Numerierung der Formeln, Figuren, Bilder, Tabellen und Aufgaben wurde der Buchstabe des Hauptkapitels weggelassen. Bei Verweisen auf Kapitel, Formeln, Figuren etc. **innerhalb** eines Hauptkapitels wurde der Buchstabe des Hauptkapitels häufig ebenfalls nicht angegeben. Bei Hinweisen, die auf andere Hauptkapitel zielen, wurde dagegen immer der Buchstabe des jeweiligen Hauptkapitels vorangestellt. Darunter befindet sich auch die Buchstabenfolge FE. Sie bezieht die beiden Fernerkundungsbücher, die ebenfalls beim Dümmler Verlag erschienen sind, in die Referenzen ein (z.B. bedeutet "Formel FE (6.4-15)" die 15. Formel im Kapitel 6.4 im Band 2, Fernerkundung; der Band 1, Fernerkundung, enthält die Kapitel 1. - 4., der Band 2 die Kapitel 5. und 6.). Es handelt sich um die erste Auflage der beiden Fernerkundungsbücher, beim Band 1 (Hauptkapitel A) um die fünfte Auflage.

Die Literaturhinweise in den Fußnoten sind sehr knapp gehalten. Vor dem Sachregister wurde deshalb eine Vervollständigung der Literaturhinweise eingeschoben.

B PHOTOGRAMMETRISCHE ORIENTIERUNGS- VERFAHREN UND PHOTOGRAMMETRISCHE PUNKTBESTIMMUNG

Die photogrammetrische Punktbestimmung hat die Aufgabe, aus Abbildungen - meistens analoge oder digitale Photographien - die Positionen von Objektpunkten im dreidimensionalen Raum zu ermitteln. Diese Positionen werden durch drei Koordinaten festgelegt. Die photogrammetrische Punktbestimmung kann - unter Beachtung einiger Randbedingungen - für sehr genaue Vermessungen eingesetzt werden. Sie steht bei solchen Aufgabenstellungen in Konkurrenz zu anderen vermessungstechnischen Verfahren. Darüber hinaus gibt es Aufgabenstellungen, die nur mit der Photogrammetrie zweckmäßig gelöst werden können.

Mit der photogrammetrischen Punktbestimmung ist die Orientierung der Abbildungen gekoppelt. Die Orientierung, die einen wesentlichen Teil dieses Kapitels B einnimmt, ist aber auch die Vorstufe für die photogrammetrische Oberflächenbestimmung (Abschnitt C) und für die Erfassung von Bewegungsabläufen (Abschnitt D).

1. ZWECK DER PUNKTBESTIMMUNG

Einige der wichtigsten Anwendungen der photogrammetrischen Punktbestimmung seien stichwortartig aufgezählt:

- Bestimmung von Paßpunkten für die analoge und digitale Auswertung der Topographie.
- Bestimmung von Paßpunkten für die Herstellung von analogen und digitalen Orthophotokarten,
- Verdichtung des trigonometrischen Festpunktfeldes,
- Einmessung der Grenzpunkte, vor allem in großräumigen Gebieten,
- Lösung vermessungstechnischer Aufgaben im Hoch- und Tiefbau sowie bei Bauüberwachung, Bauschadensdokumentationen und Materialprüfung,
- Ausmessung von technischen und künstlerischen Modellbauten,
- punkt- und linienweise Rekonstruktion von Objekten aus Amateuraufnahmen,
- Erfassung großer Punktmengen für die Oberflächenrekonstruktion von dreidimensionalen Objekten (als Vorstufe zum Abschnitt C),
- Erfassung der jeweils gleichen Punktmenge zu verschiedenen Zeitpunkten (als Vorstufe zum Abschnitt D).

Im Abschnitt 9. werden Anwendungsbeispiele zur photogrammetrischen Punktbestimmung diskutiert.

2. AUSWAHL, FESTLEGUNG UND MESSUNG DER PUNKTE

Die Punkte, deren Positionen gesucht sind, sind häufig a priori am Objekt vorhanden. Wir sprechen dann von **natürlichen** Punkten (Kapitel 2.1). In manchen Fällen werden am Objekt auch Punkte auf verschiedene Weise **signalisiert** (Kapitel 2.2). Die dritte Punktart sind **künstliche Punkte** (Kapitel 2.3); sie werden in den Abbildungen markiert. Anstelle einer solchen Markierung kann auch die **Festlegung der Punkte nur mit Koordinaten** treten (Kapitel 2.4).

2.1 Natürliche Punkte

Natürliche Punkte sind Punkte, die a priori am Objekt vorhanden sind und in den Bildern eindeutig identifiziert werden können. In kleinmaßstäbigen Luftaufnahmen können dies zum Beispiel Gebäude- oder Feldecken, die Mitten einzelstehender Bäume oder Sträucher usw. sein; in großmaßstäbigen Luftbildern mögen es kleine Steine in Feldern oder ähnliche Details sein, die sich kontrastreich von ihrer Umgebung abheben.

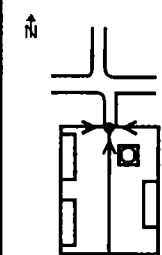
Die **Auswahl** natürlicher Punkte sollte möglichst **unter einem Spiegelstereoskop** erfolgen, damit man sich von einer guten (stereoskopischen) Messung, die häufig im Anschluß an die Punktauswahl in photogrammetrischen Zweibildauswertegeräten erfolgt, überzeugen kann. So kann z.B. ein Gebäudeeck in dem einen Luftbild gut sichtbar sein, aber im benachbarten Luftbild, mit dem gemeinsam die stereoskopische Messung erfolgen soll, unsichtbar sein. Für die Höheneinstellung sind auch Hausdächer ungünstig, falls der Dachfirst etwa parallel zur Aufnahmebasis liegt. Ungeeignet sind weiterhin: Kreuze auf Kirchtürmen; mit unscharfen Konturen definierte Punkte; Schnittpunkte, deren Linien unter sehr spitzen Winkeln zusammenlaufen; Punkte in steilen Hängen und Böschungen; Punkte an Waldrändern und an Uferlinien von Gewässern; generell: natürliche Punkte in schattigen Bereichen.

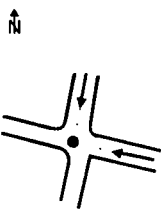
Bei Aerotriangulationen werden zur **Verknüpfung der Streifen** gerne natürliche Punkte benutzt. Zur Auswahl dieser Punkte legt man die Diapositive von zwei benachbarten Streifen auf einen (großen) Leuchttisch und sucht mit einer Lupe, die etwa der Vergrößerung des photogrammetrischen Auswertegerätes entspricht, mit dem anschließend die Messung der Bildkoordinaten durchgeführt werden soll, gemeinsame Punkte im Überlappungsbereich der

beiden Streifen aus. Innerhalb der Streifen ist zusätzlich - nach Möglichkeit mit einem Spiegelstereoskop - auf eine gute stereoskopische Messung zu achten.

Sofern man auch für Paßpunkte natürliche Punkte verwendet, führt in vielen Fällen eine **Trennung in Lage- und Höhenpunkte** zum Ziel: Zum Beispiel kann ein Punkt "Kreuzung von Feldwegen" zwar lagemäßig schlecht, höhenmäßig aber sehr genau eingestellt werden.

Die endgültig ausgewählten Punkte werden im allgemeinen auf Kontaktkopien markiert und mit Nummern versehen. Für die ausgewählten natürlichen Punkte werden häufig auch Punktskizzen (Figur 2.1-1) angefertigt.

Paßpunkt - Nr.: <i>P13629</i>		Topogr. Karte: <i>ÖK 61</i>	
Y= <i>82341,10 m</i>	X= <i>245381,32 m</i>	H= <i>375,18 m</i>	
		Lagedefinition: <i>Schnitt: First mit Giebel</i>	
		Höhendefinition: <i>Dachfirst</i>	
		Datum: <i>22.7.1990</i>	
		Sachbearbeiter: <i>Huber</i>	

Paßpunkt - Nr.: <i>P16942</i>		Topogr. Karte: <i>ÖK 61</i>	
Y=	X=	H= <i>367,14 m</i>	
		Lagedefinition: <i>Schnitt: von zwei Wegachsen</i>	
		Höhendefinition: <i>natürlicher Boden</i>	
		Datum: <i>23.7.1990</i>	
		Sachbearbeiter: <i>Huber</i>	

Figur 2.1-1: Paßpunktskizzen, links: Vollpaßpunkt, rechts: Höhenpaßpunkt

2.2 Signalisierte Punkte

Strebt man höchste Genauigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung an oder ist zu befürchten, daß die zu koordinierenden Punkte in den Aufnahmen nicht sichtbar sind (z.B. natürliche Punkte in schattigen Bereichen), werden vor der photogrammetrischen Aufnahme Objektpunkte signalisiert.

Die Faustformel für den Durchmesser d der Signale in Abhängigkeit von der Bildmaßstabszahl m_b lautet:

$$d[cm] = \frac{m_b}{300 \text{ bis } 600} \quad (2.2-1)$$

Die Variationsbreite im Nenner zwischen 300 und 600 bringt zum Ausdruck, daß der Durchmesser d der Signale in Abhängigkeit vom Kontrast gewählt werden sollte.

BEISPIELE:

- a) kleinmaßstäbiger Bildflug 1:30000

$$d = 50 \text{ bis } 100 \text{ cm}$$

- b) Bildflug 1:4000 für Katasterphotogrammetrie

$$d = 7 \text{ bis } 13 \text{ cm}$$

Diese Signalgröße hat den Vorteil, daß im allgemeinen moderne Kunststoffmarken oder an der **Deckfläche** weiß gestrichene Grenzsteine direkt angemessen werden können.

Wenn der Aufwand in vertretbaren Grenzen bleibt, sollten die Signale möglichst groß gewählt werden. Große Signale können in der Regel in den photogrammetrischen Auswertegeräten vom Operateur rascher erkannt und genauer eingestellt werden als (sehr) kleine Signale. Diese Aussage gilt erst recht für die automationsgestützte Messung in digitalen Bildern (Abschnitte A 7.3 und 7.4).

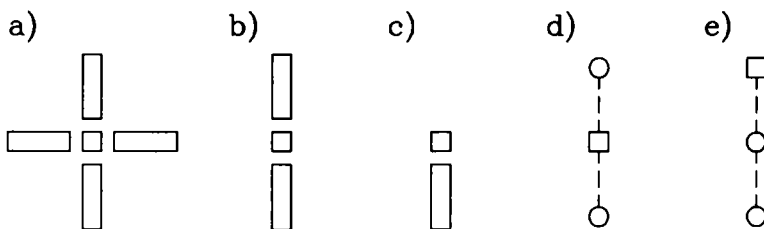
Infolge der **Überstrahlung** wird das jeweilige Signal im Bild - abhängig vom Kontrast - etwa mit einem 1.5- bis 3-fachen Durchmesser abgebildet. Wünschenswert wäre eine Steuerung der Signalgröße in Abhängigkeit vom Kontrast, damit alle Signale im Bild eine Größe von etwa $50 \mu\text{m}$ besäßen. Das bedeutet bei niedrigem Kontrast (z.B. Signal im schattigen Bereich oder bei Befliegungen unter der Wolkendecke) laut Beziehung (2.2-1) eine Signalgröße $d = m_b/300$, die bei 1.5-facher Überstrahlung die gewünschte Signalgröße von $50 \mu\text{m}$ ergibt; bei hohem Kontrast (3-fache Überstrahlung) ergibt die Signalgröße $d = m_b/600$ die gewünschten $50 \mu\text{m}$ im Bild.

Die Signale müssen im Bild deutlich größer als die punktförmige **Meßmarke** des Auswertegerätes erscheinen. Die Meßmarken der Auswertegeräte haben in der Regel Durchmesser zwischen 20 und $25 \mu\text{m}$. Für sehr kleine Signale gibt es ringförmige Meßmarken mit Durchmessern von $40 \mu\text{m}$ und mehr. (Vorsicht: Der Ring muß deutlich größer als das (unscharf) abgebildete Signal sein.)

Für eine gute stereoskopische Messung ist es noch wichtig, daß die Signale etwa die **gleiche Höhe** wie die Umgebung besitzen. Bei monokularer Messung spielt dieser Gesichtspunkt hingegen eine untergeordnete Rolle. Bei signalisierten Punkten unterscheiden sich monokulare und stereoskopische Meßgenauigkeit nicht nennenswert.

