Grundlagen der Kommunikation und Kognition
Foundations of Communication and Cognition

Herausgeber / Editors
Roland Posner, Georg Meggle

Wolfgang Lenzen

Das System der Leibnizschen Logik

Walter de Gruyter · Berlin · New York
1990

Gedruckt auf säurefreiem Papier
(alterungsbeständig – pH 7, neutral)

CIP-Titelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Lenzen, Wolfgang:
Das System der Leibnizschen Logik / Wolfgang Lenzen. –
Berlin ; New York : de Gruyter, 1990
(Grundlagen der Kommunikation und Kognition)
ISBN 3-11-012353-3

© Copyright 1990 by Walter de Gruyter & Co., D-1000 Berlin 30
Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.
Printed in Germany
Satz und Druck: Arthur Collignon GmbH, Berlin
Buchbinderische Verarbeitung: Lüderitz & Bauer GmbH, Berlin

Inhalt

Vorwort

‚Das System der Leibnizschen Logik‘ ist eine Koproduktion zweier Autoren, deren Geburtsjahr durch genau 3 Jahrhunderte getrennt ist. Unser ursprünglicher Plan sah deshalb vor, die Endfassung genau dreihundert Jahre nach dem ersten, ernsthaften Vorentwurf, den GI[1] von 1686, erscheinen zu lassen. Das hat aus Gründen, die man vielleicht einmal in Lenzens Memoiren nachlesen kann, nicht geklappt.

In den vergangenen 6 Jahren – seit der ersten Begegnung beider Philosophen – wurden eine Reihe von Vorarbeiten publiziert, über deren Beziehung zur nun vorgelegten Monographie ein paar Worte zu verlieren angebracht erscheint. „Zur extensionalen und ‚intensionalen‘ Interpretation der Leibnizschen Logik“ eröffnete den Reigen von Aufsätzen in den *Studia Leibnitiana*[2]. Dort ging es im wesentlichen darum, die Definition einer extensionalen Interpretation der „intensionalen“ Begriffslogik, wie sie in den Kap. 2 und 3 des ‚System‘ entwickelt wird, vorzubereiten bzw. als die von Leibniz **intendierte** Interpretation nachzuweisen. „Leibniz und die Boolesche Algebra“[3] behandelte jenen Teil der Algebra der Begriffe, der in den Abschnitten 2.1 – 2.5 des ‚System‘ dargestellt wird. Dort wurde insbesondere der hier nicht wiederholte formale Beweis dafür erbracht, daß „intensionale“ Begriffsalgebra und „extensionale“ Mengenalgebra zwei emanzipierte Kehrseiten **einer** Medaille darstellen. „‚Unbestimmte Begriffe‘ bei Leibniz“[4] gab eine Einführung in die Theorie der Begriffsquantoren, wie sie hier in Abschnitt 3.1 und 3.2 wieder aufgegriffen wird. „‚Non est‘ non est ‚est non‘“[5] untersuchte

---

[1] Die Bedeutung dieser Kürzel wird zu Beginn von Anhang 2 entschlüsselt.
[2] Im folgenden kurz SL, Bd. XV, 1983, S. 129–148.
[3] SL XVI (1984), S. 187–203.
[4] SL XVI (1984), S. 1–26.
[5] SL XVIII (1986), S. 1–37.

in einiger Ausführlichkeit Leibnizens Irrungen und Wirrungen auf dem Weg zur Logik der Begriffsnegation. Die wichtigsten systematischen Resultate finden sich in Abschnitt 2.4 und 2.5 wieder; die Chronologisierungsversuche blieben im ‚System' hingegen außer Betracht. „Zur Einbettung der Syllogistik in Leibnizens ‚Allgemeinen Kalkül'"[6] schließlich erarbeitete einiges Material, das in die Abschnitte 4.1 und 4.2 des ‚System' Eingang fand.

Einige weitere der in diesem Buch behandelten Themen wurden in Aufsätzen außerhalb der SL angeschnitten. So z. B. der sogenannte Plus-Minus-Kalkül, d. h. die in den Abschnitten 2.6 – 2.8 entwickelte Theorie der begrifflichen Subtraktion inklusive der Hilfsbegriffe des Nichts und des Kommune, in „Arithmetical vs. ‚Real' Addition – A Case Study of the Relations between Logic, Metaphysics, and Mathematics in Leibniz"[7]. Dort stand der Gesichtspunkt im Vordergrund, wie Leibniz die Theorie der „realen" Addition und Subtraktion nach und nach aus den Prinzipien der entsprechenden arithmetischen Operationen hergeleitet hat. Unter mehr systematischem Aspekt habe ich in „Arithmetizismus – oder – Wie man die Mengenlehre aus dem kleinen Einmaleins ableitet"[8] ergänzend bewiesen, daß Leibnizens formales Vorgehen zwar widerspruchsvoll und unvollständig war, jedoch durch kleine Modifikationen vervollständigt und konsistent gemacht werden konnte. In einem *Commentary* zur kritisch edierten *Mathesis rationis*[9] wurde der wesentliche Gehalt der „Widerlegungen" aus Abschnitt 4.3 des ‚System' vorgestellt. Außerdem wurde die in 5.1 entwickelte Satzlogik in „Leibniz's Calculus of Strict Implication"[10] ausführlich diskutiert. Zu guter letzt ist auch ein Teil von Kapitel 6 in „Mögliche Individuen und mögliche Welten"[11] der akademischen Öffentlichkeit vorgestellt worden.

---

[6] SL Sonderheft 15 (1988), S. 38–71.

[7] In N. Rescher (ed.), *Leibnizian Inquiries*, Lanham 1989, pp. 149–157.

[8] In W. L. Gombocz, H. Rutte, W. Sauer (Hrg.), *Festschrift für Rudolf Haller*, Wien 1989, S. 288–299.

[9] Erscheint in *Topoi*, Sonderheft hrg. v. M. Mugnai, ca. 1990.

[10] In J. Srzednicki (ed.), *Initiatives in Logic*, Dordrecht 1987, pp. 1–35.

[11] In den Akten des V. Internationalen Leibniz-Kongresses, Hannover 1988, S. 464–470.

