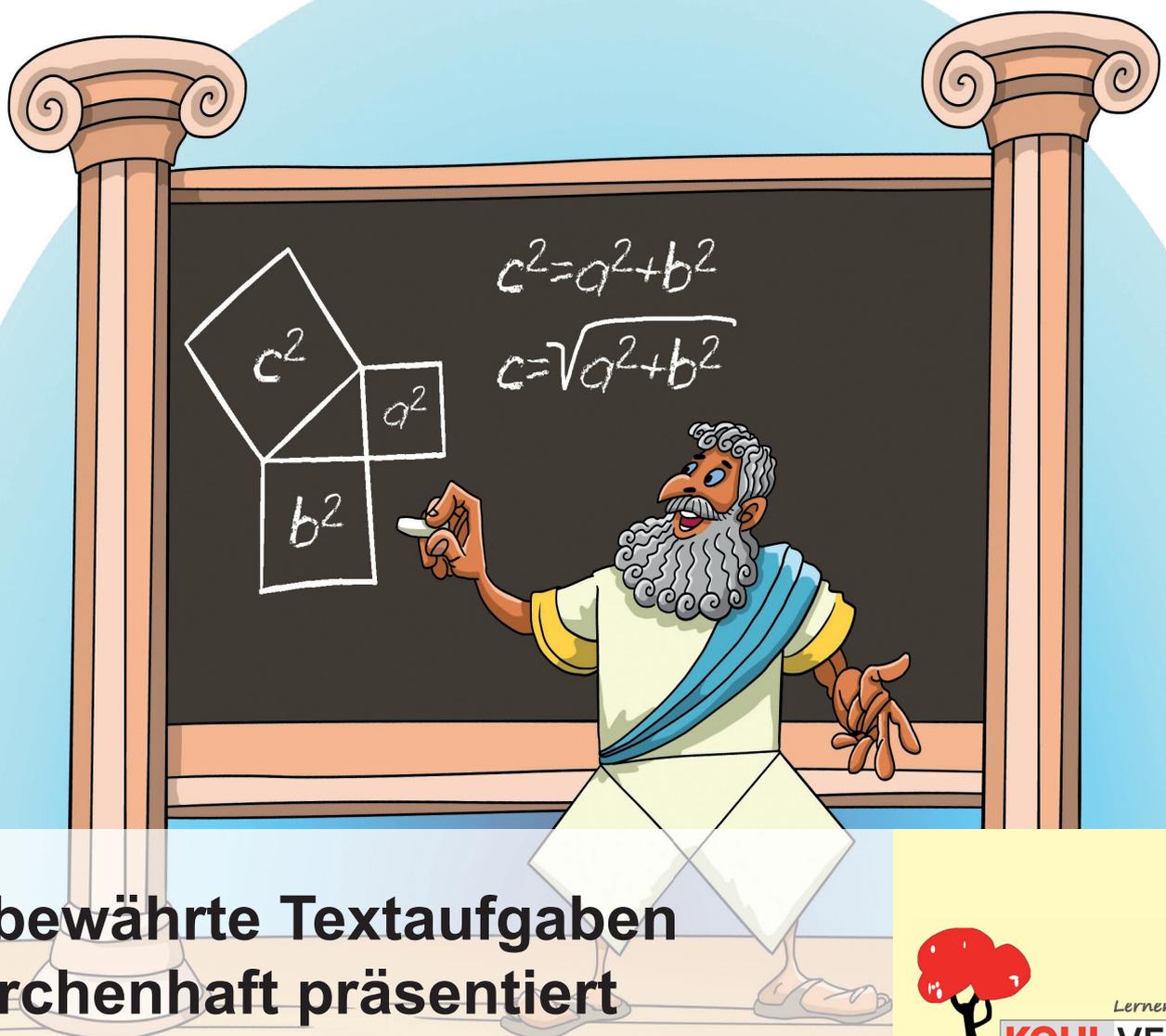


# Mathematik

... in Märchen, Geschichten  
und wahren Begebenheiten



Altbewährte Textaufgaben  
märchenhaft präsentiert

Optimal für Vertretungsstunden



Lernen mit Erfolg

**KOHL** VERLAG

# Mathematik

## ... in Märchen, Geschichten und wahren Begebenheiten

3. Digitalauflage 2020

© Kohl-Verlag, Kerpen 2019  
Alle Rechte vorbehalten.

