

*Diplomarbeit*

Stefan Rosner

**Stochastisch-dynamische Kapazitätsplanung  
unter verallgemeinerten Kostenstrukturen  
im Mehrfaktorenfall**

**Bachelor + Master  
Publishing**

**Rosner, Stefan: Stochastisch-dynamische Kapazitätsplanung unter verallgemeinerten Kostenstrukturen im Mehrfaktorenfall, Hamburg, Bachelor + Master Publishing 2013**

Originaltitel der Abschlussarbeit: Stochastisch-dynamische Kapazitätsplanung unter verallgemeinerten Kostenstrukturen im Mehrfaktorenfall

Buch-ISBN: 978-3-95549-272-4

PDF-eBook-ISBN: 978-3-95549-772-9

Druck/Herstellung: Bachelor + Master Publishing, Hamburg, 2013

Zugl. Universität Mannheim, Mannheim, Deutschland, Diplomarbeit, November 2006

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

---

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Bearbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Die Informationen in diesem Werk wurden mit Sorgfalt erarbeitet. Dennoch können Fehler nicht vollständig ausgeschlossen werden und die Diplomica Verlag GmbH, die Autoren oder Übersetzer übernehmen keine juristische Verantwortung oder irgendeine Haftung für evtl. verbliebene fehlerhafte Angaben und deren Folgen.

Alle Rechte vorbehalten

© Bachelor + Master Publishing, Imprint der Diplomica Verlag GmbH

Hermannstal 119k, 22119 Hamburg

<http://www.diplomica-verlag.de>, Hamburg 2013

Printed in Germany

# Inhaltsverzeichnis

<b>Tabellenverzeichnis</b> . . . . .	<b>IV</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b> . . . . .	<b>V</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b> . . . . .	<b>IX</b>
<b>Variablenverzeichnis</b> . . . . .	<b>X</b>
<b>1. Einleitung, Zielsetzungen und Aufbau</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>2. Der Ansatz von Eberly und Van Mieghem</b> . . . . .	<b>5</b>
2.1 Literaturüberblick . . . . .	6
2.2 Darstellung des Ansatzes . . . . .	11
2.3 Definition und Erläuterung der <i>ISD-Politik</i> . . . . .	21
2.4 Kritische Würdigung . . . . .	28
<b>3. Modifizierung des Informationsstands im Ansatz von Eberly und Van Mieghem</b> . . . . .	<b>35</b>
<b>4. Repräsentation von mehrperiodigen Planungsmodellen in Optimierungsproblemen unter nichtlinearen Kosten- und Desinvestitionserlösstrukturen</b> . . . . .	<b>47</b>
<b>5. Untersuchung der optimalen Kapazitätsanpassung im Einkapazitätsfall</b> . . . . .	<b>56</b>
5.1 Kapazitätserhöhung unter streng gekrümmten Kostenstrukturen . . . . .	60
5.2 Kapazitätsreduktion unter streng gekrümmten Desinvestitionserlösstrukturen	79

5.3 Kapazitätsanpassung unter weiteren Kosten- und Desinvestitionserlösstrukturen . . . . .	87
5.3.1 Gekrümmte Kosten- und Desinvestitionserlösstrukturen . . . . .	89
5.3.2 Wechselnd gekrümmte Kosten- und Desinvestitionserlösstrukturen, nicht differenzierbare Kosten- und Desinvestitionserlösstrukturen . . . . .	96
5.4 Kapazitätserhöhung und Kapazitätsreduktion . . . . .	103
<b>6. Untersuchung der optimalen Kapazitätsanpassung im Mehrkapazitätsfall . . . . .</b>	<b>113</b>
6.1 Modellierung von Kapazitätsinteraktionen . . . . .	116
6.2 Partitionierbarkeit der Anfangskapazitätsniveaus . . . . .	120
6.3 Struktureigenschaften des optimalen Anpassungsprozesses . . . . .	124
6.4 Spezielle Interaktionskonstellationen . . . . .	137
<b>7. Schlussbetrachtung . . . . .</b>	<b>146</b>
<b>Anhang . . . . .</b>	<b>XII</b>
<b>A.3.1 Beweis der Konkavität, Stetigkeit und Differenzierbarkeit der optimalen Wertfunktion . . . . .</b>	<b>XII</b>
<b>A.5.1 Beweise und deren Auswertung im Einkapazitätsfall. . . . .</b>	<b>XV</b>
A.5.1.1 Beweise zur Kapazitätserhöhung . . . . .	XVI
A.5.1.2 Beweise zur Kapazitätsreduktion . . . . .	XXX
<b>A.5.2 Bedingungen des mehrperiodigen Ansatzes und des Optimierungsproblems . . . . .</b>	<b>XXXVII</b>
<b>A.5.3. Kapazitätsanpassung unter einer nicht streng konkaven Kapazitätswertfunktion . . . . .</b>	<b>XLIII</b>
<b>A.6.1 Beweise im Mehrkapazitätsfall . . . . .</b>	<b>L</b>