Die Signale dürfen nicht spiegeln (d.h. das Sonnenlicht nicht gerichtet reflektieren), sondern sie müssen als "**Sekundärstrahler**" eine nahezu richtungsunabhängige (= diffuse) Strahlung erzeugen. Als **Signalfarbe** eignet sich für **Schwarzweißfilm** insbesondere Weiß, aber auch Gelb. Eine kontrastreiche Umgebung dazu ist vor allem grüne Vegetation; weniger kontrastreich sind gepflügte und ausgetrocknete Ackerflächen; einige Straßenbeläge sind besonders wenig kontrastreich. Bei solchen Straßenbelägen muß in der Umgebung des Signals eine matte Kontrastfarbe (Schwarz, eventuell auch Blau oder Grün) aufgebracht werden. Für **Farbinfrarotfilm** eignet sich die Signalfarbe Weiß etwas weniger gut; mit Rosa und Rot hat man bessere Resultate erzielt. Für **Farbfilm** sind die Signalfarben Rot, aber auch Gelb und Weiß geeignet. Die geometrische Genauigkeit ist inzwischen für Schwarzweiß-, Farb- und Farbinfrarotfilm etwa gleich gut. Das unterschiedliche **Auflösungsvermögen** der Filme (siehe Tab. A 3.2-20) hat auf die geometrische Genauigkeit keinen Einfluß; es beeinflusst aber die Zuverlässigkeit der Punktansprache. Die Zuverlässigkeit der Punktansprache ist - gleiches photographisches Auflösungsvermögen vorausgesetzt - bei Farbfilmen im allgemeinen besser als bei Schwarzweißfilmen. Die **optimale Belichtung**, eine Voraussetzung für eine zuverlässige Punktansprache, gelingt bei Farbfilmen hin und wieder nicht¹.

Um das Aufsuchen der signalisierten Punkte im Auswertegerät zu beschleunigen, wird die ungefähre Lage der signalisierten Punkte in Signalisierungsübersichten, in die auch die Punktnummern eingetragen werden, festgehalten. Vereinzelte, also nicht in Gruppen liegende Punkte werden entweder durch **Identifizierungsstreifen** (Fall a bis c der Figur 2.2-1) oder durch **Hilfspunkte** (Fall d und e der Figur 2.2-1) ergänzt. Die Verwendung der **Hilfspunkte** hat neben der Identifizierungshilfe zusätzlich den Vorteil, daß die Sperrmaße zu den Hilfspunkten bzw. die Information über die Ausrichtung der drei Punkte in einer Geraden usw.



Figur 2.2-1: Identifizierungsstreifen und Hilfspunkte

¹ Literatur zu diesem Absatz: O'Connor, D.: ITC-J A 14/15,3 -57, 1961/62, Schwidewsky, K., Kellner, H.: BuL 37, 97-106, 1969, Brindöpke, W., Jaakkola, M., Noukka, P., Kölbl, O.: BuL 53, 23-32, 1985

in der Ausgleichung zur Ermittlung der endgültigen Koordinaten der signalisierten Punkte berücksichtigt werden können (Abschnitte B 3.5.3 und B 9.5.1).

In sichttoten oder sehr schattigen Bereichen kann man durch die Signalisierung von Hilfspunkten etwa nach dem Fall e der Figur 2.2-1 und Messung der Sperrmaße rechnerisch die Koordinaten des **nichtluftsichtbaren Punktes** ermitteln. Diese **indirekte photogrammetrische Punktbestimmung** über viele Hilfspunkte kann in Stadt- und Waldgebieten sehr aufwendig werden. In solchen Fällen empfiehlt es sich, zu einer partnerschaftlichen Kombination von Photogrammetrie und terrestrischer Messung überzugehen, wie sie im Abschnitt B 9.5.1 näher erläutert wird.

Für **terrestrische Aufnahmen** z.B. im Maßstab 1:250 würde die Beziehung (2.2-1) zu Signalgrößen zwischen 4 und 8 mm führen. Als Signale bieten sich daher für Holz Reißnägel mit weißen Plastikköpfen oder für Beton sehr kleine Farbpunkte an. Nach Möglichkeit sollte man aber anstelle dieser herkömmlichen Signale sogenannte **retroreflektierende Signale** benutzen. Sie können wesentlich kleiner als die mit der Faustformel (2.2-1) erhaltenen Maße gewählt werden. Durch eine sehr kurze Belichtung, die mit einem um das Objektiv angeordneten Ringblitz erfolgt, werden die Signale kontrastreich auf dunklem Hintergrund abgebildet (Bild 2.2-2). Solche hervorstechenden Signale erleichtern das manuelle Bildkoordinatenmes-



Bild 2.2-2: Retroreflektierende Signale (Ausschnitt des Testfeldes des Inst. für Photogr. und Fernerk. (I.P.F.) der TU Wien)

sen sehr; sie bieten aber auch ausgezeichnete Voraussetzungen für die automatische Messung der Signale (Abschnitt A 7.3 bis 7.4), die wesentlich genauer als die manuelle Messung erfolgen kann.

Am Ende des Kapitels über die Signalisierung soll noch erwähnt werden, daß im **Nahbereich** zur Vermessung vor allem **glatter Flächen**, die **keine Textur** aufweisen, eine "Signalisierung" in der Weise erfolgen kann, daß mit einem Projektor ein **geometrisches Muster** auf die Objektoberfläche **projiziert** wird. Details zu dieser Methode werden im Abschnitt C 2.3 angegeben.

2.3 Künstliche Punkte

Künstliche Punkte werden mit Punktmarkierungsgeräten in die Emulsion der Filmnegative oder Diapositive eingebracht. Zu diesem Zweck legt man die beiden einander teilweise überdeckenden Bilder in ein Punktmarkierungsgerät ein, und sucht sich stereoskopisch Bildstellen aus, die texturreich sind und möglichst ein horizontales Gelände bzw. eine möglichst ebene Objektstelle beschreiben. In ein solches Ensemble mit mehr oder weniger gut definierten natürlichen Punkten wird dann der künstliche Punkt "hineingesetzt", indem **die beiden homologen Bildpunkte** markiert werden.

Falls nach der Punktmarkierung die photogrammetrische Messung in Zweibildauswertegeräten erfolgt, sind die künstlichen Punkte prinzipiell nur in einem der beiden Bilder zu markieren. Bei künstlichen Punkten, die drei Bilder miteinander verknüpfen, erfolgt die Markierung nur im mittleren Bild. Wird dagegen monokular gemessen, ist eine Markierung der künstlichen Punkte paarweise in allen Bildern notwendig. Bei der Auswahl eines künstlichen Punktes im Überlappungsbereich zweier benachbarter Streifen werden die beiden (Mittel-)Bilder, die sich z.B. zu 20% überlappen, im Punktmarkierungsgerät stereoskopisch betrachtet und korrespondierende Punkte in **beiden** Bildern markiert. Nach Möglichkeit sollen diese Streifenverknüpfungspunkte auch die Verknüpfungspunkte für die Bilder innerhalb der Streifen sein.

Folgende **Punktmarkierungsgeräte** stehen zur Verfügung:

- Punktübertragungsgerät TRANSMARK der Fa. Zeiss, Jena (Laserstrahl verdampft punktförmig die Emulsion),
- Punktübertragungsgerät PMG2 sowie gemeinsamer Komparator und Punktmarkierer CPM1 (Bild A 4.3-16) der ehem. Fa. Kern, Schweiz (mechanische Markierung durch Drehen eines Stichels),
- Punktmarkierungsgerät Wild PUG5 der Fa. Leica, Schweiz (mit einer Ultraschallnadel),

- Punktübertragungsgerät PM1 der Fa. Zeiss, Oberkochen (Markierung mit beheizter Nadel).
- Punktübertragungsgerät PT-2 der Fa. APY photogrammetric systems, Schweiz (Einbringen einer kontrastreichen Substanz).

Die Genauigkeit der Punktbestimmung mittels künstlicher Punkte - wenn sie sorgfältig ausgewählt werden - entspricht fast der Genauigkeit einer Punktbestimmung mittels signalisierter Punkte.¹

2.4 Nur mit Bildkoordinaten fixierte Punkte

Die Markierung eines künstlichen Punktes, der an einer texturreichen Bildstelle ausgewählt wurde, kann auch durch die Registrierung seiner Bildkoordinaten ersetzt werden. Die Festlegung der Bildpunkte mit ihren Bildkoordinaten wird auch bei (kleinen) natürlichen Punkten angewandt; man spart sich dadurch die Anfertigung von Skizzen etc. Ein einmal mit Bildkoordinaten registrierter Punkt kann - mit Hilfe der Rahmenmarken - in einem analytischen oder digitalen System jederzeit wieder aufgefunden und mittels der Meßmarke angezeigt werden. Seine Punktnummer bzw. Punktbezeichnung dient als Identifikator, um ihn im Datenbestand zu finden.

Wie im Abschnitt A 5.2.4 bereits erwähnt, verzichtet man in analytischen Auswertegeräten auf eine künstliche Markierung der Punkte. Nach der stereoskopischen Einstellung werden die beiden Punkte mit ihren Bildkoordinaten festgehalten. **Die Auswahl der Punkte und Messung der Bildkoordinaten erfolgt also in einem Arbeitsgang.** Innerhalb des Stereomodells ist diese Vorgangsweise selbstverständlich. Innerhalb des jeweiligen Streifens ist in den Überlappungszonen der Stereomodelle die ausschließliche Fixierung der korrespondierenden Bildpunkte mit ihren Bildkoordinaten in den meisten analytischen Auswertegeräten ebenfalls verwirklicht (siehe Abschnitt A 5.2.4).

In den Überlappungszonen benachbarter Bildstreifen, in denen zur Versteifung des Bildverbandes unbedingt Verknüpfungspunkte auszuwählen und zu messen sind, kann man sich in der Weise behelfen, daß man ein Bild etwa um 90° gedreht auf einen Bildträger und das etwa 20% überlappende Bild des benachbarten Streifens auf den anderen Bildträger legt und so ein "Stereomodel" mit 20% Überdeckung bildet. Anschließend mißt man in beiden Bildern die Rahmenmarken; dann wählt man stereoskopisch Punkte aus und mißt ihre Bildkoordinaten. Auf diese Weise wird die Verknüpfung der Streifen von anderen Punkten getragen als die Verknüpfung der Bilder innerhalb der Streifen. Für die geometrische

¹ Sigle, M.: BuL 50, 91-100, 1982

Stabilität des Bildverbandes sind allerdings Punkte wünschenswert, die sowohl die Bilder innerhalb des Streifens als auch zwischen den Streifen miteinander verknüpfen. Man kann diese Forderung - zumindest für einige Verknüpfungspunkte - dadurch erreichen, daß man sich die innerhalb des jeweiligen Streifens ausgewählten und digital fixierten Verknüpfungspunkte vom analytischen Auswertegerät im jeweiligen Bild des Nachbarstreifens anfahren läßt und dann stereoskopisch überprüft, ob der eine oder andere dieser Punkte auch für die Verknüpfung der Streifen in Frage kommt. Diese Festlegung der Verknüpfungspunkte ausschließlich mit Bildkoordinaten kann umso effizienter durchgeführt werden, je mehr Bilder gleichzeitig auf die Bildträger gelegt werden können. In der **digitalen Photogrammetrie** läuft diese Forderung darauf hinaus, daß gleichzeitig der Zugriff auf möglichst viele digitale Bilder möglich sein muß. Auf weitere Besonderheiten, die für digitale Bilder typisch sind, wird im Abschnitt B 6. eingegangen.

3. MATHEMATISCHES BASISMODELL

Bevor ein mathematisches Modell für die photogrammetrische Punktbestimmung angegeben werden kann, sind die Anforderungen an ein solches Modell zu formulieren. Bei der photogrammetrischen Punktbestimmung sind aus Beobachtungen die Positionen der Objektpunkte in einem dreidimensionalen übergeordneten Koordinatensystem abzuleiten. Dieses übergeordnete Koordinatensystem benennen wir **globales Koordinatensystem**.