Inhalt: Barbara Theuer  
Umschlagbild: © askib - AdobeStock.com  
Redaktion: Kohl-Verlag  
Grafik & Satz: Kohl-Verlag

**Bestell-Nr. P12 234**

**ISBN: 978-3-96040-975-5**

© Kohl-Verlag, Kerpen 2020. Alle Rechte vorbehalten.

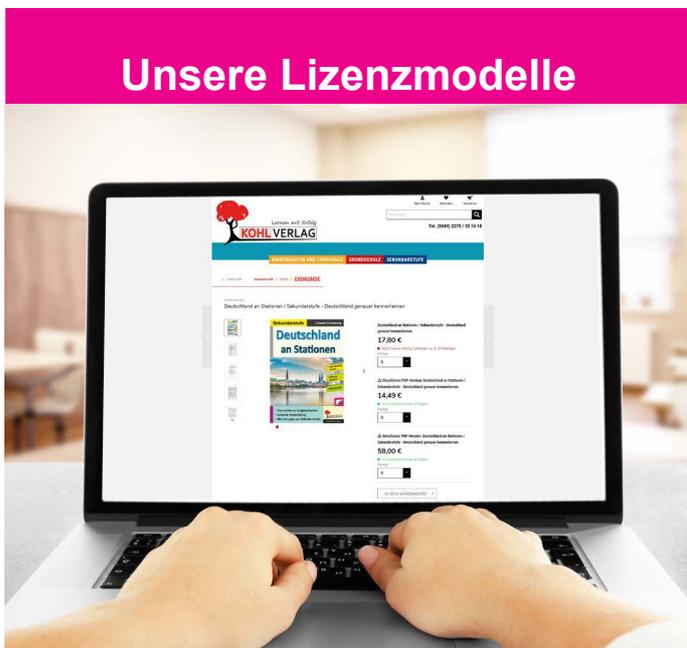
Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt und unterliegen dem deutschen Urheberrecht. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages (§ 52 a UrhG). Weder das Werk als Ganzes noch seine Teile dürfen ohne Einwilligung des Verlages an Dritte weitergeleitet, in ein Netzwerk wie Internet oder Intranet eingestellt oder öffentlich zugänglich gemacht werden. Dies gilt auch bei einer entsprechenden Nutzung in Schulen, Hochschulen, Universitäten, Seminaren und sonstigen Einrichtungen für Lehr- und Unterrichtszwecke. Der Erwerber dieses Werkes in PDF-Format ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den Gebrauch und den Einsatz zur Verwendung im eigenen Unterricht wie folgt zu nutzen:

- Die einzelnen Seiten des Werkes dürfen als Arbeitsblätter oder Folien lediglich in Klassenstärke vervielfältigt werden zur Verwendung im Einsatz des selbst gehaltenen Unterrichts.
- Einzelne Arbeitsblätter dürfen Schülern für Referate zur Verfügung gestellt und im eigenen Unterricht zu Vortragszwecken verwendet werden.
- Während des eigenen Unterrichts gemeinsam mit den Schülern mit verschiedenen Medien, z.B. am Computer, Tablet via Beamer, Whiteboard o.a. das Werk in nicht veränderter PDF-Form zu zeigen bzw. zu erarbeiten.