Somit wurden praktisch alle durch ‚Das System' abgedeckten Bereiche der Leibnizschen Logik bereits anderswo, in der Regel sogar in größerer Ausführlichkeit, abgehandelt. Zwei Gründe sprachen dafür, dieses Buch dennoch in die Welt zu setzen. **Erstens**, ‚Das System' ist (weit) mehr als die Summe seiner Teile.

Zweitens, es ist kurz geraten, kürzer jedenfalls als die Summe seiner Teile. Ich habe den ganzen gelehrten Ballast und Zierrat, mit dem sich vor allem die SL-Aufsätze auszeichnen, einfach über Bord geworfen. Dabei ist u.a. die gesamte Auseinandersetzung mit der nicht gerade umfangarmen Sekundär-Literatur auf der Strecke geblieben. Im ‚System' findet sich, außer hier im Vorwort, keine einzige Fußnote[12] und kein einziger Literaturhinweis. Manch einer meiner Freunde mag das bedauern – schließlich und endlich bin ich selber auch nicht frei von jeder Eitelkeit und sehe mich gerne von anderen zitiert. Aber er wird sich damit trösten, daß in den Fußnoten und Literaturverzeichnissen der früheren Aufsätze treu orthodox alles zitiert wurde, was mir zum Thema der Leibnizschen Logik einschlägig erschien.

Das meiste Einschlägige erschien mir freilich als falsch. Außerdem haben manche Philosophen eine sehr merkwürdige Auffassung davon, was einschlägigerweise zur Logik gehört. L.Couturat (um gar nicht einmal einen Extremfall zu wählen) behandelte in seiner klassischen Monographie *La logique de Leibniz*[13] die neun Themen: „La Syllogistique", „La Combinatoire", „La Langue Universelle", „La Caracteristique Universelle", „L'Encyclopédie", „La Science Générale", „La Mathématique Universelle", „Le Calcul Logique" und „Le Calcul Géométrique". Sieht man einmal von dem abschließenden Abstecher in die Metaphysik ab, so konzentriert sich das ‚System' stattdessen auf „La Syllogistique" als notwendigen Hintergrund für die Leibnizsche Logik sowie auf das, was Leibniz daraus entwickelt hat: den „Calcul Logique", einen teilweise formalisierten Kalkül

---

[12] Die gibt's dafür in anderen Monographien über Leibnizens Logik überreichlich. H. Knecht brachte es in *La Logique chez Leibniz* (Lausanne 1981) auf sage und schreibe 3.042 gelehrte Fußnoten! H. Burkhardts *Logik und Semiotik in der Philosophie von Leibniz* (München 1980) enthält deren immerhin noch 1.799.

[13] Paris 1901; Nachdruck Hildesheim 1961.

mathematischer Logik, wie er 1696 in einem Brief an G.Wagner prophetisch angekündigt wurde:

> *Bisher habe von dem theil der bekandten Logick geredet, so zur Erfindung dienet; nun muß auch von dem theil gedencken, so zum urtheil gehöret ... Es ist gewiß kein geringes daß Aristoteles diese formen in unfehlbare gesez bracht, mithin der erste in der that gewesen, der mathematisch außer der Mathematik geschrieben. ... Zwar ist diese arbeit des Aristotelis nur ein anfang und gleichsam das A B C ... Daß aber diese Vernunfft Kunst noch unvergleichbar höher zu bringen, halte ich vor gewiß, und glaube es zu sehen, auch einigen Vorschmack davon zu haben, dazu ich aber ohne die Mathematick wohl schwehrlich kommen wäre. Und ob ich zwar schohn einigen grund darinn gefunden, da ich noch nicht einmahl im mathematischen Novitiat war ..., so habe doch endtlich gespüret wie sehr die wege verhauen, und wie schwehr es würde gewesen seyn, ohne hülffe der innern Mathematick eine öfnung zu finden. Was nun meines ermeßens darinn zu leisten müglich, ist von solchem begriff, daß ich mir nicht getraue ohne würckliche Proben gnugsamen glauben zu finden*[14].

‚Das System' präsentiert endlich diese „würckliche Probe", nämlich eine umfassende, kohärente und konsistente Rekonstruktion des „Allgemeinen Kalküls", die uns zu neuen **Einsichten** verhilft: 1. in die Gleichwertigkeit des traditionellen, „intensionalen" Ansatzes mit dem modernen, „extensionalen" Vorgehen; 2. in die enge Parallele zwischen der Logik der Begriffe einerseits und der (modalen) Logik der Aussagen andererseits; 3., und vielleicht am wichtigsten, in die Möglichkeit, eine monadische (nur mit 1-stelligen Prädikaten arbeitende) Prädikatenlogik so zu konstruieren, daß anstelle der beiden grundlegenden Kategorien von **singulären** Termen einerseits und **generellen** Termen andererseits nur **eine** Kategorie von Begriffen vorausgesetzt wird, in deren Rahmen sich die Individualbegriffe rein logisch definieren lassen.

Als Bertrand Russell vor ca. 90 Jahren seine *Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz*[15] verfasste, gab ihm der Philosophiepro-

[14] GP 7, 519–522.
[15] Cambridge, 1900.

fessor James Ward den wohlwollenden Rat: „... it would be unnecessary & indeed unwise to pursue mathematical topics beyond the philosophical ‚beat'. Nothing deters the ordinary mortal from a book so much as pages ‚bristling' with symbols"[16]. Leibniz selber hatte gelegentlich ähnliche Bedenken geäußert, dem Leser eine – der Sache nach angemessene – formale bzw. mathematische Behandlung philosophischer Fragestellungen zuzumuten:

> *Je n'écris jamais rien en philosophie que je ne le traite par definitions et par axiomes, quoyque je ne luy donne pas tousjours cet air mathematique qui rebute les gens car il faut parler familierement pour estre lû des personnes ordinaires.*[17]

Im Falle der **Logik** ist nun aber eine formale Darstellung unerläßlich:

> *Sunt qui mathematicum rigorem extra scientias quas vulgo mathematicas appellamus locum habere non putant. Sed illi ignorant, idem esse mathematice scribere quod in forma, ut Logici vocant, ratiocinari.*[18]

Wenn es hierfür eines anschaulichen Beweises bedarf, auf S. XII eine Kostprobe.[19]

Januar 1990 Wolfgang Lenzen

[16] Zitiert nach W. H. O'Briant, „Russell on Leibniz", SL XI (1979), S. 174.
[17] Brief an Burnett vom 10. Dez. 1705; GP 3, 302.
[18] GP 7, 324.
[19] Vgl. C, 421 – 423.

