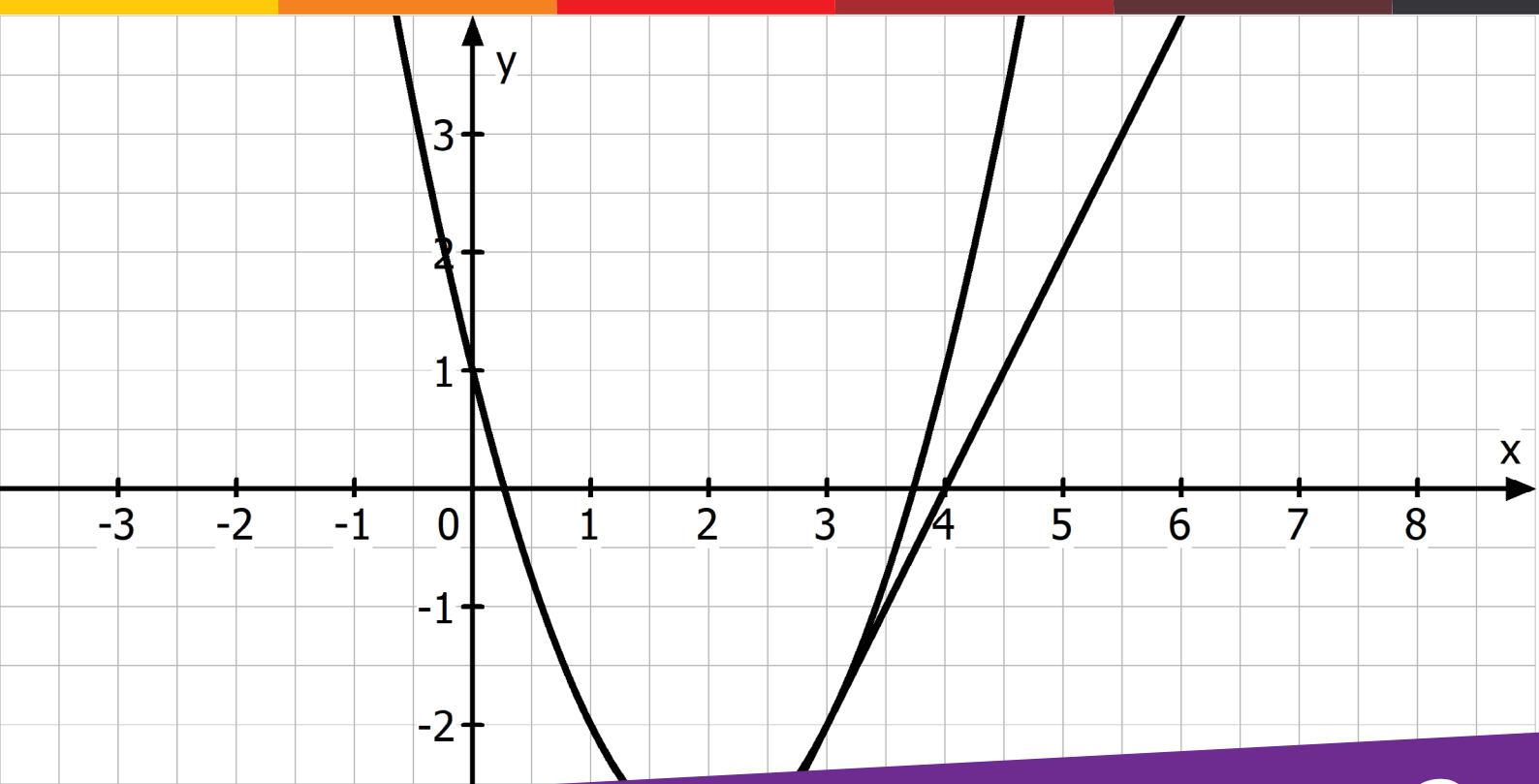


Geraden & Parabeln



Was mache ich, wenn ... ?

