de Gruyter Studienbuch

Schäfer / Kruschwitz / Schwake

Studienbuch Finanzierung und Investition

Dorothea Schäfer
Lutz Kruschwitz
Mike Schwake

Studienbuch Finanzierung und Investition

Walter de Gruyter · Berlin · New York 1995

Dr. Dorothea Schäfer, wissenschaftliche Assistentin

Dr. Lutz Kruschwitz, Professor für Betriebswirtschaftslehre,
insbesondere Bank- und Finanzwirtschaft,

Dipl.-Kfm. Mike Schwake, wissenschaftlicher Mitarbeiter

Institut für Bank- und Finanzwirtschaft,
Freie Universität Berlin

Mit 52 Abbildungen und 39 Tabellen

♾ Gedruckt auf säurefreiem Papier, das die US-ANSI-Norm über Haltbarkeit erfüllt.

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Schäfer, Dorothea:
Studienbuch Finanzierung und Investition / Dorothea Schäfer ;
Lutz Kruschwitz ; Mike Schwake. – Berlin ; New York :
de Gruyter, 1995.
(De-Gruyter-Studienbuch)
ISBN 3-11-014601-0
NE: Kruschwitz, Lutz:; Schwake, Mike:

Druck: WB-Druck GmbH, Rieden am Forggensee. – Bindearbeiten: Dieter Mikolai, Berlin. – Einbandgestaltung: Hansbernd Lindemann, Berlin
Printed in Germany

Vorwort

Das vorliegende Studienbuch wurde mit Bezug auf das Lehrbuch

> Kruschwitz, Lutz: *Finanzierung und Investition.* Walter de Gruyter: Berlin, New York 1995

geschrieben. Es soll das Lehrbuch ergänzen und abrunden, indem konkrete Entscheidungsprobleme von Kapitalgebern und Investoren exemplarisch aufgegriffen werden. Durch die Präsentation von Aufgaben und von sorgfältig ausgearbeiteten Musterlösungen soll die Gelegenheit geschaffen werden, sich den Stoff des Lehrbuchs im Detail anzueignen. Darüber hinaus werden durch zahlreiche Fragestellungen auch Perspektiven eröffnet, die hinsichtlich mancher Modellzusammenhänge beim Durcharbeiten des Lehrbuchs noch verborgen bleiben.

Der systematische Aufbau des Studienbuchs folgt im wesentlichen dem Lehrbuch. Allerdings erschien es uns im Interesse einer besseren Verzahnung gewisser Teilaspekte zweckmäßig, alle Problemstellungen zur Arbitragetheorie unter einer einzigen Kapitelüberschrift zu vereinigen.

Jedes Kapitel beginnt mit einer Einführung, in der wir einen skizzenhaften Überblick über das jeweilige Teilthema geben und erläutern, welche Fragen mit den nachfolgenden Aufgaben angesprochen werden. Es folgen die Aufgaben mit den dazugehörigen Musterlösungen. Der Beginn jeder Lösung ist durch die Marginalie ►►► beziehungsweise ◄◄◄ gekennzeichnet. Am Ende jedes Kapitels geben wir den interessierten Lesern gezielte Hinweise auf weiterführende Literatur. Häufig bauen die Aufgaben eines Kapitels ganz systematisch aufeinander auf, so daß es sich nicht empfiehlt, beim Durcharbeiten des Buches zwischen den einzelnen Aufgaben hin und her zu springen. Dort, wo eine solche sprunghafte Arbeitsweise besonders unzweckmäßig erscheint, geben wir in den einleitenden Bemerkungen klare Gebrauchsanweisungen.

Selbstverständlich wird in vielen Aufgaben mit konkreten Zahlen gerechnet, und wir empfehlen unseren Lesern dringend, die Resultate in den Musterlösungen genau nachzurechnen. Wer mit dem Taschenrechner arbeitet, wird zum Teil fühlbare Abweichungen von unseren Ergebnissen finden. Eine wahrscheinliche Ursache für solche Abweichungen liegt in der Tatsache begründet, daß wir unsere Lösungen mit Hilfe von Tabellenkalkulationsprogrammen erarbeitet haben, wobei Zwischenergebnisse regelmäßig in nicht gerundeter Form weiterverarbeitet werden. Der Leser möge sich ferner nicht an den Größenordnungen mancher Zahlen stören. Wenn beispielsweise eine Investition Anschaffungsausgaben von 1 DM verursacht, so hat das weniger mit mangelndem Realitätssinn der Verfasser als mit Pragmatismus und Bequemlichkeit zu tun.

Wer Bücher schreibt, ist immer auf die Hilfe Dritter angewiesen. Wir danken den Studierenden der Freien Universität, die uns mit fairer und konstruktiver Kritik dabei geholfen haben, den jetzt vorliegenden Text zu entwickeln und Fehler sowie zahlreiche Ungereimtheiten früherer Fassungen auszumerzen. Ganz besonders danken wir unseren Mitarbeitern und Kollegen, namentlich Daniel Brickwell, Katrin Burkhardt, Axel Jeromin, Jana Kindt, Carsten Marx, Renate Mauersberger und Michael Schmitz.

Selbstverständlich übernehmen wir für alle verbliebenen Schwächen die Verantwortung. Alle wohlwollenden Leser bitten wir darum, uns auf Fehler und Verbesserungsmöglichkeiten aufmerksam zu machen.

Berlin, im August 1995

Dorothea Schäfer
Lutz Kruschwitz
Mike Schwake

Inhalt

1 Sichere Zahlungen

1.1 Einmalige sichere Zahlungen

Irving Fisher hat 1930 vor dem Hintergrund eines vollkommenen Kapitalmarktes nachgewiesen, daß Eigentümer ihre Investitionsentscheidungen unabhängig von ihren Konsumpräferenzen fällen können. Durch die Realisation von Investitionen, die einen positiven Nettobarwert aufweisen, steigern alle Eigentümer ihr Nutzenniveau. Erst im zweiten Schritt sucht sich jeder Eigentümer aus allen möglichen Konsumplänen seinen Optimalplan heraus. Diese Separierbarkeit von Investitions– und Konsumentscheidung macht Investitionsentscheidungen deligierbar. Ziel dieses Kapitels ist es, das Fishersche Separationstheorem mit seinen Implikationen deutlich zu machen. Die ersten fünf Aufgaben dienen dazu, die beiden wesentlichen Bausteine, die Transaktionsgerade und die aus der individuellen Nutzenfunktion abgeleiteten Indifferenzkurven, kennenzulernen. Dieser Grundlagenbetrachtung und auch der ersten Zusammenführung von Transaktionsgerade und Indifferenzkurven in der sechsten Aufgabe liegen diskrete Investitionsprogramme zugrunde. Die anschließende graphische und analytische Bestimmung des optimalen Konsumplans basiert wie alle nachfolgenden Aufgaben auf einer kontinuierlichen Investitionsfunktion. Bevor wir Inflation in unsere Überlegungen einbeziehen, zeigen wir, wie Konsum–Spar– und Konsum–Investitions–Optimum ermittelt werden können und welche Auswirkungen sich aus der Veränderung von Erstaustattung sowie Zinssatz auf das Nutzenniveau ergeben. Am Schluß dieses Kapitels überprüfen wir anhand dreier Beispielfälle, ob das Separationstheorem auch dann noch gilt, wenn wir die Annahme eines vollkommenen Kapitalmarkts aufheben.