Fundamenta calculi Logici 2 Aug. 1690

97.

(1) $A \infty B$ idem est quod $\overline{A \infty B}$ est vera propositio

(2) A non ∞B idem est quod $\overline{A \infty B}$ est falsa propositio

(3) $AA \infty A$ seu litterae geminatio … [illegible]

(4) $AB \infty BA$ seu transpositio nil nocet

(5) $A \infty B$ significat alterum alteri posse substitui, B ipsi A, vel A ipsi B, seu … aequivalere

Non immediate geminata negatio tollit

(8) Non non A … $A \infty$ non non A

Itaque … A et A non non ∞ B aequivalent

Et … $A \infty B$ … falsus … $C \infty AB$ non B …

Cuius … $\overline{A \text{ non } A}$ est non Ens seu terminus falsus

… et B non ∞A …

(10) (11) Aequivalent $A \infty B$ et non $A \infty$ non B, nam quia A substitui potest ipsi B …

[illegible]

(13) …

(14) (15) Si $A \infty B$ … $AC \infty BC$ …

[illegible]

(14) Si $A \infty$ … non A …

(15) Si $A \infty AB$ … FGB …

(16) Si $A \infty A$ non B … non ∞AB … non B …

(17) Non $B \infty$ non B non AB … seu non B est non AB

(18) … ∞ … non A non … per 17 …

(19) … aequivalent $A \infty AB$ et non $B \infty$ non $\overline{B \text{ non } A}$ …

Nam si $A \infty AB$ … non $B \infty$ non B non AB …

[illegible]

Danksagung

Ich möchte es nicht versäumen, all jenen Institutionen und Personen Dank zu sagen, die zum guten Gelingen des Werkes beigetragen haben: vor allem der **Stiftung Volkswagenwerk** für die Gewährung eines Akademie-Stipendiums im WS 1985/86; dann dem **Leibniz-Archiv** in Hannover, namentlich Herrn Prof. Dr. Albert Heinekamp, für diverse Hilfestellungen, speziell für den großzügigen Verleih von Mikrofilmen der Leibniz-Handschriften; ferner der **Leibniz-Forschungsstelle** der Universität Münster, namentlich Herrn Prof. Dr. Heinrich Schepers, für mittlerweile acht wertvolle Faszikel der Vorausedition sowie für die allzeit prompte und freundliche Hilfe bei der Entzifferung und Datierung der logischen Manuskripte; schließlich dem Direktor der **Niedersächsischen Landesbibliothek** für die Erlaubnis zum Abdruck der vorstehenden Leibniz-Handschrift. Ein herzlicher Dank gilt auch Frau Janina Bojara, die zunächst auf einer Schreibmaschine mit Courier-, Italic- und Symbol-Kugelköpfen eine Vorfassung des Buches tippte und die später nicht vor der Mühe zurückschreckte, den eigentlich recht ansehnlichen Text mittels eines PC noch einmal komplett neuzuschreiben. Der letzte Dank gilt meinem verehrten Lehrer Prof. Dr. Franz von Kutschera dafür, daß er überhaupt mein Interesse an Leibniz geweckt und so eine Rekonstruktion des ‚System' ermöglicht hat, auf die, wie ich hoffe, die folgende Variante eines Dictums von Couturat zutrifft:

> ... elle prouve que son idée du Calcul [logique] n'était ni chimérique ni stérile, comme l'ont cru tant de philosophes et de mathématiciens. Comme [Leibniz, Lenzen] a retrouvé ou ressuscité une partie de la *Caractéristique universelle*; tous deux, ils ont justifiés les conceptions les plus hardies de Leibniz, en montrant que ce n'était pas des rêves, mais des intuitions prophétiques qui anticipaient de près de [trois] siècles sur le progrès des sciences et de l'esprit humain.[20]

---

[20] *La Logique de Leibniz*, o.c., S. 430.

Leseanweisung

Die Beiträge der einzelnen Autoren werden im folgenden graphisch strikt unterschieden: *Leibniz bedient sich der Kursivschrift;* Lenzen nimmt die normale in Anspruch. Die hierdurch verlorene Möglichkeit der Hervorhebung wird bei Leibniz durch <u>*Unterstreichen*</u>, bei Lenzen durch **Fettschrift** kompensiert. Am Ende der Zitate (bzw. genauer: meiner Übersetzungen) finden sich verschlüsselte Literaturhinweise; der Schlüssel wird zu Beginn des Verzeichnisses der Zitate vorgestellt.

Nennenswerte Veränderungen der Leibnizschen Beiträge, speziell sinnverändernde Ergänzungen, Erläuterungen oder gar Korrekturen, werden [in eckigen Klammern] angezeigt. Ein leeres Klammernpaar, [ ], signalisiert dabei eine Auslassung, d. h. einen Sprung im Originaltext nach hinten; ein konvertiertes Paar,][, analog einen Sprung nach vorne. Hervorhebungen in Leibnizens Ausführungen, die auf Lenzens Konto gehen, werden durch ***fette Kursivschrift*** markiert. Der umgekehrte Eingriff, wo ich seine ursprünglichen Hervorhebungen also unterdrücke, wird typographisch nicht kenntlich gemacht. Auch die folgenden Modifikationen werden ohne besondere [ ]-Kennzeichnung vorgenommen:

1) Die (zu 95% lateinischen, zu 5% französischen) Texte habe ich ziemlich frei übersetzt; die Interpunktion wurde an die Regeln des 20. Jahrhunderts angepaßt; kleinere, offensichtliche Schreibfehler habe ich stillschweigend korrigiert.