**Gezielte Vorbereitung
auf Arbeiten & Prüfungen**



Lernen mit Erfolg

KOHL VERLAG

www.kohlverlag.de

Geraden & Parabeln

Was mache ich, wenn ...?

2. Digitalauflage 2021

© Kohl-Verlag, Kerpen 2018
Alle Rechte vorbehalten.

Inhalt: Stefan Lamm
Umschlagbild: © Stefan Lamm
Cliparts: © clipart.com
Grafik & Satz: Kohl-Verlag

Sämtliche Grafiken wurde mit "MatheGraphix 11.0" erstellt.

Bildquellen:

Seite 8, 12, 42 und 83: © synGGG - AdobeStock.com;
Seite 72: © blede11.photo - AdobeStock.com

Bestell-Nr. P12 220

ISBN: 978-3-96040-918-2

© Kohl-Verlag, Kerpen 2021. Alle Rechte vorbehalten.

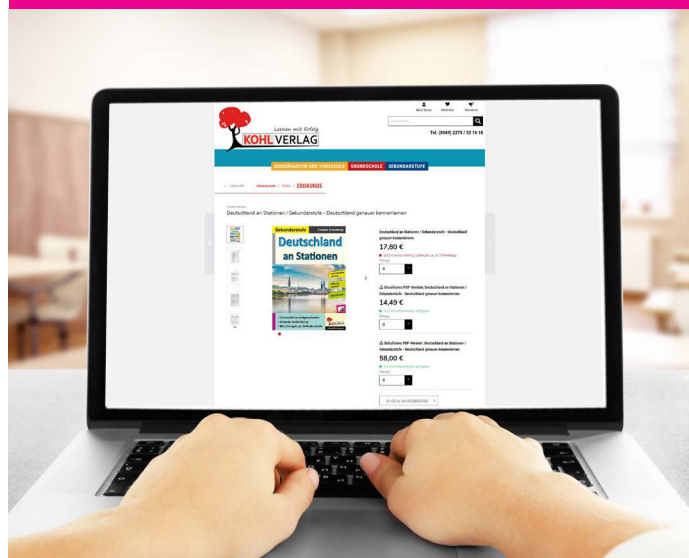
Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt und unterliegen dem deutschen Urheberrecht. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages (§ 52 a UrhG). Weder das Werk als Ganzes noch seine Teile dürfen ohne Einwilligung des Verlages an Dritte weitergeleitet, in ein Netzwerk wie Internet oder Intranet eingestellt oder öffentlich zugänglich gemacht werden. Dies gilt auch bei einer entsprechenden Nutzung in Schulen, Hochschulen, Universitäten, Seminaren und sonstigen Einrichtungen für Lehr- und Unterrichtszwecke. Der Erwerber dieses Werkes in PDF-Format ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den Gebrauch und den Einsatz zur Verwendung im eigenen Unterricht wie folgt zu nutzen:

- Die einzelnen Seiten des Werkes dürfen als Arbeitsblätter oder Folien lediglich in Klassenstärke vervielfältigt werden zur Verwendung im Einsatz des selbst gehaltenen Unterrichts.
- Einzelne Arbeitsblätter dürfen Schülern für Referate zur Verfügung gestellt und im eigenen Unterricht zu Vortragszwecken verwendet werden.
- Während des eigenen Unterrichts gemeinsam mit den Schülern mit verschiedenen Medien, z.B. am Computer, Tablet via Beamer, Whiteboard o.a. das Werk in nicht veränderter PDF-Form zu zeigen bzw. zu erarbeiten.

