

Daniel, Physik III

H. Daniel

Physik III

Optik – Thermodynamik – Quanten



Walter de Gruyter
Berlin · New York 1998

Prof. Dr. H. Daniel
Physik-Department, E 18
Fakultät für Physik
Technische Universität München
James-Franck-Straße
85748 Garching

Das Buch enthält 348 Abbildungen und 33 Tabellen

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Daniel, Herbert:

Physik / H. Daniel. – Berlin ; New York : de Gruyter

3. Optik – Thermodynamik – Quanten. – 1998

ISBN 3-11-014630-4 brosch.

ISBN 3-11-016142-7 Gb.

© Copyright 1998 by Walter de Gruyter GmbH & Co., D-10785 Berlin.

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Der Verlag hat für die Wiedergabe aller in diesem Buch enthaltenen Informationen (Programme, Verfahren, Mengen, Dosierungen, Applikationen etc.) mit Autoren und Herausgebern große Mühe darauf verwandt, diese Angaben genau entsprechend dem Wissensstand bei Fertigstellung des Werkes abzudrucken. Trotz sorgfältiger Manuskripterstellung und Korrektur des Satzes können Fehler nicht ganz ausgeschlossen werden. Autoren bzw. Herausgeber und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und keine daraus folgende oder sonstige Haftung, die auf irgendeine Art aus der Benutzung der in dem Werk enthaltenen Informationen oder Teilen davon entsteht.

Satz, Druck und buchbinderische Verarbeitung: Druckhaus „Thomas Müntzer“ GmbH, Bad Langensalza – Reproduktion der Abbildungen: druckpunkt, Berlin – Umschlagentwurf: Hansbernd Lindemann, Berlin

Printed in Germany

Vorwort

Dieses Buch ist der dritte Band eines insgesamt auf vier Bände angelegten Lehrbuches über Physik. Das Lehrbuch sollte in etwa den Stoff des Grundkurses Physik abdecken, wie er an den meisten Hochschulen im deutschsprachigen Raum gehalten wird. Darüber hinaus behandelt es einige Themen, die erst im Hauptstudium zur Sprache kommen werden oder zur Sprache kommen sollten, aber aus Zeit- oder Koordinationsmangel nicht aufgegriffen werden, jedoch zum systematischen Aufbau oder zum grundlegenden Verständnis, auch auf anderen Gebieten, notwendig sind. Ich denke hier an die Einführung des Eikonals und die Entwicklung der Abbildungsfehler auf dem Gebiet der „unmodernen“ geometrischen Optik, ferner an die ausführliche Darstellung von Phasendiagrammen und an die Schilderung technischer Details wie z. B. des Reduzierventils. Das relativ umfangreiche Tabellenmaterial soll bei der praktischen Arbeit nützlich sein. Es würde mich besonders freuen, wenn die Tabellen helfen würden, das Buch zu einem Begleiter weit über das Studium hinaus zu machen.

Wie schon im Vorwort zu den Bänden I und II gesagt, wendet sich das Werk in erster Linie, aber keineswegs ausschließlich an Studenten mit dem Studienziel Diplom und an Lehramtskandidaten. Besonderen Dank schulde ich meiner Frau Dipl.-Ing. Gisela Daniel, Prof. Dr. F. Heckelt, Herrn P. Stoeckel, Frau Jutta Winzer, Dr. E. Hechtl und Herrn J. Kressierer. Dr. R. Weber, Frau Gillian Çağlayan, Frau Ingrid Ullrich, Dr. Dagmar Loos und Dipl.-Phys. Dorle Streubel haben mir verlagsseitig geholfen. Dipl.-Inf. D. Daniel und cand. med. Silke Daniel ließen mir Näheres über Kolorimetrie und die Physiologie des Auges zukommen. Meinen Münchner Studenten danke ich für interessiertes Fragen.

Wie in den ersten beiden Bänden weisen römische Ziffern vor den Nummern von Gleichungen, Abschnitten usw. auf den Band hin, in dem das Betreffende steht; Angaben ohne römische Ziffern beziehen sich auf diesen Band.

Garching, im März 1998

H. Daniel

Inhaltsübersicht der Bände I–IV

Band I

- 1 Einführung
 - 1.1 Physikalische Naturbeschreibung
 - 1.2 Die Welt, in der wir leben
 - 1.3 Wechselwirkungen, Symmetrieprinzipien und Erhaltungssätze

- 2 Kinematik
 - 2.1 Bahn und Bahnbeschreibung
 - 2.2 Geschwindigkeit
 - 2.3 Beschleunigung

- 3 Kraft, Arbeit und Potential
 - 3.1 Die Newtonschen Axiome
 - 3.2 Träge und schwere Masse
 - 3.3 Energie

- 4 Impuls und Drehimpuls
 - 4.1 Impuls
 - 4.2 Drehmoment, Drehimpuls und Rotationsenergie bei einem Massenpunkt
 - 4.3 Drehmoment, Drehimpuls und Rotationsenergie bei einem System
 - 4.4 Eindeutigkeit von Messung und Vorhersage

- 5 Bewegte Bezugssysteme
 - 5.1 Unbeschleunigte Systeme
 - 5.2 Beschleunigte Systeme

- 6 Mechanik nichtstarrer Materie
 - 6.1 Elastische und nichtelastische Verformungen fester Materie
 - 6.2 Reibung
 - 6.3 Ruhende Flüssigkeiten und Gase
 - 6.4 Intermolekulare Kräfte in Flüssigkeiten
 - 6.5 Bewegte Flüssigkeiten und Gase
 - 6.6 Viskose Flüssigkeiten

- 7 Mechanische Schwingungen und Wellen
 - 7.1 Mechanische Schwingungen
 - 7.2 Grundlagen der Wellenlehre
 - 7.3 Stehende Wellen und Eigenschwingungen

- 7.4 Wellenarten und Wellenausbreitung
- 7.5 Interferenz und Huyghenssches Prinzip
- 7.6 Spezielles über Schall und Ultraschall und über Schallwellen in der Geophysik

- 8 Wärmelehre
 - 8.1 Temperatur, Wärme und ideales Gas
 - 8.2 Thermische Zustandsänderungen idealer Gase
 - 8.3 Barometrische Höhenformel
 - 8.4 Mehrphasige Systeme und reale Gase
 - 8.5 Die drei Hauptsätze

Band II

- 1 Elektrostatik
 - 1.1 Elektrische Ladung
 - 1.2 Coulombsches Gesetz und elektrisches Feld
 - 1.3 Gaußscher Satz
 - 1.4 Kapazität
 - 1.5 Leiter im elektrischen Feld
 - 1.6 Energie des elektrischen Feldes
 - 1.7 Isolatoren im elektrischen Feld

- 2 Elektrischer Strom und Magnetismus
 - 2.1 Strom als Ladungstransport
 - 2.2 Elektrochemie
 - 2.3 Austrittsarbeit und resultierende Spannung
 - 2.4 Grundtatsachen des Magnetismus
 - 2.5 Magnetische Kräfte und Felder bei stromführenden Leitern
 - 2.6 Induktion
 - 2.7 Materie im Magnetfeld
 - 2.8 Ferrimagnetismus und Antiferromagnetismus
 - 2.9 Magnetfeld mit Materie
 - 2.10 Supraleitung
 - 2.11 Analyse von Netzwerken
 - 2.12 Wechselstrom und elektrische Schwingungen
 - 2.13 Verstärkung von Wechselspannungen und Wechselströmen

- 3 Maxwellsche Gleichungen und elektromagnetische Wellen
 - 3.1 Maxwellsche Gleichungen
 - 3.2 Elektromagnetische Wellen
 - 3.3 Telegraphengleichung
 - 3.4 Dämpfung elektromagnetischer Wellen in Leitern
 - 3.5 Poynting-Vektor und Energie- und Impulsfluß
 - 3.6 Hertzscher Dipol und Bremsstrahlung
 - 3.7 Streuung elektromagnetischer Strahlung an Atomen
 - 3.8 Ableitung einfacher wichtiger Gesetze aus den Maxwellschen Gleichungen

- 4 Relativistische Physik
 - 4.1 Nichtrelativistische Erwartungen und Michelson-Versuch
 - 4.2 Unmittelbare Folgerungen aus dem Michelson-Versuch
 - 4.3 Eigenzeit, Masse und Energie
 - 4.4 Die Relativitätstheorien und ihre experimentelle Überprüfung
 - 4.5 Lorentz-Transformationen des elektromagnetischen Feldes und Lorentz-Kraft
 - 4.6 Relativistische Mechanik in elektromagnetischen Feldern
 - 4.7 Beschleuniger und Speicherringe
 - 4.8 Relativistische Effekte bei elektromagnetischen Wellen

Band III

- 1 Geometrische Optik
 - 1.1 Wellennatur des Lichts und geometrische Optik
 - 1.2 Einige Grundtatsachen der Lichtausbreitung
 - 1.3 Fermatsches Prinzip
 - 1.4 Brechende und spiegelnde Kugelflächen
 - 1.5 Abbildungsfehler und Abbildungsbegrenzung
 - 1.6 Zonenlinsen, Zylinderlinsen und Zylinderspiegel
 - 1.7 Abbildende optische Instrumente
 - 1.8 Visuelle optische Instrumente
- 2 Wellenoptik
 - 2.1 Intensität und Kohärenz
 - 2.2 Interferometer
 - 2.3 Beugung von Licht
 - 2.4 Beugung von Röntgenstrahlen
 - 2.5 Auflösung
 - 2.6 Holographie
 - 2.7 Polarisation und Doppelbrechung
 - 2.8 Erzeugung und Nachweis polarisierten Lichts
 - 2.9 Brechzahl und Dispersion
 - 2.10 Photometrie und Kolorimetrie
- 3 Thermodynamik
 - 3.1 Gas in statistischer Beschreibung
 - 3.2 Mehrstoffsysteme
 - 3.3 Direkte Konsequenzen der drei Hauptsätze
 - 3.4 Maschinen und Apparaturen zur Umwandlung von Arbeit und Wärme
 - 3.5 Entropie und Wahrscheinlichkeit
 - 3.6 Transportphänomene
- 4 Einführung in die Quantenphysik
 - 4.1 Quantencharakter elektromagnetischer Strahlung
 - 4.2 Wellencharakter von Materie
 - 4.3 Grundzüge der Quantenmechanik

Band IV

- 1 Atome
 - 1.1 Einfache gebundene Zustände
 - 1.2 Bahndrehimpuls, Spin und magnetisches Moment
 - 1.3 Mehrteilchensysteme
 - 1.4 Wechselwirkung zwischen Atomen und elektromagnetischen Feldern

- 2 Zusammengesetzte Moleküle und chemische Bindung
 - 2.1 Zweiatomige Moleküle
 - 2.2 Mehratomige Moleküle

- 3 Festkörperphysik
 - 3.1 Aufbau des Festkörpers
 - 3.2 Gitterschwingungen
 - 3.3 Bandstruktur
 - 3.4 Modellmäßige Betrachtung der Supraleitung

- 4 Kernphysik
 - 4.1 Aufbau der Atomkerne
 - 4.2 Radioaktivität
 - 4.3 Streuung von Teilchen- und Quantenstrahlung an Atomkernen
 - 4.4 Kernkräfte und Kernmodelle
 - 4.5 Kernreaktionen
 - 4.6 Durchgang ionisierender Strahlung durch Materie

- 5 Teilchenphysik
 - 5.1 Teilchenzerfall infolge schwacher Wechselwirkung
 - 5.2 Starke Wechselwirkung: Innere Parität des π -Mesons, Hyperkerne und Teilchenresonanzen
 - 5.3 Quarks und Quarkstruktur von Teilchen

- 6 Altersbestimmungen und Kosmologie
 - 6.1 Altersbestimmungen
 - 6.2 Kosmologie

Inhalt

1	Geometrische Optik	
1.1	Wellennatur des Lichts und geometrische Optik	3
1.1.1	Das elektromagnetische Spektrum	3
1.1.2	Übergang von Wellenoptik zu Strahloptik	5
1.1.3	Eikonal	7
1.2	Einige Grundtatsachen der Lichtausbreitung	9
1.2.1	Lichtausbreitung im Vakuum und in homogenen Medien	9
1.2.2	Erscheinungen an Grenzflächen	12
1.2.3	Lichtausbreitung in inhomogenen Medien	20
1.2.4	Umkehrbarkeit des Strahlenganges	21
1.3	Fermatsches Prinzip	22
1.3.1	Formulierung und Beweis des Fermatschen Prinzips	22
1.3.2	Einfache Anwendungen des Fermatschen Prinzips	24
1.4	Brechende und spiegelnde Kugelflächen	26
1.4.1	Brechung an einer Kugelfläche	26
1.4.2	Spiegelung an einer Kugelfläche	31
1.4.3	Dünne Linsen	32
1.4.4	Bildkonstruktion bei dünner Linse und flachem Kugelspiegel	35
1.4.5	Dicke Linsen und Linsensysteme	37
1.5	Abbildungsfehler und Abbildungsbegrenzung	42
1.5.1	Abbesche Sinusbedingung	42
1.5.2	Öffnungsfehler (sphärische Aberration)	44
1.5.3	Weitere geometrische Abbildungsfelder	47
1.5.4	Rechnerische Behandlung der geometrischen Abbildungsfelder	50
1.5.5	Farbfehler (chromatische Aberration)	54
1.5.6	Bündelbegrenzungen	55
1.6	Zonenlinsen, Zylinderlinsen und Zylinderspiegel	59
1.6.1	Zonenlinsen	59
1.6.2	Zylinderlinsen und Zylinderspiegel	60
1.7	Abbildende optische Instrumente	60
1.7.1	Auge	60
1.7.2	Photographische Kamera	64
1.7.3	Spiegelteleskop (abbildend)	68