1.1.1 Budgetrestriktion

Sie befinden sich in einer Zwei–Zeitpunkt–Welt unter Sicherheit und haben sich vorgenommen, Ihren optimalen Konsumplan zu bestimmen. Ihre Erstausstattung beläuft sich auf die Konsumgütermenge $\bar{C}_0$ sowie Bargeld in Höhe von $\bar{M}_0$. Ein Konsumgut kostet jetzt und im nächsten Jahr ψ. Es besteht die Möglichkeit, Geld zum Kapitalmarktzins r anzulegen oder aufzunehmen.

1. Stellen Sie Ihre Budgetbeschränkungen für beide Zeitpunkte in nominaler und realer Form auf.
2. Was ändert sich an den realen Restriktionen, wenn Sie sicher sind, daß Ihnen jemand in $t = 1$ einen Geldbetrag in Höhe von $\bar{M}_1$ schenken wird?

▶▶▶

1. Mit Hilfe der Budgetrestriktionen wird sichergestellt, daß das Budget einerseits nicht überschritten, andererseits aber auch vollständig verausgabt wird. Nennen wir die im Zeitpunkt $t = 0$ ($t = 1$) tatsächlich verbrauchte Konsumgütermenge C_0 (C_1) und den am Kapitalmarkt angelegten (aufgenommenen) Geldbetrag M_0, lauten die Budgetrestriktionen in nominaler Schreibweise

   für $t = 0$: $\psi\bar{C}_0 + \bar{M}_0 = \psi C_0 + M_0,$

   für $t = 1$: $\psi C_1 = \psi\bar{C}_1 + M_0 \cdot (1 + r).$

   In realer Form erhalten wir

   für $t = 0$: $\bar{C}_0 + \frac{\bar{M}_0}{\psi} = C_0 + \frac{M_0}{\psi},$

   für $t = 1$: $C_1 = \bar{C}_1 + \frac{M_0}{\psi} \cdot (1 + r).$

   Wie sind vorstehende Gleichungen zu interpretieren? Konzentrieren wir uns zunächst auf die nominale Darstellung. Die linke Seite der ersten Budgetbeschränkung ist nichts anderes als Ihre Erstausstattung, gemessen in Geldeinheiten. Die rechte Seite beschreibt die von Ihnen gewünschte Verwendung der Erstausstattung, wieder in Geldeinheiten ausgedrückt. Bei der zweiten Restriktion stehen links die gewünschten Konsumgüterausgaben für den Zeitpunkt $t = 1$ und rechts die dafür verfügbaren Geldbeträge. Die Geldsumme setzt sich aus zwei Komponenten zusammen, der aufgezinsten Ersparnis und der wertmäßigen Erstausstattung mit Konsumgütern für diesen Zeitpunkt. Dabei ist zu beachten, daß die Ersparnis auch negativ sein kann. In diesem Fall hätten wir es mit einer Kreditaufnahme zu tun. Die Tatsache, daß es sowohl einen Kosumgüter– als auch einen Kapitalmarkt gibt, erlaubt es Ihnen, von der jeweiligen Erstausstattung abweichende Konsumpläne zu realisieren. Die reale Darstellung ist vollkommen analog zu interpretieren. Sie unterscheidet sich von der nominalen nur dadurch, daß an die Stelle der Geldeinheiten Konsumgütereinheiten treten.

2. Die Beschränkung für $t = 1$ lautet nun

   $$C_1 = \bar{C}_1 + \frac{\bar{M}_1}{\psi} + \frac{M_0}{\psi} \cdot (1 + r).$$

   An der Restriktion für den Zeitpunkt $t = 0$ ändert sich nichts.

1.1.2 Transaktionsgerade

Aus den Trümmern der untergehenden "MS INSEL" hat Robinson einen Sack mit zwei Zentnern Kartoffeln gerettet. Er muß sich zwei Jahre davon ernähren. Früher ist mit seiner Rettung von der Insel nicht zu rechnen. Gehen Sie von den nachfolgend charakterisierten Szenarien aus, und beschreiben Sie graphisch und analytisch, wie die Transaktionsgerade in den folgenden Situationen aussieht:

1. Robinson kann seine Kartoffeln wahlweise heute verspeisen oder in der nächstgelegenen Höhle aufbewahren.
2. Er hat die gleichen Möglichkeiten wie in 1, muß aber damit rechnen, daß die Höhle im ersten Jahr regelmäßig von Affen aufgesucht wird, die 20 % des Bestandes verspeisen.
3. Das Verhalten der Affen hat sich nicht verändert. Robinson trifft jedoch auf Eingeborene, die einen Kartoffel– und einen Kapitalmarkt entwickelt haben. Der Zentner Kartoffeln wird zu 22 DM gehandelt. Allerdings ist der Kapitalmarkt etwas absonderlich, weil der Zinssatz mit -10 % negativ und für Robinson zwar Geldanlage, aber keine Kreditaufnahme möglich ist.
4. Es gilt weiterhin das Szenario aus 3. Robinson begegnet jedoch gleich bei seiner Ankunft einem Eingeborenen, der in den dortigen Gelben Seiten unter "Haus– und Sicherheitstechnik" firmiert. Kein Ratschlag ist umsonst. Der Eingeborene verlangt für den Einbau der Sicherheitstechnik in die Höhle ein Honorar von $S = 5$ Kilogramm Erdäpfeln.
5. Am Kapitalmarkt herrscht nun ein positiver Zinssatz von 10 %. Ansonsten hat sich das Szenario gegenüber 4 nicht verändert.
6. Bei seinem ersten Spaziergang über die Insel entdeckt Robinson zwei Felder, auf denen er Kartoffeln anbauen könnte. Der erste Acker bietet eine Ertragsrate von 25, der zweite eine von 5 %. Wird Robinson Ackerbau betreiben? Gehen Sie wieder von einem Kapitalmarktzins von 10 % aus.
7. Auf dem fruchtbareren Feld können höchstens 30 kg angebaut werden. Der Kapitalmarktzins beträgt unverändert 10 %.