3.1 Kategorien von Beobachtungen

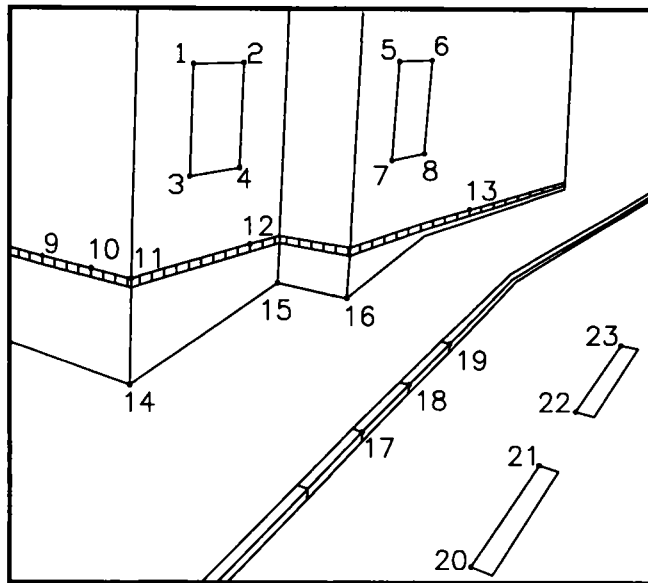
Die Beobachtungen haben **stochastische Eigenschaften**. Das bedeutet, daß sie mit zufälligen - und eventuell auch mit groben - Fehlern behaftet sind. Wir beschränken uns zunächst auf Beobachtungen **ohne** grobe Fehler. Die zufälligen Fehler werden mit der sogenannten Standardabweichung bzw. dem mittleren Fehler quantifiziert.

Die größte Gruppe von Beobachtungen sind bei einer photogrammetrischen Punktbestimmung die **in Bildern gemessenen Koordinaten**; aber auch die **Koordinaten in photogrammetrischen Stereomodellen**, die noch nicht absolut orientiert sind, können Beobachtungen für eine photogrammetrische Punktbestimmung sein. In einem solchen **dreidimensionalen lokalen Koordinatensystem** können aber auch Koordinaten für ein beliebiges Objektmodell, das auf einem **nichtphotogrammetrischen Weg** ermittelt worden sein kann, gegeben sein. Solche dreidimensionale Koordinaten können z.B. aus den Konstruktions-

plänen eines Fahrzeuges entnommen werden.

Im Rahmen einer **hybriden Punktbestimmung** sind Beobachtungen verschiedener Herkunft gemeinsam zu verwerten. So können z.B. mit einem Tachymeter **Polarpunkte** oder mit einem Theodoliten die **räumlichen Richtungen** registriert worden sein oder mit einem Entfernungsmeßgerät **räumliche Strecken** zwischen jeweils zwei Punkten gemessen worden sein.

Eine weitere Gruppe von Beobachtungen betrifft die sogenannten **Gestalten**. Sie werden - in der Regel - mit keinem Instrument beobachtet, sondern allein mit den menschlichen Sinnen und angesammeltem Wissen wahrgenommen. Typische Gestaltinformationen sind (siehe Figur 3.1-1):



Figur 3.1-1: Gestaltinformationen

Zwei und mehr Punkte

- in einer Horizontalebene (z.B. P_1P_2 oder $P_9P_{11}P_{13}$),
- entlang einer Vertikalen (z.B. $P_{11}P_{14}$ oder P_1P_3),

drei und mehr Punkte

- entlang einer beliebigen Geraden (z.B. Gehsteigkante einer geneigten Straße mit $P_{17}P_{18}P_{19}$),
- in einer Vertikalebene (z.B. $P_9P_{11}P_{14}$ oder $P_1P_2P_3P_4$),
- in zwei orthogonalen Vertikalebenen mit einem der drei Punkte auf der Kante (z.B. $P_9P_{11}P_1$),

vier und mehr Punkte

- in einer beliebigen Ebene (z.B. geneigte Straßenebene mit $P_{14}P_{17}P_{15}P_{19}$),
- auf parallelen Geraden (z.B. mit $P_{17}P_{19}$ auf der einen Geraden und $P_{20}P_{23}$ auf der dazu parallelen Geraden),
- in parallelen Vertikalebenen (z.B. versetzte Fassadenebenen mit $P_1P_2P_3P_4$ in der einen Ebene und $P_5P_6P_7P_8$ in der dazu parallelen Ebene),
- als Endpunkte von zwei gleichlangen Strecken (z.B. gestrichelte Fahrbahnmarkierung mit $P_{20}P_{21}$ als erste Strecke und $P_{22}P_{23}$ als zweite Strecke),

fünf und mehr Punkte

- in parallelen Ebenen (z.B. mit $P_{14}P_{15}P_{17}$ in der einen Ebene und $P_{20}P_{23}$ in der dazu parallelen Ebene, usw.

Eine Verfeinerung besteht darin, anstelle von Geraden **räumliche Kurven** und anstelle von Ebenen **räumliche Flächen** zu verwenden. Mit solchen räumlichen Kurven und Flächen können sehr allgemeine Beziehungen zwischen (Objekt-)Punkten berücksichtigt werden. Die Beobachtungen, die zu einer Gestalt führen, werden wir als **fiktive Beobachtungen** bezeichnen.

Die im Band 1 - insbesondere im Abschnitt A 5.3 - besprochene photogrammetrische Punktbestimmung ging von bekannten Elementen der inneren Orientierung und der Kenntnis der Objektkoordinaten einiger Paßpunkte aus. Eine genauere Betrachtung führt aber zur Erkenntnis, daß diese üblicherweise als **Konstante** betrachteten Größen **nicht fehlerfrei**, sondern mit einer gewissen Unsicherheit behaftet sind, d.h. auch die Elemente der inneren Orientierung und die Paßpunktkoordinaten haben stochastische Eigenschaften; sie sind als Beobachtungen im Sinne einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen (Anhang A 4.2-1) zu behandeln.

Die im Band 1 - insbesondere im Abschnitt A 5.3 - besprochene photogrammetrische Punktbestimmung ging von unbekannten Elementen der äußeren Orientierung aus. Bei manchen Anwendungen können diese **unbekannten Größen** aber **beobachtet** werden, d.h. zu manchen üblicherweise als Unbekannte betrachteten Größen gibt es Beobachtungen. Man denke in der terrestrischen Photogrammetrie nur an die Einmessung der Aufnahmestandpunkte und/oder der Neigung der Kamera (Horizontierung mit Libellen). In der Aerotriangulation erlangt gegenwärtig die Beobachtung der Aufnahmestandpunkte mittels des Global Positioning Systems (GPS) große Bedeutung. Kreiselstabilisierte Plattformen liefern außerdem Informationen über die Stellung der Bilder im globalen Koordinatensystem, wenn schon nicht die absolute Stellung mit ausreichender Genauigkeit, so doch die Differenzen der Winkelwerte zwischen benachbarten Bildern mit verhältnismäßig hoher Genauigkeit.

Die obigen Überlegungen führen zu einer Verallgemeinerung des Begriffes der Beobachtung, indem man auch Beobachtungen mit einer Standardabweichung von Null und von Unendlich zuläßt. Eine Beobachtung mit der Standardabweichung Null ist eine Konstante (z.B. die Elemente der inneren Orientierung im Sinne des Abschnittes A 5.3); eine Beobachtung mit der Standardabweichung Unendlich ist eine Unbekannte (z.B. die unbekannten Elemente der äußeren Orientierung). Wir werden diese Verallgemeinerung - insbesondere aus numerischen Gründen - nicht vornehmen und statt dessen verschiedene Typen von Parametern einführen.

3.2 Kategorien von Parametern

Wir unterteilen die Parameter in zwei Kategorien:

- Freie Parameter, m.a.W. gesuchte Unbekannte,
- feste Parameter., m.a.W. vorgegebene Konstante.

Die freien und festen Parameter sind im allgemeinen nicht beobachtet bzw. nicht beobachtbar (auf beobachtete "freie" und "feste" Parameter und Funktionen davon wird insbesondere in den Abschnitten 3.5.7 und 3.5.8 eingegangen.). Die **freien Parameter** sind vor allem die gesuchten Koordinaten der Objektpunkte in einem dreidimensionalen globalen Koordinatensystem, aber auch die Elemente der inneren Orientierung bei Amateuraufnahmen.

Die **festen Parameter** sind Konstante, die sich durch die Ausgleichung nicht verändern dürfen. Abgesehen von mathematischen Konstanten, wie z.B. die Zahl π , gibt es streng genommen keine festen Parameter. Solche festen Parameter müßten - wie bereits ausgeführt - eine Standardabweichung Null besitzen. In der praktischen Handhabung der photogrammetrischen Punktbestimmung brauchen wir trotzdem feste Parameter, u.a. zur Spezialisierung von allgemeinen mathematischen Ansätzen mit zu vielen freien Parametern sowie zur Stabilisierung der numerischen Lösungen und insbesondere zur (vorübergehenden) Zerlegung der Gesamtausgleichung in mehrere Schritte.

Alle im Abschnitt 3.1 aufgezählten Beobachtungen erhalten im Rahmen einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen (Anhang A 4.2-1) Verbesserungen. Es wird jede einzelne Beobachtung - einschließlich ihrer Verbesserung - in Zusammenhang mit den freien und festen Parametern gebracht:

$$\text{Beobachtung} + \text{Verbesserung} = f(\text{freie} + \text{feste Parameter}) \quad (3.2-1)$$

3.3 Koordinatensysteme und Transformationen

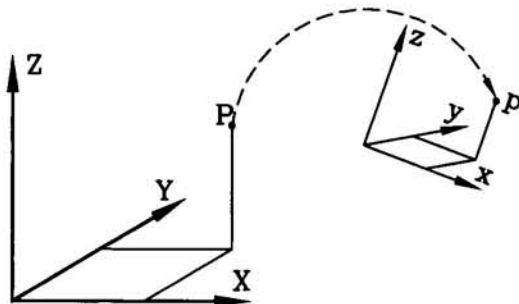
Die Punkte des zu rekonstruierenden Objektes definieren wir in einem dreidimensionalen cartesischen Koordinatensystem¹. Dieses XYZ-System bezeichnen wir als **globales Koordinatensystem**. Man findet auch Bezeichnungen wie Referenzkoordinatensystem oder übergeordnetes Objektkoordinatensystem oder Landeskoordinatensystem oder Weltkoordinatensystem.

Ein Koordinatensystem, in dem wir Beobachtungen durchführen, bezeichnen wir als **lokales Koordinatensystem**. Es sei ebenfalls ein dreidimensionales cartesisches Koordinatensystem. Ein solches xyz-System kann für alle im Abschnitt 3.1 aufgezählten Beobachtungstypen herangezogen werden. Punkte in einem Photo werden zum Beispiel in der xy-Ebene beobachtet; ihre z-Koordinate ist somit Null.

Die Punkte P im XYZ-System müssen wir mit den Koordinaten der Punkte p im xyz-System mit einer **Transformationsgleichung** in Beziehung setzen. Da wir auf eine Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen (Anhang A 4.2-1) zusteuern, müssen wir jede individuelle Beobachtung in Abhängigkeit von festen und freien Parametern als Funktion darstellen.

Um die Beobachtungen in Abhängigkeit von festen und freien Parametern zu bekommen, transformieren wir die Objektpunkte P mit ihren XYZ-Koordinaten in das lokale xyz-System (Figur 3.3-1):

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{x} = T(\mathbf{X}) \quad (3.3-1)$$



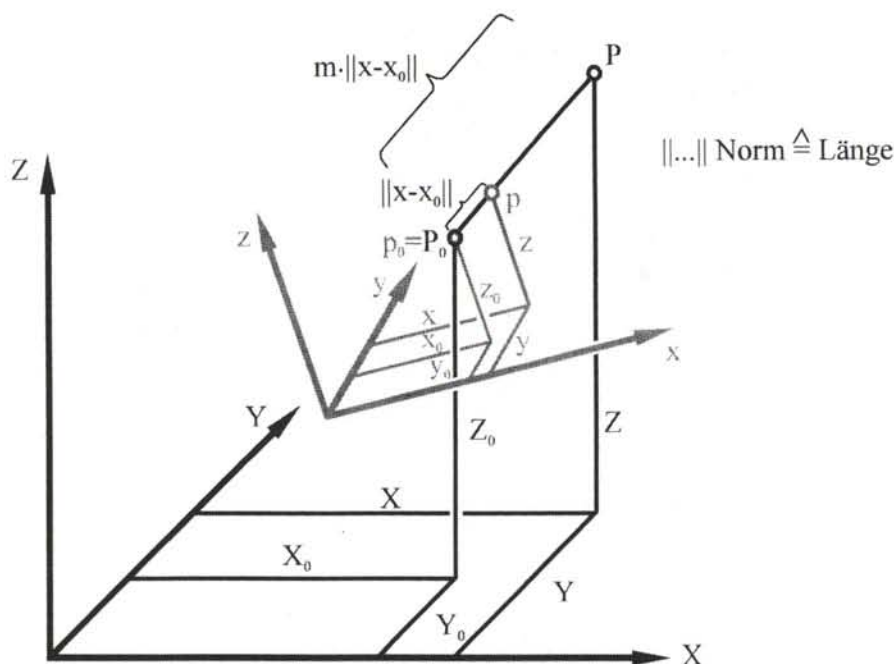
Figur 3.3-1: Transformation der Punkte vom globalen Koordinatensystem in das lokale Koordinatensystem

¹ Auf die Berücksichtigung der Erdkrümmung und der Verzerrungen der Landeskoordinatensysteme wird im Abschnitt B 5.4 eingegangen.