1.7.4	Projektionsapparat	71
1.7.5	Prismenspektrograph	72
1.7.6	Schlierenverfahren	73
1.8	Visuelle optische Instrumente	74
1.8.1	Lupe	74
1.8.2	Mikroskop	76
1.8.3	Fernrohr und Fernglas	77
1.8.4	Spiegelteleskop (visuell)	80
2	Wellenoptik	
2.1	Intensität und Kohärenz	85
2.1.1	Intensität	85
2.1.2	Interferenz bei zwei kohärenten Punktlichtquellen	87
2.1.3	Kohärentes und inkohärentes Licht	92
2.1.4	Herstellung kohärenten Lichts aus inkohärentem Licht	96
2.1.5	Einfache Interferenzanordnungen	101
2.2	Interferometer	107
2.2.1	Michelson-Interferometer	107
2.2.2	Lummer-Gehrcke-Platte	110
2.2.3	Perot-Fabry-Interferometer	110
2.2.4	Jamin-Interferometer	112
2.2.5	Michelsonsches Stellar-Interferometer	112
2.3	Beugung von Licht	114
2.3.1	Qualitatives zur Beugung	114
2.3.2	Beugung am Strichgitter mit schmalen Spalten	116
2.3.3	Beugung am Spalt	118
2.3.4	Beugung an Lochblende und Scheibe; Babinetsches Theorem	122
2.3.5	Beugung am Gitter (allgemein)	126
2.3.6	Beugung an Flächengittern	132
2.3.7	Beugung an Raumgittern	133
2.4	Beugung von Röntgenstrahlen	135
2.4.1	Laue-Verfahren	135
2.4.2	Debye-Scherrer-Verfahren	137
2.4.3	Bragg-Verfahren	138
2.5	Auflösung	142
2.5.1	Allgemeines zur Auflösung	142
2.5.2	Einfache Beispiele zur Auflösung	145
2.5.3	Auflösung des Mikroskops	152
2.6	Holographie	158
2.6.1	Grundsätzliches zur Registrierung von Bildern	158

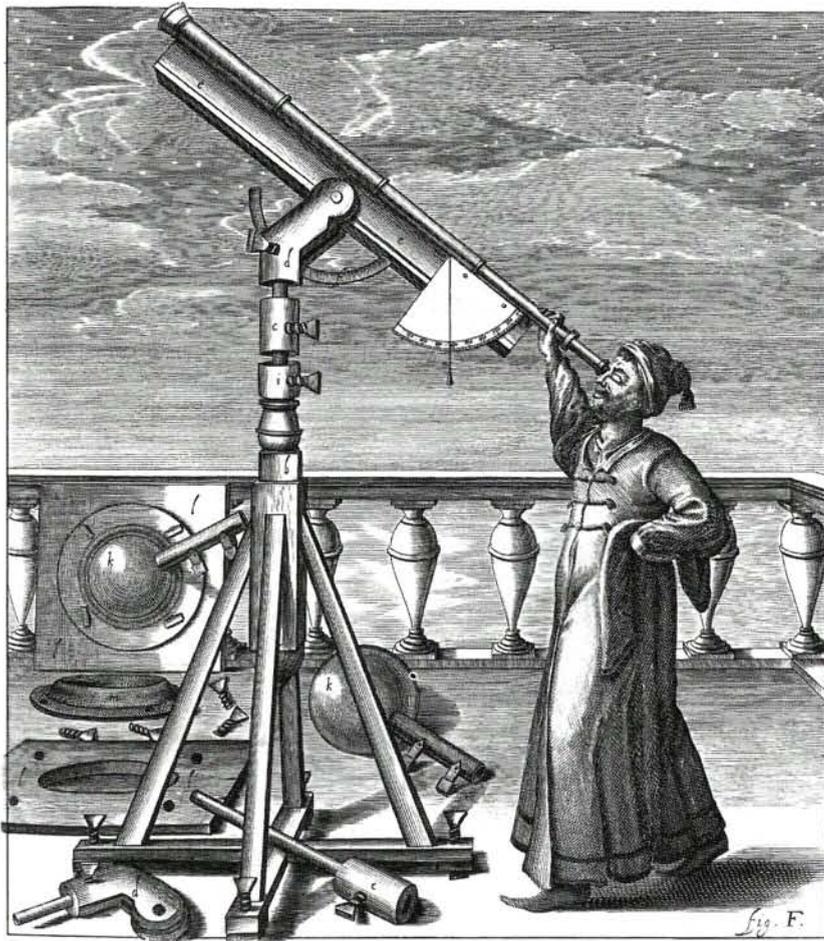
2.6.2	Prinzip der Holographie	159
2.6.3	Praktische Ausführungsformen	161
2.7	Polarisation und Doppelbrechung	164
2.7.1	Allgemeines zur Polarisation von Licht	164
2.7.2	Lineare Doppelbrechung	168
2.7.3	Beispiele für lineare Doppelbrechung	174
2.7.4	Magnetooptische Effekte	180
2.7.5	Optische Aktivität	185
2.8	Erzeugung und Nachweis polarisierten Lichts	190
2.8.1	Linearpolarisation durch Doppelbrechung	190
2.8.2	Linearpolarisation durch Dichroismus	192
2.8.3	Linearpolarisation durch Reflexion	193
2.8.4	Linearpolarisation durch andere Prozesse	196
2.8.5	Erzeugung und Nachweis zirkular und elliptisch polarisierter Strahlung	197
2.9	Brechzahl und Dispersion	198
2.9.1	Phänomenologisches und Qualitatives über Brechzahl und Dispersion ..	198
2.9.2	Quantitative Behandlung von Brechzahl und Dispersion	200
2.9.3	Vertiefende Behandlung der Totalreflexion	203
2.10	Photometrie und Kolorimetrie	206
2.10.1	Photometrie	206
2.10.2	Kolorimetrie	208
2.10.3	Der schwarze Körper	209
3	Thermodynamik	
3.1	Gas in statistischer Beschreibung	215
3.1.1	Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung: Ableitung mit der Höhenformel	215
3.1.2	Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung: Ableitung mit der Unabhängigkeitshypothese	221
3.1.3	Mittlere Moleküldichte und Molvolumen	223
3.1.4	Mittlerer Abstand zum nächsten Nachbarmolekül	224
3.1.5	Streuquerschnitt von Gasmolekülen	225
3.1.6	Freie Weglänge	228
3.2	Mehrstoffsysteme	229
3.2.1	Mischen und Lösen von Gasen	229
3.2.2	Flüssige und gasförmige Zweistoffsysteme	232
3.2.3	Gefrierpunktniedrigung und Siedepunkterhöhung	238
3.2.4	Legierungen	242
3.2.5	Osmose	244

3.3	Direkte Konsequenzen der drei Hauptsätze	246
3.3.1	Entspannung durch eine Drossel	246
3.3.2	Gleichgewicht und Entropie	252
3.3.3	Gleichgewicht und freie Energie	254
3.3.4	Gleichgewicht und freie Enthalpie	255
3.3.5	Gibbssches Phasengesetz	256
3.3.6	Weiteres zur thermodynamischen Temperaturskala	258
3.3.7	Clausius-Clapeyronsche Gleichung	260
3.4	Maschinen und Apparaturen zur Umwandlung von Arbeit und Wärme	263
3.4.1	Kolben-Wärmekraftmaschinen ohne innere Verbrennung	263
3.4.2	Kolben-Wärmekraftmaschinen mit innerer Verbrennung	266
3.4.3	Turbinen ohne innere Verbrennung	267
3.4.4	Turbinen mit innerer Verbrennung	274
3.4.5	Strahltriebwerke	276
3.4.6	Kältemaschinen und Wärmepumpen mit Kompressor	278
3.4.7	Kältemaschinen und Wärmepumpen ohne Kompressor	280
3.4.8	Verflüssigung von Gasen durch Abkühlung	282
3.5	Entropie und Wahrscheinlichkeit	286
3.5.1	Wahrscheinlichkeit und Entropie beim idealen Gas	286
3.5.2	Weitere Beispiele zur Entropie	288
3.5.3	Phasenraum	289
3.5.4	Abzählen von Zuständen	292
3.5.5	Boltzmann-Faktor	295
3.5.6	Abschließendes über Entropie und Wahrscheinlichkeit	298
3.6	Transportphänomene	300
3.6.1	Liouvillescher Satz	300
3.6.2	Poincaréscher Wiederkehersatz	302
3.6.3	Beispiele zum Liouvilleschen Satz	304
3.6.4	Diffusion	310
3.6.5	Wärmeleitung und Konvektion	316
3.6.6	Phänomenologische Behandlung der Wärmestrahlung	326
4	Einführung in die Quantenphysik	
4.1	Quantencharakter elektromagnetischer Strahlung	331
4.1.1	Spektrum des schwarzen Körpers	331
4.1.2	Photoeffekt und Fluoreszenz	338
4.1.3	Compton-Effekt	346
4.1.4	Paarbildung und Vernichtung	347
4.1.5	Franck-Hertz-Versuch	351
4.2	Wellencharakter von Materie	352
4.2.1	Wellencharakter von Korpuskularstrahlung	352

4.2.2 Grundkonzept des Bohrschen Atommodells	355
4.2.3 De-Broglie-Wellenlänge	355
4.3 Grundzüge der Quantenmechanik	358
4.3.1 Anforderungen an eine Gleichung für Materiewellen	358
4.3.2 Schrödinger-Gleichung	359
4.3.3 Physikalische Bedeutung der Ψ -Funktion	362
4.3.4 Energieeigenwerte	364
4.3.5 Teilchen im Potentialtopf (eindimensional)	366
4.3.6 Parität	371
4.3.7 Unschärfe beim freien Teilchen	371
4.3.8 Veranschaulichung der Unschärferelation	375
4.3.9 Tunneleffekt	378
4.3.10 Zeitabhängige Probleme	383
4.3.11 Übergangswahrscheinlichkeit	388

Anhang

A 1 Anhang zu Kapitel 1	389
A 1.1 Brechzahlen optischer Gläser	389
A 1.2 Machsche Streifen	389
A 2 Anhang zu Kapitel 2	390
A 2.1 Hauptbrechzahlen doppelbrechender Kristalle ($\lambda = 589 \text{ nm}$)	390
A 2.2 Werte der Verdet-Konstanten V ($\lambda = 589 \text{ nm}$)	390
A 2.3 Werte des optischen Drehvermögens $[\alpha]$	391
A 3 Anhang zu Kapitel 3	392
A 3.1 Löslichkeitskoeffizient a von Gasen in Flüssigkeiten	392
A 3.2 Siedepunkt einiger Stoffe	393
A 3.3 Fixpunkte der Kelvin-Skala	393
A 3.4 Wärmeleitfähigkeit von verschiedenen technisch wichtigen Stoffen ...	394
Quellennachweis für Abbildungen	395
Häufig benutzte Symbole	397
Häufig gebrauchte Formeln	399
Konstanten der Optik und Thermodynamik	403
Wichtige Symbole und Einheiten	405
Verzeichnis der Tabellen	407
Register	409



Astronomisches Fernrohr des 17. Jahrhunderts. Kupferstich von 1647. –
Nach Angaben des Deutschen Museums München.

1 Geometrische Optik

1.1 Wellennatur des Lichts und geometrische Optik

1.1.1 Das elektromagnetische Spektrum

Das *elektromagnetische Spektrum* umfaßt elektromagnetische Wellen in einem nach oben praktisch unbegrenzten Frequenzbereich. Nach unten sind die Erscheinungen natürlich durch die Frequenz $\nu = 0$ entsprechend statischen und stationären elektromagnetischen Vorgängen beschränkt. Abb. 1.1 zeigt den wesentlichen Teil des Gesamtspektrums. Nur ein sehr kleiner Ausschnitt daraus, knapp eine Oktave umfassend, ist sichtbares Licht. Die Frequenzen ν des für den Menschen sichtbaren Lichts erstrecken sich grob über den Bereich

$$7 \times 10^{14}/\text{s} \gtrsim \nu \gtrsim 4 \times 10^{14}/\text{s},$$

entsprechend einem Bereich der *Vakuumwellenlänge* λ von

$$0,4 \mu\text{m} \lesssim \lambda \lesssim 0,7 \mu\text{m}.$$

Abb. 1.2 zeigt schematisch die Zerlegung von Licht mit einem Quarzprisma, Abb. 1.3 einen entsprechenden Versuch. Am kurzwelligen Ende des sichtbaren Bereichs (links in Abb. 1.2) liegen Blau und Violett, am langwelligen Rot. Jenseits von Violett ist Ultraviolett (UV), jenseits (rechts) von Rot Ultrarot (UR), auch Infrarot (IR) genannt. Wir machen uns das Vorhandensein von Strahlung außerhalb des sicht-

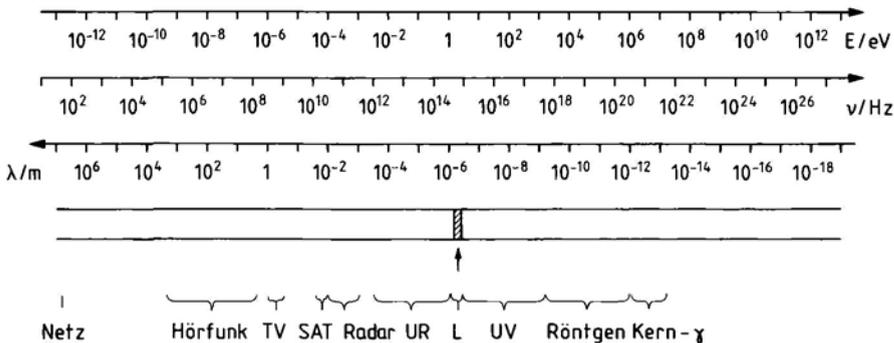


Abb. 1.1 Übersichtsdarstellung des elektromagnetischen Spektrums. Quantenenergie E , Frequenz ν und Wellenlänge λ übereinander aufgetragen. Für das menschliche Auge ist nur der schraffierte Bereich sichtbar. Rechts vom Bereich der Kern- γ -Strahlung liegt der Bereich hochenergetischer natürlicher und künstlich erzeugter γ -Strahlung. Netz: elektrisches Netz in Europa (50 Hz); TV terrestrisches Fernsehen; SAT: Satelliten-Fernsehen; UR: Ultrarot; L: sichtbares Licht; UV: Ultraviolett.