Jeder weitere kommerzielle Gebrauch oder die Weitergabe an Dritte, auch an andere Lehrpersonen oder pädagogische Fachkräfte mit eigenem Unterrichts- bzw. Lehrauftrag ist nicht gestattet. Jede Verwertung außerhalb des eigenen Unterrichts und der Grenzen des Urheberrechts bedarf der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages. Der Kohl-Verlag übernimmt keine Verantwortung für die Inhalte externer Links oder fremder Homepages. Jegliche Haftung für direkte oder indirekte Schäden aus Informationen dieser Quellen wird nicht übernommen.

Kohl-Verlag, Kerpen 2021

Unsere Lizenzmodelle



Der vorliegende Band ist eine PDF-Einzellizenz

Sie wollen unsere Kopiervorlagen auch digital nutzen? Kein Problem – fast das gesamte KOHL-Sortiment ist auch sofort als PDF-Download erhältlich! Wir haben verschiedene Lizenzmodelle zur Auswahl:



	Print-Version	PDF-Einzellizenz	PDF-Schullizenz	Kombipaket Print & PDF-Einzellizenz	Kombipaket Print & PDF-Schullizenz
Unbefristete Nutzung der Materialien	X	X	X	X	X
Vervielfältigung, Weitergabe und Einsatz der Materialien im eigenen Unterricht	X	X	X	X	X
Nutzung der Materialien durch alle Lehrkräfte des Kollegiums an der lizenzierten Schule			X		X
Einstellen des Materials im Intranet oder Schulserver der Institution			X		X

Die erweiterten Lizenzmodelle zu diesem Titel sind jederzeit im Online-Shop unter www.kohlverlag.de erhältlich.

Inhalt

	<u>Seite</u>
Vorwort	5
Spickzettel	6 - 7
MindMap „Geraden“	8
MindMap „Parabeln“	42

Teil 1: Lineare Funktionen

Klasse 8-13

Was mache ich, wenn...

1. ... ich eine Wertetabelle erstellen möchte? 9
2. ... ich eine Gerade ohne Wertetabelle in ein KOS* zeichnen möchte? 12
3. ... ich die Gleichung einer Geraden aus einem Schaubild ablesen soll? 15
4. ... ich die Funktionsgleichung einer Geraden aus einem bekannten Punkt A(x/y) und der Steigung m bestimmen möchte? 18
5. ... ich die Funktionsgleichung einer Geraden aus einem bekannten Punkt A(x/y) und dem y-Achsenabschnitt b bestimmen möchte? 20
6. ... ich mit Hilfe der Punktprobe... 22
 - a) die fehlende Koordinate eines Geradenpunktes berechnen möchte?
 - b) überprüfen soll, ob ein Punkt tatsächlich „auf der Geraden“ liegt?
7. ... ich die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen berechnen möchte? 24
8. ... ich die Funktionsgleichung einer Geraden bestimmen möchte, von der ich lediglich zwei Punkte A(x/y) und B(x/y) kenne? 26

Möglichkeit 1: LGS**

Möglichkeit 2: Punkt-Steigungs-Form
9. ... ich den Schnittpunkt zweier Geraden bestimmen möchte? 30
10. ... ich eine parallele Gerade bestimmen möchte, die durch einen angegebenen Punkt verläuft? 32
11. ... ich eine Orthogonal auf eine gegebene Gerade bestimmen möchte, die durch einen angegebenen Punkt verläuft. 34

Teil 2: Tangente und Normale

SEK II

Was mache ich, wenn...

1. ... ich eine Tangente an einer Polynomfunktion anlegen soll? 36
2. ... ich eine Normale an einer Polynomfunktion anlegen soll? 39

* KOS = Koordinatensystem / ** LGS = Lineares Gleichungssystem

Inhalt

Seite

Teil 3: Quadratische Funktionen

Klasse 8-13

Was mache ich, wenn...