Jeder weitere kommerzielle Gebrauch oder die Weitergabe an Dritte, auch an andere Lehrpersonen oder pädagogische Fachkräfte mit eigenem Unterrichts- bzw. Lehrauftrag ist nicht gestattet. Jede Verwertung außerhalb des eigenen Unterrichts und der Grenzen des Urheberrechts bedarf der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages. Der Kohl-Verlag übernimmt keine Verantwortung für die Inhalte externer Links oder fremder Homepages. Jegliche Haftung für direkte oder indirekte Schäden aus Informationen dieser Quellen wird nicht übernommen.

Kohl-Verlag, Kerpen 2020

## Unsere Lizenzmodelle



## Der vorliegende Band ist eine PDF-Einzellizenz

Sie wollen unsere Kopiervorlagen auch digital nutzen? Kein Problem – fast das gesamte KOHL-Sortiment ist auch sofort als PDF-Download erhältlich! Wir haben verschiedene Lizenzmodelle zur Auswahl:



	Print-Version	PDF-Einzellizenz	PDF-Schullizenz	Kombipaket Print & PDF-Einzellizenz	Kombipaket Print & PDF-Schullizenz
Unbefristete Nutzung der Materialien	X	X	X	X	X
Vervielfältigung, Weitergabe und Einsatz der Materialien im eigenen Unterricht	X	X	X	X	X
Nutzung der Materialien durch alle Lehrkräfte des Kollegiums an der lizenzierten Schule			X		X
Einstellen des Materials im Intranet oder Schulserver der Institution			X		X

Die erweiterten Lizenzmodelle zu diesem Titel sind jederzeit im Online-Shop unter [www.kohlverlag.de](http://www.kohlverlag.de) erhältlich.

# Inhalt

	<u>Seite</u>
Vorwort	4
<b>1</b> Der mathematische Zauberer	5
<b>2</b> Der neue Schatzmeister (Blatt 1 und Blatt 2)	6 - 7
<b>3</b> Die Bremer Stadtmusikanten einmal anders betrachtet (Blatt 1 und Blatt 2)	8 - 9
<b>4</b> Schneewittchen und die sieben Zwerge	10
<b>5</b> Das Schloss der Prinzessinnen	11
<b>6</b> Der Wettstreit um die Prinzessin	12
<b>7</b> Alte Märchen neu verputzt – Du als Autor (Blatt 1 bis Blatt 4)	13 - 16
<b>8</b> Die Legende von der Erfindung des Schachspiels – Aus dem Geschichtsbuch der Mathematik	17
<b>9</b> Der schlaue Bauer (Blatt 1 und Blatt 2)	18 - 19
<b>10</b> Das Gedankenexperiment vom „Josephspfennig“ – Aus dem Geschichtsbuch der Mathematik	20
<b>11</b> Der verzauberte Schatz oder eine andere Geschichte vom Wachstum des Vermögens (Blatt 1 bis Blatt 3)	21 - 23
<b>12</b> Durch Papierfalten bis zum Mond	24
<b>13</b> Der Diamantenbaum (Blatt 1 und Blatt 2)	25 - 26
<b>14</b> Würfeln und die Chancen fürs Glück (Blatt 1 bis Blatt 4)	27 - 30
<b>15</b> Das Glück mit einem Baum berechnen (Blatt 1 und Blatt 2)	31 - 32
<b>16</b> Pythagoras und die alten Ägypter	33
<b>17</b> Biografisches zu Pythagoras – Ein Kreuzworträtsel (Blatt 1 und Blatt 2)	34 - 35
<b>18</b> Pythagoras-Bäume (Blatt 1 und Blatt 2)	36 - 37
<b>19</b> Die gefangene Prinzessin	38
<b>20</b> Das Lebkuchenhaus	39
<b>21</b> Die Tiefe eines Sees mit einer Seerose berechnen	40
<b>22</b> Seeblick	41
<b>23</b> Fermats Vermutung	42
<b>24</b> Rätsel um Achilles – Aus der griechischen Mythologie (Blatt 1 und Blatt 2)	43 - 44
<b>25</b> Das Paradoxon vom Wettlauf des Achilles mit einer Schildkröte (Blatt 1 bis Blatt 4)	45 - 48
<b>26</b> Noch mehr Paradoxes	49
<b>27</b> Die Lösungen	50 - 64

# Vorwort

Obwohl im Zeitalter der Digitalisierung der frühzeitige Gebrauch des elektronischen Taschenrechners und der Einsatz des Computers im Mathematikunterricht den Erfordernissen unserer Zeit entsprechen, sollten die altbewährten Textaufgaben, wie man sie in alten Schulbüchern findet, nicht gänzlich in den Papierkorb wandern.

