

Grundlagen der Kommunikation und Kognition
Foundations of Communication and Cognition

Herausgeber/Editors

Roland Posner, Georg Meggle

Elke Brendel

Die Wahrheit über den Lügner

Eine philosophisch-logische Analyse
der Antinomie des Lügners



Walter de Gruyter · Berlin · New York
1992

© Gedruckt auf säurefreiem Papier, das die US-ANSI-Norm über Haltbarkeit erfüllt.

Printed on acid-free paper which falls within the guidelines of the ANSI to ensure permanence and durability

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Brendel, Elke:

Die Wahrheit über den Lügner : eine philosophisch-logische
Analyse der Antinomie des Lügners / Elke Brendel. — Berlin ;
New York : de Gruyter, 1992

(Grundlagen der Kommunikation und Kognition : Bibliotheks-
ausgabe)

Zugl.: Frankfurt (Main), Univ., Diss., 1991

ISBN 3-11-013684-8

© Copyright 1992 by Walter de Gruyter & Co., D-1000 Berlin 30

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Printed in Germany

Druck: Werner Hildebrand, Berlin

Buchbinderische Verarbeitung: Lüderitz & Bauer-GmbH, Berlin

Diese Arbeit ist all denjenigen gewidmet,
denen keine Arbeit gewidmet ist.

Vorwort

Es gibt wohl kaum eine Aussage in der langen Tradition der philosophischen Logik, über die mehr diskutiert wurde, als über die folgende: "Dieser Satz ist falsch". Diese scheinbar harmlose Aussage beinhaltet eine der faszinierendsten Antinomien der Logik, die gemeinhin als "*Lügner-Antinomie*" bezeichnet wird und die bereits seit mehr als 2000 Jahren Philosophen und Mathematiker in ihren Bann zieht. Diese Antinomie ist weit mehr als nur eine logische Knobelei für Partys, die langweilig zu werden drohen. Sie liefert vielmehr tiefe Einsichten in die semantischen Konzepte der *Selbstreferenz* und der *Wahrheit* und verweist darüber hinaus auf die Grenzen des sprachlichen Reflektierens. Trotz vielfältiger Lösungsansätze stellt die Lügner-Antinomie deshalb auch heute noch ein zentrales Problem in der Sprachphilosophie und formalen Semantiktheorie dar.

Im ersten, einleitenden, Teil dieser Arbeit soll der Leser zunächst einen intuitiven Zugang zur Antinomienproblematik erhalten. Es werden dort informelle Versionen der Lügner-Antinomie dargestellt und die wichtigsten Begriffe aus der Antinomientheorie erläutert. Im zweiten, historischen, Teil wird die Geschichte der Lügner-Antinomie von ihren Ursprüngen (ca. 4. Jahrhundert v. Chr.) bis hin zur Antinomienproblematik in der modernen mathematischen Logik anhand einiger ausgewählter Lösungsansätze grob skizziert. Es wird hierbei insbesondere ein Schlaglicht auf die Behandlung des Lügners im Mittelalter geworfen. Dieser zweite Teil der Arbeit versteht sich dabei *nicht* als eine in philologischer Akribie entstandene Untersuchung zu den geschichtlichen Aspekten der Lügner-Antinomie. Es soll lediglich die historische Kontinuität der Antinomienproblematik und die Relevanz, die der Lügner bereits in der antiken Philosophie und Logik des Mittelalters besaß, aufgezeigt werden.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit besteht in einer philosophisch-logischen Analyse moderner Lösungsansätze in einem gemeinsamen systematischen Rahmen, welche im dritten Teil durchgeführt wird. Unter Zugrundelegung einer formalen Sprache, die einen syntaktischen Wahrheitsprädikatausdruck enthält und die mittels Diagonalisierungs- und Standardnemensoperator selbstbezügliche Strukturen zu formulieren erlaubt, wird

zunächst der nun schon "klassisch" zu nennende Ansatz der Tarskischen Sprachstufentheorie neuartig reformuliert. Sodann werden einige Lösungsansätze vorgestellt, die in der Folgezeit entstanden sind und sich als Alternativen zum Tarskischen Ansatz verstehen. Im einzelnen werden die *Wahrheitswertlückentheorien* von Martin (bzw. Martin und Woodruff) und von Kripke, der Ansatz von Gupta als Vertreter einer Theorie mit instabilen Wahrheitswerten, sodann die recht neue situationssemantische Lösung von Barwise und Etchemendy und schließlich Vertreter sogenannter "*parakonsistenter Theorien*" (wie etwa Dowden und Priest) behandelt. Einige Theorien erfahren hier zum ersten Mal eine präzise Formalisierung. Durch die Reformulierung dieser Ansätze in einem gemeinsamen systematischen Rahmen werden Unterschiede und Gemeinsamkeiten sowie bisher verborgen gebliebene Schwachstellen deutlich. Insbesondere werden für jeden dargestellten Ansatz sogenannte "*verstärkte Lügner*" konstruiert, die die prinzipielle sprachliche Offenheit dieser Systeme aufzeigen und die Aufgabe des Anspruches auf universelle Ausdrucksfähigkeit zur Folge haben.