2) Wo es für das Verständnis notwendig erschien (und auch nur dort), habe ich Buchstaben, Wörter oder Sätze gemäß heute üblicher Konvention in einfache Anführungszeichen gesetzt, wenn diese Ausdrücke nicht in ihrer normalen, sondern in der metasprachlichen Bedeutung verwendet wurden, d. h. zum Zweck, über sie zu reden. Leibniz selber hat hierfür gelegentlich Unterstreichungen verwendet, die deshalb unter den Tisch fielen.

3) Die „Namen“ logischer Gesetze, die in den Originalentwürfen durch von Fragment zu Fragment divergierende Satz- oder Paragraphenziffern bezeichnet werden, habe ich im ‚System‘ durch mnemotechnische Ausdrücke ersetzt. Sie sind im Verzeichnis der Formeln alphabetisch zusammengestellt.

4) Die Begriffs- bzw. Satz-Variablen wurden gelegentlich umbenannt. Die vereinheitlichte Symbolik des ‚System‘ verwendet (meistens in alphabetischer Reihenfolge) A,B,C, als Begriffskonstante, X,Y,Z, als Begriffsvariable und α,β,γ, als Satzkonstante.

5) Die logischen Operatoren wurden in der Regel originalgetreu reproduziert; gelegentlich habe ich jedoch die Begriffsnegation ‚Non‘ bzw. ‚Nicht‘ durch Großschreibung von der Satznegation ‚nicht‘ unterschieden. Die von Leibniz manchmal zur Kennzeichnung der Reichweite von Negationen verwendete Überstreichung wurde durch Einfügen von Klammern entbehrlich. Auf das von Leibniz gelegentlich verwendete Symbol ‚∞‘ für die Koinzidenz bzw. Identität von Begriffen habe ich zugunsten von ‚$=$‘ verzichtet.

1 Syllogistik

Die Syllogistik ist die logische Theorie der kategorischen Satzformen:

(1) Eine kategorische Satzform ist eine Aussage über das Ganze oder einen Teil eines Terms, daß er nämlich gleich oder verschieden ist von dem Inhalt eines anderen Terms, der ihm innewohnt. Derjenige Term, von dessen Gesamtheit oder Teil die Rede ist, heißt (2) Subjekt und wird an erster Stelle gesetzt, z. B. B; und wenn von der Gesamtheit die Rede ist, dann heißt es in der Aussage (3) Jedes B [Omne B]; wenn von einem Teil die Rede ist, dann heißt es (4) Ein B [Quoddam B]. Im ersteren Fall wird die Aussage (5) universal, im letzteren (6) partikulär genannt, und in dieser Bestimmung besteht, so sagt man, die (7) Quantität der Aussage. Der andere Term, wie z. B. C, wird (8) Prädikat genannt; und wenn eine Identität oder Gleichheit behauptet wird, geschieht dies durch Zufügen des Wortes (9) ist zum Subjekt, wie etwa: Jedes B (bzw. Ein B) ist C, und man spricht dann von einer (10) affirmativen Aussage. Wird hingegen die Verschiedenheit beider Terme behauptet, so geschieht dies mittels der Worte (11) ist nicht, wie z. B. ‚Jedes B ist nicht C' [Omne B non est C] oder ‚Ein B ist nicht C' [Quoddam B non est C], und diese Aussage wird eine (12) negative genannt. Und hierin, sagt man, besteht die (13) Qualität der Aussage. Übrigens pflegt man anstelle von ‚Jedes B ist nicht C' auch zu sagen ‚Kein B ist C' (C, 321).

Zusammengefaßt hat man also die vier Typen:

Universal affirmative Aussage ‚Jedes B ist C' wie z. B. ‚Jeder Mensch ist ein Lebewesen' [ ]

Partikulär affirmative Aussage ‚Ein B ist C' wie z. B. ‚Ein Mensch ist gelehrt' [ ]

Universal negative Aussage ‚Kein B ist C' oder ‚Jedes B ist nicht C' wie z. B. ‚Kein Mensch ist ein Stein' bzw. was auf dasselbe hinausläuft ‚Alle Menschen sind nicht Steine' [ ]

Partikulär negative Aussage [ ] ‚Ein B ist nicht C' wie z. B. ‚Ein Mensch ist nicht gelehrt' (C, 322–3).

Im Folgenden bezeichnen wir diese Satzformen kurz als U.A., P.A., U.N. bzw. P.N. Das Wort ‚ein' bei der Standardformulierung der partikulären Satzformen ist übrigens nicht im numerischen Sinn von ‚genau ein' zu verstehen, sondern im logischen Sinn von ‚mindestens ein'. Im nächsten Abschnitt werden zunächst die Grundgesetze der Syllogistik vorgestellt; die beiden nachfolgenden Abschnitte widmen sich unterschiedlichen Verfahren, die logische Gültigkeit dieser Gesetze einzusehen.

1.1 Grundgesetze

In der Syllogistik gibt es zwei Typen logischer Schlußfolgerungen:

Folgerungen sind entweder von <u>einfacher</u> oder von <u>syllogistischer</u> Art. Die [] einfachen Folgerungen sind die <u>Opposition</u>, die <u>Subalternation</u> und die <u>Konversion</u> (C, 76).

Die Oppositions- bzw. Negationsgesetze besagen, daß die P.N. die Verneinung der U.A. darstellt und die P.A. entsprechend die Verneinung der U.N.:

Die U.A. und die P.N. stehen sich kontradiktorisch gegenüber und sind deshalb weder zugleich wahr noch zugleich falsch []

Die U.N. und die P. A. stehen sich kontradiktorisch gegenüber (so daß sie nicht zusammen wahr sein können und auch nicht zusammen falsch) (C, 79/80).

Die Gültigkeit dieser Gesetze beruht auf der Bedeutung der Quantorausdrücke ‚Jeder', ‚Keiner' und ‚Einer':

Die einfachsten [Sätze] sind ‚Ein B ist C' und ‚Ein B ist nicht C'. Deren Negationen lauten zum einen ‚Nicht: Ein B ist C', d. h. ‚Kein B ist C'; zum anderen ‚Nicht: Ein B ist nicht C', d. h. ['Kein B ist nicht C' bzw.] ‚Jedes B ist C'. Also ist ‚Nicht: Kein B ist C' dasselbe wie ‚Ein B ist C', und ‚Nicht: Jedes B ist C' das ist ‚Ein B ist nicht C' (AV, 1248).