Für die Transformationsbeziehung (3.3-1) ist die Bezeichnung **Abbildungsgleichung** angebracht. Sie bildet nämlich das reale Objekt in ein Bild ab. Man kann auch sagen, daß mit der Beziehung (3.3-1) der physikalische Vorgang des Photographierens - oder der einer anderen Abbildung - mathematisch modelliert wird.

Die zentrale Abbildungsgleichung für die photogrammetrische Punktbestimmung ist interessanterweise nicht die Kollinearitätsbeziehung (Abschnitt A 5.3.1), sondern die räumliche Ähnlichkeitstransformation. Wir beginnen daher mit dieser Transformation und leiten daraus im Abschnitt 3.5 die anderen Abbildungsgleichungen ab.

3.4 Räumliche Ähnlichkeitstransformation



Figur 3.4-1: Räumliche Ähnlichkeitstransformation

In der Figur 3.4-1 ist der Zusammenhang der allgemeinen räumlichen Ähnlichkeitstransformation skizziert: In beiden Koordinatensystemen existiere ein und derselbe Bezugspunkt P_0 bzw. p_0 , sodaß zunächst **reduzierte Koordinaten** gebildet werden können:

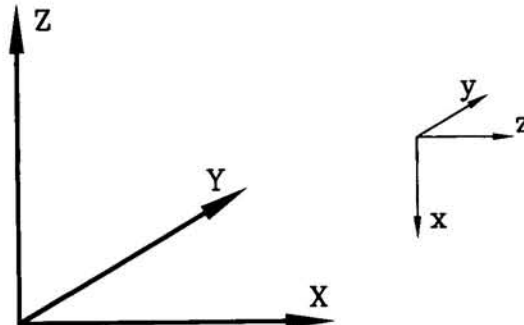
$$\begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad (x - x_0) = T(X - X_0) \quad (3.4-1)$$

Wenn man mit $\mathbf{R}$ die räumliche Drehmatrix bezeichnet, die die gedrehten Koordinaten $(x - x_0)$ in die Koordinaten $(X - X_0)$ überführt (Gleichung A (2.2-2) und Figur A 2.2-1), und beachtet, daß die inverse Transformation, also die Transformation der Koordinaten $(X - X_0)$ in die Koordinaten $(x - x_0)$, durch die transponierte Drehmatrix $\mathbf{R}^T$ erfolgt (Gleichung A (2.1-7), dann ist das Symbol T in der Gleichung (3.4-1) durch $\mathbf{R}^T$ zu ersetzen. Eine solche räumliche Drehung darf aber nur dann angesetzt werden, wenn sich beide Koordinatensysteme nicht maßstäblich unterscheiden. Die in unserem Fall vorhandene Maßstabszahl m , die die Länge $\|x - x_0\|$ in die Länge $\|X - X_0\|$ überführt (Figur 3.4-1), ist deshalb zusätzlich zu beachten:

$$(x - x_0) = \frac{1}{m} \cdot \mathbf{R}^T (X - X_0) \quad (3.4-2)$$

Die räumliche Drehmatrix $\mathbf{R}$ verdient noch eine genauere Betrachtung. Zu den neun Elementen der Drehmatrix $\mathbf{R}$ braucht man hin und wieder die dazugehörigen Winkel - zum Beispiel ω , ϕ und κ . Wie bereits im Anhang A 2.2-1 angedeutet wurde, können dabei Probleme auftreten. Wir werden diese Probleme zunächst (Abschnitt 3.4.1) mit einer Drehmatrix, die aus den Winkeln ω , ϕ und κ aufgebaut ist, zeigen und dann (Abschnitt 3.4.2) eine zusätzliche Drehmatrix einführen.

3.4.1 Drehmatrix mit den Winkeln ω , ϕ und κ



Figur 3.4-2: Drehmatrix mit $\omega \approx \kappa \approx 0$ und $\phi \approx 100$ gon

In der Figur 3.4-2 ist eine Konstellation skizziert, die $\omega \approx 0$ (primär), $\phi \approx 100$ gon (sekundär) und $\kappa \approx 0$ (tertiär) entspricht. Da für $\phi = 100$ gon der Cosinus verschwindet, versagt die Umwandlung der Drehmatrix $\mathbf{R}_{\omega\phi\kappa}$ in die Winkel ω , ϕ und κ (siehe Anhang A 2.2-1).

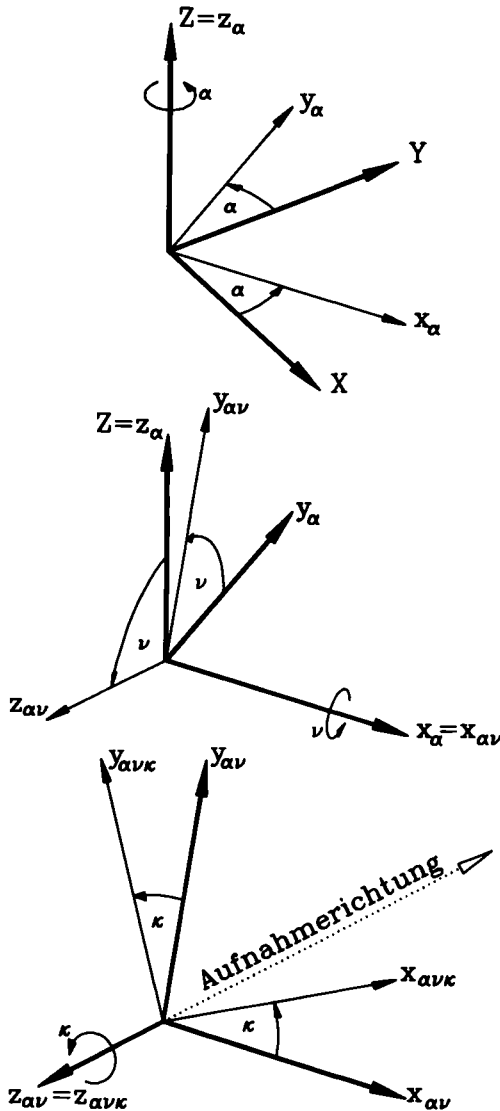
AUFGABE 3.4-1: Wie können in diesem Fall die numerischen Probleme bei der Umwandlung der Drehmatrix $\mathbf{R}$ in die drei Winkel ω , ϕ und κ umgangen werden? Lösung: Man nimmt nicht die Drehmatrix $\mathbf{R}_{\omega\phi\kappa}$ (A (2.2-1-6)) sondern die Drehmatrix $\mathbf{R}_{\phi\omega\kappa}$ (A (2.2-1-7)) mit der Achshierarchie ϕ (primär), ω (sekundär) und κ (tertiär). Die Drehmatrix $\mathbf{R}_{\phi\omega\kappa}$ versagt übrigens, wenn $\omega \approx 100$ gon, $\phi \approx 0$ und $\kappa \approx 0$ entspricht. Man skizziere diese Konstellation.

Eine Alternative zur Umgehung der numerischen Probleme mit einer (nahezu) horizontalen z-Achse (siehe Figur 3.4-2), die bei photogrammetrischen Bildern der Aufnahmerichtung (genauer: der Blickrichtung auf ein Photo in Positivstellung bzw. der Gegen-Blickrichtung zur z-Achse) entspricht, ist die Konstruktion einer Drehmatrix mit den Winkeln α , ν und κ .

3.4.2 Drehmatrix mit den Winkeln α , ν und κ

Wir erläutern den Aufbau dieser Drehmatrix mit den in der terrestrischen Photogrammetrie gebräuchlichen Bezeichnungen. Das Vorzeichen der Drehungen erfolgt - wie bereits im Anhang A 2.2-1 definiert - gegen den Uhrzeigersinn, wenn man von der Spitze der Koordinatenachse zum Ursprung des Koordinatensystems blickt (Figur 3.4-3).

Man denke sich zunächst die Kamera nach unten in Gegenblickrichtung zur Z-Achse ausgerichtet. In dieser Stellung sollen zunächst die x- und y-Achse des Photos (in Positivstellung) mit der X- und Y-Achse des globalen Koordinatensystems übereinstimmen; anschließend ist das Photo gedanklich so um den Winkel α zu drehen, daß die y_α -Achse in den Grundriß der tatsächlichen - etwa horizontalen - **Aufnahmerichtung** in der XY-Ebene



Figur 3.4-3: Sequenz von drei aufeinanderfolgenden Drehungen

zeigt. Punkte im $x_\alpha y_\alpha z_\alpha$ -System können mit folgender Drehmatrix (**Primärdrehung**) in das XYZ-System transformiert werden (Details siehe Anhang A 2.2-1):

$$R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.4-3)$$

Die **Sekundärdrehung** ν erfolgt um die (horizontale) x_α -Achse. Der Winkel ν ist die **Nadirdistanz** der Aufnahmerichtung. Seine Zählung beginnt in der negativen Z-Achse. Die Nadirdistanz beträgt bei Horizontalaufnahmen 100 gon. Zur Nadirdistanz ν gehört folgende Drehmatrix:

$$R_\nu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\nu & -\sin\nu \\ 0 & \sin\nu & \cos\nu \end{pmatrix} \quad (3.4-4)$$

Zur **Tertiärdrehung** κ um die $z_{\alpha\nu}$ -Achse (κ ist die **Verkantung** des Bildes) gehört folgende Drehmatrix:

$$R_\kappa = \begin{pmatrix} \cos\kappa & -\sin\kappa & 0 \\ \sin\kappa & \cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.4-5)$$

Die Multiplikation der Matrizen für die drei Elementardrehungen ergibt schließlich die gesuchte Matrix für die Gesamtdrehung:

$$R_{\alpha\nu\kappa} = R_\alpha R_\nu R_\kappa = \begin{pmatrix} \cos\alpha\cos\kappa - \sin\alpha\cos\nu\sin\kappa & -\cos\alpha\sin\kappa - \sin\alpha\cos\nu\cos\kappa & \sin\alpha\sin\nu \\ \sin\alpha\cos\kappa + \cos\alpha\cos\nu\sin\kappa & -\sin\alpha\sin\kappa + \cos\alpha\cos\nu\cos\kappa & -\cos\alpha\sin\nu \\ \sin\nu\sin\kappa & \sin\nu\cos\kappa & \cos\nu \end{pmatrix} \quad (3.4-6)$$

Die räumliche Drehmatrix (3.4-6) ist nach dem sogenannten **Eulerschen Prinzip** aufgebaut: Die erste und dritte Drehung erfolgen um die gleiche Koordinatenachse, die dazwischen allerdings um einen Winkel - in unserem Fall um den Winkel ν - verdreht wurde. Auch mit der Drehmatrix $R_{\alpha\nu\kappa}$ ergeben sich - wie im Anhang A 2.2-1 mit der Drehmatrix $R_{\alpha\phi\kappa}$ bereits im Detail angegeben - zwei Winkelsätze:

$$\begin{aligned} \cos \nu &= r_{33} && \text{ergibt zwei Lösungen } \nu_1 \text{ und } \nu_2 \\ \left. \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{r_{13}}{\sin \nu} \\ \cos \alpha &= -\frac{r_{23}}{\sin \nu} \end{aligned} \right\} && \text{ergibt die Lösungen } \alpha_1 \text{ für } \nu_1 \text{ und } \alpha_2 \text{ für } \nu_2 \\ &&& (3.4-7) \\ \left. \begin{aligned} \sin \kappa &= \frac{r_{31}}{\sin \nu} \\ \cos \kappa &= \frac{r_{32}}{\sin \nu} \end{aligned} \right\} && \text{ergibt die Lösungen } \kappa_1 \text{ für } \nu_1 \text{ und } \kappa_2 \text{ für } \nu_2 \end{aligned}$$

Numerische Probleme mit den Gleichungen (3.4-7) treten auf, wenn der Sinus von ν verschwindet bzw. nahezu verschwindet, d.h. der Winkel ν Null bzw. nahezu Null ist. In diesem Fall würde - wie aus der Figur 3.4-3 ersichtlich - die Primär- und die Tertiärdrehung um die gleiche bzw. nahezu gleiche Achse erfolgen; eine Ermittlung von zwei Teildrehungen α und κ ist deshalb unmöglich.

