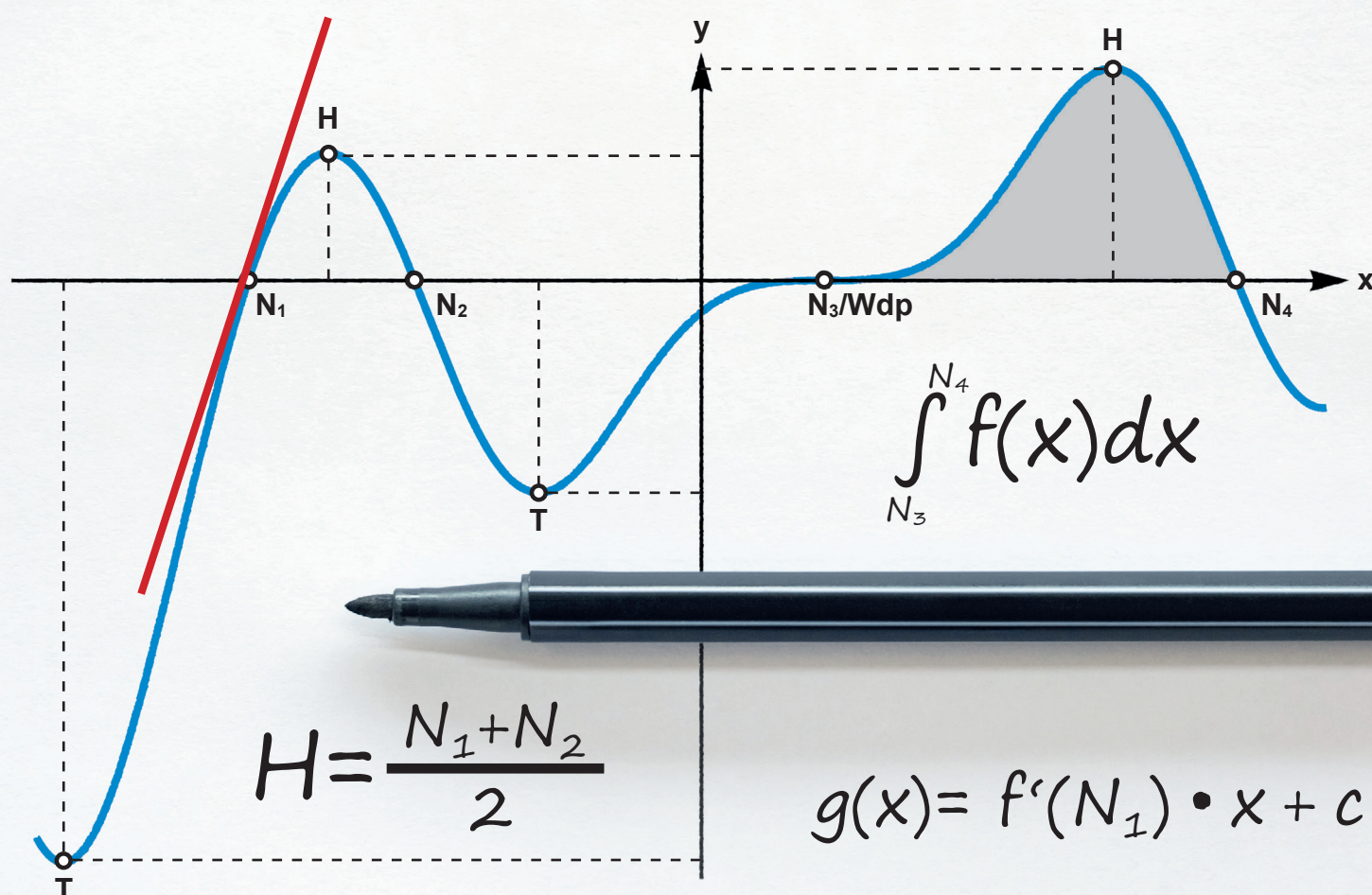


Rekonstruktions- aufgaben

Steckbriefe in der Analysis



Funktionsgleichungen
anhand bekannter
Merkmale bestimmen



Lernen mit Erfolg

KOHL VERLAG

www.kohlverlag.de

Rekonstruktionsaufgaben

Steckbriefe in der Analysis

1. Digitalauflage 2022

© Kohl-Verlag, Kerpen 2022
Alle Rechte vorbehalten.