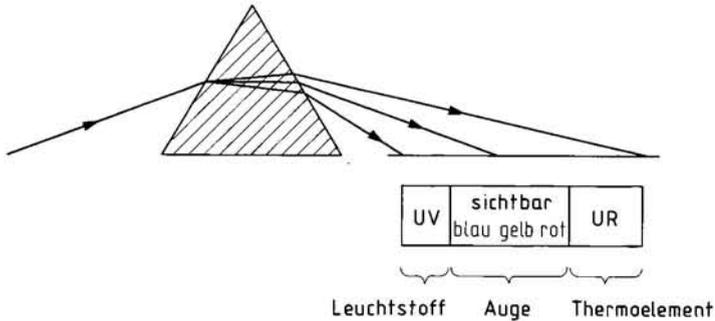


Abb. 1.2 Zerlegung von Licht mit einem Quarzprisma (schematisch). Nachweis der UV-Strahlung mit Leuchtstoff und der UR-Strahlung mit einem Thermoelement.

baren Bereich durch Erregung eines Leuchtstoffs, ausgelöst durch das UV, und durch Nachweis des UR mit einem Thermoelement klar.

Ungefähr in der Mitte des sichtbaren Bereichs, im Gelbgrünen, hat das Sonnenlicht seine höchste Intensität. Wir haben allen Grund anzunehmen, daß unser Auge sich durch (biologischen) Selektionsdruck so entwickelt hat, daß es bevorzugt den Bereich höchster Lichtintensität des Tageslichts ausnutzt.

Es gibt Tiere, die „mehr sehen“ als Menschen. Ameisenaugen sind auch für UV empfindlich, Bienen erkennen die Polarisation des Lichts (Schwingungsrichtung des Vektors der elektrischen Feldstärke E , s. auch Abschn. 2.7.1).

Unser Auge sieht nicht nur Konturen und Lichtintensitäten, sondern auch **Farben**. Farbe als *Empfindung* ist nicht Gegenstand der Physik, sondern der *Physiologie*. In etwas laxer Sprechweise reden Physiker auch von „Farbe“, wenn sie Licht eines bestimmten Frequenzbereiches meinen, das in den Augen aller Sehtüchtigen (vor allem nicht Farbenblinden) die Empfindung oder, vielleicht besser, Assoziation einer be-

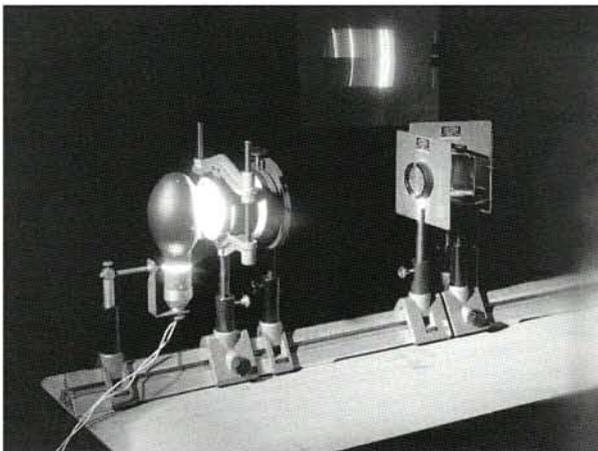


Abb. 1.3 Zerlegung des Lichts einer Quecksilberdampf-Lampe mit einem Quarzprisma. Nachweis der UV-Strahlung mit Leuchtstoffschirm aus Zinksulfid (obere Auffängerhälfte).

stimmt Farbe hervorruft. Insonderheit nennt man Licht einer *einzigsten Frequenz*, entsprechend einer einzigen Wellenlänge, **monochromatisch**. Licht hingegen, in dem die Intensität über alle Frequenzen „gleichmäßig“ verteilt ist, nennen wir *weiß* oder *grau*.

Monochromatisches Licht ruft in unseren Augen, sofern es in den Bereich des sichtbaren Lichtes fällt und eine genügende Intensität hat, die Empfindung einer ganz bestimmten Farbe hervor („reine Spektralfarbe“). Dieselbe Empfindung kann aber auch durch ein Frequenzgemisch hervorgerufen werden. Daneben gibt es Farbempfindungen, für die das Auge ein Frequenzgemisch braucht, die also nicht durch monochromatisches Licht, welcher Frequenz auch immer, hervorgerufen werden können. Dazu gehören alle Purpurfarben. Wir wollen noch in Parenthese erwähnen, daß eine „Farbe“ im Sinne der Maler aus einer „reinen Farbe“ und einem „Grauanteil“ besteht.

1.1.2 Übergang von Wellenoptik zu Strahloptik

Wir wissen, daß Licht eine elektromagnetische Welle ist. Deshalb zeigt es auch alle wellentypischen Erscheinungen wie Beugung und Interferenz. In vielen Fällen kann man diese Effekte jedoch vernachlässigen, und dann ist es einfacher, von „Lichtstrahlen“ anstelle von „Lichtwellenbündeln“ zu sprechen.

Wir können erwarten, daß Wellenoptik beim Grenzübergang der Wellenlänge $\lambda \rightarrow 0$ in Strahloptik übergeht, jedenfalls soweit die Lichtausbreitung betroffen ist. Dann können wir von einem **Lichtstrahl** sprechen. Derjenige Teil der Optik, der mit Lichtstrahlen betrieben werden kann, heißt *geometrische Optik*.

Aus einem Lichtwellenbündel kann man sich einen Lichtstrahl folgendermaßen konstruieren. Man nimmt den zentralen Wellenvektor k des Bündels als Richtung des Strahls und läßt den Bündeldurchmesser gegen Null gehen.

So praktisch der Begriff des Lichtstrahls in der geometrischen Optik und damit für die Behandlung von Linsen, Fernrohren, Mikroskopen und vielen andern optischen Instrumenten ist, so viele Gefahren birgt er für den Ungeübten. Hat man z. B. irgend-

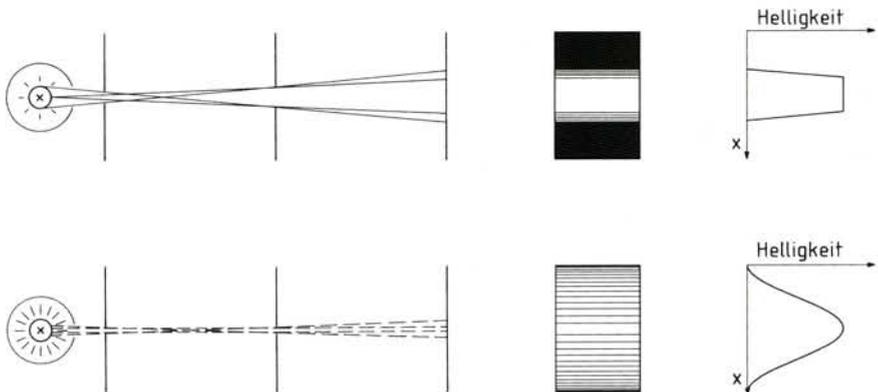


Abb. 1.4 Übergang von der Strahlenoptik zur Wellenoptik (Versuchsskizze). Oben: breiter Spalt, Strahlen (ausgezogen gezeichnet) zur Beschreibung der Intensitätsverteilung (Helligkeit) ausreichend. Unten: schmaler Spalt, Strahlen (gestrichelt gezeichnet) zur Beschreibung der Intensitätsverteilung nicht ausreichend.

einen im Vakuum verlaufenden Lichtstrahl, so nimmt die *Intensität* dieses Strahls mit der Entfernung r von einem passend gewählten Ursprungspunkt für großes r mit $1/r^2$ ab. Der Lichtstrahl ist eben eine (etwas blasse) Abstraktion aus der Wirklichkeit, ein Grenzfall, den es in der Natur so nicht gibt.

Wir wollen uns den Übergang von Wellen- zu Strahl-optik noch in einem einfachen Versuch vor Augen führen. In praxi gehen wir dabei umgekehrt vor, nämlich von der uns aus der alltäglichen (unkritischen) Erfahrung her geläufigen Strahl-optik hin zur Wellenoptik. Wir verschaffen uns eine kleine Strahlenquelle, in der geometrischen Optik idealisiert als „Punktquelle“, indem wir vor eine Lampe eine Blende mit einem kleinen Loch stellen. Diese Quelle beleuchtet einen verstellbaren Spalt (Abb. 1.4; s. auch weiter unten Abb. 1.5). Wir beobachten die Licht- und Schattenverteilung hinter dem Spalt. Bei weit geöffnetem Spalt sehen wir eine ziemlich scharfe Grenze zwischen Schatten und Licht (Abb. 1.4 oben). Mit schmalerem Spalt wird die Grenze zwischen Licht und Schatten schon verwaschen. Bei fast ganz zuge-drehtem Spalt ist die Intensität über einen breiten Bereich verteilt (Abb. 1.4 unten). Wir konstatieren

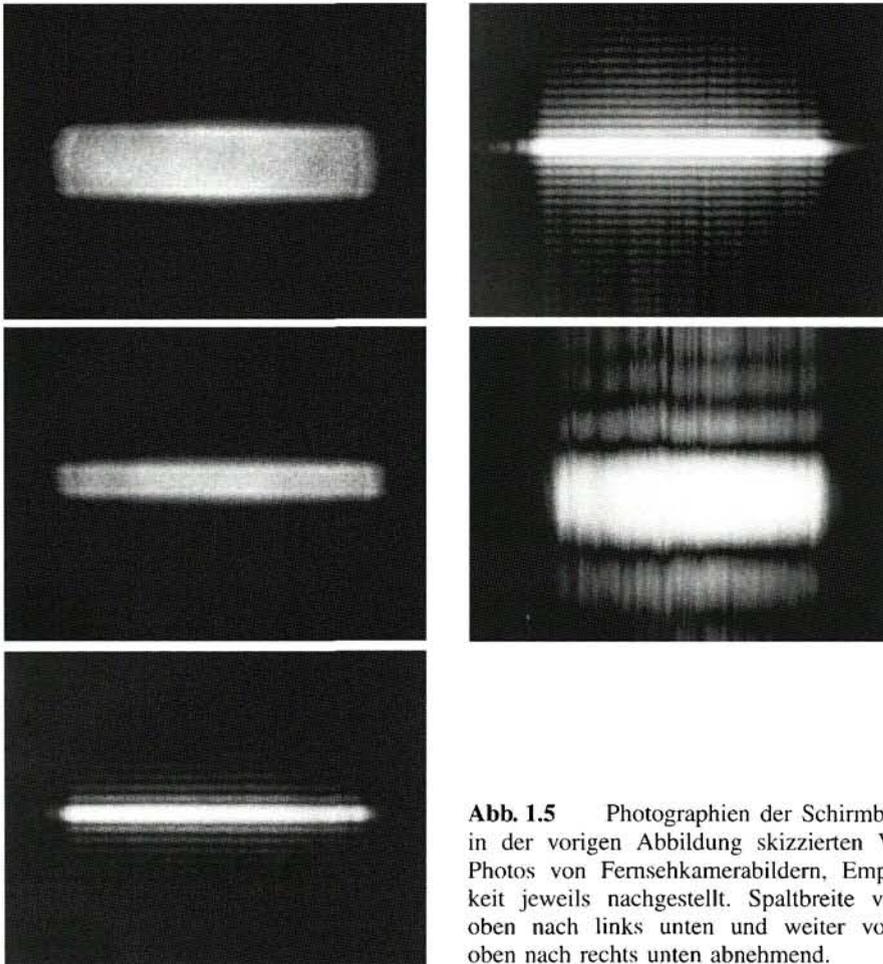


Abb. 1.5 Photographien der Schirmbilder des in der vorigen Abbildung skizzierten Versuchs. Photos von Fernsehkamerabildern, Empfindlichkeit jeweils nachgestellt. Spaltbreite von links oben nach links unten und weiter von rechts oben nach rechts unten abnehmend.

noch, daß die Lichtintensität in der Mitte des bestrahlten Bereichs in Abb. 1.4 maximal ist. In den in derselben Abbildung gezeigten Kurven der Intensitätsverteilung haben wir einen kleinen Trick angewandt, vor allem um überall auf gleiche Maximalwerte der Ordinate zu kommen. Wir haben die beobachtete Intensität durch die bei der jeweiligen Spaltbreite maximale dividiert, also das Verhältnis am Ort x beobachteter Intensität zur maximalen aufgetragen. Die Verbreiterung des beleuchteten Teils in Abb. 1.4 unten ist durch keinerlei Effekte der geometrischen Optik zu erklären. Unsere simple Schlußfolgerung muß also sein, daß für die Verhältnisse der Abbildung 1.4 unten mit dem *schmalen Spalt* die *geometrische Optik nicht ausreicht*.

Abb. 1.5 stellt das Versuchsergebnis durch Photos dar.

1.1.3 Eikonal

Wir wollen den im vorigen Abschnitt qualitativ beschriebenen Grenzübergang von der Wellen- zur Strahloptik nun quantitativ vollziehen. Obgleich wir hier besonders am Fall der Lichtoptik interessiert sind, führen wir ihn allgemein mit einer skalaren Wellengleichung durch. Wir beschränken uns auf das Vakuum und isotrope Medien. Es sei u irgendeine Größe, die der Wellengleichung genügen soll, z.B. E_y für die y -Komponente des elektrischen Feldvektors bei Wellenausbreitung in x -Richtung. Wir schreiben

$$\Delta u + k^2 u = 0 \quad (1.1)$$

mit Δ als dem in Abschn. I, 6.6.4 eingeführten Laplace-Operator. Ferner benützen wir die Wellenzahl k , deren Beziehung zu anderen Größen wie Kreisfrequenz ω , Phasengeschwindigkeit v , Frequenz ν , Wellenlänge λ und durch 2π dividierte Wellenlänge $\tilde{\lambda}$ wir uns durch die folgende Gleichung in die Erinnerung zurückrufen:

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi\nu}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{1}{\tilde{\lambda}}. \quad (1.2)$$

Später werden wir den Grenzübergang $\lambda \rightarrow 0$ entsprechend $k \rightarrow \infty$ machen.