<b>A.6.2 Kapazitätsplanung unter Miteinbeziehung von Fixkosten . . .</b>	<b>XXXVI</b>
A.6.2.1 Der Einkapazitätsfall . . . . .	LXXXIX
A.6.2.2 Der Mehrkapazitätsfall . . . . .	XCVI
<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>CVI</b>

## Tabellenverzeichnis

Tabelle A.5.1.1: Eigenschaften gekrümmter Funktionen am Beispiel der Kapazitätswertfunktion. . . . .	XXVII
Tabelle A.5.1.2: Auswertung des Ausdrucks (1) für Kapazitätsexpansion . . . . .	XXVIII
Tabelle A.5.1.3: Auswertung des Ausdrucks (2) für Kapazitätsreduktion . . . . .	XXIX
Tabelle A.5.1.4: Auswertung des Ausdrucks (1') für Kapazitätsexpansion . . . . .	XXXVII
Tabelle A.5.1.5: Auswertung des Ausdrucks (2') für Kapazitätsreduktion . . . . .	XXXVII

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2.1:	Graphische Darstellung des Ansatzes von Eberly und Van Mieghem . . . . .	13
Abbildung 2.2:	Aufsteigend geordnete Familie von Sigmaalgebren . . . . .	15
Abbildung 2.3:	Die ISD-Politik im Einkapazitätsfall . . . . .	21
Abbildung 2.4:	Darstellung der ISD-Politik für zwei Kapazitäten . . . . .	24
Abbildung 2.5:	Zusammenhänge zwischen den folgenden Kapiteln . . . . .	33
Abbildung 3.1:	Graphische Darstellung des Ansatzes von Eberly und Van Mieghem unter einem modifizierten Informationsstand . . . . .	36
Abbildung 5.1:	Darstellung der streng konkaven Kapazitätswertfunktion und deren Ableitungsfunktion . . . . .	62
Abbildung 5.2:	Lineare Kostenstrukturen . . . . .	63
Abbildung 5.3:	Streng konvexe Kostenstrukturen . . . . .	64
Abbildung 5.4:	Streng konkave Kostenstrukturen . . . . .	64
Abbildung 5.5:	Partitionierung der Anfangskapazitätsniveaus . . . . .	67
Abbildung 5.6:	Optimale Kapazitätserhöhung bei linearen Kostenstrukturen . . . . .	71
Abbildung 5.7:	Optimale Kapazitätserhöhung bei streng konvexen Kostenstrukturen . . . . .	72
Abbildung 5.8:	Optimale Kapazitätserhöhung bei streng konkaven Kostenstrukturen . . . . .	72
Abbildung 5.9:	Verschiedene Desinvestitionserlösfunktionen . . . . .	79

Abbildung 5.9:	Verschiedene Desinvestitionserlösfunktionen . . . . .	79
Abbildung 5.10:	Korrespondenz zwischen Kapazitätserhöhung unter konkaven Kostenstrukturen und Kapazitätsreduktion bei konvexen Desinvestitionserlösstrukturen . . . . .	82
Abbildung 5.11:	Optimale Kapazitätsreduktion bei linearen Desinvestitionserlösstrukturen . . . . .	83
Abbildung 5.12:	Optimale Kapazitätsreduktion bei streng konkaven Desinvestitionserlösstrukturen . . . . .	84
Abbildung 5.13:	Optimale Kapazitätsreduktion bei streng konvexen Desinvestitionserlösstrukturen . . . . .	84
Abbildung 5.14:	Optimale Kapazitätserhöhung bei konvexen Kostenstrukturen . . . . .	90
Abbildung 5.15:	Das optimale Kapazitätsendniveau als Funktion des Anfangskapazitätsniveaus bei konvexen Kostenstrukturen . . . . .	90
Abbildung 5.16:	Der Einfluss des Anfangskapazitätsniveaus auf das optimale Endkapazitätsniveau und auf den optimalen Kapazitätszuwachs bei konvexen Kostenstrukturen . . . . .	91
Abbildung 5.17:	Kostenfunktionen mit stark wechselnder Krümmung . . . . .	97
Abbildung 5.18:	Optimale Kapazitätserhöhung bei Kostenstrukturen mit stark wechselnder Krümmung . . . . .	97
Abbildung 5.19:	Das optimale Kapazitätsendniveau als Funktion des Anfangskapazitätsniveaus . . . . .	98
Abbildung 5.20:	Der Einfluss des Anfangskapazitätsniveaus auf das optimale Endkapazitätsniveau und auf den optimalen Kapazitätszuwachs . . . . .	98