Damit ergibt sich folgende Regel - wieder formuliert anhand photogrammetrischer Aufnahmen: **Für die Auswertung von Luftbildern (nahezu Senkrechtaufnahmen) nehme man die $R_{\omega\phi\kappa}$ - oder die $R_{\phi\omega\kappa}$ -Matrix; für die Auswertung von terrestrischen Bildern (nahezu Horizontalaufnahmen) nehme man die $R_{\alpha\nu\kappa}$ -Matrix.**

AUFGABE 3.4-2: Welche Winkel einer $R_{\alpha\nu\kappa}$ -Matrix liegen der Konstellation zugrunde, die in der Figur 3.4-2 skizziert ist? Lösung: $\alpha \approx \nu \approx 100$ gon, $\kappa = 300$ gon oder $\alpha \approx \nu \approx 300$ gon, $\kappa \approx 100$ gon.

Zusatzaufgabe: Man wandle die Figur 3.4-2 so ab, daß sie einerseits den Winkeln $\alpha \approx \kappa \approx 0$, $\nu \approx 100$ gon und andererseits den Winkeln $\alpha \approx 0$, $\nu \approx \kappa \approx 100$ gon genügt.

AUFGABE 3.4-3: Die Sekundärdrehung ν hätte man anstelle um die x_α -Achse auch um die y_α -Achse vornehmen können. Wie sieht dann die Drehmatrix $R_{\alpha\nu\kappa}$ aus?

AUFGABE 3.4-4: Man ermittle aus der Drehmatrix

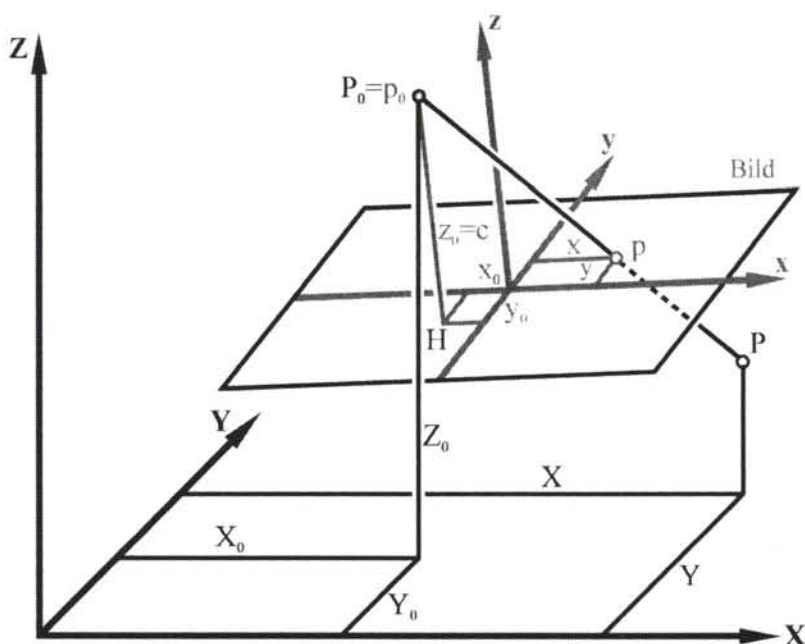
$$\begin{pmatrix} 0.707107 & -0.500000 & 0.500000 \\ 0.707107 & 0.500000 & -0.500000 \\ 0.000000 & 0.707107 & 0.707107 \end{pmatrix}$$

die Drehwinkel α , ν und κ einerseits für die Drehmatrix (3.4-6) und andererseits für die in der Aufgabe 3.4-3 ermittelte Drehmatrix $R_{\alpha\nu\kappa}$.

Literatur für (zusätzliche) Drehmatrizen: Dermanis, A.: ISPRS-J 49, 25-39, 1994.

3.5 Verbesserungsgleichungen für die einzelnen Kategorien von Beobachtungen

3.5.1 Beobachtete Bildpunkte



Figur 3.5-1: Zentralprojektion

Figur 3.5-1 zeigt die perspektivische Abbildung, die den Zusammenhang zwischen den Bildkoordinaten x und y ¹ eines Punktes p und den globalen Koordinaten X , Y und Z eines

¹ Im Band 1 wurden für die Bildkoordinaten, um den Vortrag zu erleichtern, die Bezeichnungen ξ und η verwendet.

Punktes P herstellt. Die "Bildkoordinate" z ist für alle Bildpunkte Null. Der identische Bezugspunkt in beiden Koordinatensystemen ist das Projektionszentrum bzw. der Aufnahme-standpunkt. Im globalen XYZ-System hat der Aufnahmestandpunkt P_0 die Koordinaten X_0 , Y_0 und Z_0 ; im lokalen Bildkoordinatensystem hat das Projektionszentrum p_0 die Koordinaten x_0 , y_0 und $z_0 (= c)$. Die Drehmatrix $\mathbf{R}$ definiert die Stellung des Bildes im globalen XYZ-System. Damit sind beinahe alle Größen, die in der Grundgleichung (3.4-2) vorkommen, angesprochen; es fehlt nur noch die Maßstabszahl m . Sie ist der Faktor, mit dem die Strecke $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|$, also die Länge des Abbildungsstrahles vom Projektionszentrum p_0 bis zum Bildpunkt p , zu multiplizieren ist, um die Strecke $\|\mathbf{X} - \mathbf{X}_0\|$, also die Länge des Abbildungsstrahles vom Projektionszentrum P_0 bis zum Objektpunkt P, zu erhalten. **Diese Maßstabszahl variiert bei der Zentralprojektion von Bildpunkt zu Bildpunkt.**

Dieser variierende Maßstabsfaktor kann aber, wie nun gezeigt wird, eliminiert werden. Für einen Bildpunkt lautet die Gleichung (3.4-2):

$$\begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -c \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} r_{11}(X-X_0) + r_{21}(Y-Y_0) + r_{31}(Z-Z_0) \\ r_{12}(X-X_0) + r_{22}(Y-Y_0) + r_{32}(Z-Z_0) \\ r_{13}(X-X_0) + r_{23}(Y-Y_0) + r_{33}(Z-Z_0) \end{pmatrix} \quad (3.5-1)$$

Nach Division der ersten und der zweiten Zeile jeweils durch die dritte Zeile und nach kleineren Umformungen erhalten wir die bekannten Beziehungen A(5.3-4), die die beobachteten Bildkoordinaten $\bar{x}$ und $\bar{y}$ gemeinsam mit ihren Verbesserungen v_x und v_y in Abhängigkeit von festen und freien Parametern ausdrücken:

$$\begin{aligned} x = \bar{x} + v_x = x_0 - c \frac{r_{11}(X-X_0) + r_{21}(Y-Y_0) + r_{31}(Z-Z_0)}{r_{13}(X-X_0) + r_{23}(Y-Y_0) + r_{33}(Z-Z_0)} &= x_0 - c \frac{Z_x}{N} \\ y = \bar{y} + v_y = y_0 - c \frac{r_{12}(X-X_0) + r_{22}(Y-Y_0) + r_{32}(Z-Z_0)}{r_{13}(X-X_0) + r_{23}(Y-Y_0) + r_{33}(Z-Z_0)} &= y_0 - c \frac{Z_y}{N} \end{aligned} \quad (3.5-2)$$

Die für die Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen (Anhang A 4.2-1) erforderliche Linearisierung dieser Gleichung wird gemeinsam mit der Linearisierung der noch folgenden, verwandten Gleichungen im Abschnitt 3.5.9 behandelt.

3.5.2 Beobachtete Punkte in lokalen dreidimensionalen cartesischen Koordinatensystemen

Für diese Kategorie von Beobachtungen stellt Figur 3.4-1 bereits den Sachverhalt dar; die Gleichung (3.4-2) beschreibt den mathematischen Zusammenhang zwischen den lokalen Koordinaten x , y und z sowie den festen und freien Parametern. Als Bezugspunkt p_0 benutzt man häufig den Ursprung des lokalen Koordinatensystems. Die Beziehungen für die beobachteten lokalen Koordinaten $\bar{x}$, $\bar{y}$ und $\bar{z}$ gemeinsam mit ihren Verbesserungen v_x , v_y und v_z lauten daher für $x_0 = 0$:

$$\begin{aligned}x &= \bar{x} + v_x = \frac{1}{m} (r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)) \\y &= \bar{y} + v_y = \frac{1}{m} (r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)) \\z &= \bar{z} + v_z = \frac{1}{m} (r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0))\end{aligned} \quad (3.5-3)$$

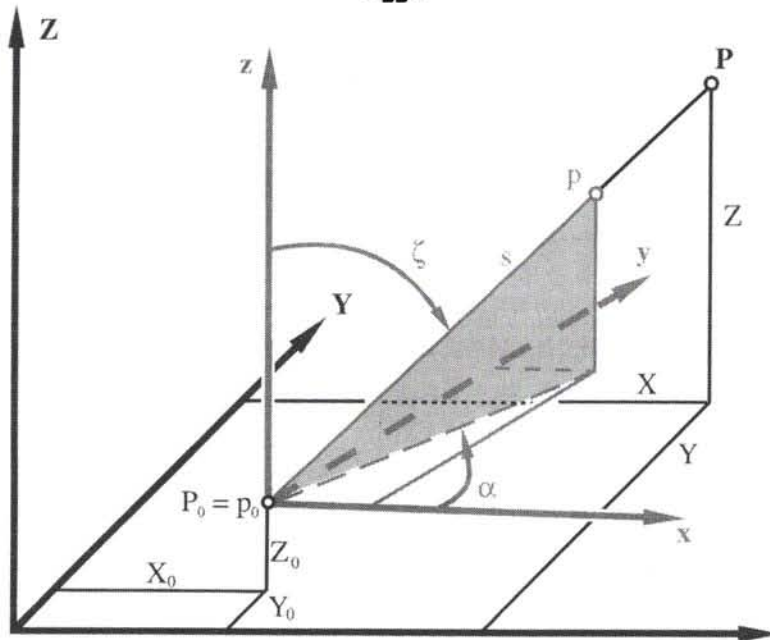
In manchen Fällen ist die Maßstabszahl eine Konstante, z.B. $m = 1$ für ein aus Konstruktionsmaßen digital aufgebautes Fahrzeugmodell.

AUFGABE 3.5-1: Wie lauten die Gleichungen für die beobachteten lokalen Koordinaten $\bar{x}$, $\bar{y}$ und $\bar{z}$ gemeinsam mit ihren Verbesserungen v_x , v_y und v_z , wenn im lokalen Koordinatensystem ein Bezugspunkt p_0 angenommen wird, der nicht im Koordinatenursprung liegt?

3.5.3 Beobachtete Polarpunkte

Mit einem Tachymeter seien in einem Standpunkt die Polarkoordinaten α , ζ und s für viele Punkte gemessen. In der Figur 3.5-2 sind diese Beobachtungen für den Punkt p eingetragen. Entlang des Richtungsstrahles ist noch der zu p gehörende Punkt P im globalen XYZ-Koordinatensystems angegeben. Damit wurde angedeutet, daß die Maßstabszahl m nicht unbedingt Eins gesetzt werden muß, sondern auch eine Maßstabskorrektur der Entfernungsmesseinrichtung im Rahmen der Ausgleichung ermittelt werden kann. Der Standpunkt wird zweckmäßigerweise als Bezugspunkt P_0 bzw. p_0 gewählt. Es braucht kein bekannter Punkt im globalen Koordinatensystem sein; dadurch wird die "freie Stationierung" verwirklicht.