1. Unter diesen Umständen kann Robinson im zweiten Jahr genau die eingelagerte Menge konsumieren. Seine Budgetgleichung lautet ◄◄◄

$$C_1 = \bar{C}_0 - C_0.$$

Sie ist in Abbildung 1.1 fett und durchgezogen dargestellt.

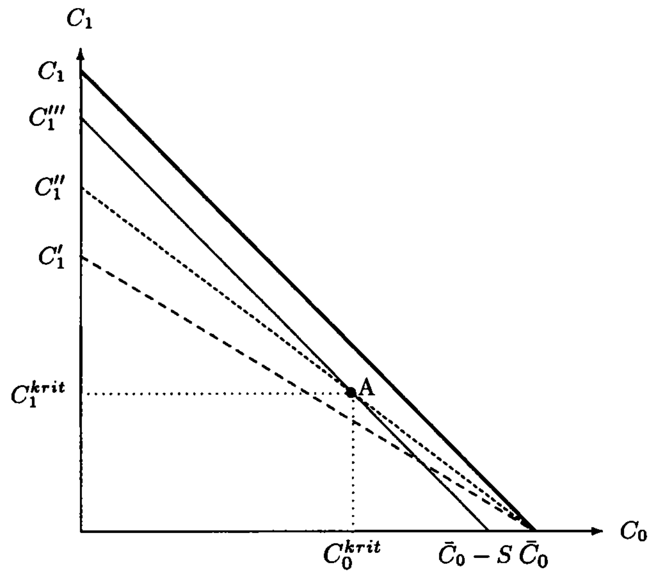

Abbildung 1.1: Transaktiongeraden Robinsons

2. Muß Robinson damit rechnen, daß er 20 % seines Lagerbestandes einbüßt, verändert sich seine Budgetgleichung zu

$$C_1' = (1+r) \cdot (\bar{C}_0 - C_0) = (1-0.2) \cdot (100 - C_0). \tag{1.1}$$

   Der Graph dieser Funktion ist die gestrichelte Linie in Abbildung 1.1.

3. Robinson hat jetzt zwei Möglichkeiten, den künftigen Konsum zu sichern. Entweder betreibt er Lagerhaltung, oder er nutzt Kartoffel– und Kapitalmarkt. Im ersten Fall gilt Budgetgleichung (1.1). Im zweiten Fall wird

$$\begin{aligned} C_1'' &= (1+r)(\bar{C}_0 - C_0) \\ &= 0.9 \cdot (100 - C_0) \end{aligned}$$

   relevant. C_1'' ist als gepunktete Gerade in Abbildung 1.1 dargestellt. Trotz des negativen Zinssatzes tut Robinson gut daran, sich am Marktgeschehen zu beteiligen. Die dortige Verlustquote ist geringer als bei Höhlenlagerung.

4. Aus dem Einbau der Sicherheitstechnik resultiert als Budgetgleichung

$$\begin{aligned} C_1''' &= \bar{C}_0 - S - C_0 \\ &= 95 - C_0. \end{aligned}$$

Abbildung 1.1 zeigt, daß sich die Transaktionsgeraden für Sicherheitstechnik und Marktteilnahme im Punkt A schneiden. Robinson wird deshalb die Entscheidung über den Einbau der Sicherheitstechnik nur in Abhängigkeit vom gewünschten Konsum im ersten Jahr treffen. Das kritische Konsumniveau C_0^{krit}, bei dem Robinson indifferent zwischen Sicherheitstechnik und Marktteilnahme ist, erhalten wir durch Gleichsetzen der beiden Budgetbedingungen,

$$\begin{aligned} 0.9 \cdot (100 - C_0^{krit}) &= 95 - C_0^{krit} \\ C_0^{krit} &= 50. \end{aligned}$$

Möchte Robinson im ersten Jahr mehr als einen Zentner Kartoffeln verspeisen, sollte er sich am Marktgeschehen beteiligen, andernfalls ist der Einbau der Sicherheitstechnik vorteilhaft.

5. Nutzt Robinson den Kapitalmarkt, besitzt seine Transaktionsgerade die Steigung $-(1+r) = -1.1$. Vertraut er hingegen auf Höhlenlagerung, ist C_1''' mit der Steigung $dC_1'''/dC_0 = -1$ für ihn relevant. Wegen $\bar{C}_0 > \bar{C}_0 - S$ existiert kein Schnittpunkt zwischen den alternativen Kurven, so daß der Kapitalmarkt für jedes beliebige Konsumniveau C_0 den höheren Zukunftskonsum ermöglicht. Der Einbau der Sicherheitstechnik lohnt sich nicht mehr.

6. Das Ackerland gibt Robinson die Möglichkeit, Kartoffeln, die er heute anbaut, nach einem Jahr mit Ertrag zu ernten. Bei einer Rate von $z =$ 25% (5 %) bekommt Robinson für jede angebaute Kartoffel einen Ertrag von 1.25 (1.05) Kartoffeln. Für seine Konsummöglichkeiten gilt allgemein

$$C_1 = (1+z) \cdot (\bar{C}_0 - C_0)$$

und, bezogen auf die beiden möglichen Ertragsraten,

$$C_1 = 1.25 \cdot (100 - C_0) \text{ oder} \tag{1.2}$$

$$C_1 = 1.05 \cdot (100 - C_0). \tag{1.3}$$

Die Kartoffelmenge, die Robinson in einem Jahr verzehren kann, wenn er keinen Ackerbau betreibt, sondern am Kartoffel- und Kapitalmarkt tätig wird, bestimmt sich aus

$$C_1 = (1+r) \cdot (100 - C_0) = 1.1 \cdot (100 - C_0). \tag{1.4}$$

Der Vergleich der drei Geradengleichungen (1.2), (1.3) und (1.4) zeigt, daß Robinson nur auf dem fruchtbareren Feld mit $z = 25$ % Ackerbau betreiben sollte. Beträgt die Ertragsrate nur 5 %, ist der Kartoffelhandel zu präferieren (vgl. Abbildung 1.2).