Selbstverständlich habe ich nur eine kleine Auswahl aus der Fülle der Lösungsansätze zur Lügner-Antinomie diskutieren können. Bis auf den Tarskischen Ansatz werden ausschließlich Theorien behandelt, die bisher nur in englischsprachigen Texten dargestellt sind. Ich hoffe, daß die Arbeit unter anderem auch dazu beitragen kann, diese Lösungsansätze einem breiteren Publikum zugänglich zu machen.

Zum Gelingen der vorliegenden Arbeit haben eine Vielzahl von Personen beigetragen: An erster Stelle möchte ich meinem Lehrer und Betreuer dieser Arbeit Prof. Dr. Wilhelm K. Essler danken, ohne den mein Interesse an formaler Logik wohl niemals in diesem Umfang geweckt worden wäre, und der mir die tiefe Bedeutung der Antinomienproblematik aufzeigte. Danken möchte ich ihm auch für seine detaillierte Kritik und seine wichtigen Anregungen bei der Fertigstellung dieser Arbeit.

Ganz besonderen Dank schulde ich Dr. Ulrich Kohlenbach für seine kritischen Hinweise zu einigen formalen Details dieser Arbeit, sowie für viele fruchtbare Diskussionen über den Lügner, die ich in den letzten Jahren mit ihm führte. Danken möchte ich ebenfalls PD Dr. Matthias Varga von Kibéd für einige wichtige Ratschläge bei der Darstellung der situationssemantischen Lösung von Barwise und Etchemendy.

Für seine Hilfe zur Überwindung technischer Schwierigkeiten bei der Erstellung der Endfassung dieses Buches danke ich auch meinem Bruder Jürgen Brendel.

Nicht zuletzt muß hier die mühsame Detailarbeit von Michael Pielenz

erwähnt werden, der die nicht formalen Teile dieser Arbeit Korrektur las. Auch ihm sei an dieser Stelle herzlich gedankt.

Mein Dank gilt auch dem Deutschen Akademischen Austauschdienst, der mir durch ein halbjähriges Auslandsstipendium die Möglichkeit zu intensiver Forschung an der Stanford University (USA) gab.

Frankfurt am Main, im Juni 1992

Elke Brendel

Inhaltsverzeichnis

TEIL I: EINLEITUNG	1
1 Die Lügner-Antinomie im Überblick	3
1.1 Intuitive Darstellung verschiedener Versionen der Lügner-Antinomie	3
1.1.1 Intuitive Darstellung des verstärkten Lügners	5
1.2 Zum Begriff der Antinomie	7
1.2.1 Antinomie versus Paradoxie	8
1.3 Einige Lösungsansätze zur Lügner-Antinomie im Überblick	10
1.4 Adäquatheitskriterien für Lösungen der Lügner-Antinomie .	15
TEIL II: ZUR GESCHICHTE DES LÜGNERS	19
2 Die Ursprünge der Lügner-Antinomie	21
2.1 Die aristotelische Analyse des Lügners	23
3 Die Lügner-Diskussion im Mittelalter	25
3.1 Zur Lösung von Wilhelm von Ockham	28
3.2 Zur Lösung des Paulus Venetus	32
3.3 Zur Lösung von Thomas Bricot	37
4 Der Lügner zur Zeit des 16. bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts	41
4.1 Zur Lösung von Bernard Bolzano	42
5 Die Antinomienproblematik in der modernen mathematischen Logik	45
5.1 Mengentheoretische versus semantische Antinomien	49
5.1.1 Der verstärkte Lügner als Unterscheidungskriterium zwischen mengentheoretischen und semantischen Antinomien	52
TEIL III: SYSTEMATISCHE REKONSTRUKTION EINIGER MODERNER LÖSUNGSANSÄTZE	55
6 Die Sprache \mathcal{L}	57
6.1 Syntax von \mathcal{L}	59
6.1.1 Die Tarskische Wahrheitskonvention	62