Als Lösung der Gleichung (1.1) machen wir den Ansatz

$$u = A e^{jk_0 S} \quad (1.3)$$

mit

$$A = A(x, y, z) \quad (1.4)$$

als Amplitudenfaktor (ortsabhängige Amplitudenfunktion), j als imaginärer Einheit und

$$S = S(x, y, z)$$

als *Eikonal*, von griech. eikon = Bild, eine Ortsfunktion. Wenn wir später den Grenzübergang $k_0 \rightarrow \infty$ machen, wird u eine schnell veränderliche Ortsfunktion, während sich A und S nur langsam ändern sollen. Die Flächen

$$S = \text{const}$$

sind Flächen konstanter Phase von u , d. h. **Wellenfronten**. Die Normale auf eine Wellenfront gibt die am selben Ort herrschende Strahlrichtung an.

Wir bilden gemäß der Bedeutung des Laplace-Operators $\Delta = \text{div grad}$ die Ortsableitungen von u :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = jk_0 u \frac{\partial S}{\partial x} + u \frac{\partial \ln A}{\partial x}$$

und

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = & -k_0^2 u \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + 2jk_0 u \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial \ln A}{\partial x} \frac{\partial S}{\partial x} \right) \\ & + \text{Glieder ohne } k_0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

und analog für y und z . Eingesetzt in die Wellengleichung (1.1) resultiert

$$\begin{aligned} -k_0^2 u \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z} \right)^2 - \frac{k^2}{k_0^2} \right] \\ + 2jk_0 u \left[\frac{1}{2} \Delta S + \text{grad}(\ln A) \cdot \text{grad} S \right] + O(1) = 0, \end{aligned} \quad (1.6)$$

wobei $O(1)$ Glieder der Größenordnung 1, also Glieder ohne k_0 bedeutet. Wir definieren jetzt

$$D(S) \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z} \right)^2 = (\text{grad } S)^2 \quad (1.7)$$

und

$$n \stackrel{\text{def}}{=} \frac{k}{k_0}. \quad (1.8)$$

Gl. (1.6) ist erfüllt (auch für $k \rightarrow \infty$), wenn

$$D(S) = n^2 \quad (1.9)$$

und

$$\text{grad}(\ln A) \cdot \text{grad } S = -\frac{1}{2} \Delta S \quad (1.10)$$

gilt.

Zur physikalischen Anwendung von Gl. (1.7) gehen wir wie folgt vor. Wir nehmen an, daß der jeweilige n -Wert (in dem wir ohne Schwierigkeiten die optische Brechzahl erkennen werden) überall im Raume bekannt sei. Wir lösen zunächst Gl. (1.9), d. h. suchen ein S , das der Gleichung genügt. Mit dieser Lösung bilden wir den links in Gl. (1.10) stehenden Ausdruck, der die mit $|\text{grad } S|$ multiplizierte Projektion von $\text{grad} \ln A$ auf $\text{grad } S$ darstellt. Dabei ist wichtig, daß alles „in Strahlrichtung“ geschieht; senkrecht zur Strahlrichtung sind Unstetigkeiten erlaubt, also scharfe Schatten.

Wir wollen diese zugegebenermaßen sehr abstrakten Ausführungen durch ein einfaches Beispiel ergänzen. In einem optisch homogenen Medium ist laut Definition $n = \text{const.}$ Dann ist eine Lösung von Gl. (1.9)

$$S = n(ax + \beta y + \gamma z) \quad (1.11)$$

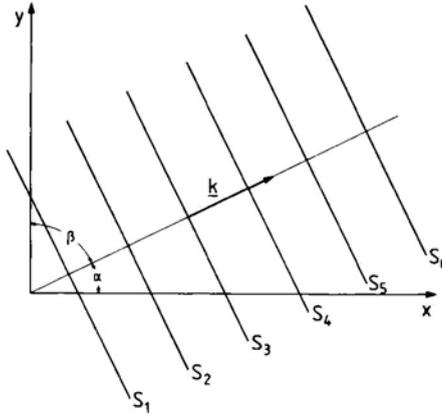


Abb 1.6 Ebene Welle in der xy -Ebene [γ aus Gl. (1.12) hier null]. \underline{k} Wellenvektor, S_1 bis S_6 Flächen konstanten Werts des Eikonals Gl. (1.11) (Wellenfronten).

mit

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1. \quad (1.12)$$

Gl. (1.10) ist dann erfüllt, wenn A keine Ortsfunktion ist. Eine Lösung ist also

$$u = A e^{jk_0 S} = A e^{jk(ax + \beta y + \gamma z)}$$

mit k aus Gl. (1.8). Das ist eine ebene Welle mit den Richtungskosinussen α , β und γ (Abb. 1.6). Speziell für $\alpha = 1$ und $\beta = \gamma = 0$ ist es eine ebene Welle in x -Richtung.

Eine andere und nicht ganz so einfache Anwendung der Eikonal-Methode werden wir in Abschn. 1.3.1 kennenlernen.

1.2 Einige Grundtatsachen der Lichtausbreitung

1.2.1 Lichtausbreitung im Vakuum und in homogenen Medien

Es ist eine uns aus dem täglichen Leben wohlbekannte und durch physikalische Messungen erhärtete Tatsache, daß sich Licht im Vakuum, praktisch durch Luft repräsentiert, und in homogenen Medien *geradlinig ausbreitet*. Wir können das in Form eines Merksatzes auch so formulieren:

- *Im Vakuum und in homogenen Medien sind die Lichtstrahlen Gerade.*

Wie wir aus dem täglichen Leben ebenfalls wissen, werden Lichtstrahlen an Grenzflächen meist gebrochen. Es erhebt sich aber die Frage, ob es auch kontinuierlich gekrümmte Lichtstrahlen gibt. Das ist in der Tat der Fall. Wir müssen nur dafür sorgen, daß die die Brechung bestimmende Eigenschaft sich kontinuierlich ändert. Abb. 1.7 zeigt uns einen entsprechenden Versuch. In kosmischen Ausmaßen betrachtet, können auch Lichtstrahlen im Vakuum gekrümmt sein. Das liegt an der allgemeinen Raumkrümmung durch Gravitation (vgl. Abschn. II, 4.4.3). Solche Effekte wollen wir in der hier besprochenen Optik, die sich mit dem Verhalten von Licht vor allem im Laboratorium befaßt, natürlich unberücksichtigt lassen.

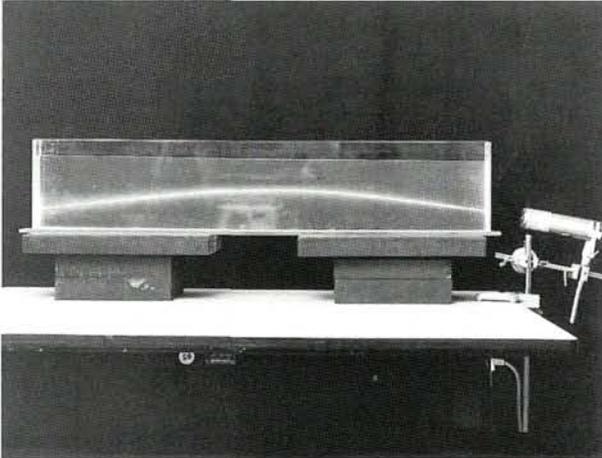


Abb. 1.7 Kontinuierlich gebrochener Lichtstrahl. Lichtquelle (rechts im Bild) Laser, brechendes Medium wäßrige Lösung von Kochsalz (NaCl) mit Dichtegradienten (Dichte nach oben abnehmend), hergestellt durch Unterschichten von (praktisch) reinem Wasser mit gesättigter NaCl-Lösung (Pipette!); zur Sichtbarmachung des Lichtstrahls ist dem Wasser etwas Fluorescein zugesetzt.

Die geradlinige Lichtausbreitung ist nichts vollkommen Selbstverständliches, ja nicht einmal etwas absolut Richtiges. Wir können z. B. zwei Lichtstrahlen kreuzen (Abb. 1.8). Es kann ja sein, daß der von Q nach E verlaufende Strahl mit dem von Q' nach E' laufenden wechselwirkt. Die alltägliche Erfahrung sagt uns zunächst, daß so eine Wechselwirkung nicht eintritt: Die *Streuung von Licht an Licht* findet (praktisch) nicht statt. Wie der deutsche Physiker M. Delbrück (1906–1981) aber ausgerechnet hat (1933), gibt es im Prinzip solche Streuung von Licht an Licht oder allgemeiner von Licht im elektromagnetischen Feld (*Delbrück-Streuung*). Ein entsprechender Feynman-Graph (vgl. Abschn. II, 1.2.2) von den drei wichtigeren Graphen für den experimentell leichter zugänglichen Fall der Streuung von Licht oder γ -Strahlung im statischen Coulomb-Feld eines Atomkerns ist in Abb. 1.9 wiedergegeben. Ein Quant materialisiert sich virtuell in ein Negatron-Positron-Paar. Diese Teilchen sind geladen und kön-

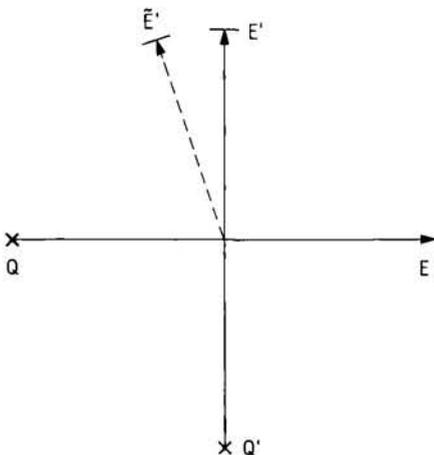


Abb. 1.8 Streuung von Licht an Licht. Durch Wechselwirkung zwischen dem Licht, das von Q nach E läuft, mit dem Licht, das ungestört von Q' nach E' laufen würde, könnte das von Q' in Richtung E' ausgehende Licht nach \vec{E}' gestreut werden.

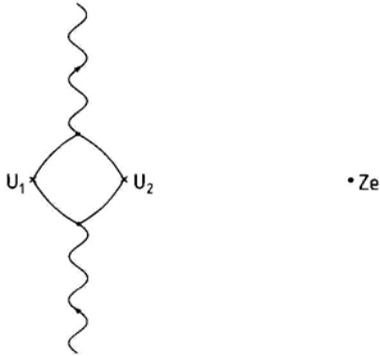


Abb. 1.9 Ein Feynman-Graph für die Streuung von Licht am Coulomb-Feld eines Atomkerns der Ladung Ze . U_1 und U_2 zwei verschiedene Werte des Coulomb-Potentials.

nen im Coulomb-Feld gestreut werden. Nach der Streuung vereinigen sich die Teilchen wieder zu einem γ -Quant, das sehr wohl in eine andere Richtung als das ursprüngliche Quant laufen kann. Experimentell ist die Delbrück-Streuung wegen der Kleinheit des Effekts schwer nachzuweisen, jetzt aber als gesichert zu betrachten. Sie wurde nachgewiesen bei der Streuung von γ -Quanten im sehr starken elektrischen Feld eines Atomkerns mit der entsprechenden *Vakuum-polarisation* (vgl. Abschn. II, 1.2.2). Bei der Streuung „Licht an Licht“, Abb. 1.8, wird ein Teilchen des Paares, in das das eine Quant dissoziiert ist, im Feld des Paares aus dem andern Quant gestreut. Auch die Delbrück-Streuung wollen wir bei der weiteren Behandlung der Lichtausbreitung vernachlässigen.

Indem wir uns jetzt wieder einfacheren Dingen zuwenden, machen wir von der geradlinigen Lichtausbreitung Gebrauch und benutzen die in Abb. 1.10 skizzierte *Lochkamera*. Wir beginnen mit einem großem Loch. Bei Verkleinern des Lochs wird das „Bild“ zunächst schärfer und trivialerweise gleichzeitig dunkler (wir haben hier „Bild“ in Anführungsstrichen gesetzt, weil es sich nicht um ein Bild im Sinne der geometrischen Optik handelt; vgl. Abschn. 1.4.1). Bei weiterem Verkleinern wird das „Bild“ wieder weniger scharf (Abb. 1.11). Wie wir aus dem vorigen Abschnitt wissen, können wir mit einer Lochkamera kein wirklich scharfes „Bild“ erzeugen, da bei einem zu kleinen Loch die geometrische Optik versagt.

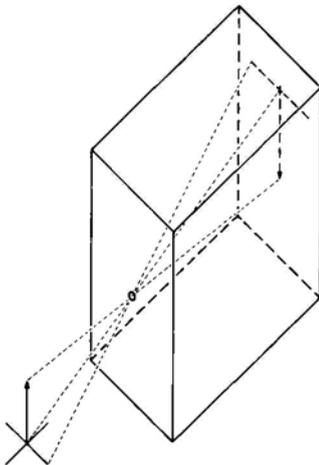


Abb. 1.10 Lochkamera.



Abb. 1.11 „Abbildung“ mit einer Lochkamera bei Verkleinern des Lochdurchmessers d . Abstand Loch–Film 100 mm. Die geringere Lichtintensität auf dem Film beim Verkleinern von d wurde durch entsprechende Verlängerung der Belichtung kompensiert. Oben links: Originalbild mit Photoobjektiv. Oben Mitte: $d = 3,0$ mm. Oben rechts: $d = 1,0$ mm. Unten links: $d = 0,3$ mm. Unten Mitte: $d = 0,15$ mm.