Inhalt: Barbara Theuer
Umschlagbild: © benjaminec - AdobeStock.com
Redaktion: Kohl-Verlag
Grafik & Satz: Kohl-Verlag

Bestell-Nr. P12 748

ISBN: 978-3-98558-581-6

Bildquellen: alle AdobeStock.com:

S. 2: Africa Studio; S. 4: tigatelu; S. 6: Joaquin, Steve Young; S. 7: Steve Young, Joaquin, James Steidl; S. 8: Daniel Fuhr, ofchina, Steve Young, VectorShots; S. 9: picoStudio, Julie; S. 10: grasycho, Steve Young; S. 11: nd700, Brux, grasycho; S. 12: Bedridin Avdyli, Evgenia; S. 13: Steve Young, blueringmedia, Valerii, styleunited; S. 14: siridhata; S. 15: nyamol, Steve Young; S. 16: Poul Carlsen, am54, alekseymartynov; S. 17: grasycho, Mimomy, schlaumal; S. 18: Anja, codexserafinius, volonoff, siraanamwong; S. 19: kaipity, alka5051; S. 20: OldWoolf, nyamol; S. 21: amplion, ITnok; S. 22: Talaj; S. 23: comicmelli79, Steve Youn; S. 24: lineartestpilot, KARL70, eorgios Kollidas; S. 25: Bedridin Avdyli, alexlrm; S. 26: Roy Fenton Wylam, VectorShots; S. 27: Fiedels; S. 28: ofchina; S. 29: Steve Young, James Steidl; S. 30: Cienpies Design, TopRated; S. 31: Steve Young, Dim Tik, Daniel Berkmann; S. 32: Yael Weiss, TopRated; S. 33: pcanzo, Dim Tik, 3dkombinat, Steve Young; S. 34: Steve Young, Talaj, Roman Milert; S. 35: i-picture, icrosoft3d, jokatoons; S. 36: Rhondaplex, juliars, peterschreiber.media;

Wikipedia.de:

S. 4+5: blue_sky-2_Netopyr; S. 5: Matthias Hiekel, www.bildindex.de;

Alle Graphen: Barbara Theuer

© Kohl-Verlag, Kerpen 2022. Alle Rechte vorbehalten.

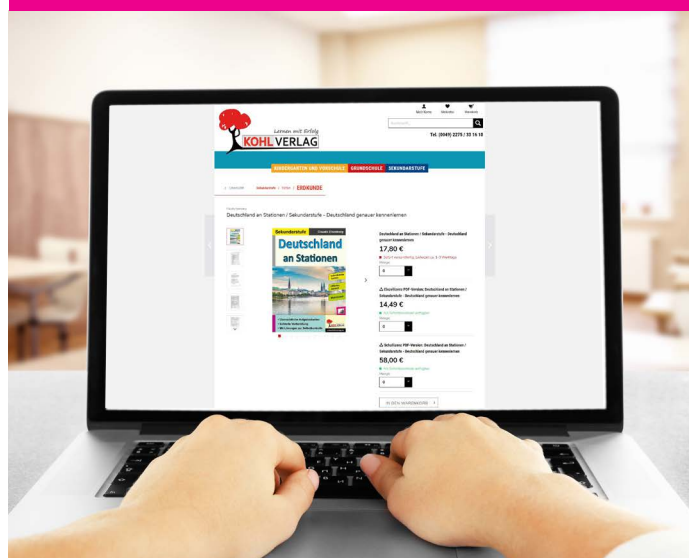
Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt und unterliegen dem deutschen Urheberrecht. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages (§ 52 a UrhG). Weder das Werk als Ganzes noch seine Teile dürfen ohne Einwilligung des Verlages an Dritte weitergeleitet, in ein Netzwerk wie Internet oder Intranet eingestellt oder öffentlich zugänglich gemacht werden. Dies gilt auch bei einer entsprechenden Nutzung in Schulen, Hochschulen, Universitäten, Seminaren und sonstigen Einrichtungen für Lehr- und Unterrichtszwecke. Der Erwerber dieses Werkes in PDF-Format ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den Gebrauch und den Einsatz zur Verwendung im eigenen Unterricht wie folgt zu nutzen:

- Die einzelnen Seiten des Werkes dürfen als Arbeitsblätter oder Folien lediglich in Klassenstärke vervielfältigt werden zur Verwendung im Einsatz des selbst gehaltenen Unterrichts.
- Einzelne Arbeitsblätter dürfen Schülern für Referate zur Verfügung gestellt und im eigenen Unterricht zu Vortragszwecken verwendet werden.
- Während des eigenen Unterrichts gemeinsam mit den Schülern mit verschiedenen Medien, z.B. am Computer, Tablet via Beamer, Whiteboard o.a. das Werk in nicht veränderter PDF-Form zu zeigen bzw. zu erarbeiten.