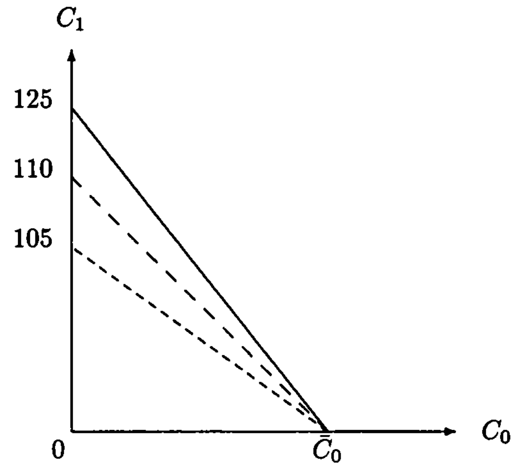

Abbildung 1.2: Ackerbau versus Kapitalmarkt

7. Wenn Robinsons Aussaat auf dem ertragreicheren Feld beschränkt ist, können die Konsummöglichkeiten durch die geknickte Kurve in Abbildung 1.3 dargestellt werden. Robinson kann sich zunächst auf der Kurve mit der hohen Ertragsrate bewegen. Plant er einen höheren Konsumverzicht als 30 kg, so sollte er die Kartoffelmenge, die er nicht mehr auf dem vorteilhafteren Feld unterbringen kann, verkaufen und die Erlöse am Kapitalmarkt anlegen. Seine Konsumposition liegt dann auf der gestrichelten Transaktionsgeraden.

1.1.3 Budgetrestriktion mit Realinvestition

Ihr Entscheidungsspielraum wird jetzt größer. Zusätzlich zu den in der vorangehenden Aufgabe angegebenen Handlungsmöglichkeiten können Sie nun auch Realinvestitionen durchführen. Deren Anschaffungsausgaben belaufen sich auf I_0. Die sicheren Rückflüsse betragen X_1. Zeigen Sie, daß die Durchführung der Realinvestition nur dann zweckmäßig ist, wenn ihr Nettobarwert positiv ist.

►►► Der Nettobarwert einer Realinvestition ist definiert als

$$\mathrm{NPV} = -I_0 + \frac{X_1}{1+r}.$$

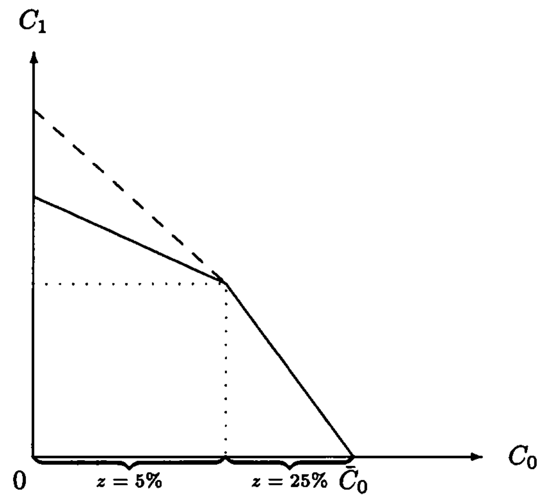

Abbildung 1.3: Ackerbau mit Restriktion

Um den geforderten Nachweis zu führen, wollen wir wie folgt vorgehen: Zunächst entwickeln wir die Budgetrestriktionen unter der Voraussetzung, daß das Realprojekt verwirklicht wird. Sodann prüfen wir, unter welchen Bedingungen die Konsumpläne mit Sachinvestitionen besser sind als diejenigen bei Verzicht auf die Sachinvestition. Zu diesem Zweck werden wir den Gegenwartskonsum auf einem beliebigen Niveau festhalten. Die neuen Budgetrestriktionen lauten

$$\psi\bar{C}_0 + \bar{M}_0 = \psi C_0 + M_0 + I_0, \tag{1.5}$$

$$\psi C_1 = \psi\bar{C}_1 + M_0 \cdot (1+r) + X_1. \tag{1.6}$$

Ein Blick auf die erste Restriktion zeigt, daß wir die Ersparnis jetzt auf Finanzanlage (M_0) und Realprojekt (I_0) aufteilen. Entsprechend beschreibt die zweite Gleichung, daß es zwei Arten von Investitionserträgen gibt, nämlich Erträge aus Finanzinvestitionen ($M_0(1+r)$) und Rückflüsse aus dem Realprojekt (X_1).

Lösen wir (1.5) nach M_0 auf und setzen in (1.6) ein, so erhalten wir nach Umstellung

$$C_1 = \underbrace{\bar{C}_1 + \left(\bar{C}_0 + \frac{M_0}{\psi}\right) \cdot (1+r) - C_0 \cdot (1+r)}_{H_1} + \underbrace{\frac{-I_0 \cdot (1+r) + X_1}{\psi}}_{H_2}.$$

Diese Gleichung beschreibt, wovon Ihr zukünftiger Konsum abhängt, wenn Sie das Realprojekt durchführen. Sollten Sie dagegen auf das Projekt verzichten, beschränkt sich Ihr Zukunftskonsum auf H_1. Infolgedessen lohnt sich das Realprojekt nur unter der Voraussetzung, daß H_2 positiv ist. Da zwischen H_2 und NPV die Beziehung

$$\mathrm{NPV} = \frac{H_2\psi}{1+r}$$

herrscht, folgt bei positivem Zins und Preis, daß Sie sich durch das Projekt nur dann verbessern, wenn sein NPV positiv ist.

1.1.4 Investitionsprogramm

Ein Unternehmer besitzt 500000 DM und will diese bestmöglich investieren. Seine Ingenieure schlagen folgende unteilbare Investitionen vor.

Projekt	Investitions-ausgabe	Rendite
A	150000 DM	200 %
B	100000 DM	-40 %
C	350000 DM	20 %
D	250000 DM	100 %

1. Der Assistent der Geschäftsleitung ordnet die Projekte alphabetisch und entwickelt aus dem Datenmaterial die in Abbildung 1.4 dargestellte Investitionsfunktion. Da nur ein Gut existiert, dessen Preis eine DM beträgt, kann er die Achsen mit C_0 und C_1 bezeichnen. Sind Sie der Meinung, daß es sich dabei um eine vernünftige Lösung handelt, oder würden Sie den Assistenten entlassen? Wenn ja, entwickeln Sie eine intelligentere Lösung, und erläutern Sie Ihr Vorgehen.