1.2.2 Erscheinungen an Grenzflächen

Im folgenden setzen wir voraus, daß unsere Medien homogen sind, jedoch durch Flächen begrenzt werden. Wir wollen uns vor Augen führen, was mit dem Licht an diesen Grenzflächen geschieht (vgl. auch Abschn. I, 7.5.3). Wir fangen mit einem besonders einfachen Fall an, dem Spiegel.

Reflexion

An der Oberfläche eines *Spiegels* tritt *Spiegelung* oder **Reflexion** auf. Abb. 1.12 zeigt den einfachen Versuch. Wir variieren den Winkel zwischen Spiegelnormalen und einfallendem Lichtstrahl, den *Einfallswinkel*, und erkennen, daß der Winkel zwischen

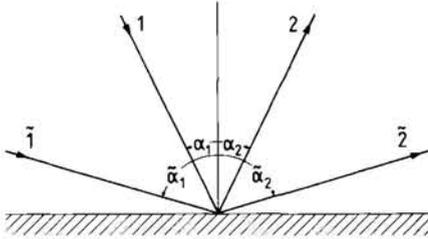


Abb. 1.12 Spiegelung. α_1 Einfallswinkel für Strahl 1, α_2 Ausfallswinkel des durch Spiegelung hervorgehenden Strahls 2; entsprechend $\tilde{\alpha}_1$ und $\tilde{\alpha}_2$.

Spiegelnormalen und ausgehendem Lichtstrahl, der *Ausfallswinkel*, sich in gleicher Weise verändert. In Merkform:

- *Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel bei Spiegelung.*

Nennen wir ferner wie in Abschn. II, 3.2.4 die Ebene senkrecht auf der Oberfläche, in der der (schräg) einfallende Strahl liegt, *Einfallsebene* und definieren analog eine *Ausfallsebene*, so gilt:

- *Einfallsebene gleich Ausfallsebene.*

Wir haben im obigen Versuch einen „Spiegel“ verwendet, also einen Gegenstand, der eine glatte Oberfläche hat, die nahezu alles Licht reflektiert. Reflexion tritt aber auch ein, wenn das Licht nur sehr unvollständig zurückgeworfen wird. Abb. 1.13 gibt einen entsprechenden Versuch wieder. Auch hier sind natürlich Einfallswinkel und Ausfallswinkel gleich.

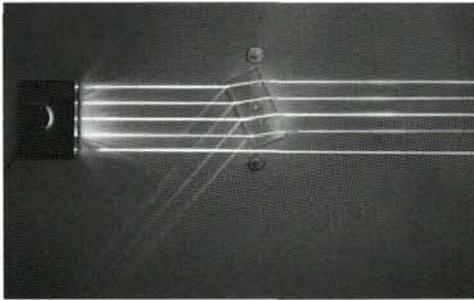


Abb. 1.13 Lichteinfall auf planparallele Glasplatte. Ein Teil des von links kommenden Lichts wird gleich reflektiert, ein Teil wird an der Ein- und der Austrittsfläche gebrochen und parallel versetzt; ein kleiner Teil, in der Abbildung kaum erkennbar, wird an der rechten Fläche der Platte reflektiert.

In Abb. 1.14 ist ein Tripelspiegel dargestellt, bei dem drei spiegelnde Flächen aufeinander senkrecht stehen. Die drei Spiegel bilden also eine körperliche Ecke. Dieser Tripelspiegel reflektiert das Licht so, daß der ausfallende Strahl immer parallel zum einfallenden ist.

Brechung

In Abb. 1.15 lassen wir einen Lichtstrahl aus dem, wie man sagt, *optisch dünneren Medium* mit der Brechzahl n_1 auf ein *optisch dichteres Medium* mit der (größeren) Brechzahl n_2 fallen ($n_2 > n_1$). Zwischen dem Einfallswinkel und dem vom Lot im dichteren Medium zum Strahl im Medium gezählten Ausfallswinkel, die wir hier mit

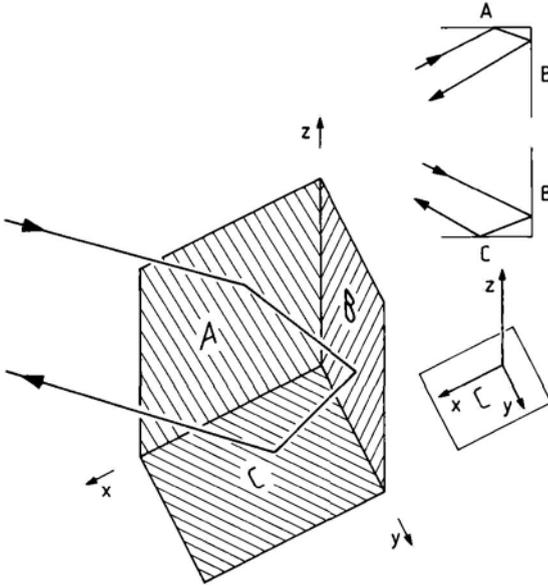


Abb. 1.14 Tripel Spiegel. In den Hilfszeichnungen rechts Projektionen auf die xy -Ebene (Ebene von Spiegel C) (oben) und auf die xz -Ebene (Ebene von Spiegel A) (Mitte), unten das Koordinatensystem.

α_1 bzw. α_2 bezeichnen wollen, gilt das *Snelliussche Brechungsgesetz*:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 . \tag{1.13}$$

Dafür wollen wir auch schreiben

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} .$$

n_1 und n_2 nennt man **Brechzahl**, veraltet *Brechungsindex*, des Mediums 1 bzw. des Mediums 2; n_{21} ist die relative Brechzahl beim Übergang vom Medium 1 ins Medium 2. Entsprechend ist n_{12} die relative Brechzahl beim Übergang vom Medium 2 ins Medium 1. Man hat sich darauf geeinigt, die *Brechzahl des Vakuums* gleich 1 zu setzen (vgl. Abschn. II, 3.2.3); wenn allgemeine Brechzahlen n angegeben sind, so liegt diese Vereinbarung zugrunde. Ferner ist wie bei der Spiegelung Einfallsebene gleich Ausfallsebene.

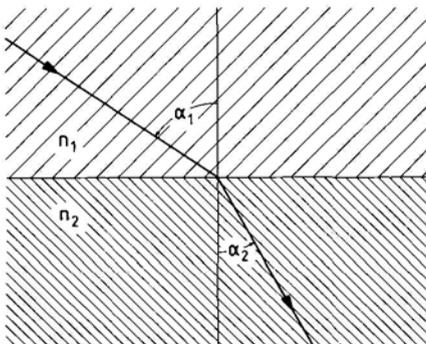


Abb. 1.15 Brechung eines Lichtstrahls. Brechzahl n_1 kleiner als Brechzahl n_2 , entsprechend das Verhältnis zwischen Ein- und Ausfallswinkel: $\alpha_1 > \alpha_2$.

Tab. 1.1 Brechzahl n für gelbes Licht ($\lambda = 589 \text{ nm}$); im Fall von Gasen bei Zimmertemperatur ($20 \text{ }^\circ\text{C}$) und Normdruck ($p = 1,01325 \text{ bar}$)

Stoff	Formel	Zustand	Brechzahl n	Stoff	Formel	Zustand	Brechzahl n
Eis	H_2O	fest	1,310	Wasser	H_2O	flüssig	1,333
Quarzglas	SiO_2	fest	1,459	Benzol	C_6H_6	flüssig	1,501
Kronglas BK1 (leicht)		fest	1,510	Kohlenstoffdisulfid	CS_2	flüssig	1,628
Flintglas F3 (schwer)		fest	1,613	Luft		gasförmig	1,0003
Diamant	C	fest	2,417	Kohlenstoffdioxid	CO_2	gasförmig	1,0004

In der „normalen“ Lichtoptik, mit der wir uns hier befassen, ist die Brechzahl eine *Materialkonstante*; das soll natürlich nicht ausschließen, daß sie z. B. frequenz- und temperaturabhängig ist. Bei sehr hoher Lichtintensität, wie sie mit *Hochleistungslasern* erreichbar ist, beeinflußt das starke elektrische Feld des Lichts das Medium, und die Brechzahl verliert ihre einfache Bedeutung. Der durch $\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$ ausgedrückte Zusammenhang zwischen dielektrischer Verschiebung \mathbf{D} und elektrischer Feldstärke \mathbf{E} wird, weil auch ϵ nicht mehr konstant ist, nichtlinear. Wir sprechen dann von *nichtlinearer Optik*. Wir werden darauf in Abschn. IV, 1.4.10 zurückkommen. Für das zunächst Folgende setzen wir jedoch einen linearen Zusammenhang zwischen \mathbf{D} und \mathbf{E} voraus.

Einen ersten Überblick über die Werte, die die Brechzahl annehmen kann, gibt Tab. 1.1. Genauere Daten über optische Gläser findet man im Anhang in Tab. A 1.1. Wie man der Tabelle 1.1 entnimmt, hat die uns umgebende Luft praktisch die Brechzahl 1. Insbesondere können wir bei Messungen von n zunächst Luft als Vergleichsmedium nehmen und, wenn gewünscht und nötig, das erhaltene Resultat später auf den Vakuumwert umrechnen. Diamant ist der Stoff mit der höchsten bekannten Brechzahl für sichtbares Licht.

Wir führen uns, Abb. 1.16, die *Strahlversetzung* beim schrägen Durchgang durch eine *planparallele Platte*, also eine mit zwei parallelen Seitenflächen versehene durchsichtige Platte, vor Augen. Der Lichtstrahl wird dabei in seiner Richtung *nicht abgelenkt*, sondern erfährt nur eine *Parallelversetzung*. Wir erinnern uns an Abb. 1.13, die die Erscheinung im Versuch demonstriert.

Abb. 1.17 zeigt den scheinbaren Knick eines Stabes an einer Wasseroberfläche.

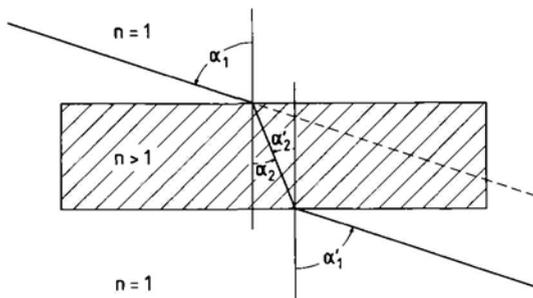


Abb. 1.16 Durchgang eines Lichtstrahls durch eine planparallele Platte. Der Strahl wird im Endeffekt nicht abgelenkt, aber parallel versetzt ($\alpha_1 = \alpha'_1$).

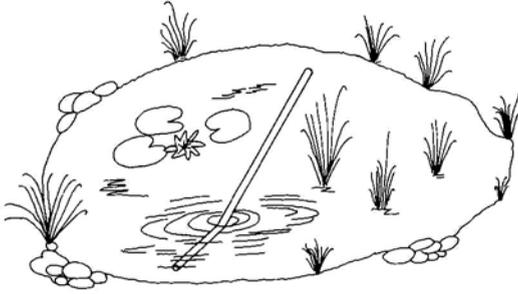


Abb. 1.17 Scheinbarer Knick eines in Wasser eingetauchten Stabes.

Prisma

Ein *optisches Prisma* ist eine Säule aus lichtdurchlässigem Material, deren Querschnittsfläche ein *gleichschenkliges* Dreieck ist (Abb. 1.18); für Spezialzwecke gibt es auch Prismen, die von dieser Form abweichen. Die beiden Seitenflächen eines optischen Prismas, die im Querschnitt die Schenkel des gleichschenkligen Dreiecks bilden, schließen miteinander den *brechenden Winkel* φ ein. Diejenige Seite, die im Querschnitt dem brechenden Winkel gegenüberliegt (Basis des Dreiecks) heißt *Basis* des Prismas. Der Einfallswinkel α des Lichts wird gegenüber dem Lot derjenigen Fläche definiert, in die das Licht einfällt (vgl. Abb. 1.18), entsprechend der Ausfallswinkel α' . Als *Ablenkwinkel* β bezeichnet man den Winkel zwischen einfallendem und austretendem Strahl.

Für kleine Ablenkwinkel, gegeben vor allem bei wenig von 1 abweichender Brechzahl n und kleinem brechenden Winkel φ , ergibt sich für β ein einfacher Ausdruck; es gilt, wenn man noch den Sinus durch den Winkel ersetzt, wie man in einer leichten, hier nicht ausgeführten Rechnung findet,

$$\beta = (n - 1) \varphi,$$

unabhängig von α .

Wie hier ebenfalls ohne Rechnung mitgeteilt sei, ist die *Ablenkung* bei *symmetrischem Strahlengang* ($\alpha = \alpha'$) am kleinsten, und es gilt unabhängig von der Größe von φ und n

$$n = \frac{\sin \frac{\beta + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}.$$

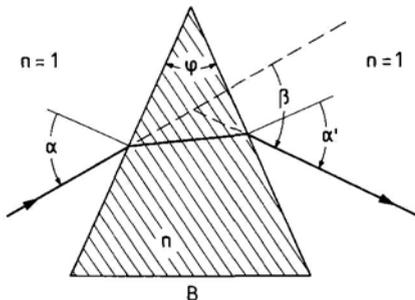


Abb. 1.18 Prisma mit Strahlengang. B Basis, φ brechender Winkel, α Einfallswinkel, α' Ausfallswinkel, β Ablenkwinkel.

Die obige Gleichung gibt uns eine Methode in die Hand, die Brechzahl n zu messen. Im Fall von flüssigen Medien bereitet die „Herstellung“ eines Prismas mit bekanntem brechenden Winkel keine Schwierigkeit, wenn man eine entsprechend präparierte Küvette mit Flüssigkeit füllt; die Wände, planparallele Platten aus Glas oder Quarz, ändern den Ablenkwinkel β ja nicht.