1. ... ich eine Wertetabelle erstellen möchte?	43
2. ... ich mit Hilfe der Punktprobe...	46
a) ...die fehlende Koordinate eines Parabelpunktes berechnen möchte?	
b) ...überprüfen soll, ob ein Punkt tatsächlich „auf der Parabel“ liegt?	
3. ... ich mit Hilfe eines Punktes einen fehlenden Koeffizienten ausrechnen soll?	48
4. ... ich die Funktionsgleichung einer Parabel bestimmen möchte, von der ich lediglich zwei Punkte A(x/y) und B(x/y) kenne?	51
5. ... ich die Funktionsgleichung einer Parabel bestimmen möchte, von der ich drei Punkte A(x/y), B(x/y) und C(x/y) kenne?	54
6. ... ich den Koeffizienten a einer allgemeinen Parabel mit Hilfe eines Schaubildes berechnen möchte?	57
7a. ... ich die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen berechnen möchte?	60
7b. ... ich den zweiten Schnittpunkt mit der x-Achsen per Argumentation bestimmen möchte?	65
8. ... ich den Scheitelpunkt bestimmen möchte?	67
9. ... ich eine Parabel einzeichnen möchte?	72
10a. ... ich die Funktionsgleichung aus dem Schaubild ablesen will?	75
10b. ... ich den Koeffizienten a aus dem Schaubild einer allgemeinen Parabel ablesen will?	80
11. ... ich eine Parabel im KOS* rechnerisch verschieben möchte?	83
12. ... ich eine Parabel im KOS* spiegeln möchte?	86
13a. ... ich den/die Schnittpunkt(e) einer Parabel mit einer Geraden berechnen möchte?	89
13b. ... ich den/die Schnittpunkt(e) einer Parabel mit einer weiteren Parabel berechnen möchte?	94

Hinweis: Sämtliche Graphen in diesem Band wurden mit dem Programm „MatheGraphix 11.0“ von Roland Hammes erstellt.

Vorwort

„Schreiben Sie doch mal ein Übungsbuch über Geraden und Parabeln, aber bitte so, dass auch wir es verstehen!“

(Lara, 10. Klasse, Abschluss 2017 Realschule)

Seit einigen Jahren bereite ich jährlich lernschwache Schüler auf die Mathematik-Prüfung der Realschule in Baden-Württemberg vor. Viele dieser Schüler wollen nach ihrem Abschluss eine weiterführende Schule besuchen und gerade dort ist das Verständnis der Kurvendiskussion von entscheidender Wichtigkeit. Machen die Kurven in SEK I nur einen kleinen Teil der Prüfung aus (in BaWü), so ist das bei weiterführenden Schulen ein deutlich höherer Anteil. Und lineare bzw. quadratische Funktionen sind die Basis der Analysis und für das Verständnis höhergradiger Funktionen, e-Funktionen oder trigonometrischer Funktionen von entscheidender Bedeutung.

Selbst meine lernschwächsten Schüler kamen nach einiger Übung stets zu der Erkenntnis, dass die einzelnen Techniken der Analysis nicht so schwer sind. Das Problem liegt eher darin, immer den richtigen Weg zu finden.

Aus den Erfahrungen der vielen Übungsstunden heraus ist dieses Material entstanden. Es richtet sich ganz bewusst nicht an Schüler, die Geraden und Parabeln frisch erkunden müssen, sondern soll der gezielten Vorbereitung auf Klassenarbeiten und Abschlussprüfungen dienen. Grundlagen werden hier vorausgesetzt. Das Konzept dieses Werkes beruht auf der Idee, dem Schüler eine schnelle Antwort auf die ständig wiederkehrende Frage ...

„Was mache ich, wenn...?“

zu bieten. Das Buch greift die gängigsten Fragestellungen aus Prüfungen auf und bietet schnelle, unkomplizierte Lösungswege. Jeder Sachverhalt wird mit einem Beispiel erläutert und kann dann in Eigenregie an beigefügten Aufgaben gleichen Typs geübt werden. Zur schnellen Selbstkontrolle sind die Lösungen stets hinter den Aufgaben gesetzt, grau unterlegt und kleinschrittig erläutert.