Um diese und die folgenden Gesetze in einer formalisierten Gestalt darstellen zu können:

folgen wir dem Usus der Logiker und drücken die universal affirmative Aussage durch ‚<u>A</u>' aus, die universal negative durch ‚<u>E</u>', die partikulär affirmative durch ‚<u>I</u>' und die partikulär negative durch ‚<u>O</u>' (C, 412).

Symbolisiert man also die Satzformen per **A**(B,C), **E**(B,C), **I**(B,C) und **O**(B,C), und übernimmt man aus der modernen Logik die Zeichen ‚$\neg$' für die **Negation** eines Satzes und ‚$\leftrightarrow$' für die **logische Äquivalenz** zweier Sätze, so lautet das Gesetz der **Opposition** zwischen P.A. und U.N.:

OPP 1 $\neg \mathbf{I}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{E}(B,C)$.

Die Opposition zwischen P.N. und U.A. wird entsprechend so ausgedrückt:

OPP 2 $\neg \mathbf{O}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{A}(B,C)$.

Die zweite Gruppe von „einfachen Folgerungen" betrifft die sogenannte **Subalternation**:

Eine Subalternation findet statt, wenn aus einer universalen Satzform die partikuläre [der gleichen Qualität] erschlossen wird (C, 80).

Zum einen folgt also aus der U.A. die P.A., was man mit Hilfe des Operators ‚$\rightarrow$' der **logischen Implikation** folgendermaßen symbolisieren kann:

SUB 1 $\mathbf{A}(B,C) \rightarrow \mathbf{I}(B,C)$.

Zum anderen impliziert die U.N. entsprechend die P.N.:

SUB 2 $\mathbf{E}(B,C) \rightarrow \mathbf{O}(B,C)$.

Die Regeln der **Konversion** beschäftigen sich mit der Frage, wann man die Reihenfolge der Terme B und C innerhalb der einzelnen Satzformen umkehren darf. Dabei werden die Fälle der „einfachen" oder uneingeschränkten Konversion von der eingeschränkten Konversion „per accidens" unterschieden. „Simpliciter" konvertieren darf man zunächst offenkundig die P.A.:

Die partikulär affirmative Aussage kann einfach konvertiert werden, d. h. wenn gilt ‚Ein B ist C', dann folgt ‚Ein C ist B' (GI, § 52).

Diese Feststellung läßt sich zu einer zweiseitigen Implikation, d. h. zu einer Äquivalenz verstärken, denn im gleichen Sinne folgt natürlich aus **I**(C,B) auch **I**(B,C):

KONV 1 $\mathbf{I}(B,C) \leftrightarrow \mathbf{I}(C,B)$.

Aus diesem Gesetz folgt angesichts der Oppositionsbeziehungen sofort, daß auch die Negationen von **I**(B,C) und **I**(C,B) miteinander äquivalent sind, denn gelte:

‚Kein B ist C'. Also nicht: ‚ein B ist C'. Also nicht: ‚Ein C ist B'. Also ‚Kein C ist B' (C, 254).

Die universal negative Aussage wird einfach konvertiert, d. h. wenn ‚Kein B ist C', so folgt ‚Kein C ist B' (GI, § 54).
Zu einer Äquivalenz verstärkt und formalisiert ergibt sich:

KONV 2 $\quad$ E(B,C) $\leftrightarrow$ E(C,B).

Dagegen folgt aus der U.A. ‚Jedes B ist C' keineswegs die Umkehrung ‚Jedes C ist B', sondern nur die der Quantität nach „abgeschwächte" Aussage ‚**Ein** C ist B':

Die universal affirmative Aussage wird per accidens konvertiert, d. h. wenn gilt ‚Jedes B ist C', so folgt ‚Ein C ist B' (GI, § 54).
Formal:

KONV 3 $\quad$ A(B,C) $\rightarrow$ I(C,B).

Die Konversion per accidens der universal affirmativen Aussage wird aus der [] Subalternation bewiesen (C, 306);
denn gemäß **SUB 1** impliziert A(B,C) zunächst I(B,C), und letztere Aussage kann man wegen **KONV 1** zu I(C,B) konvertieren. Schließlich ergibt sich mit **KONV 2** und **SUB 2** analog, daß die U.N. auch „per accidens" konvertiert werden darf:

[D]enn alles was sich einfach konvertieren läßt, das kann auch per accidens konvertiert werden (LH IV, 6, 14, 3v).
Formal:

KONV 4 $\quad$ E(B,C) $\rightarrow$ O(C,B).

Damit ist die Theorie der Konversion zunächst abgeschlossen:
denn die partikulär negative Aussage besitzt keinerlei Konversion (C, 293),
[und die] Konversion per Kontraposition gehört hier nicht hin, weil nämlich bei der Kontraposition die Terme selber verändert [nämlich negiert] werden. (C, 416).
Auf die im Falle der negativen Terme einschlägigen Gesetze der **Obversion** und **Kontraposition** gehen wir weiter unten ein.

Im Gegensatz zu den einfachen Folgerungen, die von jeweils **einer** kategorischen Satzform zu einer anderen führen, besitzt ein spezifisch syllogistischer Schluß **genau zwei** Prämissen. Außerdem dürfen in dem gesamten Schluß nicht mehr als drei verschiedene Terme auftreten:

(12) Die Syllogismen, die man einfache kategorische nennt, bringen aus zwei Aussagen eine dritte hervor, wobei zwei Prinzipien Anwendung finden. Das eine lautet: Welche einem dritten gleich sind, die sind sich selber gleich, wie wenn B gleich ist mit C und C mit D, dann B und D gleich sind.

(13) Das andere läuft darauf hinaus: voneinander verschieden sind [zwei Terme], wenn der eine einem dritten gleich, der andere von diesem verschieden ist. Wie wenn B gleich ist mit C und C verschieden ist von D, dann auch B und D verschieden sind. [ ]

(16) Auch ist klar, daß es in einem einfachen kategorischen Syllogismus drei Terme gibt, wobei wir als dritten irgendeinen hinzunehmen, den wir – indem er sowohl mit dem einen wie mit dem anderen der äußeren Terme verglichen wird – als Maßstab benutzen, um die äußeren untereinander zu vergleichen.