Totalreflexion

Wenn wir unser Experiment mit der Brechung, Abb. 1.13, wiederholen und jetzt auch auf den reflektierten Strahl und auf die Intensität des gebrochenen Strahls achten, stellen wir fest: Mit größerem Einfallswinkel nimmt die Intensität des gebrochenen Strahls ab. Bei jedem Einfallswinkel gibt es außerdem einen reflektierten Strahl, dessen Intensität mit wachsendem Einfallswinkel zunimmt. Nennen wir den Winkel zwischen einfallendem Strahl und der Grenzfläche *Glanzwinkel* γ mit

$$\alpha + \gamma = \frac{\pi}{2},$$

so können wir auch sagen, daß die Intensität des gebrochenen Strahls mit abnehmendem Glanzwinkel abnimmt; bei *streifendem Einfall*, $\gamma \approx 0$, wird der gebrochene Strahl unsichtbar.

Wir wollen unser Experiment aber noch weiter ausdehnen und lassen jetzt, s. Abb. 1.19, den Strahl aus dem dichteren in das dünnere Medium eintreten, kehren also den Strahlengang um. Einfallswinkel ist jetzt natürlich der Winkel zwischen der Flächennormalen und dem Strahl im Medium. Wird der Einfallswinkel zu groß, gibt es überhaupt keinen gebrochenen Strahl mehr. Die *gesamte Intensität* wird *reflektiert*. Diese Erscheinung nennt man **Totalreflexion**. Wir können sie sogar gewissermaßen aus dem Snelliusschen Brechungsgesetz Gl. (1.13) ableiten (mit $n_1 > n_2$!). Wird nämlich $\sin \alpha_1$ größer als n_2/n_1 , so ergäbe sich $\sin \alpha_2 > 1$, ein Wert, der mit einem (reellen) Winkel α_2 nicht zu erfüllen ist. Ein solcher Prozeß ist also unphysikalisch, d. h. er kann in der Natur nicht stattfinden. Der größte Wert von α_1 , der mit dem Snelliusschen Brechungsgesetz noch verträglich ist, ist offenbar derjenige, für den $\alpha_2 = \pi/2$ ist. Wir nennen ihn den *Grenzwinkel der Totalreflexion* α_T , der sich aus Gl. (1.13) zu

$$\sin \alpha_T = \frac{n_2}{n_1}$$

ergibt.

Die Totalreflexion findet mannigfaltige Anwendungen. Ein *Umkehrprisma*, Abb. 1.20, mit einem brechenden Winkel von 90° vertauscht rechts und links oder oben und unten (der Totalreflexionswinkel für Glas liegt bei ca. 42°). Mit einem *Totalrefraktometer*, dessen Prinzip schon in Abb. 1.19 gezeigt wurde, lassen sich Brechzahlen messen (besonders leicht wieder für Flüssigkeiten). In einem *Lichtleiter*, der meist aus vielen parallelen *Fasern* besteht (Abb. 1.21), läßt sich Licht in einem „Kabel“ ähnlich leiten wie elektrischer Strom in einem elektrischen Kabel. Abb. 1.22 zeigt einen entsprechenden Versuch. Da die einzelnen Fasern dünn sind, sind solche Lichtleiter biegsam. Starke Krümmung sollte man jedoch vermeiden, weil sie zu Lichtverlust führt. Auch in der modernen Nachrichtentechnik spielen Lichtleiter in der Form von **Glasfaserkabeln** eine wichtige Rolle, und zwar als *Breitbandkabel* vor

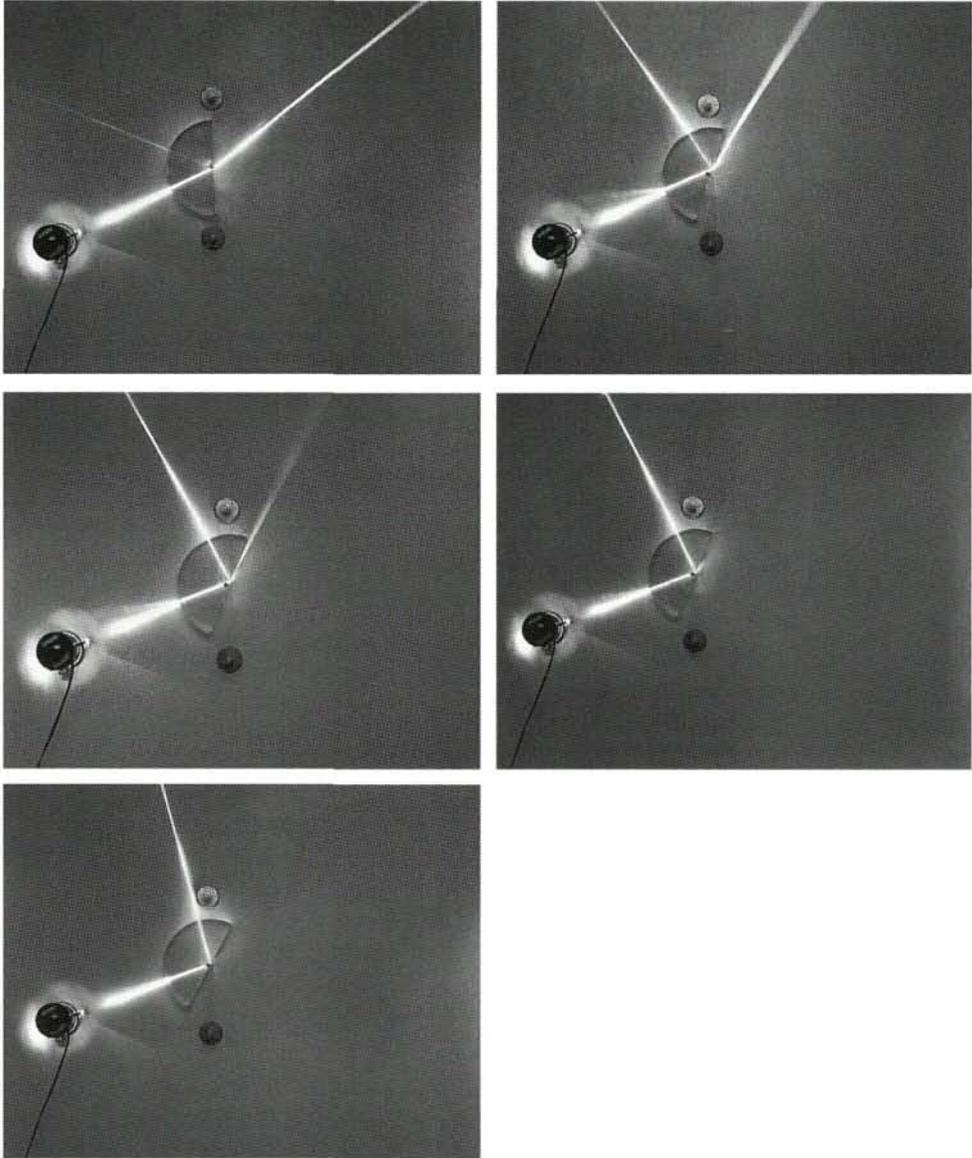


Abb. 1.19 Brechung und Reflexion an der rechten planen Begrenzungsfläche beim Austritt aus dem optisch dichteren Medium. Die Strahlenquelle ist unten links. Der Einfallswinkel nimmt von links nach rechts und von oben nach unten zu. Mit zunehmendem Austrittswinkel α_2 des gebrochenen Strahls wird der gebrochene Strahl immer intensitätsärmer und der gespiegelte, der ungebrochen austritt, immer intensitätsreicher. Mitte rechts ist α_2 beinahe 90° , unten (links) ist der Einfallswinkel α_1 (für den Einfall vom dichteren Medium auf die Begrenzungsfläche zum dünneren!) gerade gleich α_T , und man beobachtet Totalreflexion.

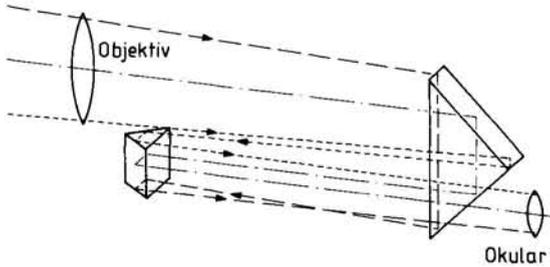


Abb. 1.20 Umkehrprismen. Anwendung im Prismenfernglas (vgl. Abschn. 1.8.3).

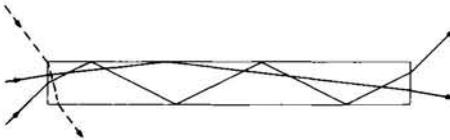


Abb. 1.21 Lichtleiter (Schnitt). Leiter aus homogenem Material. Ausgezogen: Strahlen von im Lichtleiter geführtem Licht. Gestrichelt: Strahl von nicht geführtem Licht. Alle gezeichneten Strahlen gehen durch die Mittellinie des kreisrunden Lichtleiters. Daneben gibt es natürlich zur Mittellinie windschiefe Strahlen.

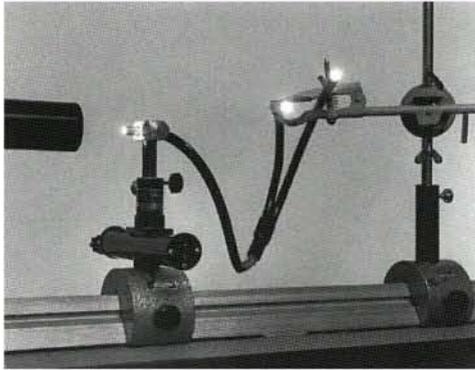


Abb. 1.22 Versuch mit einem kabelartigen Lichtleiter (mit Verzweigung). Lichteintritt links, Licht aus Laser, Lichtaustritt rechts.

allein für Telefon, Fernsehen und Datenübertragung. Ähnlich wie wir es in Abschn. II, 3.2.5 zusammen mit Abschn. II, 3.2.6 für Wellen in elektrischen Wellenleitern kennengelernt haben, können sich auch die optischen Wellen, die ja elektromagnetische Wellen von sehr hoher Frequenz sind, in verschiedenen Typen oder *Moden* ausbreiten; welche Mode im einzelnen entsteht, ist wieder durch die Anhebungsbedingungen bestimmt. Nicht alle optischen Wellenleiter setzen sich aus Fasern von homogenem Material zusammen. Man kann z. B. die Brechzahl in radialer Richtung, vor allem diskret, aber auch kontinuierlich, variieren. Die entsprechenden Phänomene sind kompliziert. Die große Bedeutung der Glasfaserkabel liegt in der Möglichkeit, ein *sehr breites Frequenzband* simultan zu übertragen. Deswegen können z. B. viele Telefongespräche oder eine ganze Reihe von Fernsehprogrammen gleichzeitig oder in kurzer Zeit sehr viele Daten mit ein und demselben Kabel übertragen werden.

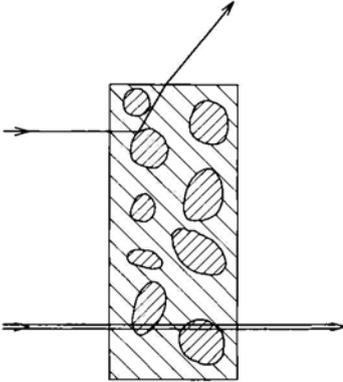


Abb. 1.23 Christiansen-Filter. Licht mit einer Frequenz, für die die Körner und das einbettende Material gleiche Brechzahl haben, geht praktisch unbeeinflusst durch das Filter (unterer Strahl), während Licht, für das die beiden Brechzahlen merklich verschieden sind, herausgestreut oder herausgebrochen wird (oberer Strahl).

Eine Anwendung von Reflexion, sei sie partiell oder total, zum Herausfiltern eines bestimmten kleinen *Frequenzbereichs* stellt das *Christiansen-Filter* (1884) dar, nach dem dänischen Physiker Ch. Christiansen (1843–1917). Abb. 1.23 zeigt das Prinzip. Das Filter besteht aus kleinen Körnern oder Splintern eines Mediums mit der Brechzahl n_1 , die in ein anderes Medium mit der Brechzahl n_2 eingebettet sind. Hierbei ist wichtig, daß für einen gewissen Frequenzbereich $\Delta\nu$ um die Frequenz ν_0 herum beide Brechzahlen ungefähr gleich sind, während sie für weiter von ν_0 entfernt liegende Frequenzen verschieden sind. Im ersteren Fall kommt das z. B. normal auffallende Licht praktisch ungeschwächt hindurch, während es im zweiten Fall an den eingelagerten Körpern gestreut wird. So ist aus dem angenähert parallel einfallenden Bündel das nicht in den Bereich $\Delta\nu$ fallende Licht herausgestreut worden.

1.2.3 Lichtausbreitung in inhomogenen Medien

Die Lichtausbreitung in inhomogenen Medien werden wir intuitiv als „Mittelding“ zwischen der Ausbreitung im homogenen Medium und der Ausbreitung bei Anwesenheit einer Grenzfläche auffassen. Wie wir aus Abschn. 1.2.1 wissen, ist das in der Tat der Fall: Wir beobachten *kontinuierliche Brechung*.

Lichtausbreitung in inhomogenen Medien hat mehr Bedeutung, als es unser Demonstrationsversuch Abb. 1.7 erlassen läßt. Sie spielt namentlich in der Astronomie (Positionsastronomie) eine Rolle. Die Atmosphäre ist in Erdnähe dichter als in größeren Höhen. Daraus resultiert eine kontinuierliche Brechung *zum optisch dichteren Teil hin*. Ein Sternort, der ja, physikalisch und nicht astronomisch gesprochen, eine Richtung ist, erscheint deshalb höher, als er in Wirklichkeit ist (d. h. wenn er ohne den verfälschenden Einfluß der Erdatmosphäre beobachtet würde). Abb. 1.24 stellt die Verhältnisse dar.