Die Aufgaben im vorliegenden Heft sind insbesondere für die „Hosentasche des Lehrers“ als Material zur „ersten Hilfe“ bei akut angeordneten Vertretungsstunden – auch für fachfremd unterrichtende Kollegen – bzw. zur Stundenergänzung im Mathematikunterricht, wenn das planmäßige Pensum erfüllt ist und noch Zeit bis zum Pausenklingeln bleibt, geeignet.

Der Inhalt berührt verschiedene Themen der Mathematik, insbesondere auch Fragestellungen, welche in der Geschichte der Mathematik für die Entwicklung dieser Wissenschaft eine bedeutsame Rolle gespielt haben. So werden unter anderem historische Fragestellungen aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung vorgestellt, wie beispielsweise der Briefwechsel zwischen Chevalier de Méré und Blaise Pascal betreffs der Chancen beim Würfelspiel, die Gaußsche Summenformel und die Legende von der Erfindung des Schachspiels, wobei der Lohn für den Erfinder ein beeindruckendes anschauliches Beispiel für exponentielles Wachstum darstellt.

Die Kopiervorlagen enthalten einfache bis anspruchsvolle Aufgaben, welche in Märchen, Geschichten oder wahren Begebenheiten leicht und unterhaltsam verpackt sind. Damit sollen neben der Rationalität auch – und das vermag kein Taschenrechner zu leisten – Phantasie und ästhetisches Empfinden der Schüler angesprochen werden, um sie noch ansprechender zu motivieren, selbständig Lösungsansätze zu suchen und die Aufgaben zielstrebig zu lösen.

Einige Aufgaben fordern von den Schülern, Bilder zu vorgegebenen Geschichten zu malen oder Geschichten zu mathematischen Sachverhalten zu schreiben.

Da die Aufgaben in Texte eingekleidet sind, kommt dem inhaltlichen Lesen große Bedeutung zu. Die Schüler sind somit angehalten, die zum Lösen der Aufgaben notwendigen Angaben aus nebensächlichen Informationen heraus zu filtern.

Obwohl die Aufgaben vorwiegend in einer „Leichtverpackung“ – insbesondere für die jüngeren Schüler – angeboten werden, beinhalten sie Kernprobleme der Mathematik. Somit trägt der Einsatz dieses Materials in Vertretungsstunden und anderen unvorhergesehenen Situationen des Schulalltags zur Erfüllung des Bildungsauftrages im Fach Mathematik bei und kann den Lehrer gleichzeitig bei der Bewältigung oben genannter Situationen im Schulalltag entlasten.

Neben dem Einsatz im Unterricht sind die Arbeitsblätter auch für die selbständige Arbeit zu Hause geeignet, um auch bei Schülern, die zu dem Unterrichtsfach Mathematik ein kritisches und distanzierendes Verhältnis aufgebaut haben, Interesse und Spaß bei der Beschäftigung mit der Mathematik anzuregen.