6.2	Semantik von \mathcal{L}	65
6.3	Die Antinomie von Grelling und die Antinomie von Richard in \mathcal{L}	70
6.4	Der verstärkte Lügner in \mathcal{L}	72
7	Die Sprachstufentheorie Alfred Tarskis	75
7.1	Die Sprache \mathcal{L}_T	78
7.1.1	Syntax von \mathcal{L}_T	79
7.1.2	Semantik von \mathcal{L}_T	80
7.2	Zur Plausibilität der Tarskischen Lösung	81
7.3	Das Problem der obersten Metasprache in der Sprachstufentheorie	85
8	Wahrheitswertlückentheorien	87
8.1	Die Kategorienlösung von Robert L. Martin	88
8.1.1	Die Sprache \mathcal{L}_M	90
8.1.2	Beweis der Existenz eines Modells für \mathcal{L}_M	95
8.1.3	Der Lügner und der Wahrsager in \mathcal{L}_M	98
8.1.4	Die Antinomie von Grelling in \mathcal{L}_M	100
8.1.5	Das Problem des verstärkten Lügners in \mathcal{L}_M	101
8.2	Die Fixpunkttheorie der Wahrheit von Saul A. Kripke	103
8.2.1	Die Sprache \mathcal{L}_K	106
8.2.2	Der Lügner und der Wahrsager in \mathcal{L}_K	113
8.2.3	Das Problem des verstärkten Lügners in \mathcal{L}_K	115
9	Theorien mit instabilen Wahrheitswerten	119
9.1	Zur Lösung von Anil Gupta	120
9.1.1	Die Sprache \mathcal{L}_G	123
9.1.2	Das Problem der Darstellung metasprachlicher Aussagen innerhalb von \mathcal{L}_G	131
9.1.2.1	Das Problem des verstärkten Lügners in \mathcal{L}_G	132
10	Der situationsemantische Ansatz von Barwise und Etchemendy	135
10.1	Vorbetrachtungen	135
10.2	Peter Aczels Theorie nicht wohlfundierter Mengen	138
10.2.1	Konsequenzen von AFA	141
10.2.2	Koinduktive Definitionen	141
10.3	Die Theorie Russellscher Propositionen	142
10.3.1	Semantik Russellscher Propositionen	143
10.3.2	Kontraintuitive Resultate der Theorie Russellscher Propositionen	148
10.4	Die Theorie Austinscher Propositionen	149

10.5	Formalisierung des Russellschen und des Austinschen Ansatzes	154
10.5.1	Die Sprache \mathcal{L}_{BER}	155
10.5.1.1	Syntax von \mathcal{L}_{BER}	155
10.5.1.2	Semantik von \mathcal{L}_{BER}	155
10.5.2	Die Sprache \mathcal{L}_{BEA}	161
10.5.2.1	Syntax von \mathcal{L}_{BEA}	162
10.5.2.2	Semantik von \mathcal{L}_{BEA}	163
10.5.3	Negation und Verneinung	171
10.6	Kritik und Würdigung des situationssemantischen Ansatzes	174
11	Parakonsistente Theorien	181
11.1	Zur Lösung von Bradley H. Dowden	183
11.1.1	Die Sprache \mathcal{L}_D	185
11.1.2	Ein Modell für \mathcal{L}_D	193
11.1.3	Das Problem des verstärkten Lügners in \mathcal{L}_D	194
11.2	Zur Lösung von Graham Priest	195
11.2.1	Die Sprache \mathcal{L}_P	197
11.2.2	Das Problem des verstärkten Lügners in \mathcal{L}_P	201
11.3	Zur Plausibilität parakonsistenter Theorien	203
TEIL IV: SCHLUSSBETRACHTUNGEN		209
12	Zurück zu Tarski	211
Literaturverzeichnis		217
Namenverzeichnis		225
Stichwortverzeichnis		228

Teil I:

Einleitung

But why would you concern yourself for three years with a paradox about a Cretan who said all Cretans were liars? Oh, more than three years, said Russell, delighted with Ottoline's incomprehension. Five years I spent – God, more, once I started wrestling with such nonsense as the round square and the present king of France. The problem with these last two, the king and the square, is how denoting phrases like these can describe, with seeming verisimilitude, non-existent squares and monarchs. To the layman, it sounds silly, wasting one's time on puzzles like this, but you see such absurdities are the experiments of the logician. A theory can't hold if it works only part of the time or works only in certain isolated cases. The absurdity, the exception, no matter how trivial, belies the crack in the theory that sends the good ship *Ars Logica* to the bottom ...

(aus: Bruce Duffy: *The World As I Found It*, New York 1987, S. 52f.)

Kapitel 1

Die Lügner-Antinomie im Überblick

1.1 Intuitive Darstellung verschiedener Versionen der Lügner-Antinomie

Ein Student, der bisher einem philosophischen Seminar über formale Semantik schweigend beigewohnt hat, meldet sich plötzlich zu Wort. Er verkündet folgende Aussage (1):

(1) "Ich lüge gerade jetzt"

und versinkt danach wiederum in Schweigen.

Seine Kommilitonen, die den semantischen Gehalt dieser Aussage zu ergründen versuchen, geraten in schiere Verzweiflung: Angenommen, (1) ist eine Lüge, so trifft genau das zu, was der Student behauptet, und (1) ist daher eine wahre Aussage – im Widerspruch zur Annahme. Aus der Annahme, (1) drücke einen wahren Satz aus, folgt jedoch ebenfalls ein Widerspruch, da (1) dann eine Lüge sein muß. Die Anwendung des Wahrheitsbegriffs auf diese Äußerung des Studenten führt demnach zu einem beweisbaren Widerspruch; die dabei benützten Schlüsse sind *prima facie* unproblematisch.