(17) Die Aussage, die wir aus den beiden angenommenen ableiten, wird hier Konklusion genannt, und ihr Subjektterm pflegt als Minor-Term bezeichnet zu werden, ihr Prädikat als Major-Term. Der dritte Term hingegen, der dazu dient, diese äußeren Terme zusammenzubringen, wird Medius-Term genannt.

(18) Und die beiden Aussagen, aus denen wir die dritte, nämlich die Konklusion, erschließen, heißen Prämissen; in einer davon wird der Minor-Term mit dem Medius-Term zusammengebracht, in der anderen der Major-Term mit dem Medius. Diejenige Prämisse, die den Major-Term enthält, heißt selber die Major-Aussage; jene, die den Minor-Term enthält, die Minor-Aussage. In beiden tritt der Medius-Term auf (C, 194/195).

Die Syllogismen oder „Modi" klassifiziert man zunächst in vier verschiedene Gruppen oder „Figuren":

Gemäß der unterschiedlichen Positionen des Minor-Terms ergeben sich die vier Figuren der einfachen kategorischen Syllogismen. Es sei nämlich B der Minor-Term, C der Medius-Term und D der Major-Term. Die Konklusion lautet immer BD. Bei den Prämissen kann der Medius-Term Subjekt der ersten und Prädikat der zweiten Aussage sein, oder aber in beiden Aussagen das Prädikat, oder in beiden das Subjekt, oder in der ersten Aussage das Prädikat und in der zweiten das Subjekt. Wir wollen jedoch die Major-Aussage an die vordere Stelle rücken und die Minor-Aussage an die hintere:

Fig. I *CD* *BC* *BD*
Fig. II *DC* *BC* *BD*
Fig. III *CD* *CB* *BD*
Fig. IV *DC* *CB* *BD* (C, 196).

Die grundlegenden Modi lassen sich folgendermaßen charakterisieren und begründen:

Das Fundamentum Syllogisticum besteht darin: Wenn ein gewisses Ganzes, C, in ein anderes, D, fällt oder wenn das Ganze, C, außerhalb des anderen, D, liegt, dann liegt auch das, was innerhalb von C ist, im ersten Fall in, im zweiten Fall außerhalb von D. Und dies nennt man gewöhnlich das Dictum de omni et nullo.

Aus ihm ergeben sich sofort die folgenden primitiven Modi:

Jedes C ist D. Jedes B ist C. Also: Jedes B ist D,
bzw., wenn man lieber will: Jedes B ist C; Jedes C ist D; also: Jedes B ist D (mit anderen Worten: die Elemente von B sind in den Elementen von C enthalten, und die Elemente von C sind in den Elementen von D enthalten. Also sind die Elemente von B in den Elementen von D enthalten). (D.h. die gesamte Menge der Elemente von C ist inbegriffen unter den Elementen von D; doch alle Elemente von B gehören zu den Elementen von C, also auch zu den Elementen von D.)

Jedes C ist D. Ein B ist C. Also: Ein B ist D,
oder: Ein B ist C. Jedes C ist D. Also: Ein B ist D. (Mit anderen Worten: gewisse Elemente von B sind in den Elementen von C enthalten. Alle Elemente von C sind unter den Elementen von D enthalten. Also sind gewisse Elemente von B unter den Elementen von D enthalten). Noch kürzer, indem man beide Modi zusammenfaßt: das B liegt entweder zur Gänze oder zum Teil (d. h. hinsichtlich aller oder hinsichtlich einiger Individuen) in C; doch das gesamte C liegt in D; also liegt auch B entweder ganz oder teilweise in D.

Kein C ist D. Jedes B ist C. Also: Kein B ist D.
Ebenso

Kein C ist D. Ein B ist C. Also: Ein B ist nicht D.
(Mit anderen Worten: B liegt entweder zur Gänze oder zum Teil in C; doch das ganze C liegt außerhalb von D; also liegt auch B entweder ganz oder teilweise außerhalb von D.) (C, 410–411).

In unserem Formalismus, mit einem der Deutlichkeit halber eingefügten ‚→' für den Übergang zur jeweiligen Konklusion:

werden die vier Modi der I. Figur, die wir als primitiv, d. h. von den anderen unabhängig bezeichnet haben, deshalb folgendermaßen formuliert:

Barbara	$\underline{A}(C,D)$,	$\underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{A}(B,D)$
Celarent	$\underline{E}(C,D)$,	$\underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{E}(B,D)$
Darii	$\underline{A}(C,D)$,	$\underline{I}(B,C) \rightarrow \underline{I}(B,D)$
Ferio	$\underline{E}(C,D)$,	$\underline{I}(B,C) \rightarrow \underline{O}(B,D)$.

Dabei bezeichnen $\underline{A}$, $\underline{E}$, $\underline{I}$ und $\underline{O}$ die Form; B, C und D hingegen den Inhalt, und zwar B den Minor-, D den Major- und C den Medius-Term. Z.B. bedeutet $\underline{A}(C,D)$,Jedes C ist D', $\underline{E}(C,D)$ bedeutet ,Kein C ist D', $\underline{I}(B,C)$ bedeutet ,Ein B ist C', $\underline{O}(B,D)$ bedeutet ,Ein B ist nicht D' (C, 412).

Die Vokale in den Merknamen **,Barbara'**, **,Celarent'**, **,Darii'** und **,Ferio'** symbolisieren also die Qualität und Quantität der drei Satzformen des jeweiligen Syllogismus in der Reihenfolge: Major-Prämisse, Minor-Prämisse, Konklusion. Beim Modus **Barbara** haben demzufolge alle drei Sätze den Typus **A** einer U.A., während z. B. bei **Ferio** die erste (Major-) Prämisse eine U.N. vom Typ **E** ist, die zweite (Minor-) Prämisse hingegen eine P.A. bzw. eine **I**-Aussage, und die Konklusion schließlich ist ein **O**-Satz, d. h. eine P.N. Bei Kenntnis der Figur, zu der ein bestimmter Syllogismus gehört, kann man also aus den Vokalen seines Namens den Schluß selber vollständig rekonstruieren.