Die „Spickzettel“ bieten eine tabellarische Übersicht zu den gängigsten Aufgabenstellungen. Es bietet sich an, die Spickzettel bei der Bearbeitung der einzelnen Seiten stets griffbereit zu haben. So prägen sich die Arbeitsabläufe automatisch ein.

Teil 1 beschäftigt sich mit linearen Funktionen und kann ab Klasse 8 eingesetzt werden. Teil 2 vervollständigt die linearen Funktionen um Aufgabenstellungen der Oberstufe. Teil 3 widmet sich den quadratischen Funktionen.

Ich möchte die Schüler ermutigen, sich dem Thema der Kurvendiskussion unvoreingenommen anzunehmen und wünsche großen (Lern-)Erfolg bei der Bearbeitung dieses Buches.

Stefan Lamm

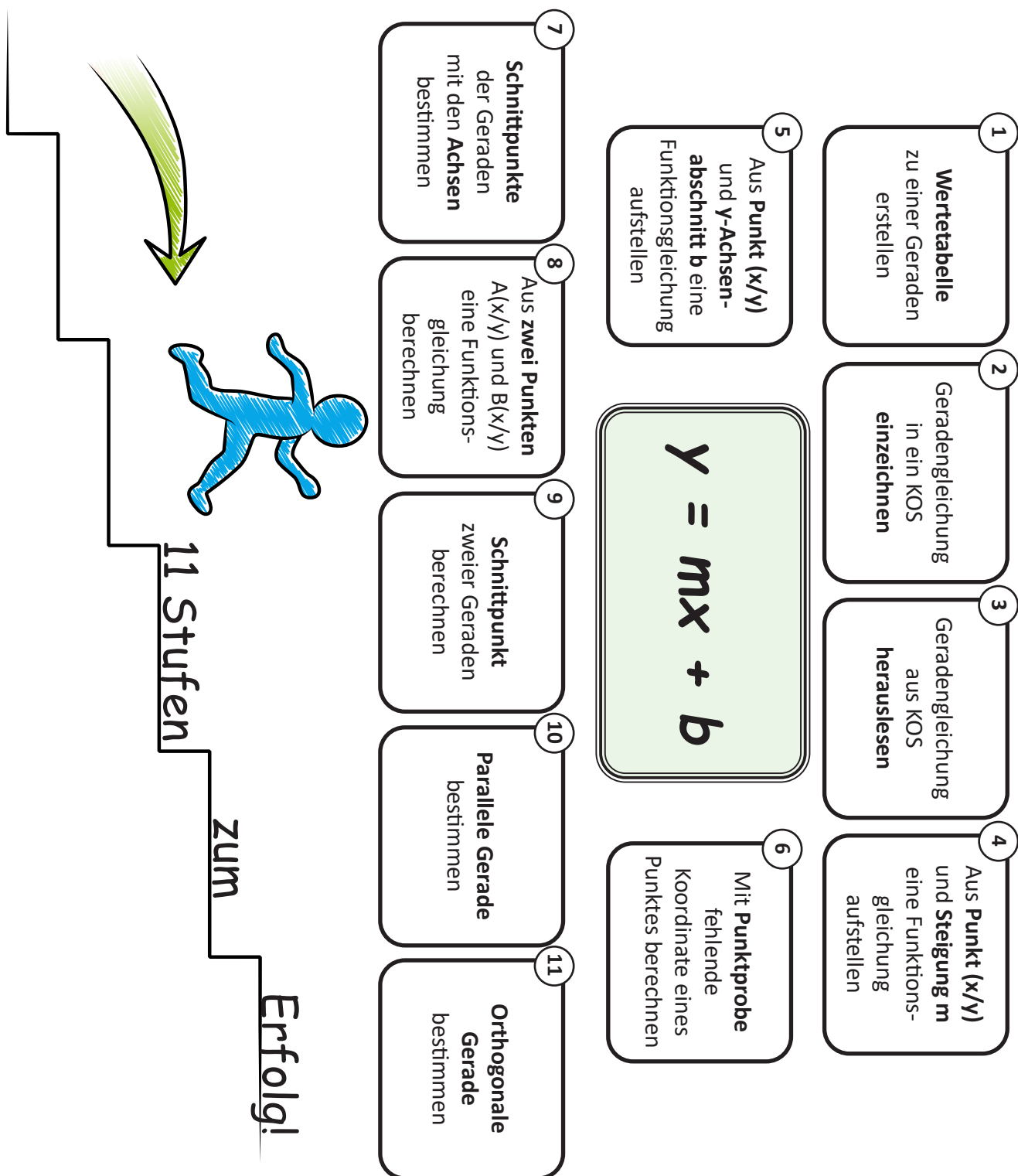
Spickzettel

Aufgaben „Gerade“	"REZEPT"
Gerade aus KOS ablesen	y-Achsenabschnitt b ablesen. Von dort Steigungsdreieck finden und Steigung m ablesen mit $m = \frac{y}{x}$. Funktionsgleichung angeben.
Gerade in KOS einzeichnen	y-Achsenabschnitt b markieren. Von dort Steigungsdreieck anlegen und zweiten Punkt markieren. Die beiden so identifizierten Punkte mit Geodreieck weitläufig verbinden.
geg.: Punkt A(x/y) und m	Punkt A(x/y) und m in $y = mx + b$ einsetzen und b ausrechnen. Gleichung angeben!
geg.: Punkt A(x/y) und b	Punkt A(x/y) und b in $y = mx + b$ einsetzen und m ausrechnen. Gleichung angeben!