Dies ist eine sehr informelle Darstellung einer Version der sogenannten "Lügner-Antinomie" (im folgenden oft kurz als "Lügner" bezeichnet), mit deren Lösung sich unzählige Schriften seit mehr als 2000 Jahren beschäftigen.

Die wohl populärste Version des Lügners, welche oftmals dem zu Anfang des 6. Jahrhunderts v. Chr. lebenden griechischen Weisen Epimenides¹ zugeschrieben wird, lautet:

¹ Epimenides gilt jedoch nicht als Begründer der Lügner-Antinomie. Vgl. hierzu Kap. 2.

(2) "Ein Kreter sagt: "Alle Kreter lügen" "

(2) läßt sich jedoch nur unter kontrafaktischen empirischen Annahmen als beweisbar inkonsistente Äußerung rekonstruieren: Angenommen, dieser Kreter sagt die Wahrheit. Dann trifft es zu, daß alle Kreter lügen. Da er aber selbst ein Kreter ist, lügt somit auch er. (2) ist daher falsch. Nimmt man also an, daß dieser Kreter nicht die Wahrheit sagt. Dann ist es folglich nicht der Fall, daß alle Kreter lügen. Es gibt somit (mindestens) einen Kreter, der nicht lügt. Anstelle des Widerspruchs folgt also eine empirische Existenzaussage, und (2) läßt sich daher völlig antinomiefrei analysieren.

Eine Antinomie würde nur dann entstehen, wenn sichergestellt wäre, daß es *genau einen* Kreter gibt, der nicht lügt und dieser Kreter mit dem Kreter aus (2) identisch wäre. Dies ist jedoch nur dann der Fall, wenn man von der (kontrafaktischen) Annahme ausgeht, daß *nur ein* Kreter existiert und daß dieser Kreter in seinem Leben nur eine einzige Aussage gemacht hat – nämlich: "Alle Kreter lügen". Um *ohne* solche Annahmen zu einem nicht aufhebbaren Widerspruch zu gelangen, muß also die Bedingung der *Selbstbezüglichkeit* oder *Selbstreferenz* gegeben sein.

Um das Vorliegen einer selbstreferentiellen Struktur nicht von empirischen Fakten abhängig machen zu müssen und um bestimmte für die Antinomie nicht relevante epistemische und sprachpragmatische Probleme des Begriffs "lügen" außer acht lassen zu können, wird der Lügner in der gegenwärtigen Diskussion meist in folgenden intuitiven Formulierungen wiedergegeben:

(3) "Dieser Satz ist falsch"

(4) " $A \leftrightarrow "A"$ ist falsch" (wobei "A" für einen Satz steht)

oder auch durch *indirekten* Selbstbezug, wie in folgendem Satzpaar:

(5) "Der nächste Satz ist wahr"

(6) "Der vorangehende Satz ist falsch"

bzw. durch folgenden allgemeinen *Lügner-Zirkel*:

(7¹) " $A^1 \leftrightarrow "A^2"$ ist wahr"(7²) " $A^2 \leftrightarrow "A^3"$ ist wahr"

⋮

⋮

(7ⁿ) " $A^n \leftrightarrow "B"$ ist wahr"

- (8) “ $B \leftrightarrow “A^1”$ ist falsch”
 (wobei “ A^1 ”, “ A^2 ”, ..., “ A^n ”, “ B ” für Sätze stehen)

Ein weiterer selbstbezüglicher Satz, der ebenso wie der Lügner intuitiv keinen eindeutigen Wahrheitswert besitzt, ist eine Aussage, welche von sich selbst behauptet, sie sei wahr:

- (9) “Dieser Satz ist wahr”
 (10) “ $A \leftrightarrow “A”$ ist wahr” (wobei “ A ” für einen Satz steht)

Im Gegensatz zum Lügner impliziert (9) bzw. (10) keinen Widerspruch. Aus der Annahme seiner Wahrheit folgt seine Wahrheit, und aus der Annahme seiner Falschheit folgt seine Falschheit. Es scheint jedoch weder Motivationsgründe für die Zuschreibung der Wahrheit noch für die Zuschreibung der Falschheit von (9) bzw. (10) zu geben. Im folgenden werden Aussagen der Form (9) und (10) als “Wahrsager” (“truth teller”) bezeichnet.

1.1.1 Intuitive Darstellung des verstärkten Lügners

Mittels des Arguments des sogenannten “verstärkten Lügners” (“strengthened liar”) soll gezeigt werden, daß viele Lösungsansätze auf *metatheoretischer* Ebene sich erneut in Antinomien verstricken. Der verstärkte Lügner wird in der Literatur fast ausschließlich als Kritik an dreiwertigen Semantiken bzw. Wahrheitswertlückentheorien² in folgender Form (VL):

- (VL) “Dieser Satz ist nicht wahr”
 (VL) “ $A \leftrightarrow “A”$ ist nicht wahr”

diskutiert.