2. Die Bank bietet dem Investor nun eine Anleihe mit einem Zinssatz von 10 % zum Kauf an. Bestimmen Sie das optimale Investitionsprogramm, und begründen Sie Ihre Lösung.

3. Die Bank ist darüber hinaus bereit, Kredit zu 10 % zu gewähren. Was ändert sich dadurch am Investitionsprogramm?

4. Kann der Geschäftsführer eine eindeutige Entscheidung über das Investitionsprogramm treffen, wenn der Marktzins 20 % beträgt?

►►► 1. Stellen Sie sich einen Bauern vor, dessen Saatgut knapp ist. Er besitzt verschieden fruchtbare Äcker, deren Qualitätsunterschiede er genau kennt. Der Bauer würde sich doch wie ein Narr verhalten, wenn er nicht zunächst den fruchtbarsten Acker, danach den zweitfruchtbarsten und so weiter

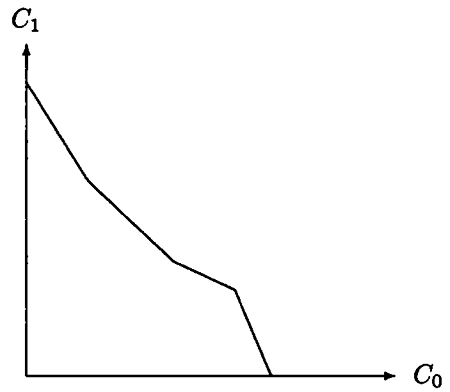

Abbildung 1.4: Investitionsfunktion des Assistenten

bestellte. Der Assistent sollte entlassen werden, da er bei seiner Reihung gegen genau dieses Prinzip verstoßen hat. Die einzige Reihung, die dem Prinzip genügt, lautet A–D–C–B. Demnach weisen Investitionsfunktionen grundsätzlich den in Abbildung 1.5 dargestellten konkaven Verlauf auf.

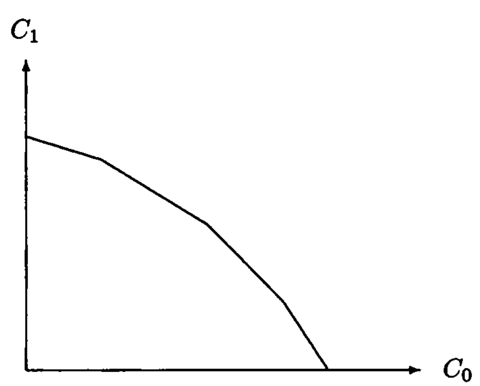

Abbildung 1.5: Sinnvolle Reihung der Projekte

In Anbetracht der Tatsache, daß das Budget auf 500000 DM begrenzt ist und die Projekte unteilbar sind, wird der Unternehmer die Projekte

A und D durchführen und die verbleibenden 100000 DM in die Kasse legen.[1]

2. Wenn es möglich ist, sein Geld in Finanzanlagen mit einer Rendite von 10 % zu stecken, gibt es keinen Grund, Investitionsprojekte zu realisieren, deren Renditen kleiner sind. Damit ist auch Kassenhaltung ausgeschlossen. Das Realinvestitionsprogramm bleibt unverändert. Der Unternehmer kauft jedoch Anleihen im Wert von 100000 DM.

3. Eröffnet die Bank dem Unternehmer nun die Möglichkeit des Kredits, wird er auf den Kauf der Anleihe verzichten. Statt dessen nimmt er Kredit in Höhe von 250000 DM auf. Zusammen mit seinen restlichen Eigenmitteln von 100000 DM ist er nun in der Lage, auch Projekt C durchzuführen. Wie Tabelle 1.1 zeigt, lohnt sich diese Strategie. Das liegt daran, daß der Kredit nur mit 10 % bedient werden muß, aber die Investition eine Rendite von 20 % einbringt.

Tabelle 1.1: Programmalternativen

	Zahlungen	
Projekt	$t = 0$	$t = 1$
A	–150000	450000
D	–250000	500000
Anleihe	–100000	110000
Summe	–500000	1060000
A	–150000	450000
D	–250000	500000
C	–350000	420000
Kredit	250000	–275000
Summe	–500000	1095000

4. Steigt der Marktzinssatz auf 20 %, wird Projekt C zur Grenzinvestition. Es ist gleichgültig, ob der Unternehmer dieses Realprojekt oder eine Finanzinvestition vornimmt. Aus diesem Grund ist die Zusammensetzung des Realinvestitionsprogramms nicht eindeutig.

[1] Um sein Budget vollständig auszuschöpfen, könnte er noch das Projekt B durchführen. Die "Rendite" der Kassenhaltung ist jedoch deutlich größer als –40 %.

1.1.5 Indifferenzkurven

1. Sie besitzen die intertemporale Nutzenfunktion
$$U(C_0, C_1) = C_0 + \gamma C_1.$$
Berechnen Sie den Ausdruck $(-dC_1/dC_0)$. Benennen und interpretieren Sie ihn.

2. Zeichnen Sie die Indifferenzkurven für $\gamma = 1$ und $\gamma = 2$ in ein C_0–C_1–Diagramm.

3. Sie besitzen eine Anfangsausstattung von 1 Mio. DM. Ihre Lebensdauer beträgt zwei Perioden. Existiert für $\gamma = 1$ ein intertemporales Konsumoptimum, wenn nur Kassenhaltung möglich ist?

4. Der Zinssatz bleibt unverändert. Welche Konsumstruktur verwirklichen Sie für $\gamma = 2$? Ermitteln Sie das Ergebnis mit Hilfe einer Graphik.

5. Sie wissen, daß Ihr Freund im Gegensatz zu Ihnen strikt konvexe Indifferenzkurven besitzt. Wie würden Sie das Verhalten seiner Zeitpräferenzrate beschreiben? Warum sind die Indifferenzkurven Ihres Freundes ökonomisch plausibler als Ihre eigenen?

1. Wir ermitteln das totale Differential der Nutzenfunktion und setzen es null, ◄◄◄
$$dU = \frac{\partial U}{\partial C_0} dC_0 + \frac{\partial U}{\partial C_1} dC_1 = 0.$$
Durch Umstellen gewinnen wir die Darstellung
$$-\frac{dC_1}{dC_0} = \frac{\partial U/\partial C_0}{\partial U/\partial C_1}.$$
Dieser Ausdruck gibt für jeden Punkt der Indifferenzkurven den jeweiligen Betrag der Steigung an. Mit den Ableitungen der Nutzenfunktion
$$\frac{\partial U}{\partial C_0} = 1 \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial U}{\partial C_1} = \gamma$$
erhalten wir für die MRS (marginal rate of substitution)
$$-\frac{dC_1}{dC_0} = \frac{1}{\gamma}.$$
Die MRS gibt an, welchen zusätzlichen Zukunftskonsum Sie fordern, wenn Sie auf eine marginale Einheit Gegenwartskonsum verzichten. Bei einer konstanten Grenzrate der Substitution sind die Indifferenzkurven Geraden.