---

Abbildung 5.21:	Nicht differenzierbare Kostenfunktionen und zugehörige Grenzkostenfunktionen . . . . .	100
Abbildung 5.22:	Grenzerlösfunktion und Grenzkostenfunktion, ausgehend vom Anfangskapazitätsniveau $K'_{1,t-1}$ . . . . .	101
Abbildung 5.23:	Abhängigkeit des optimalen Endkapazitätsniveaus vom Anfangskapazitätsniveau . . . . .	101
Abbildung 5.24:	Partitionierung der Anfangskapazitätsniveaus . . . . .	105
Abbildung 5.25:	Abhängigkeit des optimalen Endkapazitätsniveaus vom Anfangskapazitätsniveau bei streng gekrümmten Kontrollkostenstrukturen . . . . .	107
Abbildung 5.26:	Abhängigkeit des optimalen Endkapazitätsniveaus vom Anfangskapazitätsniveau bei gekrümmten Kontrollkostenstrukturen . . . . .	107
Abbildung 5.27:	Mögliche Entwicklungen der optimalen Endkapazitätsniveaus über die Perioden unter variierten Kontrollkostenstrukturen . . . . .	110
Abbildung 6.1:	Interaktion von Kapazitäten . . . . .	118
Abbildung 6.2:	Partitionierung der Anfangskapazitätsvektoren im Zweikapazitätsfall unter konvexen Kosten- und konkaven Desinvestitionerlösstrukturen . . . . .	121
Abbildung 6.3:	Partitionierung der Anfangskapazitätsvektoren im Zweikapazitätsfall unter konkaven Kosten- und konvexen Desinvestitionerlösstrukturen . . . . .	122
Abbildung 6.4:	Optimaler Anpassungsprozess unter konvexen Kosten- und konkaven Desinvestitionerlösstrukturen . . . . .	132

Abbildung 6.5:	Optimaler Anpassungsprozess unter konkaven Kosten- und konvexen Desinvestitionserlösstrukturen . . . . .	132
Abbildung 6.6:	Gestalt der Hesse-Matrix der Kapazitätswertfunktion in den untersuchten Kapazitätskonstellationen . . . . .	139
Abbildung A.5.1.1:	Darstellung der Optimalitätsbedingung . . . . .	XXIV
Abbildung A.5.2.1:	Abweichung von der getroffenen Annahme . . . . .	XL
Abbildung A.5.3.1:	Lineare Kapazitätswertfunktion und streng konvexe Kostenstrukturen . . . . .	XLV
Abbildung A.5.3.2:	Optimale Kapazitätserhöhung bei einer linearen Kapazitätswertfunktion und streng konvexen Kostenstrukturen . . . . .	XLVI
Abbildung A.6.2.1:	Graphische Interpretation der Gleichung . . . . .	XCIII
Abbildung A.6.2.2:	(s,S)-Politik im Fixkostenfall . . . . .	XCVI
Abbildung A.6.2.3:	Anpassungsverhalten gemäß der ISD-Politik im Zweikapazitätsfall . . . . .	XCVIII
Abbildung A.6.2.4:	Anpassungsverhalten gemäß der (s,S)-Politik im Zweikapazitätsfall . . . . .	C
Abbildung A.6.2.5:	Anpassungsverhalten gemäß der (s,S)-Politik im Zweikapazitätsfall, ausgehend von speziellen Anfangskapazitätstupeln . . . . .	CII

## Abkürzungsverzeichnis

et al.	und andere
ISD	Invest / Stayput / Disinvest
ff.	fortfolgende
Hrsg.	Herausgeber
u.d.N.	unter der Nebenbedingung
vgl.	vergleiche
z.B.	zum Beispiel

## Variablenverzeichnis

### Indices

$t \in \{1, \dots, T\}$	Periodenindex
$i \in \{1, \dots, N\}$	Kapazitätsindex

### Variablen

$K_{i,t}$	Kapazitätsniveau der Kapazität $i$ in Periode $t$
$K_t$	Kapazitätsvektor aus den Niveaus aller Kapazitäten in Periode $t$