Jeder weitere kommerzielle Gebrauch oder die Weitergabe an Dritte, auch an andere Lehrpersonen oder pädagogische Fachkräfte mit eigenem Unterrichts- bzw. Lehrauftrag ist nicht gestattet. Jede Verwertung außerhalb des eigenen Unterrichts und der Grenzen des Urheberrechts bedarf der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages. Der Kohl-Verlag übernimmt keine Verantwortung für die Inhalte externer Links oder fremder Homepages. Jegliche Haftung für direkte oder indirekte Schäden aus Informationen dieser Quellen wird nicht übernommen.

Kohl-Verlag, Kerpen 2022

Unsere Lizenzmodelle



Der vorliegende Band ist eine PDF-Einzellizenz

Sie wollen unsere Kopiervorlagen auch digital nutzen? Kein Problem – fast das gesamte KOHL-Sortiment ist auch sofort als PDF-Download erhältlich! Wir haben verschiedene Lizenzmodelle zur Auswahl:



	Print-Version	PDF-Einzellizenz	PDF-Schullizenz	Kombipaket Print & PDF-Einzellizenz	Kombipaket Print & PDF-Schullizenz
Unbefristete Nutzung der Materialien	X	X	X	X	X
Vervielfältigung, Weitergabe und Einsatz der Materialien im eigenen Unterricht	X	X	X	X	X
Nutzung der Materialien durch alle Lehrkräfte des Kollegiums an der lizenzierten Schule			X		X
Einstellen des Materials im Intranet oder Schulserver der Institution			X		X

Die erweiterten Lizenzmodelle zu diesem Titel sind jederzeit im Online-Shop unter www.kohlverlag.de erhältlich.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Vorwort	3
1 1. Beispiele für Rekonstruktionen in der Praxis	4 - 5
2 2. Einfache Rekonstruktionsaufgaben	6 - 8
3 3. Steckbriefpuzzle	9
4 4. Rekonstruktion ganzrationaler Funktionen dritten und höheren Grades	10 - 22
4.1 Einführungsbeispiel	10 - 11
4.2 Anleitung zum Erstellen eines Steckbriefes für Rekonstruktionsaufgaben	12
4.3 Übungsaufgaben	13 - 22
5 5. Rekonstruktion ganzrationaler Funktionen mit Hilfe der Integralrechnung	23 - 29
5.1 Beispiel	23 - 24
5.2 Übungsaufgaben	25 - 29
6 6. Rekonstruktion von gebrochenrationalen Funktionen	30 - 36
6.1 Ein Beispiel	30
6.2 Übungsaufgaben	31 - 36
7 7. Lösungen	37 - 54

Vorwort

Liebe Kolleginnen, liebe Kollegen,

obwohl Rekonstruktionsaufgaben in den Lehrbüchern für Mathematik meist nur auf wenigen Seiten zu finden sind, kommt gerade solchen Aufgaben bei der Entwicklung mathematischer Fähigkeiten und Denkweisen große Bedeutung zu. Auch werden Rekonstruktionen in kleinerem Umfang oftmals in themenübergreifenden Aufgaben des schriftlichen Abiturs gefordert.

Das Rekonstruieren einer mathematischen Funktion setzt zunächst – mit der Tätigkeit eines Detektivs vergleichbar – das Aufspüren von Informationen über die Eigenschaften der Funktion voraus. Zielgerichtete und gute Betrachtung des mitunter unvollständig dargestellten Funktionsgraphen bei der Suche nach exakt erkennbaren Stellen bzw. Punkten schulen das Beobachtungsvermögen.

Mit dem Erstellen des "Steckbriefes" der Funktion – dem wesentlichen Teil der Ermittlungsarbeiten – sind die graphisch bzw. verbal gegebenen Informationen in die Sprache der Mathematik zu übersetzen. Hier kommen die Kenntnisse der Schüler über grundlegende Elemente der Analysis zum Einsatz. Die symbolischen Aussagen des Steckbriefes müssen nachfolgend in Gleichungen, welche Parameter enthalten, umgebaut werden.