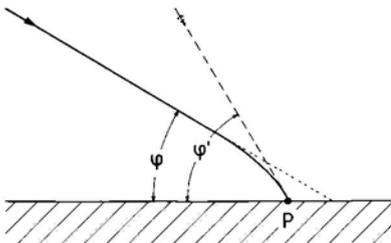


Abb. 1.24 Lichtbrechung in der Erdatmosphäre und daraus resultierende Abweichung zwischen vom Punkt P auf der Erdoberfläche aus gesehener scheinbarer Sternrichtung (Winkel φ' mit der Erdoberfläche) und wirklicher (Winkel φ).

Auf dieselbe Weise erklärt sich auch die scheinbare Abplattung der dicht über dem Horizont stehenden Sonne. Dieser Effekt ist meßbar. Die scheinbare Vergrößerung der tiefstehenden Sonne ist dagegen psychologisch bedingt. Wenn die Sonne dicht über dem Horizont steht, hat man nahe Vergleichsobjekte; steht sie dagegen hoch über dem Horizont, fehlen solche Vergleichsobjekte. Dadurch wird der Eindruck hervorgerufen, die Sonne sei über dem Horizont größer. Dieser Effekt ist nicht meßbar.

1.2.4 Umkehrbarkeit des Strahlenganges

Wie uns aus dem täglichen Leben bekannt ist, ist ein *optischer Strahlengang umkehrbar*: Wenn ein Lichtstrahl von 1 nach 2 (irgendwie) gelangen kann, so kann das Licht auf demselben Strahl, nur mit umgekehrter Richtung, auch von 2 nach 1 laufen. Über die *Intensitäten* ist damit natürlich *nichts ausgesagt*.

Wir wollen diesen Sachverhalt nun erklären und gehen bis auf Adam und Eva zurück, die für die elektromagnetische Theorie beide in James Clerk Maxwell vereinigt sind. Für diese *Zeitumkehrinvarianz* aller durch elektromagnetische Wechselwirkung zustandekommenden Erscheinungen, zu denen auch das Licht gehört, ist es notwendig und hinreichend, daß beim Ersatz der Zeit t durch ihr Negatives, $-t$, wieder etwas herauskommt, das mit den Maxwellschen Gleichungen vereinbar ist. Wir benutzen dazu die Maxwellschen Gleichungen in der Form Gln. (II, 3.10) bis (II, 3.13). Wir nehmen an, daß durch die elektrische Feldstärke \mathbf{E} , die magnetische Induktion \mathbf{B} , die Zeit t , die magnetische Feldstärke \mathbf{H} , die Stromdichte \mathbf{j} , die dielektrische Verschiebung \mathbf{D} und die Ladungsdichte ρ eine fortschreitende Welle beschrieben wird, die z. B. vom Punkt 1 nach Punkt 2 gehen soll. Wir ersetzen in den Gleichungen (II, 3.10) bis (II, 3.13) t durch $-t$. Dann bleiben Gln. (II, 3.12) und (II, 3.13) unverändert, da sie t nicht explizit enthalten. Wir machen zunächst die Annahme, daß \mathbf{D} unverändert bleibt; dann folgt aus Gl. (II, 3.11), daß \mathbf{H} und \mathbf{j} ihr Vorzeichen umdrehen müssen. Mit \mathbf{H} dreht auch \mathbf{B} wegen $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ sein Vorzeichen um, nach Gl. (II, 3.10) \mathbf{E} also nicht. Das ist wegen $\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$ im Einklang mit unserer Hypothese über \mathbf{D} . Wenn wir die Zeit „rückwärts laufen“ lassen, entspricht das natürlich einer Umkehr aller Geschwindigkeiten, insbesondere der einer Lichtwelle. Also gilt:

- *Lichtwege sind umkehrbar.*

Wir haben im Kapitel II, 4.2 etwas in die Korpuskularoptik hineingeschaut. Wir wollen deshalb hier in Parenthese fragen, ob die Umkehrbarkeit des Strahlenganges auch in der Korpuskularoptik gilt. Da, wie wir aus Abschn. I, 3.1.2 wissen, die Newtonsche Mechanik und mit ihr natürlich auch die relativistische Mechanik zeitumkehrinvariant sind, muß wegen der Zeitumkehrinvarianz der Maxwellschen Gleichungen auch die Korpuskularoptik zeitumkehrinvariant sein. Das heißt aber nicht, daß in derselben Apparatur, in der ein Teilchenstrahl von Punkt 1 zu Punkt 2 läuft, auch ein Teilchenstrahl mit denselben elektromagnetischen Feldern von Punkt 2 nach Punkt 1 gelangen kann. Wir müssen nämlich mit der Zeit t auch die Stromdichte \mathbf{j} und damit die Magnetfelder \mathbf{B} umkehren. Täten wir das nicht, wären wir im Widerspruch zu den Maxwellschen Gleichungen. Man macht sich in der Tat leicht klar, daß im *selben Magnetfeld* die Strahlrichtung nicht einfach umkehrbar ist. Abb. 1.25 illustriert das an einem Beispiel. In rein elektrischen Feldern hingegen ist die Strahlrichtung umkehrbar.

Einen weiteren Beweis für die Umkehrbarkeit des (lichtoptischen) Strahlenganges werden wir in Abschn. 1.3.2 kennenlernen.

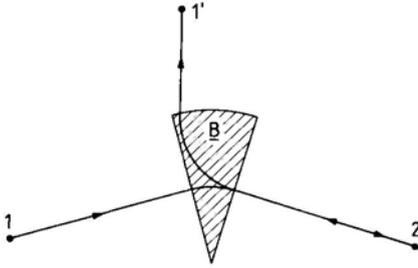


Abb. 1.25 Nichtumkehrbarkeit des Strahlenganges in der Korpuskularoptik. Geladene Teilchen gelangen vom Punkt 1 durch das Magnetfeld B (senkrecht zur Zeichenebene) nach Punkt 2, aber vom Punkt 2 nicht zurück nach Punkt 1, sondern nach Punkt 1'.

1.3 Fermatsches Prinzip

1.3.1 Formulierung und Beweis des Fermatschen Prinzips

Das *Fermatsche Prinzip*, aufgestellt (1662) von dem französischen Mathematiker P. de Fermat (1601–1665), ist eines von den Integralprinzipien, wie sie namentlich in der theoretischen Mechanik eine große Bedeutung gewonnen haben. Diese Prinzipien sind *teleologisch* (zielgerichtet, von griech. telos = Ziel und logos = Überlegung, Vernunft) und damit in *scheinbarem Widerspruch* zur *Kausalität*. Ähnlich teleologische Prinzipien sind das Hamiltonsche Prinzip, benannt nach dem irischen Mathematiker, Physiker und Astronomen (Sir) W. R. Hamilton (1805–1865), und das Maupertuissche Prinzip, benannt nach dem französischen Mathematiker und Astronomen B. L. M. de Maupertuis (1698–1759). Das Fermatsche Prinzip wird auch *Prinzip der kürzesten Laufzeit*, der *schnellsten Ankunft* oder der *kürzesten optischen Weglänge* genannt.

Wir wollen das Fermatsche Prinzip zunächst folgendermaßen formulieren:

- *In einem einfach überdeckenden Strahlenfeld wählt das Licht diejenige Bahn, für die die Laufzeit am kürzesten ist.*

Unter einem einfach überdeckenden Strahlenfeld wollen wir ein Gebiet im Raum verstehen, in dem mögliche Lichtstrahlen nach folgender Regel verlaufen: Sie kommen von einem Quellpunkt Q , mindestens ein Strahl erreicht einen „Empfängerpunkt“ E , kein Strahl läuft in sich zurück, und zwischen Q und E gibt es keinen Schnittpunkt von Strahlen (Abb. 1.26). Unter **optischer Weglänge** L wollen wir

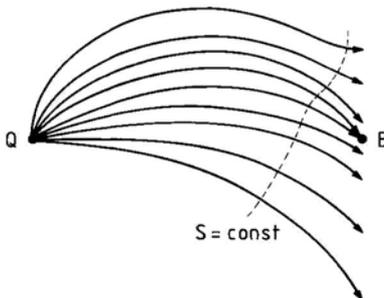


Abb. 1.26 Einfach überdeckendes Strahlenfeld. Q Quellpunkt, E Empfängerpunkt. Eingezeichnet ist eine Linie gleicher Phase (Wellenfront), gekennzeichnet durch konstantes Eikonale S (gestrichelt).

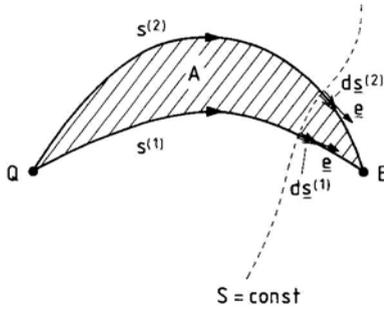


Abb. 1.27 Wirklicher Lichtweg $s^{(1)}$ von Q nach E und hypothetischer Lichtweg $s^{(2)}$ sowie Wellenfront $S = \text{const}$ (gestrichelt); e Einheitsvektor senkrecht auf S .

folgenden Ausdruck verstehen:

$$L \stackrel{\text{def}}{=} \int n \, ds. \quad (1.14)$$

Wir wissen aus Abschn. 1.1.3, daß das Eikonal S der Gleichung (1.9) genügt. Bezeichnen wir mit e einen Einheitsvektor in Richtung von $\text{grad } S$, so folgt

$$\text{grad } S = ne.$$

Wir wenden nun auf den wirklichen Lichtweg von Q nach E in Abb. 1.26 und einen zweiten, hypothetischen Lichtweg den Stokesschen Satz an, s. Abb. 1.27, und erhalten

$$\oint ne \, ds = \int_A \text{rot } ne \cdot dA = \int_A \text{rot } \text{grad } S \cdot dA = 0,$$

weil die Rotation eines Gradienten stets verschwindet. Wir zerlegen das Kreisintegral links in obiger Gleichung,

$$\int_Q^E ne \cdot ds^{(1)} - \int_Q^E ne \cdot ds^{(2)} = 0, \quad (1.15)$$

wobei sich die Indizes (1) und (2) auf die wirkliche Bahn 1 bzw. die hypothetische 2 beziehen. $S = \text{const}$ ist eine Wellenfront; wie wir aus Abschn. I, 3.3.5 wissen, steht der Gradient von S auf der Fläche $S = \text{const}$ senkrecht. Also sind e und das Element der wirklichen Bahn $ds^{(1)}$ zueinander parallel. Das heißt

$$\int_Q^E ne \cdot ds^{(1)} = \int_Q^E n \, ds^{(1)}. \quad (1.16)$$

Für die Bahn 2, von der wir ja nicht wissen, ob sie eine mögliche oder eine nicht mögliche Bahn ist, können wir diese Aussage nicht machen; statt dessen können wir nur

$$\int_Q^E ne \cdot ds^{(2)} \leq \int_Q^E n \, ds^{(2)} \quad (1.17)$$

schreiben. Wir haben also zusammen mit Gln. (1.14) und (1.15)

$$L^{(1)} - L^{(2)} = \int_Q^E n \, ds^{(1)} - \int_Q^E n \, ds^{(2)} \leq 0. \quad (1.18)$$

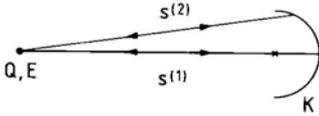


Abb. 1.28 Fermatsches Prinzip: Anwendung auf die Spiegelung am Hohlspiegel. $s^{(1)}$ wirklicher, $s^{(2)}$ hypothetischer nichtwirklicher Lichtweg. In der gezeichneten Geometrie ist $s^{(1)} > s^{(2)}$. Der wirkliche Lichtweg $s^{(1)}$ ist ein Maximum.

Es gibt somit keine optisch kürzere Weglänge, keinen kürzeren optischen Weg als den wirklichen. Mit

$$ds = v dt = \frac{c}{n} dt$$

erhalten wir auch für die wirkliche Laufzeit $T^{(1)}$ auf dem Wege 1 im Vergleich zu einer anderen, hypothetischen $T^{(2)}$ auf dem Wege 2

$$T^{(1)} = \int_{t(Q)}^{t(E)} dt^{(1)} = t^{(1)}(E) - t^{(1)}(Q) \leq t^{(2)}(E) - t^{(2)}(Q) = \int_{t(Q)}^{t(E)} dt^{(2)} = T^{(2)}.$$

Also ist auch die wirkliche Laufzeit kürzer als jede andere hypothetische.

Bei unserem Beweis des Fermatschen Prinzips haben wir ein einfach überdeckendes Strahlenfeld vorausgesetzt. Geben wir diese Voraussetzung auf, so müssen wir das Prinzip etwas anders formulieren. Wir schreiben statt Gl. (1.18)

$$\delta \int n ds = 0, \quad (1.19)$$

wobei δ die *Variation* des rechts davon stehenden Ausdrucks bedeutet; über den Begriff Variation vgl. Abschn. I, 3.3.6. Wenn die Variation der optischen Weglänge *verschwindet*, so ist die optische Weglänge selbst ein (relatives) *Extremum* (relatives Minimum oder relatives Maximum, evtl. für einen Teil der Wege ein Minimum und für den andern ein Maximum). Wir können also den Inhalt von Gl. (1.19) etwas lax folgendermaßen in Worte fassen:

- *Ein Lichtweg ist immer ein Extremum.*

Wir wollen uns nicht mit den Komplikationen befassen, die das Abgehen von der Voraussetzung eines einfach überdeckenden Strahlenfeldes für den Beweis des Fermatschen Prinzips in seiner allgemeinen Form Gl. (1.19) mit sich bringt. Statt dessen wollen wir uns fragen, ob es Fälle gibt, in denen der Lichtweg ein (relatives) Maximum ist. Das ist in der Tat der Fall. Abb. 1.28 zeigt ein Beispiel. Hierbei ist geradlinige Ausbreitung im freien Raum vorausgesetzt.