Legt man nun eine semantische Theorie zugrunde, die neben den üblichen Werten “wahr” und “falsch” einen dritten Wert (z.B. “unbestimmt”) für alle die Sätze bereithält, die sich (aus welchen Gründen auch immer) nicht als eindeutig wahr oder falsch erweisen, so wird der beweisbare Widerspruch des ursprünglichen (schwachen) Lügner-Satzes (3) bzw. (4) mittels folgender intuitiver Argumentation vermieden: Angenommen, (3) (bzw. (4)) sei wahr, so ist (3) (bzw. (4)) falsch, d.h. nicht wahr. Ergo kann (3) (bzw. (4)) nicht wahr sein und somit entweder falsch oder unbestimmt. Aus der Annahme der Falschheit von (3) (bzw. (4)) folgt jedoch seine Wahrheit, da (3) (bzw. (4)) dann einen bestehenden Sachverhalt zum Ausdruck bringt. Der Lügner-Satz muß daher *unbestimmt* sein. Die

² Vgl. hierzu Kap. 8.

Annahme eines dritten Wahrheitswertes schafft also offensichtlich einen Ausweg aus der – innerhalb der klassischen, zweiwertigen Logik bestehenden – antinomischen Situation des Lügners.

Dieser Ausweg versagt jedoch für die Wahrheitswertzuweisung des *verstärkten* Lügners: Würde man nämlich (VL) als *unbestimmt* deklarieren, so wäre (VL) in der Tat nicht wahr. Da (VL) dies jedoch gerade von sich behauptet, muß (VL) folglich wahr sein – und die “traditionelle” Wahrheitsantinomie beginnt zu greifen.

Gegen den verstärkten Lügner als Argument für die Inakzeptabilität dreiwertiger Semantiken bzw. Wahrheitswertlückentheorien wird häufig eingewendet, daß “unbestimmt” nicht notwendigerweise ein zu “wahr” und “falsch” *alternativer* Wahrheitswert sein muß. Deutet man “unbestimmt” hingegen als “Indeterminiertheit des Wahrheitswertes”, so läßt sich über die Wahrheit bzw. Falschheit eines als *unbestimmt* erkannten Satzes A nichts aussagen, und man kann dann auch nicht folgern, daß A nicht wahr ist. Ebenso kann auch der Negation von A kein Wahrheitswert zugeteilt werden. Kutschera schreibt in diesem Sinne:

Gibt es Wahrheitswertlücken, so bedeutet “nicht wahr” nicht dasselbe wie “falsch”. Indeterminiertheit ist auch kein dritter Wahrheitswert, sondern eine Unbestimmtheit des Wahrheitswertes, die in der Regel durch Präzisierungen aufgehoben werden kann, also durch eine Ergänzung der semantischen Regeln.³

Auch wenn dieser Einwand berechtigt ist, so zeigt das Argument des verstärkten Lügners, daß der *Nichtwahrheitsbegriff* – verstanden als “entweder falsch oder unbestimmt” – nicht in konsistenter Weise in dreiwertigen Semantiken bzw. Wahrheitswertlückentheorien ausdrückbar ist. Dies bedeutet jedoch, daß die obige Argumentation, welche den Lügner-Satz (3) (bzw. (4)) als *unbestimmt* erwiesen hat, nicht innerhalb dieser Sprachen formuliert werden kann, da dort von diesem Nichtwahrheitsbegriff Gebrauch gemacht wurde. Die Indeterminiertheit von Sätzen läßt sich dann also nur von außen, auf metatheoretischer Ebene, erkennen. Erhebt man jedoch den Anspruch auf universelle Ausdrückbarkeit der zugrundegelegten Sprache, d.h. vertritt man die Ansicht, daß alles sprachlich Formulierbare auch in dieser Sprache ausdrückbar ist, so zeigt das Argument des verstärkten Lügners die Nichteinlösbarkeit dieses Anspruchs.

Da im nächsten Kapitel nicht nur Wahrheitswertlückentheorien analysiert werden, für die der verstärkte Lügner in der Form (VL) eine Herausforderung an deren Konsistenz bzw. Plausibilität darstellt, soll der Begriff

³ Kutschera (1985), S. 146.

des verstärkten Lügners im folgenden weiter gefaßt und darunter nicht nur der Satz (VL), sondern alle Konstruktionen verstanden werden, die mittels metatheoretischer Begriffe der jeweiligen Lösungsansätze erneut Antinomien implizieren.