2. Einsetzen von $\gamma = 1$ liefert eine MRS von 1. Verwenden wir dagegen $\gamma = 2$, so verringert sich die Steigung der Indifferenzkurve auf -0.5. Abbildung 1.6 zeigt die entsprechenden Indifferenzkurven.

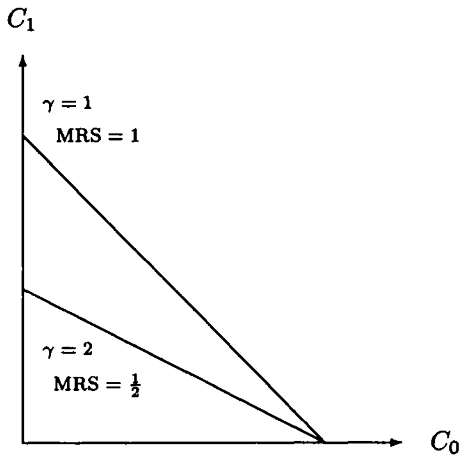

Abbildung 1.6: Indifferenzkurven mit konstantem Anstieg

3. Die Steigung der Indifferenzkurve entspricht genau der Steigung der Transaktionsgeraden. Deshalb ist für Sie jeder realisierbare Konsumplan optimal.

4. In Abbildung (1.7) sehen Sie eine Schar von Indifferenzkurven mit der Steigung -0.5 und die Transaktionsgerade, welche eine Steigung von -1 besitzt. Offenkundig erreichen Sie das höchste Nutzenniveau auf derjenigen Indifferenzkurve, die die Transaktionsgerade im Punkt A "berührt". Sie verzichten auf jeglichen Gegenwartskonsum, legen alles, was Sie haben, in die Kasse, um es im nächsten Jahr zu verbrauchen.

5. Die Zeitpräferenzrate bestimmt die Steigung der Indifferenzkurve. Bei konvexem Verlauf der Indifferenzkurve wird die Zeitpräferenzrate mit sich verminderndem Gegenwartskonsum immer größer. Das heißt: Je stärker Ihr Freund seinen heutigen Konsum einschränkt, um so schwerer fällt es ihm, den Gürtel noch enger zu schnallen. Er ist zu weiteren Konsumeinschränkungen nur bereit, wenn er dafür einen immer größer werdenden Ausgleich beim Zukunftskonsum erhält. Sie hingegen sind unabhängig vom Niveau Ihres Gegenwartskonsums bereit, Ihren heutigen Konsum um eine marginale Einheit einzuschränken, wenn Sie dafür $1/\gamma = \text{const.}$ Einheiten an Zukunftskonsum in Aussicht gestellt bekommen. Gleichgültig,

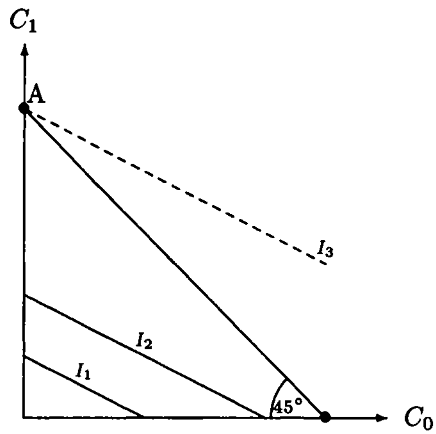

Abbildung 1.7: Ausschließlicher Zukunftskonsum

ob Sie im Reichtum schwelgen oder dem Hungertode nahe sind, Ihr Grenzleid beim Konsumverzicht bleibt immer gleich. Ihr Freund hingegen verlangt eine hohe Kompensation, wenn sein Gegenwartskonsum niedrig, und eine niedrige, wenn sein heutiger Konsum hoch ist, ein wahrhaft plausibleres Verhalten.

1.1.6 Investitionsprogramm, Transaktionsgerade und Indifferenzkurve

Robinson steht vor der Entscheidung, welche der in nachfolgender Tabelle zusammengefaßten Realinvestitionsprojekte er durchführen und welche er besser unterlassen sollte.

Projekt	I_0	X_1
A	-1000	1200
B	-600	640
C	-700	730
D	-200	250
E	-550	650

Gehen Sie bei der Beantwortung der Fragen davon aus, daß Robinson liquide Mittel in Höhe von 3050 DM besitzt.

1. Erklären Sie Robinson anhand einer Graphik, welche Investitionen er realisieren sollte, wenn er zum Zinssatz von 12 % Geld anlegen und Kredit

aufnehmen kann. Wie groß sind für diesen Fall seine Realinvestitionsausgaben und –rückflüsse?

2. Robinsons Gegenwartspräferenz ist so stark, daß er mehr als seine Erstausstattung verbrauchen möchte. Zeichnen Sie in die unter 1 angefertigte Graphik konvexe Indifferenzkurven ein, die das zum Ausdruck bringen, und erläutern Sie, wie Robinson seinen optimalen Konsumplan realisieren kann. Markieren Sie in der Zeichnung die Höhe seiner Finanzinvestition.

▶▶▶ 1. Der erste Schritt zu einer graphischen Lösung besteht darin, die Investitionsfunktion in einem C_0–C_1–Diagramm abzutragen. Zu diesem Zweck berechnen wir die Renditen mit

$$r_j = \frac{X_{1j}}{I_{0j}} - 1$$

und erhalten daraus die nachstehende Rangordnung.