Aus den oft auch als „vollkommen" bezeichneten vier Modi der I. Figur:
werden wir alle übrigen ableiten, wobei wir sowohl von der Subalternation als auch von dem Regressus-Schluß als auch von der Konversion Gebrauch machen. Und zwar zeigen wir durch Subalternation (d. h. dem Schluß vom Universalen zum Partikulären) zwei abgeleitete Modi der I. Figur, die normalerweise nicht verwendet werden; mittels des Schlusses des Regressus leiten wir alle Modi der Figuren II und III aus jenen von I ab, und mit ihrer Hilfe beweisen wir die Konversion selber; schließlich zeigen wir durch Hinzunahme der Konversion zu den früheren Hilfsmitteln (der Subalternation sowie des Regressus) die Modi der IV. oder indirekten Figur (C, 411).

Die Hilfsgesetze der Subalternation lassen sich aber selber syllogistisch wie folgt beweisen:

Jedes B ist C; Ein B ist B; also: Ein B ist C, was ein Argument gemäß Darii ist. [ ]

Kein B ist C; Ein B ist B; also: Ein B ist nicht C, was ein Argument nach Ferio ist (C, 412).

Unter (stillschweigender) Voraussetzung der von Leibniz als eine Identität angesehenen Aussage ‚Ein B ist B', formal:

ID 1 **I**(B,B),

wird hier also **SUB 1** auf einen Spezialfall von **Darii** zurückgeführt, bei dem für ‚C' ‚B' und für ‚D' ‚C' gesetzt wird: **A**(B,C), **I**(B,B) → **I**(B,C). **SUB 2** erweist sich mittels der gleichen Substitution als ein Sonderfall des Modus **Ferio**: **E**(B,C), **I**(B,B) → **O**(B,C):

Schreibt man nun für die Konklusion A(B,D) von Barbara die daraus logisch folgende I(B,D), so gewinnt man Barbari; und aus Celarent leitet man Celaro ab, indem man für die Konklusion E(B,D) die daraus logisch folgende O(B,D) schreibt. Wir haben also zwei neue, und zwar abgeleitete Modi der I. Figur:

Barbari	*A(C,D), A(B,C) → I(B,D)*
Celaro	*E(C,D), A(B,C) → O(B,D)*

Die Nützlichkeit dieser Modi für die Aufgabe, alle anderen Modi der übrigen Figuren nach unserer einheitlichen Methode aus der ersten abzuleiten, wird im weiteren Verlauf deutlich werden. Auch wird klar werden, daß die drei direkten Figuren I, II und III eine gleiche Anzahl gültiger Modi besitzen, nämlich sechs, und daß aus jedem einzelnen Modus der I. Figur gemäß der nun folgenden Methode des Regressus-Schlusses je ein Modus der II. und der III. Figur bewiesen wird. [ ]

Beim Regressus stützen wir uns auf das Prinzip, daß wenn die Konklusion falsch (d. h. deren Negation wahr) ist, eine der Prämissen jedoch wahr ist, dann die andere Prämisse zwangsläufig falsch (d. h. deren Negation wahr) sein muß. Der Regressus setzt somit das Prinzip des Widerspruchs voraus (C, 412).

Dieses Prinzip des Widerspruchs besagt:

daß jede Aussage (sowohl die affirmative als auch die negative) entweder wahr oder falsch ist, und zwar ist die Negation falsch, wenn die Affirmation wahr ist; und die Affirmation ist falsch, wenn die Negation wahr ist. (GP 7, 299).

Jede Aussage hat also genau einen der Wahrheitswerte ‚wahr' bzw. ‚falsch'; und die Negation einer Aussage α ist eindeutig als jene

Aussage bestimmt, die dann und nur dann wahr ist, wenn α falsch ist. Daraus folgt übrigens das Gesetz der doppelten Verneinung:

Die Affirmation ist gleichwertig mit der Negation der Negation (AV, 87).

[Denn] wenn es wahr ist, daß etwas falsch ist, oder falsch ist, daß etwas wahr ist, dann ist es falsch; und wenn es wahr ist, daß etwas wahr ist, bzw. falsch ist, daß etwas falsch ist, dann ist es wahr. All diese Sätze pflegen unter dem einen Namen Prinzip des Widerspruchs verstanden zu werden (GP 7, 299).

Mit Hilfe dieser elementaren, satzlogischen Prinzipien und unter Benutzung der einschlägigen Prinzipien der Opposition:
leiten wir aus den 6 Modi der I. Figur die Modi der II. und III. per Regressum ab, wobei wir mit Barbara beginnen und die Sache dort so ausführlich abhandeln, daß wir uns in den nachfolgenden Fällen kürzer fassen können.

Barbara der I. Figur: Jedes C ist D, Jedes B ist C; also: Jedes B ist D. Wenn nun die Major-Aussage (Jedes C ist D) als wahr angenommen wird, die Konklusion jedoch als falsch, d. h. deren Negation (Ein B ist nicht D) als wahr, so muß die Minor-Aussage falsch sein (d. h. ‚Ein B ist nicht C'). Doch dieses Argument: Jedes C ist D, Ein B ist nicht D; also: ‚Ein B ist nicht C' ist der Modus Baroco der II. Figur. Also wird dieser Modus durch Regressus aus Barbara (I) erzeugt und bewiesen, indem man annimmt, daß die Konklusion des letzteren Schlusses falsch, die Major-Prämisse hingegen wahr ist.