geg.: 2 Punkte A(x/y) und B(x/y) (2 Möglichkeiten)	a) mit Punktsteigungsform $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ die Steigung m berechnen. Danach m und entweder A oder B in $y = mx + b$ einsetzen und b ausrechnen. Gleichung angeben! b) mit beiden Punkten ein LGS aufstellen. Gleichung angeben!
Liegt A(x/y) auf der Geraden?	Punkt A(x/y) in $y = mx + b$ einsetzen und y mit y vergleichen. Ja oder Nein? Punktprobe.
Schnittpunkt mit der y-Achse	Für x = 0 in die Gleichung setzen. Somit ist S_y immer $S_y(0/b)$.
Schnittpunkt mit der x-Achse (NULLSTELLE)	Für y = 0 setzen. $0 = mx + b$. Nach x auflösen und angeben als $N(x/0)$.
Schnittpunkt zweier Geraden	Gleichsetzen (LGS). Nicht vergessen: nicht nur x sondern auch y berechnen. Angeben des Schnittpunktes Sp(x/y) .
Steigungswinkel mit x-Achse	Winkel bestimmen durch $m = \tan$ Steigung einsetzen und Umkehrfunktion $\tan^{-1}$
Parallele Funktion	Zwei Geraden sind dann parallel, wenn sie die gleiche Steigung m haben: $y = 2x + 3$ $y = 2x - 5$
Orthogonale Funktion	Eine Gerade g ist dann orthogonal, wenn sie im rechten Winkel auf einer anderen Gerade h steht. Dann hat ihre Steigung den negativen Kehrwert : $m_h = -\frac{1}{m_g}$ $h: y = 3x$ $g: y = -\frac{1}{3}$.