Projekt	r_j	Rang
A	20.00 %	2
B	6.67 %	4
C	4.30 %	5
D	25.00 %	1
E	18.18 %	3

Übertragen wir die Rangordnung in das C_0–C_1–Diagramm, gewinnen wir die konkave Investitionsfunktion von Abbildung 1.8. Dabei gehen wir wie folgt vor: Ausgangspunkt ist die Grundausstattung in Höhe von 3050 DM. Als erste Investition wird D realisiert. Das kostet 200 DM, so daß ein Restbudget von 2850 DM übrigbleibt. Der Investitionsertrag beläuft sich auf 250 DM. Damit können wir das erste Stück der Investitionsfunktion zeichnen: Es ist die Strecke $\overline{(2850, 250)(3050, 0)}$ mit der Steigung $-(1 + r_D) = -1.25$. Verfahren wir mit den anderen Projekten analog, ergibt sich für die Investitionsfunktion folgendes Bild:

Investition	Teilstrecke der Investitionsfunktion	Steigung
A	$\overline{(1850, 1450)(2850, 250)}$	−1.2000
E	$\overline{(1300, 2100)(1850, 1450)}$	−1.1818
B	$\overline{(700, 2740)(1300, 2100)}$	−1.0667
C	$\overline{(0, 3470)(700, 2740)}$	−1.0430.

In Abbildung 1.8 sehen Sie auch eine Schar von Transaktionsgeraden. Alle haben eine Steigung von $-(1 + r) = -1.12$. Wenn Sie Konsumpläne auf T_1 verwirklichen wollten, müßten Sie einen Teil Ihrer Erstausstattung vernichten. Das kann nicht sinnvoll sein. Positionen auf T_4 sind mit Ihrer Erstausstattung nicht zu verwirklichen. Positionen auf T_2 wären erreichbar, wenn Sie ausschließlich Finanzinvestitionen durchführten und damit selbst auf die attraktivsten Realinvestitionen verzichteten. Auch damit schadeten Sie sich selbst. Verbleibt noch T_3. Sie ist der geometrische Ort aller dominanten und zugleich realisierbaren Konsumpläne. Nur auf dieser Geraden wird Robinson sein Optimum suchen. Da das Erreichen von T_3 die Durchführung der Projekte D, A und E erzwingt, determiniert die Gerade auch ein eindeutiges Realinvestitionsprogramm. Die Ausgaben hierfür belaufen sich auf 1750 DM bei Rückflüssen in Höhe von 2100 DM.

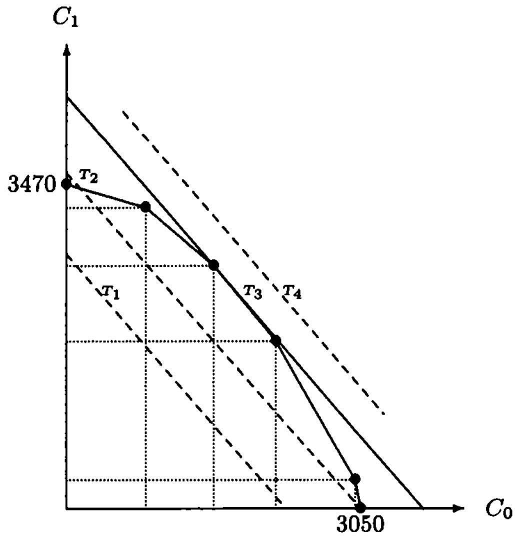

Abbildung 1.8: Investitionsfunktion und Transaktionsgerade

2. Wegen seiner starken Gegenwartspräferenz möchte Robinson heute Konsumgüter in Höhe von $\overline{0C_0}$ konsumieren. Die Indifferenzkurven haben deshalb die in Abbildung 1.9 wiedergegebene Lage. Da er außerdem vernünftigerweise sein Realinvestitionsprogramm nicht drosselt, muß er heute Kredit aufnehmen. Seine Finanzinvestitionen sind negativ. Der Kredit wird durch die Strecke $\overline{I_0C_0}$ dargestellt.

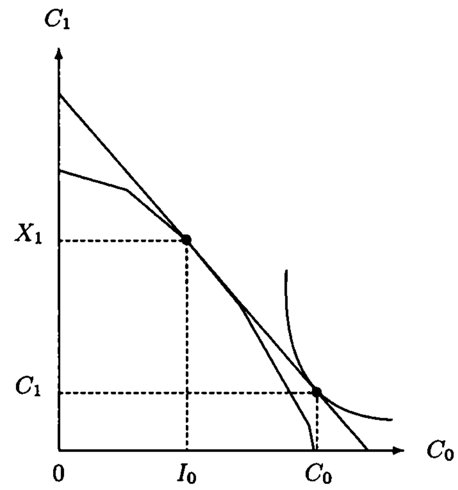

Abbildung 1.9: Robinsons Konsumplan bei starker Gegenwartspräferenz

1.1.7 Optimaler Konsumplan mit Investitionsfunktion I

Stellen Sie in einem C_0–C_1–Diagramm eine plausible Investitionsfunktion graphisch dar. Zeichnen Sie eine Transaktionsgerade ein, so daß es möglich ist, das optimale Investitionsprogramm zu bestimmen. Betrachten Sie einen Entscheider, der heute mehr konsumieren will als er hat. Welche Strecken repräsentieren

- die Investitionsausgabe,
- den heutigen Konsum,
- die Kreditaufnahme,
- den Nettobarwert der Realinvestition,
- den Barwert des gesamten Vermögens nach Durchführung der Realinvestition,
- den zukünftigen Konsum,
- den Investitionsrückfluß und
- die Rückzahlung an den Gläubiger?

Abbildung 1.10 enthält alle für die Lösung der Aufgabe erforderlichen Informationen. Unter der Annahme eines zeitlich konstanten und auf eins normierten Konsumgüterpreises repräsentieren die angeführten Strecken die gewünschten Daten. ◀◀◀

$\overline{I_0\bar{M}_0}$	Investitionsausgabe
$\overline{0C_0}$	heutiger Konsum
$\overline{I_0C_0}$	Kreditaufnahme
$\overline{\bar{M}_0L}$	Nettobarwert der Realinvestition
$\overline{0L}$	Barwert des gesamten Vermögens nach Durchführung der Realinvestition
$\overline{0C_1}$	zukünftiger Konsum
$\overline{0X_1}$	Investitionsrückfluß
$\overline{C_1X_1}$	Kreditrückzahlung einschließlich Zinsen

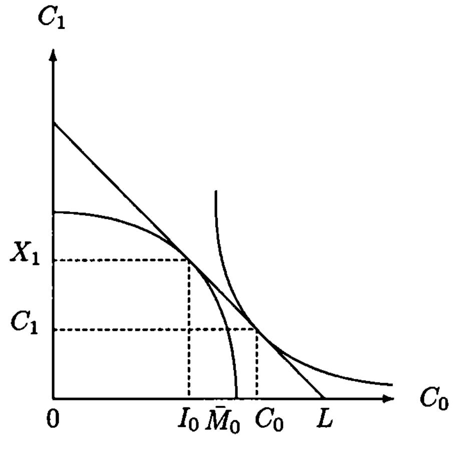

Abbildung 1.10: Konsumentscheidung im Falle starker Gegenwartspräferenz

1.1.8 Optimaler Konsumplan mit Investitionsfunktion II

Es existiere die Investitionsfunktion $X_1 = 240 \cdot I_0^{0.5}$ mit I_0 als Investitionssumme und X_1 als Brutto–Cash–flow. Der Konsumgüterpreis ist auf eins normiert. Ihr optimaler Konsum in der ersten Periode C_0 beträgt 5000. Sie legen 5000 DM am Kapitalmarkt an und investieren 10000 DM.