Aus den Polarkoordinaten α , ζ und s können mit folgenden Beziehungen cartesische Koordinaten x , y und z , wie aus der Figur 3.5-2 ablesbar, ermittelt werden:



Figur 3.5-2: Polarpunkte

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} \sin\zeta \cos\alpha \\ \sin\zeta \sin\alpha \\ \cos\zeta \end{pmatrix} \quad (3.5-4)$$

Diese cartesischen Koordinaten könnte man als beobachtete Koordinaten in einem dreidimensionalen lokalen Koordinatensystem auffassen und in der im vorhergehenden Abschnitt 3.5.2 beschriebenen Weise in die Ausgleichung einführen. Die in der Drehmatrix $\mathbf{R}$ enthaltenen drei Winkel sind in der Verarbeitung von Tachymeterdaten ungewohnt. Infolge der Horizontierung sind zwei Winkel Null; nur der dritte Winkel ist als **Orientierungsunbekannte** geläufig. Trotzdem kann man den mathematischen Zusammenhang mit der räumlichen Ähnlichkeitstransformation (3.4-2) beschreiben, indem man die beiden Winkel - zum Beispiel ω und ϕ bei einer Drehmatrix $\mathbf{R}_{\omega\phi\kappa}$ - als feste Parameter mit dem Wert Null vorgibt. Die im Gleichungssystem (3.4-2) auftretende Maßstabszahl m wurde bereits besprochen.

Die Möglichkeit, daß man die aus den Polarkoordinaten mittels der Gleichung (3.5-4) berechneten cartesischen Koordinaten direkt als unabhängige Beobachtungen für eine Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen benutzt, ist durchaus gangbar, aber theoretisch nicht fundiert. Für eine verfeinerte Vorgangsweise gibt es zwei Möglichkeiten:

- Erstens: Man verfeinert das stochastische Modell, indem man für die **ursprünglichen Beobachtungen** α , ζ und s Standardabweichungen σ_α , σ_ζ und σ_s vorgibt und durch

Anwendung des allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf das Gleichungssystem (3.5-4) die Standardabweichungen für die cartesischen Koordinaten x , y und z und vor allem die Kovarianzen zwischen diesen Koordinaten berechnet. In der Fortsetzung der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen mit den cartesischen Koordinaten sind dann diese Varianz-Kovarianz-Matrizen zu berücksichtigen.

- Zweitens: Man **verfeinert das funktionale Modell**, indem man die räumliche Ähnlichkeitstransformation (3.4-2) so abwandelt, bis die ursprünglichen Beobachtungen $\bar{\alpha}$, $\bar{\zeta}$, und $\bar{s}$ - genauer ihre Verbesserungen v_α , v_ζ und v_s - in Abhängigkeit von festen und freien Parametern gefunden sind.

In der Folge schlagen wir den zweiten Weg ein. Die aus den ursprünglichen Beobachtungen $\bar{\alpha}$, $\bar{\zeta}$ und $\bar{s}$ mittels der Beziehung (3.5-4) gefundenen cartesischen Koordinaten bezeichnen wir mit $\bar{x}$, $\bar{y}$ und $\bar{z}$, ihre Verbesserungen mit v_x , v_y und v_z . Damit lautet die Beziehung (3.5-4):

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = (\bar{s} + v_s) \begin{pmatrix} \sin(\bar{\zeta} + v_\zeta) \cos(\bar{\alpha} + v_\alpha) \\ \sin(\bar{\zeta} + v_\zeta) \sin(\bar{\alpha} + v_\alpha) \\ \cos(\bar{\zeta} + v_\zeta) \end{pmatrix} \quad (3.5-5)$$

Eine Umordnung und die Beschränkung auf Glieder erster Ordnung bei den Verbesserungen ergeben:

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \bar{s} \begin{pmatrix} \sin \bar{\zeta} \cos \bar{\alpha} \\ \sin \bar{\zeta} \sin \bar{\alpha} \\ \cos \bar{\alpha} \end{pmatrix} + \bar{s} \begin{pmatrix} -\sin \bar{\zeta} \sin \bar{\alpha} \\ \sin \bar{\zeta} \cos \bar{\alpha} \\ 0 \end{pmatrix} v_\alpha + \bar{s} \begin{pmatrix} \cos \bar{\zeta} \cos \bar{\alpha} \\ \cos \bar{\zeta} \sin \bar{\alpha} \\ -\sin \bar{\zeta} \end{pmatrix} v_\zeta + \begin{pmatrix} \sin \bar{\zeta} \cos \bar{\alpha} \\ \sin \bar{\zeta} \sin \bar{\alpha} \\ \cos \bar{\zeta} \end{pmatrix} v_s$$

Der Zusammenhang zwischen den Verbesserungen v_x , v_y und v_z mit den Verbesserungen v_α , v_ζ und v_s kann noch wie folgt angeschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \bar{\alpha} & \cos \bar{\zeta} \cos \bar{\alpha} & \sin \bar{\zeta} \cos \bar{\alpha} \\ -\cos \bar{\alpha} & \cos \bar{\zeta} \sin \bar{\alpha} & \sin \bar{\zeta} \sin \bar{\alpha} \\ 0 & -\sin \bar{\zeta} & \cos \bar{\zeta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -(\sin \bar{\zeta}) \bar{s} \cdot v_\alpha \\ \bar{s} \cdot v_\zeta \\ v_s \end{pmatrix} = \mathbf{D}_{\bar{\zeta} \bar{\alpha}} \begin{pmatrix} -\bar{s} \cdot \sin \bar{\zeta} \\ \bar{s} \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_\alpha \\ v_\zeta \\ v_s \end{pmatrix} \quad (3.5-6)$$

Die letzte Umformung hat ergeben, daß der Zusammenhang zwischen den Verbesserungen v_x , v_y und v_z der cartesischen Koordinaten und den Verbesserungen der Polarkoordinaten im wesentlichen über eine Drehmatrix $\mathbf{D}_{\bar{\zeta} \bar{\alpha}}$ hergestellt ist. Diese Drehmatrix bewirkt übrigens eine räumliche Drehung in ein Koordinatensystem, dessen dritte Achse mit der Richtung von

p_0 nach p zusammenfällt (Figur 3.5-2). Nach diesen Vorbereitungen kann in die Grundgleichung (3.4-2) eingesetzt werden, wobei wir für die Maßstabszahl m gleich Eins und für die Translation x_0 gleich Null wählen:

$$\bar{s} \begin{pmatrix} \sin \bar{\zeta} \cos \bar{\alpha} \\ \sin \bar{\zeta} \sin \bar{\alpha} \\ \cos \bar{\zeta} \end{pmatrix} + D_{\bar{\zeta} \bar{\alpha}} \begin{pmatrix} -\bar{s} \cdot \sin \bar{\zeta} \\ \bar{s} \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_a \\ v_\zeta \\ v_s \end{pmatrix} = R^T (X - X_0) \quad (3.5-7)$$

Eine Multiplikation von links mit der Matrix $D_{\bar{\zeta} \bar{\alpha}}^T$ ergibt:

$$\begin{pmatrix} \bar{0} \\ \bar{0} \\ \bar{s} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\bar{s} \cdot \sin \bar{\zeta} \\ \bar{s} \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_a \\ v_\zeta \\ v_s \end{pmatrix} = D_{\bar{\zeta} \bar{\alpha}}^T R^T (X - X_0) \quad (3.5-8)$$

Eine geringe Umstellung führt schließlich zu den gesuchten Beziehungen:

$$\begin{pmatrix} \bar{0} + v_a \\ \bar{0} + v_\zeta \\ \bar{s} + v_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ \bar{s} \cdot \sin \bar{\zeta} \\ \frac{1}{\bar{s}} \\ 1 \end{pmatrix} D_{\bar{\zeta} \bar{\alpha}}^T R^T (X - X_0) \quad (3.5-9)$$

Jeder der vollständig beobachteten Polarpunkte liefert ein solches Gleichungssystem, das aus drei Gleichungen besteht. Freie Parameter sind in der Regel seine Koordinaten X im globalen Koordinatensystem und der Winkel κ (= Orientierungsunbekannte) in der Drehmatrix R ; ω und ϕ sind feste Parameter mit dem Wert Null. Die drei Koordinaten X_0 des Bezugspunktes können ebenfalls freie Parameter für alle Messungen dieses Polarstandpunktes sein; nachdem wir x_0 gleich Null gewählt haben, sind X_0 die globalen Koordinaten des Polarstandpunktes. Die übrigen im Gleichungssystem (3.5-9) vorkommenden Größen, insbesondere die Elemente der Drehmatrix $D_{\bar{\zeta} \bar{\alpha}}^T$, ergeben sich aus den Beobachtungen $\bar{\alpha}$, $\bar{\zeta}$ und $\bar{s}$.

Hat man im Standpunkt p_0 **nur Richtungen und keine Strecken** $\bar{s}$ gemessen, so benutzt man nur die beiden ersten Gleichungen vom Gleichungssystem (3.5-9). Für die Strecke zwischen dem Standpunkt P_0 und dem Punkt P ist dann jene aus Näherungskordinaten berechnete zu verwenden.

Hat man nur **eine einzelne räumliche Strecke** $\bar{s}$ gemessen und keine Winkel, so benutzt man nur die letzte Gleichung vom Gleichungssystem (3.5-9). In diesem Fall wählt man für $\bar{\alpha}$ den Wert Null; der außerdem erforderliche Winkel $\bar{\zeta}$ ist aus Näherungswerten zu ermitteln.

AUFGABE 3.5-2: Man adaptiere die dritte Gleichung im Gleichungssystem (3.5-9) für eine **horizontale Strecke**. Ergebnis: Für $\bar{s}$ kann die horizontale Strecke eingeführt werden, wenn man die Elemente d_{13} , d_{23} und d_{33} in der Matrix $D_{\bar{\zeta}, \bar{\alpha}}$ jeweils mit $\sin \bar{\zeta}$ multipliziert. Der Zenitwinkel $\bar{\zeta}$ kann in diesem Spezialfall nur aus Näherungswerten ermittelt werden. Die Matrix D ist nach dieser Adaption keine orthogonale Matrix mehr.

AUFGABE 3.5-3: Für eine gemessene räumliche Strecke $\bar{s}$ zwischen zwei Punkten P und Q wird üblicherweise folgende Beobachtungsgleichung gewählt:

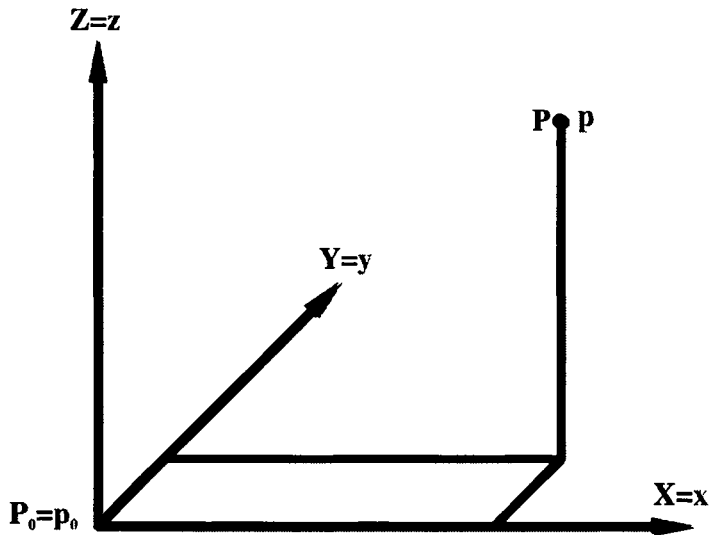
$\bar{s} + v_s = \sqrt{(X_p - X_q)^2 + (Y_p - Y_q)^2 + (Z_p - Z_q)^2}$. Man linearisiere diese Gleichung und stelle die Identität mit der Gleichung her, die durch Linearisierung der dritten Gleichung des Gleichungssystems (3.5-9) hervorgeht.

3.5.4 Beobachtete Paßpunkte

Die XYZ-Koordinaten der Paßpunkte wird man bei einer verfeinerten Ausgleichung nicht als feste Parameter einführen. Sie sind auch aus Beobachtungen entstanden; sie haben deshalb nur eine begrenzte Genauigkeit, die in der Regel mit einer Standardabweichung quantifiziert werden kann.

Die Beziehungen für die beobachteten Paßpunktkoordinaten können unmittelbar aus der Figur 3.5-3 abgelesen werden. Man erhält diese Beziehungen auch aus der Grundgleichung (3.4-2), indem man den Maßstabsfaktor m gleich Eins setzt, über die Bezugspunkte mit $X_0 = x_0 = 0$ verfügt und als Drehmatrix R die Einheitsmatrix annimmt:

$$\begin{aligned} x &= \bar{x} + v_x = X \\ y &= \bar{y} + v_y = Y \\ z &= \bar{z} + v_z = Z \end{aligned} \quad (3.5-10)$$



Figur 3.5-3: Beobachtete Paßpunkte

Die Größen $\bar{x}$, $\bar{y}$ und $\bar{z}$ sind die gegebenen Paßpunktkoordinaten, die Größen X , Y und Z die (unbekannten) verbesserten Paßpunktkoordinaten nach der Ausgleichung. Die XYZ-Koordinaten repräsentieren nach der Ausgleichung die wahrscheinlichsten Werte.