Spickzettel

Aufgaben „Parabel“	"REZEPT"
Normalparabel $y = x^2 + px + q$ einzeichnen	Scheitelpunkt bestimmen, in KOS einzeichnen. Achtung: Nach oben (+) oder unten (-) geöffnet beachten. Schablone benutzen.
Funktionsterm einer Normalparabel aus KOS ablesen (3 Möglichkeiten je nach Graphik)	a) Ich sehe die Nullstellen $\Rightarrow$ in Produktform einsetzen: $y = (x - x_1)(x - x_2)$ b) Ich sehe den Scheitelpunkt $\Rightarrow$ in Scheitelform einsetzen: $S(d/c)$ in $y = (x - d)^2 + c$ c) Ich sehe nur zwei beliebige Punkte $\Rightarrow$ mit den Punkten ein Gleichungssystem aufstellen
Allgemeine Parabel $y = ax^2 + bx + c$ einzeichnen	Wertetabelle anlegen, dabei sinnvolle Werte für x festlegen. Jedes Wertepaar ist ein Punkt im KOS. Frei Hand verbinden. Achtung: Manchmal gibt die Aufgabe das Intervall vor!
Allgemeine Parabel: Gleichung aus KOS ablesen	a) Ich sehe die Nullstellen $\Rightarrow$ in Produktform einsetzen: $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ b) Ich sehe den Scheitelpunkt $\Rightarrow$ in Scheitelform einsetzen: $S(d/c)$ in $y = a(x - d)^2 + c$ Achtung: Zur Bestimmung von a einen weiteren beliebigen Punkt auf der Funktion finden und einsetzen. Nach a auflösen. Oder a im Schaubild bestimmen durch $a = \frac{1}{x^2}$ mit einer Art Steigungsdreieck vom Scheitel aus.
Scheitelpunkt bestimmen durch Rechnung	Normalform mittels quadratischer Ergänzung in Scheitelform bringen. Scheitelpunkt ablesen. Achtung: Vorzeichen drehen bei d! $S(d/c)$ in $y = (x - d)^2 + c$
Scheitelpunkt bestimmen durch Logik bzw. Argumentation	Aufgrund der Symmetrie muss die x-Koordinate des Scheitelpunkts in der Mitte zwischen den Nullstellen liegen. x bestimmen und in Gleichung einsetzen für y.
Liegt A(x/y) auf der Parabel?	Punkt A(x/y) in Funktionsgleichung einsetzen und y mit y vergleichen. Ja oder Nein? Punktprobe
geg.: Punkt A(x/y) und p	Punkt A(x/y) und p in $y = x^2 + px + q$ einsetzen und nach q auflösen. Gleichung angeben!
geg.: Punkt A(x/y) und q	Punkt A(x/y) und q in $y = x^2 + px + q$ einsetzen und nach p auflösen. Gleichung angeben!
geg.: 2 Punkte A(x/y) und B(x/y)	Mit beiden Punkten ein Gleichungssystem aufstellen und p und q bestimmen.
Schnittpunkt mit der y-Achse	Für x = 0 in die Gleichung setzen. Somit ist S_y immer $S_y(0/q)$.
Schnittpunkt(e) mit der x-Achse (NULLSTELLE)	Für y = 0 setzen. $0 = x^2 + px + q$. pq-Formel und angeben als $N_1(x_1/0)$ und $N_2(x_2/0)$.
Verschieben einer Parabel	Scheitelpunkt bestimmen. Scheitel verschieben. Neuer Scheitelpunkt in Scheitelform einsetzen und in Normalform bringen.
Schnittpunkt zweier Parabeln	Gleichsetzen. Nicht vergessen: nicht nur x sondern auch y berechnen. Angeben der/s Schnittpunkte/s $SP_1(x/y)$ und/oder $SP_2(x/y)$
Schnittpunkt Parabeln mit Geraden	Gleichsetzen. Nicht vergessen: nicht nur x sondern auch y berechnen. Angeben der/s Schnittpunkte/s $SP_1(x/y)$ und/oder $SP_2(x/y)$.

MindMap zu typischen Geradenaufgaben



1. ... ich eine Wertetabelle erstellen möchte?

Eine Wertetabelle kann dir das Einzeichnen einer Funktion erleichtern. In der Tabelle werden x-Werte und die dazugehörigen Funktionswerte (y-Werte) dargestellt. Jedes Wertepaar kann als Punkt in einem Koordinatensystem eingezeichnet werden. Am Ende werden die Punkte miteinander verbunden.