Das Analysieren von Funktionseigenschaften, deren Beschreibung mit mathematischer Symbolik, Anwendung der Methoden von Differential- und Integralrechnung und das Lösen von Gleichungen bzw. Gleichungssystemen sind notwendige Techniken auf dem spannenden Weg bei den Ermittlungen zur Rekonstruktion der Funktion.

In diesem Sinne wurden die Aufgaben im vorliegenden Heft aus unterschiedlichen Bereichen vom einfachen bis zum anspruchsvolleren Schwierigkeitsgrad ausgewählt mit dem Anliegen, eine Ergänzung zum Lehrbuch zu geben und die Schüler zum zielstrebigem Rekonstruieren von Funktionsgleichungen zu motivieren. Viel Spaß bei den Ermittlungsarbeiten wünschen das Team des Kohl-Verlags und

Barbara Theuer

Blatt 1

Was versteht man allgemein unter Rekonstruktion?

Rekonstruktion ist der Vorgang des neuerlichen Erstellens oder Nachvollziehens von etwas mehr oder weniger nicht mehr Existierendem oder Unbekanntem, beispielsweise eines verloren gegangenen Werkes der Musik, Literatur oder Kunst, eines zerstörten Gebäudes, eines Tathergangs oder eines Datenbestandes. Die *Rekonstruktion* ist nicht nur der Vorgang, sondern auch sein Ergebnis.

Beim Rekonstruieren ist es unabdingbar, sich an erhaltenen Fragmenten, Quellen oder auch nur Indizien zu orientieren.

(Textquelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Rekonstruktion>)

Große praktische Bedeutung und Anwendung findet die Rekonstruktion in der Architektur. Hier geht es darum – beispielsweise durch Kriege, Naturkatastrophen, Verwitterung – zerstörte Gebäude nach ursprünglichem Aussehen wieder herzustellen. Insbesondere werden zerstörte kunsthistorisch bedeutsame Gebäude rekonstruiert.

Die originalgetreue Rekonstruktion eines Bauwerkes setzt eine tiefgreifende intensive **Quellenforschung** voraus, um „Zeugen“ des Originals bereitzustellen, was mit zunehmendem Alter historischer Bauwerke oft sehr schwierig ist, da die Originalbauwerke oft nur unvollständig dokumentiert wurden.

Ein schönes Beispiel für eine gelungene Rekonstruktion ist der Wiederaufbau der in den Jahren von 1726 bis 1743 in Dresden errichteten und am Ende des zweiten Weltkrieges im Februar 1945 vollständig zerstörten Frauenkirche, welche als sakrales barockes Bauwerk weltweit bekannt ist. Die Arbeiten zum Wiederaufbau begannen 1994 und fanden mit finanzieller Hilfe aus aller Welt 2005 einen erfolgreichen Abschluss.

(Siehe auch Abbildungen auf Blatt 2.)

Auch in der Mathematik findet man die Rekonstruktion von Funktionen. Hier geht es darum, mit gegebenen Informationen über Eigenschaften einer Funktion die komplette Funktionsvorschrift zu erlangen.



Aufgabe 1: *Gib weitere Beispiele für Rekonstruktionen an.*



Aufgabe 2: *Welche Informationen benötigt man beispielsweise zur Quellenforschung bei der Rekonstruktion eines Sauriers?*