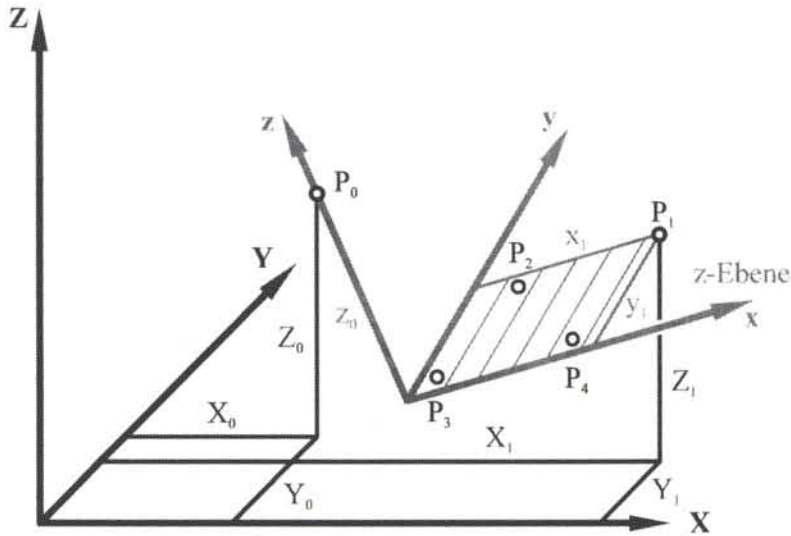
Die Bezugspunkte P_0 und p_0 müssen nicht im Koordinatenursprung liegen. Auf diese Weise kann man zum Beispiel die **Reduktion der (großen) Landeskoordinaten** auf einen Punkt im Bereich des Interessensgebietes erreichen. Auch den Maßstabsfaktor wird man nicht einsetzen, wenn die lokalen Koordinaten zum Beispiel im metrischen System und die globalen Koordinaten im **Fuß-System** gegeben sind.

3.5.5 Beobachtete Gestalten

Die beobachteten Gestalten unterteilen wir in "Ebenen", "Geraden" sowie "räumliche Flächen und Kurven".

3.5.5.1 Beobachtete Punkte in Ebenen

Wir beginnen mit einem Spezialfall, der in der Figur 3.5-4 skizziert ist. Wir gehen zunächst von vier Punkten P_1 , P_2 , P_3 und P_4 im globalen Koordinatensystem aus, die in einer schrägen Ebene liegen sollen. In der schrägen Ebene nehmen wir die xy -Ebene des lokalen Koordinatensystems an. Die Beobachtungen sind die z -Koordinaten in den vier Punkten. Die Werte dieser fiktiven Beobachtungen $\bar{z}$ sind Null, allerdings erweitert um die dazugehörigen Verbesserungen v_z : $z = \bar{z} + v_z = 0 + v_z$.



Figur 3.5-4: Gestalt in der xy -Ebene

Der Bezugspunkt P_0 (siehe Figur 3.5-4) wird - in der Nähe der Ebenenpunkte - willkürlich gewählt. Seine Koordinaten X_0 , Y_0 und Z_0 können im globalen Koordinatensystem beliebig vorgegeben werden. Die z -Achse des lokalen Koordinatensystems verläuft durch den Bezugspunkt P_0 . Im lokalen Koordinatensystem ist nur z_0 des Bezugspunktes P_0 unbekannt, während x_0 und y_0 gleich Null gewählt werden. Den Maßstabsfaktor zwischen beiden Koordinatensystemen nimmt man in der Regel mit Eins an. Von der Drehmatrix R ist die κ -Drehung um die z -Achse frei wählbar; sie wird zum Beispiel mit Null vorgegeben. Die für den Spezialfall "Punkte in einer Ebene" überzähligen Parameter, die durch Vorgabe von festen Parametern kompensiert werden, mögen im Moment befremdlich erscheinen. Wie wir aber noch sehen werden, kann dadurch der mathematische Ansatz unter anderem elegant verfeinert werden.

Bevor wir die Gleichungen für die fiktiven Beobachtungen einer ebenen Gestalt aus der Ähnlichkeitstransformation ableiten, ist eine **Bilanz über die Anzahl der Beobachtungen, der freien und festen Parameter** für das in der Figur 3.5-4 skizzierte Beispiel angebracht. Um den Beitrag dieser ebenen Gestalt zur Redundanz zu ermitteln, wollen wir voraussetzen, daß die vier Punkte P_i durch andere Beobachtungen gerade (d.h. ohne Redundanz) bestimmt seien - der Einfachheit halber als beobachtete Paßpunkte im Sinne des Abschnittes 3.5.4:

	Beobachtungen	Unbekannte	Konstante
z-Koordinate (= 0) der 4 Punkte p_i	4		
z_0 -Koordinate des Bezugspunktes p_0		1	
$x_0 y_0$ -Koordinaten (= 0) des Bezugspunktes p_0			2
XYZ-Koordinaten der 4 Punkte P_i		12	
$\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ -Koordinaten der 4 Paßpunkte P_i	12		
$X_0 Y_0 Z_0$ -Koordinaten des Bezugspunktes P_0			3
Maßstabszahl m			1
Drehmatrix R		2	1
Summe	16	15	7

Den 16 Beobachtungen stehen 15 Unbekannte gegenüber, d.h. wir haben die erwartete Redundanz von Eins, wenn man durch vier Punkte eine geneigte Ebene legt.

Die 12 Beobachtungsgleichungen für die vier Paßpunkte P_i haben wir bereits kennengelernt (Gleichung (3.5-10) im Abschnitt 3.5.4). Die Gleichungen für die fiktiv beobachteten $\bar{z}$ -Koordinaten gehen aus der dritten Gleichung des Gleichungssystems (3.4-2) hervor:

$$z = \bar{0} + v_z = z_0 + r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0) \quad (3.5-11)$$

Ist eine zur ersten Ebene **parallele Ebene** zu berücksichtigen, wählt man eine mit der ersten Ebene identische Drehmatrix R . Soll ein **bekannter Abstand Δz_0 zwischen den beiden Ebenen** eingehalten werden, so werden die z_0^1 -Koordinate der ersten Ebene und die z_0^2 -Koordinate der zweiten Ebene in folgende (zusätzliche) Beobachtungsgleichung einbezogen:

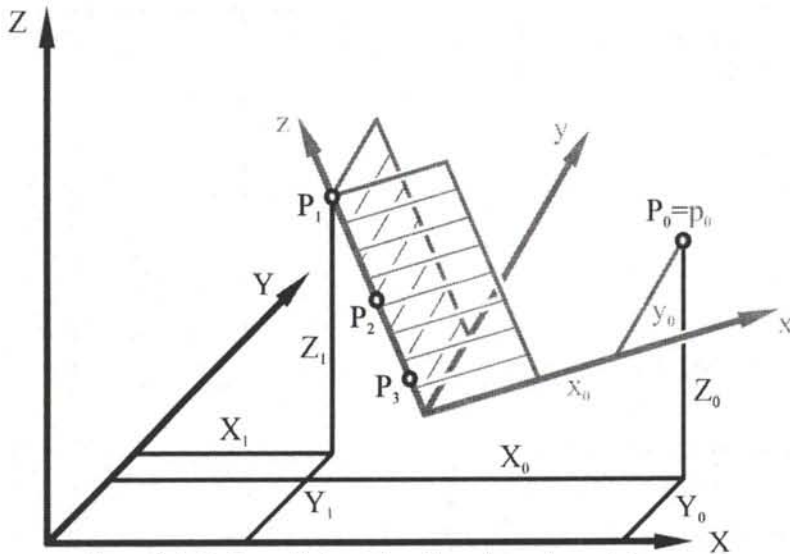
$$\Delta z_0 = \Delta \bar{z}_0 + v_{\Delta z_0} = z_0^1 - z_0^2 \quad (3.5-12)$$

Wenn der vorgegebene Abstand $\Delta \bar{z}_0$ sehr genau bekannt sein sollte, wird man das Gewicht für diese Beobachtungsgleichung sehr groß wählen. Dadurch wird die Verbesserung $v_{\Delta z_0}$ sehr klein.

AUFGABE 3.5-4: Man schreibe die vier Gleichungen für die fiktiv beobachteten $\bar{z}$ -Koordinaten an. Zusätzlich sind die Gleichungen für fünf Punkte anzugeben, die in einer parallelen Ebene in einem Abstand von 2 m zur ersten Ebene liegen. Das Gleichungssystem ist schließlich noch um eine dritte Ebene zu erweitern, in der nur zwei Punkte liegen und die von der ersten Ebene einen Abstand von 5 m aufweist.

AUFGABE 3.5-5: Die Voraussetzungen für die ebene Gestalt sind so zu ändern, daß der Bezugspunkt P_0 bzw. p_0 in der auszugleichenden Ebene zu liegen kommt. Man stelle die Bilanz im Sinne der obigen Tabelle auf.

3.5.5.2 Beobachtete Punkte auf Geraden



Figur 3.5-5: Geradlinige Gestalt entlang der z-Achse

Wir gehen zunächst von drei Punkten P_1 , P_2 und P_3 im globalen Koordinatensystem aus, die entlang einer Geraden angeordnet sein sollen (Figur 3.5-5). Die z-Achse des lokalen Koordinatensystems legen wir in die auszugleichende Gerade durch die drei Punkte. Der beliebig gewählte Bezugspunkt P_0 bzw. p_0 definiert die xy-Ebene des lokalen Koordinatensystems, indem seine z-Koordinate Null gesetzt wird. Von der Drehmatrix $\mathbf{R}$ ist die κ -Drehung um die z-Achse unbestimmt; sie kann beliebig gewählt werden.

Die ausgleichende Gerade ergibt sich als Schnittlinie der xz-Ebene mit der yz-Ebene. Jeder dieser drei Punkte kann sowohl in der xz-Ebene als auch in der yz-Ebene mit der fiktiven Beobachtung Null - entsprechend dem Abschnitt 3.5.5.1 - angeschrieben werden:

$$\begin{aligned} \text{xz-Ebene: } y &= \bar{0} + v_y = y_0 + r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0) \\ \text{yz-Ebene: } x &= \bar{0} + v_x = x_0 + r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0) \end{aligned} \quad (3.5-13)$$

Dabei wurde der Maßstabsfaktor zwischen beiden Koordinatensystemen Eins gewählt. Eine Bilanz über die Anzahl der Beobachtungen, der freien und festen Parameter für die in der Figur 3.5-5 skizzierte Gestalt soll dieses Kapitel abschließen. Dabei nehmen wir der Einfachheit halber wieder an, daß die drei Punkte P_i durch beobachtete Paßpunkte im Sinne des Abschnittes 3.5.4 bestimmt sind:

	Beobachtungen	Unbekannte	Konstante
$\bar{y}$ - und $\bar{x}$ -Koordinaten (= 0) der 3 Punkte p_i in beiden Ebenen	6		
x_0y_0 -Koordinaten des Bezugspunktes p_0		2	
z_0 -Koordinate (= 0) des Bezugspunktes p_0			1
XYZ-Koordinaten der 3 Punkte P_i		9	
$\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ -Koordinaten der 3 Paßpunkte P_i	9		
$X_0Y_0Z_0$ -Koordinaten des Bezugspunktes P_0			3
Maßstabszahl m			1
Drehmatrix R		2	1
Summe	15	13	6

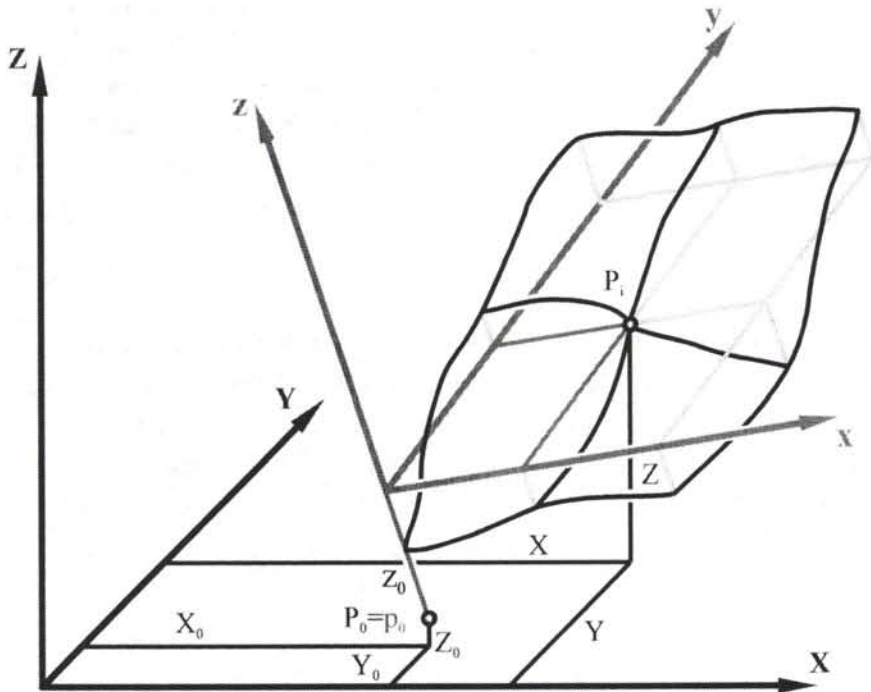
Den 15 Beobachtungen stehen 13 Unbekannte gegenüber, d.h. die Redundanz beträgt Zwei, obwohl der Leser eventuell nur eine Redundanz von Eins erwartet hat.