[] Wird dagegen in Barbara die Konklusion als falsch angenommen (d. h. ‚Ein B ist nicht D') und die Minor-Prämisse als wahr (d. h. ‚Jedes B ist C'), so muß die Major-Prämisse falsch sein (d. h. ‚Ein C ist nicht D'); und dies ist der Modus Bocardo der III. Figur. Abgekürzt drücken wir das Ganze so aus:

Barbara$_I$	$\underline{A}(C,D), \underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{A}(B,D)$	*Barbara*$_I$	$\underline{A}(C,D), \underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{A}(B,D)$
Regressus	$\underline{A}(C,D), \quad \underline{O}(B,D)$	*Regressus*	$\underline{A}(B,C), \quad \underline{O}(B,D)$
also:	$\underline{O}(B,C)$	*also:*	$\underline{O}(C,D)$
Baroco$_{II}$	$\underline{A}(C,D), \underline{O}(B,D) \rightarrow \underline{O}(B,C)$	*Bocardo*$_{III}$	$\underline{O}(B,D), \underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{O}(C,D)$
Celarent$_I$	$\underline{E}(C,D), \underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{E}(B,D)$	*Celarent*$_I$	$\underline{E}(C,D), \underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{E}(B,D)$
Regressus	$\underline{E}(C,D), \quad \underline{I}(B,D)$	*Regressus*	$\underline{A}(B,C), \quad \underline{I}(B,D)$
also:	$\underline{O}(B,C)$	*also:*	$\underline{I}(C,D)$
Festino$_{II}$	$\underline{E}(C,D), \underline{I}(B,D) \rightarrow \underline{O}(B,C)$	*Disamis*$_{III}$	$\underline{I}(B,D), \underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{I}(C,D)$

$\underline{\mathit{Darii}}_I$	$\underline{A}(C,D), \underline{I}(B,C) \rightarrow \underline{I}(B,D)$	$\underline{\mathit{Darii}}_I$	$\underline{A}(C,D), \underline{I}(B,C) \rightarrow \underline{I}(B,D)$
Regressus	$\underline{A}(C,D), \quad \underline{E}(B,D)$	*Regressus*	$\underline{I}(B,C), \quad \underline{E}(B,D)$
also:	$\underline{E}(B,C)$	*also:*	$\underline{O}(C,D)$
$\underline{\mathit{Camestres}}_{II}$	$\underline{A}(C,D), \underline{E}(B,D) \rightarrow \underline{E}(B,C)$	$\underline{\mathit{Ferison}}_{III}$	$\underline{E}(B,D), \underline{I}(B,C) \rightarrow \underline{O}(C,D)$
$\underline{\mathit{Ferio}}_I$	$\underline{E}(C,D), \underline{I}(B,C) \rightarrow \underline{O}(B,D)$	$\underline{\mathit{Ferio}}_I$	$\underline{E}(C,D), \underline{I}(B,C) \rightarrow \underline{O}(B,D)$
Regressus	$\underline{E}(C,D) \quad \underline{A}(B,D)$	*Regressus*	$\underline{I}(B,C), \quad \underline{A}(B,D)$
also:	$\underline{E}(B,C)$	*also:*	$\underline{I}(C,D)$
$\underline{\mathit{Cesare}}_{II}$	$\underline{E}(C,D), \underline{A}(B,D) \rightarrow \underline{E}(B,C)$	$\underline{\mathit{Datisi}}_{III}$	$\underline{A}(B,D), \underline{I}(B,C) \rightarrow \underline{I}(C,D)$
$\underline{\mathit{Barbari}}_I$	$\underline{A}(C,D), \underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{I}(B,D)$	$\underline{\mathit{Barbari}}_I$	$\underline{A}(C,D), \underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{I}(B,D)$
Regressus	$\underline{A}(C,D), \quad \underline{E}(B,D)$	*Regressus*	$\underline{A}(B,C), \quad \underline{E}(B,D)$
also:	$\underline{O}(B,C)$	*also:*	$\underline{O}(C,D)$
$\underline{\mathit{Camestros}}_{II}$	$\underline{A}(C,D), \underline{E}(B,D) \rightarrow \underline{O}(B,C)$	$\underline{\mathit{Felapton}}_{III}$	$\underline{E}(B,D), \underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{O}(C,D)$
$\underline{\mathit{Celaro}}_I$	$\underline{E}(C,D), \underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{O}(B,D)$	$\underline{\mathit{Celaro}}_I$	$\underline{E}(C,D), \underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{O}(B,D)$
Regressus	$\underline{E}(C,D), \quad \underline{A}(B,D)$	*Regressus*	$\underline{A}(B,C), \quad \underline{A}(B,D)$
also:	$\underline{O}(B,C)$	*also:*	$\underline{I}(C,D)$
$\underline{\mathit{Cesaro}}_{II}$	$\underline{E}(C,D), \underline{A}(B,D) \rightarrow \underline{O}(B,C)$	$\underline{\mathit{Darapti}}_{III}$	$\underline{A}(B,D), \underline{A}(B,C) \rightarrow \underline{I}(C,D)$

Aus diesem Schema erhellt, daß [ ] wenn man die Modi von II oder III dem gleichen Regressus-Verfahren unterwirft, das auf die Modi von I angewandt wurde, dann keine neuen Modi erzeugt werden [ ].

Ich glaube aber, daß die Nichtbeachtung der neuen, von mir hinzugefügten Modi der I. und II. Figur dafür verantwortlich ist, daß diese Methode nicht beachtet wurde; denn andernfalls wird ihre universelle Anwendbarkeit nicht augenscheinlich, weshalb sich die Logiker gemeinhin der Konversionsregeln bedienen, um die Modi der Figuren II und III zu beweisen. Doch dabei stoßen sie zugleich auf die Modi der IV. Figur. Diese unsere wahre Methode leitet die direkten Figuren II und III aus I per Regressus ab, während die indirekten Modi, nämlich jene der IV. Figur, nicht mit dem Regressus alleine erhalten werden können, sondern die Verwendung der Konversionsregeln erfordern, die freilich selber mittels der II. und III. Figur bewiesen werden sollen, wie ich jetzt zeigen werde. [ ]

(1) Durch $\underline{\mathit{Cesare}}_{II}$ *wird bewiesen, daß sich die U.N. einfach konvertieren läßt, denn:*

$\underline{\textit{Kein B ist C}}$*, Jedes C ist C, also:* $\underline{\textit{Kein C ist B}}$.

Durch $\underline{\mathit{Darapti}}_{III}$ *wird bewiesen, daß sich die U.A. per accidens konvertieren läßt, denn:*

Jedes B ist B, $\underline{\textit{Jedes B ist C}}$*, also:* $\underline{\textit{Ein C ist B}}$