Blatt 2

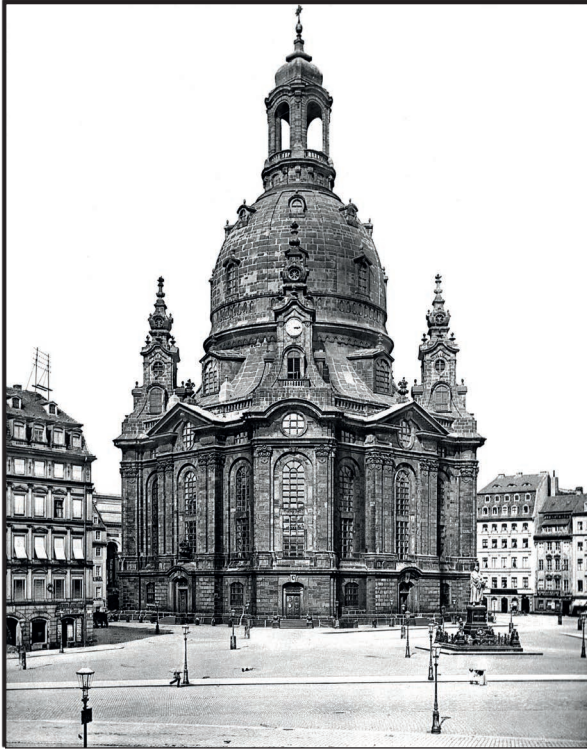


Bild 1: Die Dresdner Frauenkirche um 1897



Bild 2: Trümmer der Dresdner Frauenkirche von 1985

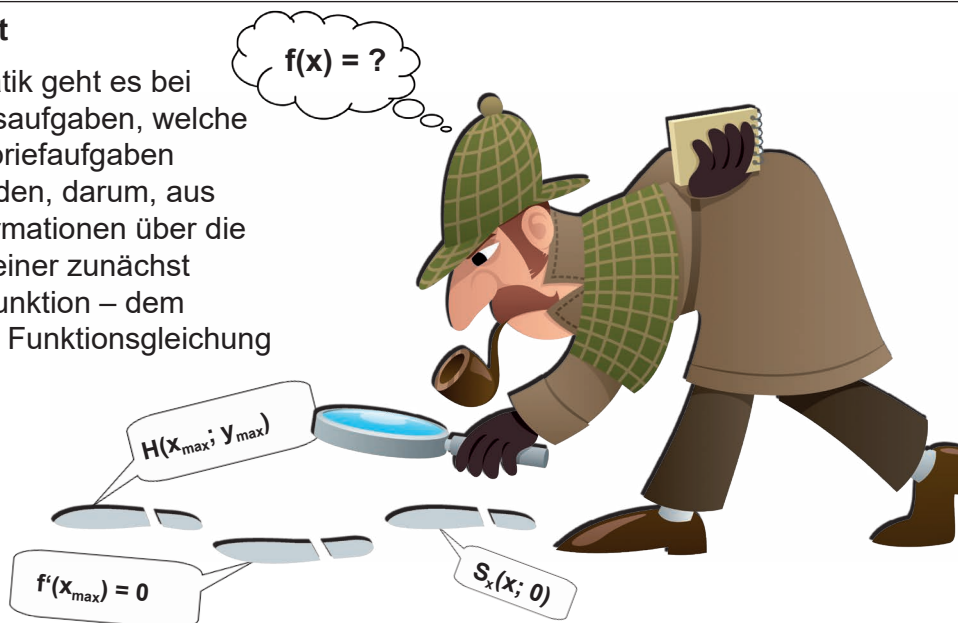


Bild 3: Die Dresdner Frauenkirche um 2010

Blatt 1

Worum es geht

In der Mathematik geht es bei Rekonstruktionsaufgaben, welche auch als Steckbriefaufgaben bezeichnet werden, darum, aus bekannten Informationen über die Eigenschaften einer zunächst unbekannten Funktion – dem Steckbrief – die Funktionsgleichung zu ermitteln.

**Beispiel:**

Der Punkt $S(0; 3)$ ist Scheitelpunkt einer quadratischen Funktion der Form $f(x) = ax^2 + c$. Weiterhin ist bekannt, dass die Funktion die Nullstellen $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}$ besitzt. Ermittle die Funktionsgleichung.

Lösung:

Die Lösung ist mit dem Wissen über quadratische Funktionen aus der Sekundarstufe I ohne Anwendung der Differentialrechnung möglich.

- Aus den Koordinaten des Scheitelpunktes folgt die Gleichung $f(0) = a \cdot 0^2 + c = 3$ und somit $c = 3$.
- Die Kenntnis der Nullstellen führt zu den Gleichungen $a \cdot (\pm\sqrt{2})^2 + 3 = 0$, welche beide die Lösung $a = -\frac{3}{2}$ haben.

Die gesuchte Funktion ist folglich $f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 3$.



Aufgabe 1: Löse „zur Erwärmung“ die folgenden einfachen Rekonstruktionsaufgaben ohne Hilfsmittel.

Die lineare Funktion $f(x) = mx + n$ hat die Achsenschnittpunkte $S_x(-3; 0)$ und $S_y(0; 2)$. Berechne die Werte für m und n . Gib die Funktionsgleichung an.