(3) - (10) sowie die Darstellungen des verstärkten Lügners mittels (VL) sind äußerst informelle Formulierungen des Lügners bzw. Wahrsagers, die lediglich einen allerersten Zugang zu diesen paradoxienträchtigen Sätzen liefern sollen. Wie die selbstbezügliche Struktur dieser Aussagen in formal korrekter Weise mittels *Namensbildung* in einem logischen System darstellbar ist, soll erst im Kapitel 6 im Detail erläutert werden.

1.2 Zum Begriff der Antinomie

Der Begriff "Antinomie" wurde von Immanuel Kant geprägt, der in der "Transzendentalen Dialektik" seiner *Kritik der reinen Vernunft* Antinomien als bestimmte Widersprüche der Gesetze der reinen Vernunft auffaßt. So soll nach Kant

... die Antinomie der reinen Vernunft die transzendentalen Grundsätze einer vermeinten reinen (rationalen) Kosmologie vor Augen stellen, nicht, um sie gültig zu finden und sich zuzueignen, sondern, wie es auch schon die Benennung von einem Widerstreit der Vernunft anzeigt, um sie als eine Idee, die sich mit Erscheinungen nicht vereinbaren läßt, in ihrem blendenden aber falschen Scheine darzustellen.⁴

Kant stellt in diesem Sinne vier Antinomien auf, die jeweils aus These und Antithesis bestehen. In der ersten Antinomie zeigt Kant, daß sich sowohl für die Behauptung, die Welt habe einen zeitlichen Anfang und sei räumlich begrenzt, als auch für die gegenteilige Annahme Beweise finden lassen. Dasselbe gilt für die Frage nach der Existenz einfacher Teile, mit welcher sich die zweite Antinomie beschäftigt. Die dritte Kantische Antinomie betrifft den Geltungsbereich der Kausalität. Die These behauptet, daß zur Erklärung der "Erscheinungen der Welt insgesamt" Freiheit angenommen werden muß, während die Antithesis vom vollständigen Determinismus durch Naturgesetze ausgeht. Die vierte Antinomie besteht im Widerstreit zwischen der Behauptung, daß die Welt eine Ursache in einem "schlechthin notwendigen Wesen" besitzt, und der Leugnung eines solchen "Urwesens".

⁴ Immanuel Kant: *Kritik der reinen Vernunft*, 1781 (zweite Auflage 1787), zitiert aus Werkausgabe Band IV, W. Weischedel (Hrsg.), Frankfurt 1956, S. 401.

Auch wenn die Antinomien Kants nicht im Bereich der Logik, Mathematik oder formalen Semantik angesiedelt sind, so zeigen sie doch den typischen Charakter antinomischer Aussagen: eine Antinomie besteht demnach aus zu einander kontradiktorischen Sätzen, die sich jeweils allein mit den als unproblematisch angesehenen Mitteln eines zugrundegelegten Systems (sei es nun ein System der Metaphysik oder ein System der Logik) beweisen lassen.

Das Vorliegen eines logischen Widerspruchs ist also noch keine hinreichende Bedingung für eine Antinomie. Logische Widersprüche treten im formalen Schlußfolgern sehr häufig auf und werden z.B. beim indirekten Argumentieren beweisstrategisch angestrebt. Bei dieser Art des logischen Rasonnierens folgt der Widerspruch jedoch auf der Grundlage bestimmter hypothetisch angenommener Prämissen, die dann im Sinne der *reductio ad absurdum*-Regel (d.h. des Lehrsatzes: $A \rightarrow B, A \rightarrow \neg B \vdash \neg A$) negiert werden müssen. Antinomien hingegen sind logische Widersprüche, die *prämissenfrei* abgeleitet werden. Sie sind daher ernst zu nehmen, da ihre Auflösung mit grundlegenden Veränderungen des Systems verbunden sind. So hat etwa die Entdeckung der *mengentheoretischen Antinomien* im ausgehenden 19. Jahrhundert⁵ eine Grundlagenkrise in Logik und Mathematik ausgelöst, da sie die Inkonsistenz des als sicher und widerspruchsfrei erachteten Fundaments der Mathematik aufzeigten.

1.2.1 Antinomie versus Paradoxie

Der Begriff der Antinomie wird oftmals (zumindest im deutschsprachigen Raum) von dem der *Paradoxie* (*para* griech.: gegen; *doxa* griech.: Meinung) unterschieden. Paradoxien werden von einigen Autoren als widersprüchliche oder kontraintuitive Aussagen angesehen, die im Gegensatz zu Antinomien durch den unreflektierten Gebrauch bestimmter Voraussetzungen oder bestimmter Argumentationsstrukturen entstehen, die ihrerseits nicht zu den Bedingungen des zugrundegelegten Systems gehören müssen. Wolfgang Stegmüller faßt den Begriff der Paradoxie daher weiter als den der Antinomie. Er schreibt:

Wir können also den Begriff der Paradoxie als Oberbegriff nehmen und in die drei Teilbegriffe aufgliedern: logische Paradoxie oder Antinomie, paradoxe Definition und paradoxe Handlungsvorschrift.⁶

Als Beispiel einer paradoxen Definition nennt er die des Selbstmörders, der alle und nur die Personen töten soll, die sich nicht selbst töten. Diese

5 Vgl. hierzu Kap. 5.

6 Stegmüller (21977), S. 26.

Definition führt offensichtlich zu einem Widerspruch bei der Frage, ob sich diese Person selbst töten soll oder nicht. Ein weniger makabrer aber analoger Fall stellt die bekannte Paradoxie des Barbiers dar: Ein Barbier erhält von seinem Monarchen den Befehl: "Du sollst genau diejenigen in meinem Reich rasieren, die sich nicht selbst rasieren". Diese Anweisung kann der arme Barbier jedoch niemals in konsistenter Weise ausführen, da sie auf ihn selbst angewendet zu unüberwindbaren Problemen führt: Ob er sich nun selbst rasiert oder nicht, in jedem Fall verstößt er gegen den monarchischen Befehl.

Die paradoxe Situation entsteht in beiden Beispielen offenbar durch die inkonsistente Begriffsbestimmung des Selbstmörders bzw. Barbiers, und der Widerspruch ergibt sich aus der Annahme der Existenz eines solchen Selbstmörders bzw. Barbiers. Die Paradoxien lassen sich also dadurch auflösen, indem man die Existenz dieser Personen leugnet. Erst wenn sich deren Existenz innerhalb des Systems beweisen ließe, so argumentiert Stegmüller, würde eine echte Antinomie vorliegen:

Im Falle der "Paradoxie des Selbstmörders" würde ein der Antinomie analoges Problem erst dann auftreten, wenn außerdem noch bewiesen werden könnte, daß es einen solchen Mann gibt. Wir können also in diesem Falle des Selbstmörders wohl von einer paradoxen Definition sprechen, müssen aber beachten, daß hier im Grunde kein weiteres logisches Problem verankert liegt, da eine Antinomie nicht zustande kommt.⁷

So einleuchtend diese Unterscheidung zwischen Paradoxie und Antinomie auch sein mag, so schwierig ist in einigen Fällen ihre Anwendung. So ist es z.B. in nicht formalisierten, natürlichsprachlichen Kontexten oft schwer auszumachen, welche Widersprüche als Antinomien und welche als Paradoxien zu gelten haben, da der Beweisbarkeitsbegriff hier meist sehr vage ist und eine genaue Angabe der systemimmanenten Regeln und Annahmen nicht gemacht werden kann.

Ob eine Antinomie oder bloße Paradoxie vorliegt, ist demnach stark systemabhängig. Ein beweisbarer Widerspruch innerhalb eines logischen Systems kann in einem anderen System ein von (nicht beweisbaren) Prämissen abhängiger kontradiktorischer Satz sein. Dies gilt insbesondere auch für den durch den Lügner-Satz verursachten logischen Widerspruch: Wie bereits intuitiv gezeigt wurde, stellt der Lügner auf der Basis einer klassischen zweiwertigen Semantik einen beweisbaren Widerspruch – und somit eine Antinomie – dar. In alternativen logischen Systemen mit nicht-klassischem Wahrheitsbegriff kann der Lügner sich als bloße Paradoxie

⁷ Stegmüller (21977), S. 25.

herausstellen, da die Kontradiktion auf bestimmten Annahmen beruht, die nicht systemimmanente Geltung haben (wie z.B. auf der Annahme, daß der Lügner syntaktisch wohlgeformt ist, oder daß er semantisch sinnvoll ist).

Da im folgenden der Lügner auf der Basis verschiedener semantischer Systeme analysiert wird und dabei eine Begriffskonfusion zwischen Paradoxie und Antinomie vermieden werden soll, schließe ich mich daher der englischsprachigen Literatur an und verwende beide Begriffe von nun an synonym.

1.3 Einige Lösungsansätze zur Lügner-Antinomie im Überblick

Fast alle denkbaren Lösungen sind in der langen Tradition der Lügner-Antinomie auf die eine oder andere Weise diskutiert worden. Bei der Suche nach einer geeigneten Lösung sind dabei zunächst einige Basisentscheidungen zu treffen. Hierzu gehört die Frage, ob der Lügner tatsächlich eine ernstzunehmende Antinomie innerhalb einer zweiwertigen Semantik darstellt und daher das *Bivalenzprinzip*, wonach jeder Satz (bzw. jeder Wahrheitswertträger) entweder wahr oder falsch ist, aufzugeben ist, oder ob er sich in einem zweiwertigen Ansatz antinomiefrei rekonstruieren läßt. Für die letztgenannte Alternative lassen sich insbesondere aus der Lügner-Diskussion des Mittelalters zahlreiche Vertreter nennen. So werden beispielsweise die im Teil II rekonstruierten Lösungen von Ockham, Bricot, Buridan und Paulus Venetus den Lügner als *falsch* ansehen. Aufgrund der bei einigen scholastischen Logikern (z.B. Ockham oder Bricot) üblichen Unterscheidung zwischen *affirmativen* und *negativen Propositionen* und der damit zusammenhängenden semantischen Ungleichbehandlung der Ausdrücke "falsch" und "nicht wahr" erweisen sich in diesen Fällen Aussagen, die von sich selbst behaupten, daß sie *nichts Wahres* ausdrücken, sogar als *wahr*.