Viel Erfolg beim Einsatz der Arbeitsmaterialien wünschen das Kohl Verlags-Team und

*Barbara Theuer*

# 1 Der mathematische Zauberer

Ein Zauberer sagte in einer Show zu einem Jungen, den er aus dem Publikum beliebig ausgewählt hatte: „Denke Dir eine gerade Zahl zwischen 1 und 20 und schreibe sie geheim auf einen Zettel. Nachdem du einige magische Operationen mit dieser Zahl ausgeführt hast, werde ich diese Zahl nennen – denn ich bin ein Zauberer.“

Der Schüler schaute den Zauberer ehrfürchtig an und notierte eine Zahl, die außer ihm keiner kannte. Den Zettel versteckte er in seiner Hosentasche. Der Zauberer diktierte nun: „**Addiere zum Doppelten der nur dir bekannten Zahl 12 und teile die erhaltene Summe durch 4. Subtrahiere nun 2** und sage mir das Ergebnis.“

Der Junge führte die „magischen“ Operationen aus und nannte dem Zauberer das Ergebnis, nämlich „9“. Der Zauberer runzelte die Stirn und schwenkte dann seinen Zauberstab mit Bewegungen, die ein X zu beschreiben schienen. „Auf deinem Zettel steht die Zahl 16.“ Der Junge grub nun den Zettel aus seiner Hosentasche und zeigte den erstaunten Zuschauern die Zahl 16.

$$\begin{array}{r} x \quad 7 \quad + \\ ? \quad x \quad 3 \\ \hline 10 \quad 6 \quad ? \end{array}$$



**Aufgabe 1:** Handelt es sich hier um „magische“ Operationen? Ändere den Begriff:

\_\_\_\_\_ Operationen

**Aufgabe 2:** Zeige, dass der Zauberer ohne Zauberei die Zahl berechnen kann.

*Tipp:* Nenne die Zahl, welche Du dir gedacht hast, zunächst  $x$  und bilde entsprechend den „magischen“ Operationen des Zauberers einen mathematischen Term. Beachte, dass man gerade Zahlen in der Form  $2 \cdot n$  ( $n$  natürlich) darstellen kann. Wenn du den Term soweit wie möglich vereinfachst, kannst du die Strategie des Zauberers erkennen. Prüfe das Verfahren auch für eine andere gedachte gerade Zahl nach. Klappt die Strategie auch für eine ungerade natürliche Zahl?



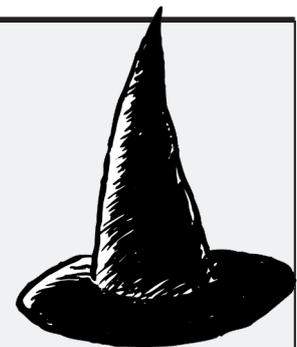
\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

## Ein fauler Zauber oder Mathemat(r)i(c)k

Wähle eine beliebige natürliche Zahl. Multipliziere die um 3 vermehrte Zahl mit der um drei verminderten Zahl. Addiere 10. Subtrahiere von dem Ergebnis das Quadrat der ursprünglichen natürlichen Zahl. Welche Zahl erhältst du?

Wähle nun eine andere natürliche Zahl und wiederhole die Rechnung.

Der faule Zauberer nennt ohne zu rechnen das gleiche Ergebnis wie oben.



**Aufgabe 3:** Notiere einen entsprechenden Term und zeige mittels Termumformung, dass – unabhängig von der gewählten Zahl – der Term stets den gleichen Wert annimmt.

\_\_\_\_\_

Nachdem der König eines einst reichen Landes erkennen musste, dass sein Schatzmeister das Land durch falsche Rechnungen in Not gebracht und außerdem auch noch betrogen hatte, beschloss der König, den unfähigen und unehrlichen Schatzmeister des Hofes zu verweisen. Er ließ im ganzen Land ausrufen, dass er einen neuen Schatzmeister suche, worauf sich viele Bewerber meldeten.

Um zu prüfen, wer am besten für die Verwaltung seiner Schätze geeignet sei, stellte der König den Bewerbern eine Aufgabe, nämlich die Summe aller Zahlen von 1 bis 1000 innerhalb einer vorgegebenen Zeit – natürlich richtig – zu berechnen.

Die ersten kapitulierten bereits beim Addieren der ersten hundert Zahlen, andere wiederum verrechneten sich und gaben dann enttäuscht auf; die meisten aber fanden beim Rechnen kein Ende. Ein Bewerber machte schnell und selbstgefällig wilde Rechnungen, kam aber letztlich zu einem falschen Ergebnis.