Achtung: In manchen Aufgaben ist der Bereich angegeben, in dem du die Wertetabelle berechnen sollst. Dann steht in der Aufgabe z. B. der Zusatz: $\{x \in \mathbb{R}: -3 < x < +4\}$. In diesem Fall ist es vorgegeben, dass die Wertetabelle für die x-Werte von (-3) bis (+4) erstellt werden muss.

Wenn keine Einschränkung gegeben ist, kann die Einteilung der x-Werte sinnvoll selbst festgelegt werden. Es empfiehlt sich, die Tabelle von (-3) bis (+3) aufzubauen.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y / f(x)							

Zum Ausfüllen der Wertetabelle muss nun nur noch jeder einzelne x-Wert der Tabelle nacheinander in die Funktionsgleichung an der Stelle des x eingesetzt werden. Das Ergebnis wird in der Tabelle eingetragen.

Beispiel: $f(x) = 2 \cdot x + 1$

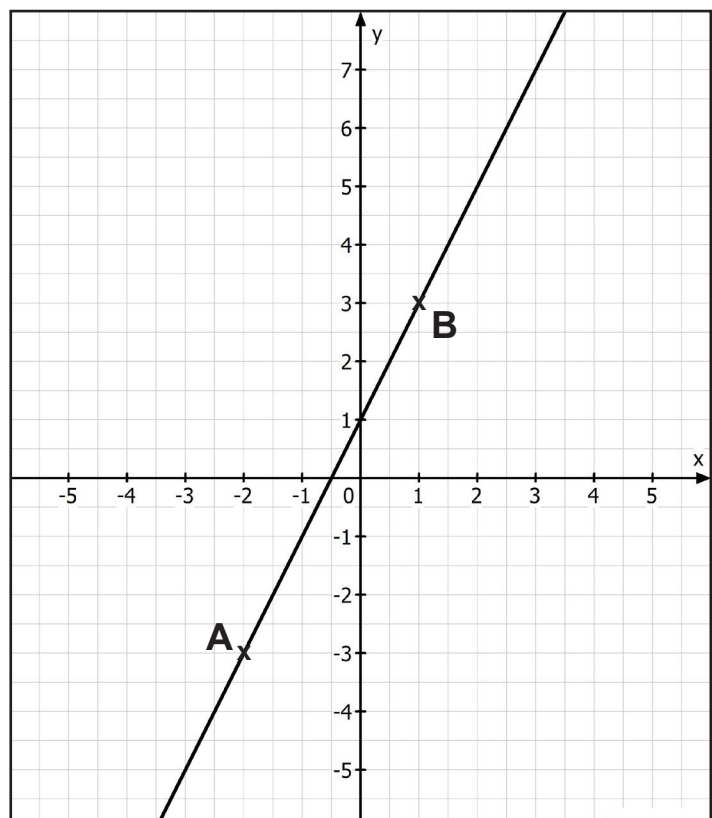
Lösung: $f(-3) = 2 \cdot (-3) + 1$
 $f(-3) = -5$

$f(-2) = 2 \cdot (-2) + 1$
 $f(-2) = -3$

$f(-1) = 2 \cdot (-1) + 1$
 $f(-1) = -1$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y / f(x)	-5	-3	-1	+1	+3	+5	+7

Nun müssen die Punkte nur noch in das KOS übertragen und schließlich miteinander verbunden werden.



1. ... ich eine Wertetabelle erstellen möchte?

Aufgabe: *Erstelle zu den gegebenen Funktionsgleichungen die Wertetabelle und zeichne die Gerade dann in das KOS. Es gilt: $\{x \in \mathbb{R}: -3 < x < +3\}$.*

a) $f(x) = 3x - 2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y / f(x)							

b) $g(x) = -2x + 4$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y / f(x)							

c) $h(x) = 1,5x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y / f(x)							