Ein weiterer Vertreter einer Lösung, die den Lügner nicht als antinomisch, sondern falsch innerhalb einer zweiwertigen Semantik erklärt, ist Bolzano. Wie im Abschnitt 4.1 gezeigt wird, ist für Bolzano der Lügner mit einer offensichtlich falschen Aussage äquivalent. An modernen Lösungsansätzen, die den Lügner ebenfalls bei näherer Betrachtung als nicht-antinomisch ansehen, läßt sich die situationsemantische Lösung von Barwise und Etchemendy nennen, die im Kapitel 10 im Detail analysiert wird.

Für Barwise und Etchemendy erweist sich der Lügner⁸ als nicht widersprüchliche Proposition, wenn man einen bestimmten kontextsensitiven Situationsparameter explizit macht. Lösungsansätze aus der modernen mathematischen Antinomiendiskussion, die den Lügner als *wahre* Aussage analysieren, sind mir nicht bekannt.

Weitaus häufiger findet sich in der heutigen Debatte um die semantischen Antinomien die Auffassung, daß der Lügner sich innerhalb einer zweiwertigen Semantik *nicht* antinomiefrei rekonstruieren läßt, sondern vielmehr die Inkonsistenz dieses semantischen Systems aufzeigt. Diese Lösungsansätze lassen sich grob in zwei Gruppen aufteilen:

(i) Zunächst gibt es die Ansätze, die den Lügner als syntaktisch nicht wohlgeformt bzw. grammatisch inkorrekt ansehen und ihn somit nicht als zulässigen Ausdruck und damit nicht als potentiellen Wahrheitswertträger betrachten. Als prominentester Vertreter dieser Auffassung wird in der Literatur meist Alfred Tarski angesehen, dessen Sprachstufentheorie im Kapitel 7 dargestellt werden soll.⁹

(ii) Die bei weitem größte Zahl der Lösungsansätze, die in der Zeit nach der Tarskischen Sprachstufentheorie entwickelt wurden, gehen von der Ansicht aus, daß der Lügner in der Tarski-Theorie nicht adäquat behandelt wird. Für sie ist der Lügner ein bedeutungsvoller Satz, dessen semantische Abnormität durch eine semantische Analyse näher erforscht werden müsse. Diese semantischen Analysen des Lügners unterscheiden sich oft erheblich voneinander, da die Ursachen seiner semantischen Ab-

8 Innerhalb der Austinschen Variante der situationssemantischen Lösung ist die Rede von *dem* Lügner irreführend, da es dort je nach Situation, auf die sich die jeweilige Proposition bezieht, unendlich viele verschiedene Lügner-Propositionen gibt. Lügner-Propositionen, die sich auf sogenannte "wirkliche" Situationen beziehen, sind dann in diesem Ansatz *stets falsch* – vgl. Kap. 10, Abschn.4 dieser Arbeit.

9 Es sei jedoch angemerkt, daß Tarski keine selbstbezüglichen Sätze a priori verbieten will. Tarski hat vielmehr gezeigt, daß in seiner Theorie der Sprachstufen kein Wahrheitsprädikat für eine Sprachstufe in dieser Sprachstufe formulierbar ist. Ein selbstbezüglicher Satz, der ein Prädikatausdruck "T" enthält, kann in diesem Sinne dann nach Tarski niemals ein intendierter Lügner-Satz sein, da "T" niemals für den intendierten Ausdruck "wahr" stehen kann. Insofern ist es etwas irreführend, Tarski den Vorwurf der syntaktischen Beschneidung des Lügners zu machen. Es wird sich sogar bei der Behandlung der zur Tarski-Theorie "alternativen" Ansätzen zeigen, daß auch dort der (syntaktische) Wahrheitsbegriff, mit dem der Lügner innerhalb dieser Theorien formuliert ist, nicht in vollständiger Weise den intuitiven Wahrheitsbegriff repräsentieren kann. Da dieses zentrale Ergebnis erst im Teil III aufgezeigt werden wird, schließe ich mich in diesem Kapitel noch der üblichen Meinung der Kritiker Tarskis an, daß in Tarskis Ansatz der Lügner – im Gegensatz etwa zu den anderen in diesem Buch dargestellten Theorien – als syntaktisch nicht wohlgeformt angesehen wird.