So wie die z -Achse als Gerade eingeführt wurde, kann selbstverständlich auch die x - und y -Achse benutzt werden. Damit können sehr komplexe Gestalten formuliert werden.

AUFGABE 3.5-6: Gegeben sind acht (Paß-)Punkte im globalen Koordinatensystem. Man gebe die Gleichungen für einen auszugleichenden Würfel mit den acht (Paß-)Punkten in den Würfecken an. Zusatzaufgabe: Wie sind diese Gleichungen abzuwandeln, wenn die Seiten des Würfels 2 m betragen?

3.5.5.3 Beobachtete Punkte auf räumlichen Flächen und Kurven

Anstelle von Ebenen und Geraden wünscht man sich in vielen Fällen räumliche Flächen und räumliche Kurven. Auch sie können auf dem Konzept der räumlichen Ähnlichkeitstransformation aufgebaut werden, wenn man geringfügige Erweiterungen vornimmt. Wir betrachten zunächst **polynomiale Flächen**. Eine solche ist in der Figur 3.5-6 skizziert.



Figur 3.5-6: Polynomiale Fläche als Gestalt

Es gebe mehrere Punkte P im globalen Koordinatensystem, die mehr oder weniger gut eine Polynomfläche aufspannen. Die Punkte P sind oft Punkte, die aus beobachteten Bildkoordinaten oder anderen Beobachtungen bereits ermittelt werden können. Der Einfachheit halber werden wir in der Erklärung wieder davon ausgehen, daß es beobachtete Paßpunkte (Abschnitt 3.5.4) sind.

An dieser Stelle soll aber betont werden, daß die **Hauptanwendung einer solchen polynomial gestalteten Fläche in der Vervollständigung der photogrammetrischen Punktbestimmung zu sehen ist**: Zum Beispiel sollen zehn Punkte in einer solchen Polynomfläche liegen, die aus den beobachteten Bildkoordinaten von zwei und mehr Bildern bestimmbar

sind; ein elfter Punkt dieser Polynomfläche kann nur im ersten Bild und keinem weiteren Bild beobachtet werden. Durch die Einbeziehung eines Polynomes in den Ausgleichungsprozeß sind auch die XYZ-Koordinaten des elften Punktes bestimmbar, und zwar als Schnittpunkt des Abbildungsstrahles des elften Punktes in der ersten Aufnahme mit der aus den zehn anderen Punkten festgelegten Polynomfläche.

Nach dem kurzen Ausflug in die Anwendung setzen wir mit der mathematischen Formulierung fort. Die Polynomfläche definieren wir in einem lokalen xyz-System. Der Ursprung der xy-Koordinaten des lokalen Systems liege in dem beliebig wählbaren Bezugspunkt P_0 bzw. p_0 ($x_0 = y_0 = 0$). Der Ursprung der z-Koordinate variiert von Flächenpunkt zu Flächenpunkt in der Weise, daß die xy-Ebene immer den jeweiligen Flächenpunkt P enthält. Dadurch bekommen die fiktiv beobachteten $\bar{z}$ -Werte - abgesehen von ihren Verbesserungen v_z - wieder den Wert Null ($z = \bar{z} + v_z = \bar{0} + v_z$) und der z_0 -Wert variiert in Abhängigkeit von der polynomialen Gestalt. Eine Polynomfläche n-ten Grades lautet daher:

$$z_0 = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} \cdot x^i \cdot y^j \quad (3.5-14)$$

Die Größen c_{ij} sind die unbekannten Polynomkoeffizienten. Weitere unbekannte Parameter sind die drei Winkel der räumlichen Drehmatrix (wegen der gekrümmten Gestalt ist auch der Drehwinkel κ um die z-Achse im Rahmen der Ausgleichung - zumindest theoretisch - bestimmbar). Den Maßstabsfaktor setzt man wieder Eins. Die Beobachtungsgleichung für die fiktiv beobachtete $\bar{z}$ -Koordinate ergibt sich wieder aus der dritten Beziehung des Gleichungssystems (3.4-2) unter Beachtung der Gleichung (3.5-14) oder aus der Gleichung (3.5-11), wobei z_0 durch die Beziehung (3.5-14) "interpretiert" wird:

$$z = \bar{0} + v_z = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} \cdot x^i \cdot y^j + r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0) \quad (3.5-15)$$

Die lokalen Koordinaten x und y für die einzelnen Punkte P sind am Beginn des Ausgleichungsprozesses unbekannt. Man benötigt sie - sofern die Größen c_{ij} klein bleiben - nur näherungsweise: sie werden mit den Näherungswerten für die XYZ-Koordinaten der Objektpunkte und mit den genähert bekannten Parametern der räumlichen Ähnlichkeitstransformation berechnet.

So, wie mit der Gleichung (3.5-14) eine sogenannte **polynomiale z-Gestalt** formuliert wurde, lassen sich auch **polynomiale x- und y-Gestalten** formulieren.

In ähnlicher Weise, wie im Abschnitt 3.5.5.2 aus zwei Koordinatenebenen im lokalen Koordinatensystem die räumliche Gerade als Gestalt gefunden werden konnte, kann man

auch eine räumliche Kurve als Gestalt modellieren.

AUFGABE 3.5-7: Man versuche die Formulierung einer Raumkurve, die etwa in Richtung der z-Achse verläuft. Als Vorbereitung für die Lösung dieser Aufgabe formuliere man zunächst eine Gerade (die Achse des Schiefen Turms von Pisa), die ungefähr in Richtung der z-Achse verläuft.

Zum Abschluß soll noch erwähnt werden, daß polynomiale Kurven zwar sehr viele Anforderungen der Praxis befriedigen. Bei langen Kurven sind sie aber nicht anpassungsfähig genug. Einen Ausweg bietet der Übergang von polynomialen Kurven zu Kurven, die aus **Polynomstücken** zusammengesetzt werden. Am bekanntesten sind die **Spline-Funktionen**, das sind Polynomstücke dritten Grades, an deren Nahtstellen sowohl die Tangente als auch die Krümmung stetig sind. Zusammengesetzte Polynome werden im Band 3 ausführlich behandelt. Wie solche zusammengesetzte Polynome als Gestaltinformation innerhalb der photogrammetrischen Punktbestimmung genutzt werden können, hat G. Forkert¹ gezeigt.

3.5.5.4 Spezielle Kurven und Flächen

Der Vorteil der konsequenten Beachtung eines lokalen und eines globalen Koordinatensystems zeigt sich besonders bei der Modellierung spezieller Gestalten. Wir erläutern eine solche Modellierung für ein Ellipsoid E, das im lokalen Koordinatensystem mittels der folgenden **impliziten Funktion** formuliert werden kann:

$$E = 0 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 \quad (3.5-16)$$

Die Größen a,b,c sind die - in der Regel gesuchten - Parameter eines Ellipsoides, dessen Koordinatenursprung im Ellipsoidmittelpunkt liegt. Eine Menge von Punkten P soll **möglichst gut** auf diesem Ellipsoid liegen. Diese Wunschvorstellung kann mit folgender Beobachtungsgleichung formuliert werden:

$$\bar{0} + v = c_{200}x^2 + c_{020}y^2 + c_{002}z^2 - 1 \quad (3.5-17)$$

Der Zusammenhang der neuen Größen c_{ijk} mit den Ellipsoidhalbachsen a,b,c der Gleichung (3.5-16) ist offensichtlich. Die Größen x,y,z sind die Koordinaten der ausgeglichenen Punkte P, allerdings nach einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation vom globalen Koordinatensystem in das lokale Koordinatensystem. Diese Transformation lautet mit $x_0 = 0$ und $m = 1$:

$$x = R^T(X - X_0) \quad (3.5-18)$$

¹ In Grün/Kahmen: Optical 3-D Measurement Techniques II, Wichmann Verlag, Karlsruhe, pp. 221-228, 1993.

In der Beobachtungsgleichung (3.5-17) sind die Größen x, y, z mittels der Beziehung (3.5-18) durch die Größen X, X_0, R zu ersetzen. Auf die vollständige Formulierung dieser Substitution wird verzichtet. Es wird aber noch angedeutet, wie man zu den Koeffizienten der (linearierten) Verbesserungsgleichung kommt:

$$\frac{\partial E}{\partial c_{200}} = x^2; \dots; \frac{\partial E}{\partial X} = 2c_{200} x \frac{\partial x}{\partial X} + 2c_{020} y \frac{\partial y}{\partial X} + 2c_{002} z \frac{\partial z}{\partial X}; \text{ etc.}$$

Die auftretenden Größen bedürfen eines Kommentars:

- Die Ellipsoidgrößen c_{ijk} sind in der Regel freie Parameter in der Ausgleichung. Sie treten auch als Koeffizienten zu Unbekannten in den Verbesserungsgleichungen auf. Dafür reichen (grobe) Näherungswerte aus.
- Die partiellen Differentialquotienten $\partial x / \partial X$, $\partial x / \partial Y$, etc. treten auch bei der Linearisierung der Beobachtungsgleichungen für die räumliche Ähnlichkeitstransformation (Abschnitt 3.5.2) auf. Die Differentialkoeffizienten für einen Punkt in einem lokalen dreidimensionalen Koordinatensystem können sozusagen an einen Punkt auf einem Ellipsoid "vererbt" werden.
- Die Winkel in der Drehmatrix R sind - je nach Aufgabenstellung - freie oder feste Parameter. Die Drehmatrix R beschreibt die Stellung des Ellipsoides im globalen Koordinatensystem.
- Die drei Koordinaten X_0 definieren den Bezugspunkt P_0 , das ist der Mittelpunkt des Ellipsoides im globalen Koordinatensystem. Bei einer unbekannten Lagerung des Ellipsoides sind die drei Koordinaten X_0 freie Parameter, bei einer bekannten Lagerung feste Parameter.
- Die drei Koordinaten X definieren einen einzelnen Punkt P im globalen Koordinatensystem. Die Koordinatentripel X liegen nach der Ausgleichung - abgesehen von kleinen Verbesserungen - auf dem Ellipsoid. Die Koordinatentripel X sind - von Ausnahmen abgesehen - freie Parameter.
- Die drei Koordinaten x definieren einen einzelnen Punkt P im lokalen Koordinatensystem. Die Koordinatentripel x liegen nach der Ausgleichung - abgesehen von kleinen Verbesserungen - auf dem Ellipsoid. Funktionen der Koordinaten x treten einerseits als Koeffizienten zu den unbekannten Parametern und andererseits im Absolutglied - aber nicht als freie Parameter - auf. Man erhält die Koordinatentripel x , indem man sie - **vor der jeweiligen Iteration einer Ausgleichung** - aus den genäherten Koordinatentripeln X^0 mit den genäherten Parametern R^0 und X_0^0 der räumlichen Ähnlichkeitsfunktion (3.5-18) berechnet. Nachdem sich die Koordinatentripel X^0 und die Transformationsparameter von Iterationsschritt zu Iterationsschritt verbessern, genügen am Ende des Ausgleichungs-