### Funktionen

$\kappa_t$	Politik in Periode $t$
$\zeta$	Investitionsstrategie
$\zeta_t$	Partielle Investitionsstrategie ab Periode $t$
$C_{i,t}(K_{i,t-1}, K_{i,t})$	Kostenfunktion der Kapazität $i$ in Periode $t$
$C_t(K_{t-1}, K_t)$	Gesamtkostenfunktion in Periode $t$
$R_{i,t}(K_{i,t-1}, K_{i,t})$	Desinvestitionserlösfunktion der Kapazität $i$ in Periode $t$
$R_t(K_{t-1}, K_t)$	Gesamtdesinvestitionserlösfunktion in Periode $t$
$\pi_t(\omega_t, K_t)$	Operative Erlösfunktion in Periode $t$
$\Pi_t(K_t)$	Erwartete operative Erlösfunktion in Periode $t$
$f(K_T, \omega_t)$	Enderlösfunktion in Periode $T$
$v_t(K_{t-1}, \zeta_t, \omega_t)$	Erwartete Gegenwartswertfunktion in Periode $t$
$V_t(K_{t-1}, \omega_t)$	Optimale Wertfunktion bezüglich $\zeta_t$ in Periode $t$
$g_t(K_t, \omega_t)$	Kapazitätswertfunktion in Periode $t$

$K_{i,t}^L(K_{(i),t-1}, \omega_t)$	Untergrenzfunktion der <i>ISD-Politik</i> für Kapazität $i$ in Periode $t$
$K_{i,t}^H(K_{(i),t-1}, \omega_t)$	Obergrenzfunktion der <i>ISD-Politik</i> für Kapazität $i$ in Periode $t$
$S_t(\omega_t)$	Kontinuitätsbereich der <i>ISD-Politik</i> in Periode $t$
$D_t(\omega_t)$	Nachfrage in Periode $t$
$A_t(\omega_t)$	Technologiematrix in Periode $t$
$p_t(\omega_t)$	Preisvektor in Periode $t$
$H(g_t(K_t))$	Hesse-Matrix der Kapazitätswertfunktion in Periode $t$

### Mengen

$\Omega$	Menge der möglichen Umweltzustände
$F_t$	Menge der in Periode $t$ verfügbaren Informationen
$P_t$	Menge der möglichen Investitionsstrategien in Periode $t$

### Parameter

$\omega_t \in \Omega$	Realisierter Umweltzustand in Periode $t$
$c_{i,t}$	Investitionskosten pro Einheit von Kapazität $i$ in Periode $t$
$c_t$	Vektor aus Investitionskosten pro Einheit für alle Kapazitäten in Periode $t$
$r_{i,t}$	Desinvestitionserlöse pro Einheit an verringerter Kapazität $i$ in Periode $t$
$r_t$	Vektor aus Desinvestitionserlösen pro Einheit für alle Kapazitäten in Periode $t$
$\tau$	Einperiodiger Diskontierungssatz



## 1. Einleitung , Zielsetzungen und Aufbau

Kurze Produktlebenszyklen, enorme Nachfrageschwankungen und eine rasant fortschreitende technologische Entwicklung stellen in einer globalisierten Wettbewerbssituation die zentralen Herausforderungen der modernen Kapazitätsplanung dar. Diese kann, besonders in sehr kapitalintensiven Branchen wie der Halbleiterindustrie, der Automobilindustrie oder dem IT-Sektor einen kritischen Wettbewerbsfaktor darstellen.

Kapazitätsentscheidungen können strategische Investitionsentscheidungen darstellen, eine Fehlinvestition kann die Existenz von Unternehmen grundlegend gefährden. Die Kosten einer Halbleiterfabrik die technisch dem *state of the art* entspricht, liegen durchschnittlich bei 1,7 Milliarden Euro<sup>1</sup>. Hierzu kann beispielsweise der Jahresumsatz der Infineon Technologies AG in Relation gesetzt werden, der im Jahr 2005 6,76 Milliarden Euro betrug<sup>2</sup>.

Sogar in einer stabilen gesamtwirtschaftlichen Lage muss in der Halbleiterbranche von einer sehr schwer zu prognostizierenden Nachfrage ausgegangen werden, welche um bis zu 80% vom Durchschnittswert abweicht<sup>3</sup>.

Erschwerend für jegliche Planungsaktivitäten kommen eine besonders stark ausgeprägte Technologieunsicherheit und lange Kapazitätslieferzeiten hinzu<sup>4</sup>.