1.3.2 Einfache Anwendungen des Fermatschen Prinzips

Aus dem Fermatschen Prinzip folgt sofort die *Umkehrbarkeit des Lichtwegs*. Wenn der Weg von einem Quellpunkt Q zu einem Empfängerpunkt E dem Fermatschen Prinzip gehorcht, so tut das auch der umgekehrte Weg von E nach Q ; denn die optische Weglänge Gl. (1.14) ist unabhängig davon, in welcher Richtung eine vorgegebene Bahn durchlaufen wird.

Im folgenden wollen wir die in Abschn. 1.2.2 angegebenen Gesetzmäßigkeiten für die Lichtausbreitung in homogenen isotropen Medien ableiten. Dazu können wir die Wellenlehre unter Berücksichtigung von $v_{\text{ph}} = c/n$ [Gl. (II, 3.25)] heranziehen, wie in Abschn. I, 7.5.3 allgemein für Wellen unter Benutzung des Huyghensschen Prinzips ausgeführt wurde. Wir machen uns klar, daß wir für einfachere Fälle wie Spiegelung und Brechung an ebenen Flächen gar nicht des (ja nicht bewiesenen, sondern nur postulierten) Huyghensschen Prinzips bedürfen. Wir wollen aber, auch zur Vorbereitung auf schwierigere Fälle, nicht so vorgehen, sondern das Fermatsche Prinzip anwenden.

In *homogenen isotropen Medien* breitet sich Licht *geradlinig* aus, weil zwischen zwei Punkten Q und E die Gerade immer die kürzeste Verbindung ist; damit ist dem Fermatschen Prinzip Genüge getan. Eine „längste“ Verbindung gibt es hingegen nicht. Also breitet sich Licht *nur geradlinig* aus.

Bei der *Reflexion* an einer *spiegelnden Ebene* ist derjenige Strahlengang, bei dem Einfallswinkel und Ausfallswinkel gleich sind, der kürzeste Weg. Wir ersparen uns die einfache Rechnung; sie geht analog der im folgenden Absatz ausgeführten.

Für die *Brechung* an einer ebenen Grenzfläche zweier Medien haben wir folgende Verhältnisse (Abb. 1.29). Die Gesamtlaufzeit ist durch

$$\frac{\overline{QP}}{v_1} + \frac{\overline{PE}}{v_2} = T_1 + T_2 = T$$

gegeben. Dem Fermatschen Prinzip wird durch die Forderung $dT = 0$ Rechnung getragen, also bei uns mit x als unabhängiger Variabler durch $dT/dx = 0$. Indem wir die Laufzeiten durch Vakuumlichtgeschwindigkeit und Brechzahlen ausdrücken, erhalten wir

$$T = \frac{n_1 \sqrt{q^2 + x^2}}{c} + \frac{n_2 \sqrt{e^2 + (d-x)^2}}{c}.$$

Mit

$$\frac{x}{\sqrt{q^2 + x^2}} = \sin \alpha_1$$

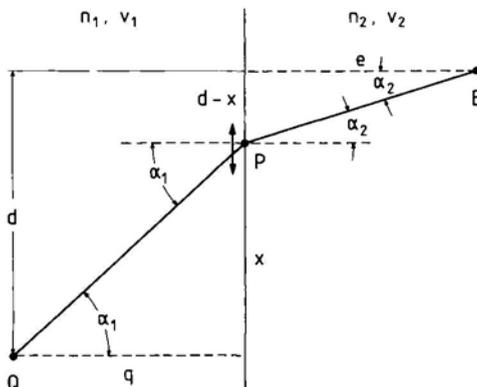


Abb. 1.29 Fermatsches Prinzip: Anwendung auf die Brechung an der Grenzfläche zweier Medien. Das Licht gelangt von Q über den auf der Grenzfläche liegenden Punkt P mit der Ortskoordinate x nach E . Links: Brechzahl n_1 , Phasengeschwindigkeit v_1 ; rechts: Brechzahl n_2 , Phasengeschwindigkeit v_2 .

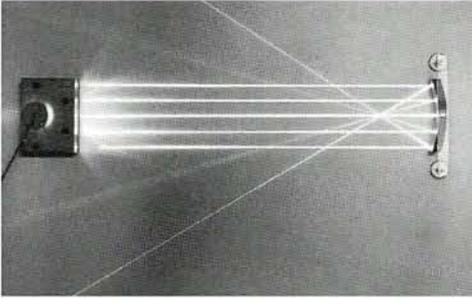


Abb. 1.30 Reflexion parallel einfallender Lichtstrahlen an einem Parabolspiegel.

und

$$\frac{d-x}{\sqrt{e^2+(d-x)^2}} = \sin \alpha_2$$

ergibt sich sofort das Snelliussche Brechungsgesetz Gl. (1.13).

Mit Hilfe des Fermatschen Prinzips wollen wir uns die Spiegelung an einer *Ellipse* oder dreidimensional an einem *Rotationsellipsoid* klarmachen. Die Ellipse ist bekanntlich der geometrische Ort aller derjenigen Punkte, die von zwei festen Punkten, den *Brennpunkten*, die gleiche Abstandssumme haben. Die optische Weglänge von einem Brennpunkt zu irgendeinem festen Punkt der Ellipse und zurück zum anderen Brennpunkt ist also eine Konstante, gleichgültig, welchen Punkt der Ellipse man wählt. Jeder Weg mit geraden Lichtstrahlen zwischen einem Brennpunkt und dem Punkt auf der Ellipse erfüllt also das Fermatsche Prinzip in der Form Gl. (1.18) oder Gl. (1.19). Also muß jeder Lichtstrahl, der von einem Brennpunkt ausgeht, zum andern Brennpunkt reflektiert werden (wenn die Ellipse auch nur etwas spiegelnd gedacht wird). Da jeder Achsenschnitt durch ein Rotationsellipsoid eine Ellipse ist, gilt dasselbe auch für das Rotationsellipsoid.

Eine *Parabel* ist bekanntlich der Grenzfall einer Ellipse, bei dem der eine Brennpunkt ins Unendliche gerückt ist. An einer Parabel wird also alles Licht, das achsenparallel aus dem Unendlichen einfällt, in den Brennpunkt reflektiert (Abb. 1.30); ebenso wird alles Licht, das aus dem Brennpunkt kommt, in eine Richtung parallel zur Achse reflektiert. Dasselbe gilt für ein *Rotationsparaboloid*. Läßt man das Licht aus dem Unendlichen einfallen, so stellt der **Parabolspiegel** das wesentliche Element eines Spiegelteleskops dar; Näheres in Abschn. 1.7.3. Setzt man in den Brennpunkt eines Parabolspiegels eine (möglichst punktförmige) Lichtquelle, so verläßt das Licht den Spiegel nahezu achsenparallel, und man hat einen *Scheinwerfer*.

1.4 Brechende und spiegelnde Kugelflächen

1.4.1 Brechung an einer Kugelfläche

Im folgenden wollen wir die Brechung des Lichts an einer einzigen Kugelfläche studieren. Das ist eine Vorstudie für die Lichtbrechung durch eine Linse, die ja von zwei brechenden Flächen begrenzt wird, einer Eintrittsfläche und einer Austrittsfläche.

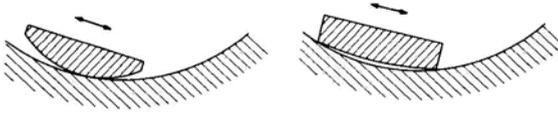


Abb. 1.31 Schleifen einer Linse in einer Schleifform (Schnitzzeichnung). Von der Linse wird offenbar in der Mitte (linkes Bild) bzw. am Rande (rechtes Bild) so lange Material abgeschliffen, bis die Linse genau der Schleifform angepaßt ist. In der Zeichnung: Herstellung einer konvexen Linsenoberfläche in einer konkaven Schleifform; nicht gezeichnet: Herstellung einer konkaven Linsenoberfläche auf einer konvexen Schleifform.

che. Wir werden bei der Behandlung der Linsen sehen, daß es Abbildungsfehler gibt, die man vermeiden könnte, wenn man als begrenzende Flächen keine Kugelflächen nähme. Trotzdem haben fast alle wirklich verwendeten Linsen Oberflächen, die Teil einer Kugelfläche sind. Das hat eine Reihe von Gründen. Einmal ist eine Kugelfläche im Kleinen eine gute Darstellung irgendeiner Rotationsfläche. Zum anderen, und das ist der weitaus wichtigere Grund, ist die Herstellung solcher Linsen einfacher. Nicht kugelflächige Linsen (*asphärische Linsen*) lassen sich unter Einsatz von Computersteuerung maschinell herstellen.

Für die meisten Linsen wird Glas verwendet. Glas läßt sich zwar in Formen pressen, ist aber als Preßglas (optisch) nicht genügend homogen; außerdem wäre es sicher schwer, genau die gewünschte Form zu erhalten. Man stellt Linsen vielmehr durch *Schleifen* her. Man erhält eine Kugelfläche, wenn man die Linse in der (Teil einer Kugelfläche bildenden) Schleifform bewegt (Abb. 1.31). Für kompliziertere Oberflächen ist das Verfahren offenbar nicht geeignet.

Zur Brechung an einer Kugelfläche wollen wir annehmen, daß links Vakuum und rechts ein Medium, z. B. Glas, ist; genauer gesagt brechen wir an einer Oberfläche, die Teil einer Kugelfläche ist, und rechts dieses Teiles der Kugelfläche soll sich das Medium mit der einheitlichen Brechzahl n befinden. Wir werden, soweit Verwechslungen möglich wären, für Größen im Vakuum ungestrichene Symbole (z. B. Q für den Quellpunkt) und für Größen im Medium gestrichene Symbole (z. B. Q' für den dem Punkt Q analogen Punkt) verwenden. Abb. 1.32 stellt die Verhältnisse dar.

Wir betrachten zwei Lichtstrahlen: Der von Q ausgehende trifft bei V senkrecht auf die Kugelfläche und verläuft über den Kugelmittelpunkt O' weiter nach rechts; der zweite wird bei einem beliebigen Punkt P , der aber nicht mit V zusammenfallen möge, gebrochen und pflanzt sich dann geradlinig im Medium fort. Den ersten

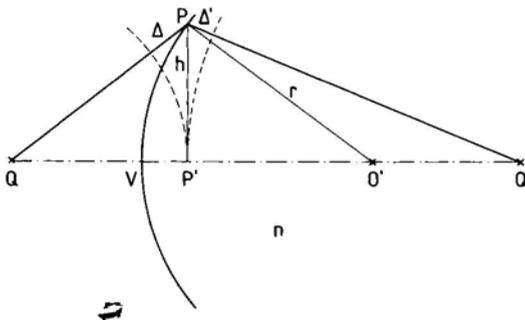


Abb. 1.32 Brechung an Kugeloberfläche; s. Text.

Strahl, der offenbar durch seine geradlinige Fortpflanzung vom Vakuum ins Medium hinein ausgezeichnet ist, nennen wir die **optische Achse** oder auch kurz *Achse*. Der zweite Strahl möge so stark gebrochen werden, daß er die optische Achse irgendwo schneidet; die Fälle, in denen das nicht so ist, werden wir später besprechen. Der Schnittpunkt sei Q' .

Wenn die gestrichelten Linien in Abb. 1.32 Kreise um Q bzw. Q' durch P' sind, gelten die folgenden Beziehungen:

$$\overline{QP} = \overline{QP'} + \Delta, \quad \overline{Q'P} = \overline{Q'P'} + \Delta, \quad \overline{QP'} = \overline{QV} + \overline{VP'}. \quad (1.20)$$

Wegen des Fermatschen Prinzips müssen für die beiden ins Auge gefaßten Strahlen die Lichtwege gleich sein, da die beiden Strahlen reell sind:

$$\overline{QP} + n\overline{QP} = \overline{QV} + n\overline{VQ'}. \quad (1.21)$$

Der Elementarmathematik (Pythagoras) entnehmen wir

$$(\overline{QP'} + \Delta)^2 = h^2 + \overline{QP'}^2, \quad (1.22)$$

wobei P' der Lotpunkt von P auf die Achse ist. Wir machen jetzt einen mathematisch einfachen, aber gedanklich sehr wichtigen Schritt: Wir betrachten die Lotlänge h als eine *kleine Größe*. Geht h gegen Null, so geht offensichtlich Δ ebenfalls gegen Null. Δ ist proportional h^2 . Aus Gl. (1.22) erhalten wir somit, wenn wir Δ^2 vernachlässigen,

$$\Delta = \frac{h^2}{2\overline{QP'}}. \quad (1.23)$$

Genauso ergibt sich

$$\Delta' = \frac{h^2}{2\overline{Q'P'}}. \quad (1.24)$$

Aus dem Höhensatz für rechtwinklige Dreiecke folgt, angewandt auf das über dem Kreisdurchmesser durch P' durch die Höhe h aufgespannte Dreieck, wenn h und damit $\overline{VP'}$ klein wird,

$$\overline{VP'} = \frac{h^2}{2r}. \quad (1.25)$$

Wir gehen mit Gln. (1.20) und (1.23) bis (1.25) in Gl. (1.21) ein:

$$\overline{QV} + \frac{h^2}{2r} + \frac{h^2}{2\overline{QP'}} + n \left(\overline{Q'P'} + \frac{h^2}{2\overline{Q'P'}} \right) = \overline{QV} + n \frac{h^2}{2r} + n\overline{Q'P'}$$

oder zusammengefaßt mit

$$\lim_{h \rightarrow 0} \overline{QP'} = a, \quad \lim_{h \rightarrow 0} \overline{Q'P'} = b$$

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{b} = \frac{n-1}{r}. \quad (1.26)$$

Wir nennen a **Gegenstandsweite** und b **Bildweite**. Wir merken uns, daß Gegenstandsweite und Bildweite als *Grenzwerte* für $h \rightarrow 0$ definiert sind.