Kurz bevor der Wettbewerb beendet sein sollte und der König bereits allen Mut, einen fähigen Schatzmeister zu finden, verloren hatte, trat ein bescheidener junger Bursche in den Saal, schrieb binnen kürzester Zeit einige ausgewählte Zahlen in zwei Reihen, multiplizierte, dividierte und notierte das richtige Ergebnis.

Der König war hochofret und ernannte den Burschen noch am gleichen Tag zu seinem Schatzmeister.



**Aufgabe 1:** *Addiere nach dem Vorbild des neuen Schatzmeisters die natürlichen Zahlen von 1 bis 100 ohne Taschenrechner.*

---



---

**Aufgabe 2:** *Lies auch den Informationstext auf Blatt 2 und löse dann folgende Additionsaufgaben:*

a)  $1 + 2 + 3 + \dots + 499 + 500$

---



---



---

b)  $1 + 2 + 3 + \dots + 500 + 501$

---



---



---

c)  $1 + 2 + 3 + \dots + 999 + 1000$

---



---



---

d)  $1 + 2 + 3 + \dots + 1999 + 2000$

---



---



---

## 2 Der neue Schatzmeister (Blatt 2)

**Carl Friedrich Gauß** (1777 in Braunschweig geboren) war kein Zauberer, aber bereits als neunjähriger Schüler ein Rechenkünstler, denn es gelang ihm spielend, die Zahlen von 1 bis 100 in kürzester Zeit ohne Anstrengung zu addieren.

Wolfgang Sartorius von Waltershausen überlieferte dazu folgende Begebenheit:

*„Der junge Gauss war kaum in die Rechenklasse eingetreten, als Büttner die Summation einer arithmetischen Reihe aufgab. Die Aufgabe war indess kaum ausgesprochen als Gauss die Tafel mit den im niedern Braunschweiger Dialekt gesprochenen Worten auf den Tisch wirft: „Ligget se“. (Da liegt sie.)“*

Entsprechend den damaligen Verhältnissen unterrichtete Büttner etwa 100 Schüler in einer Klasse. Damals waren auch Züchtigungen mit der sogenannten Karwatsche (Lederpeitsche) üblich. Sartorius berichtet weiter:

*„Am Ende der Stunde wurden darauf die Rechentafeln umgekehrt; die von Gauss mit einer einzigen Zahl lag oben und als Büttner das Exempel prüfte, wurde das seinige zum Staunen aller Anwesenden als richtig befunden, während viele der übrigen falsch waren und alsbald mit der Karwatsche rectificirt wurden.“*

Gauß hatte das schon in der vorgriechischen Mathematik bekannte Verfahren für die Addition der ersten  $n$  aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen neu entdeckt und gab allgemein eine Formel zur Berechnung der gesuchten Summe an. Nach ihm wird diese Formel als „Gaußsche Summenformel“ bezeichnet.



Karl Friedrich Gauß.

\*Quelle: [https://de.wikipedia.org/wiki/Gau%C3%9Fsche\\_Summenformel](https://de.wikipedia.org/wiki/Gau%C3%9Fsche_Summenformel)

$$\text{Für die Summe } s \text{ gilt: } s = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$



Herleitung der Formel:

$$s = 1 + 2 + \dots + (n - 1) + n$$

Summe

$$s = n + (n - 1) + \dots + 2 + 1$$

Summe in umgekehrter Reihenfolge

$$2s = (n + 1) + (n + 1) + \dots + (n + 1) + (n + 1)$$

Additionsverfahren:  
In jeder der  $n$  Spalten beträgt die Summe  $(n + 1)$

$$s = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}, \text{ was zu zeigen war.}$$

**Aufgabe 3:** Berechne die Summe  $s$  der geraden Zahlen von 2 bis 1000.

---



---



---



---