1. Berechnen Sie Ihre Erstausstattung, die Brutto–Cash–flows, die Verzinsung am Kapitalmarkt, Ihre Zeitpräferenzrate im Optimum und die in Periode zwei konsumierbaren Güter.

2. Ihre Präferenzen haben sich rapide verändert. Sie bewerten Ihre Alternativen nun mit der Nutzenfunktion $U(C_0, C_1) = C_0^{0.75}\, C_1^{0.25}$. Wie sieht Ihr bester Konsumplan jetzt aus?

3. Wie würde sich Ihr optimales Investitionsprogramm ändern, wenn der Kapitalmarktzins auf $r = 0.1$ sinken würde?

▶▶▶ 1. Die Erstausstattung beträgt

$$\bar{M}_0 = M_0 + \psi C_0 + I_0 = 5000 + 5000 + 10000 = 20000 \text{ DM}.$$

Einsetzen der Investitionssumme in die Investitionsfunktion ergibt

$$X_1 = 240\sqrt{10000} = 24000 \text{ DM}.$$

Im Optimum ist die Rendite der Grenzinvestition ebenso groß wie der Marktzins. Deshalb gilt

$$\begin{aligned} 0.5 \cdot 240 \cdot I_0^{-0.5} &= 1 + r \\ \frac{120}{\sqrt{10000}} &= 1 + r \\ r &= 0.2. \end{aligned}$$

Die Zeitpräferenzrate entspricht im Optimum genau dem Marktzins. In der zweiten Periode können Sie

$$C_1 = M_0(1 + r) + X_1 = 5000 \cdot 1.2 + 24000 = 30000$$

Konsumgüter verbrauchen.

2. Der beste Konsumplan liegt auf der Transaktionsgeraden, die die Ordinate im Punkt

$$L = 10000 + \frac{24000}{1.2}$$

schneidet (vgl. dazu Abbildung 1.10). Die Gleichung dieser Geraden lautet

$$C_1 = 1.2 \cdot (30000 - C_0) = 36000 - 1.2 \cdot C_0. \tag{1.7}$$

Im Konsumoptimum gilt

$$
\begin{aligned}
\text{MRS} &= 1+r \\
\frac{0.75/C_0}{0.25/C_1} \cdot \frac{U(C_0,C_1)}{U(C_0,C_1)} &= 1.2 \\
\frac{3C_1}{C_0} &= 1.2 \\
C_1 &= 0.4 \cdot C_0.
\end{aligned}
$$

Diese Optimalbedingung setzen wir nun mit (1.7) gleich und erhalten wegen

$$0.4 \cdot C_0 = 36000 - 1.2 \cdot C_0$$

als besten Konsumplan

$$C_0 = 22500 \quad \text{und} \quad C_1 = 9000.$$

Da für den Gegenwartskonsum nach Abzug der Investitionsausgaben nur 10000 DM zur Verfügung stehen, müssen Sie einen Kredit von 12500 DM aufnehmen.

3. Sie würden real mehr investieren. Die genaue Höhe des nun optimalen Investitionsvolumens erhalten wir, indem wir die erste Ableitung der Investitionsfunktion dem Zinsfaktor $(1+r)$ gleichsetzen,

$$\frac{120}{\sqrt{I_0}} = 1.1 \quad \Longrightarrow I_0 = 11901 \text{ DM}.$$

1.1.9 Konsum–Spar–Optimum

Robinson hat ein Problem: Er kennt zwar seine Nutzenfunktion $U = C_0^{0.75}C_1^{0.25}$, weiß aber trotzdem nicht, wie er seine Mittel in Höhe von 500 DM am besten auf Konsum und Finanzinvestition aufteilen soll.

1. Zu welcher Aufteilung seiner Mittel würden Sie ihm raten, wenn nur Kassenhaltung möglich ist?

2. Wie sollte er seine Mittel verwenden, wenn er sein Startkapital ganz oder teilweise zu $r = 10\%$ anlegen kann?

►►► 1. Robinsons Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \max_{C_0,C_1} U &= C_0^{0.75} C_1^{0.25} \\ \text{u.d.N.} \quad 500 &= C_0 + M_0 \\ C_1 &= M_0 \end{aligned}$$

läßt sich mit Hilfe eines Lagrangeansatzes lösen,

$$\mathcal{L} = C_0^{0.75} C_1^{0.25} + \kappa \cdot (500 - C_0 - C_1).$$

Wir bilden die partiellen Ableitungen nach C_0, C_1 und κ und setzen sie null. Das ergibt

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_0} = 0.75\, C_0^{-0.25} \cdot C_1^{0.25} - \kappa = 0 \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0.25\, C_0^{0.75} \cdot C_1^{-0.75} - \kappa = 0 \tag{1.9}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \kappa} = 500 - C_0 - C_1 = 0. \tag{1.10}$$

Nun lösen wir (1.8) nach κ auf und setzen in (1.9) ein. Umformung führt auf die Optimalbedingung

$$C_0 = 3 \cdot C_1.$$

Einsetzen in (1.10) liefert

$$C_1 = \frac{500}{4} = 125.$$

Für C_0 erhalten wir aus der Optimalbedingung

$$C_0 = 3 \cdot C_1 = 3 \cdot 125 = 375.$$

Um seinen Nutzen zu maximieren, muß Robinson heute (morgen) Waren im Wert von 375 (125) DM konsumieren.

2. Wenn es die Möglichkeit gibt, Geld zu einem Zinssatz von $r = 10\%$ anzulegen, dann ändert sich nur die Budgetrestriktion für den Zeitpunkt $t = 1$,

$$C_1 = 1.1 \cdot M_0.$$

Die Lagrangefunktion erhält die neue Form

$$\mathcal{L} = C_0^{0.75} C_1^{0.25} + \kappa \cdot \left(500 - C_0 - \frac{1}{1.1} \cdot C_1\right).$$