In vielerlei Hinsicht steht die Hightechbranche mit ihren spezifischen Herausforderungen stellvertretend für die zukünftige Unternehmenswelt<sup>5</sup>.

---

<sup>1</sup> Vgl. Cakanyildirim, M./Roundy, R. O. (1999), S.1.

<sup>2</sup> Vgl. Infineon Technologies AG Geschäftsbericht (2005), S. 2.

<sup>3</sup> Vgl. Wu, S. D./Erkoc, M./Karabuk, S. (2005), S. 126.

<sup>4</sup> Vgl. Huh, W. T./Roundy, R. O./Cakanyildirim, M. (2005), S. 137.

<sup>5</sup> Vgl. Beckman, S./Sinha, K. (2005), S. 115.

Die vorliegende Diplomarbeit fokussiert die taktisch-strategische Kapazitätsplanung<sup>6</sup>. Diese kann nur dann in sinnvoller Weise erfolgen, wenn dynamische Entwicklungen am Markt und verschiedene mit Unsicherheit behaftete Entscheidungsparameter explizit berücksichtigt werden.

Die Arbeit *Multi-factor Dynamic Investment under Uncertainty*<sup>7</sup> von Eberly und Van Mieghem aus dem Jahr 1997, die dieser Diplomarbeit zugrunde liegt, untersucht die angesprochene Problematik und stellt in ihrem Forschungsbereich eine Grundlagenarbeit dar: Ein mehrperiodiger stochastisch-dynamischer Ansatz zur Kapazitätsplanung wird entwickelt und die hierfür optimale Politik, die *ISD-Politik*, hergeleitet. Diese hier eingeführte Politik wurde im Folgenden von zahlreichen weiteren Arbeiten aufgegriffen und führte hierdurch zu sehr bedeutsamen Erkenntnissen im Bereich der Kapazitätsplanung. Beispielhaft kann die Arbeit *Multi-resource investment strategies: Operational hedging under demand uncertainty*<sup>8</sup> von Harrison und Van Mieghem genannt werden, die sich mit der Fragestellung beschäftigt, inwieweit Kapazitätsplanung unter Unsicherheit zu anderen Ergebnissen führt als eine deterministische Planung.

Die vorliegende Diplomarbeit setzt in zwei Punkten an die Arbeit von Eberly und Van Mieghem an:

Dem beschriebenen Ansatz liegt die Annahme zugrunde, dass alle stochastischen Parameter, die den Kapazitätsbedarf der aktuellen Periode determinieren, vor der Kapazitätsentscheidung der aktuellen Periode bekannt sind. Implizit wird dadurch unterstellt, dass Kapazität perfekt reaktiv ist und zusätzliche Kapazitätseinheiten ohne Zeitverzug beschafft werden können. Jedoch ist die Kapazitätsbeschaffung in der

---

<sup>6</sup> Vgl. Günther, H. O. (1989), S. 11 für eine Einordnung von Kapazitätsplanungsaktivitäten in Planungsebenen.

<sup>7</sup> Vgl. Eberly, J. C./Van Mieghem, J. A. (1997).

<sup>8</sup> Vgl. Harrison, J. M./Van Mieghem, J. A. (1999).

betrieblichen Praxis meist mit *lead times* verbunden, beispielsweise muss im High-techbereich von Kapazitätslieferzeiten ausgegangen werden, die zwischen drei und sechs Monaten liegen<sup>9</sup>.

Ein in dieser Diplomarbeit entwickelter stochastisch-dynamischer Planungsansatz fordert aus diesem Grund eine Kapazitätsentscheidung, die auch für die aktuelle Periode unter Unsicherheit getroffen werden muss.

Ebenfalls kann angemerkt werden, dass der Ansatz von Eberly und Van Mieghem sehr restriktive Annahmen bezüglich der Kosten für zusätzliche Kapazitätseinheiten und der Desinvestitionserlöse für reduzierte Kapazitätseinheiten trifft:

Lediglich lineare Strukturen werden betrachtet.

Kapazitätsveränderung findet jedoch nicht ausschließlich zu proportionalen Bedingungen statt. Diese Diplomarbeit untersucht, inwieweit diese Annahmen relaxiert und weitere Kosten- und Desinvestitionserlösstrukturen in den Ansatz integriert werden können.

Im zweiten Kapitel der vorliegenden Diplomarbeit wird der mehrperiodige Planungsansatz von Eberly und Van Mieghem und die hierfür optimale *ISD-Politik* eingehend untersucht.

Auf dieser Basis folgt die Entwicklung eines eigenen Ansatzes zur Kapazitätsplanung in Kapitel 3. Dieser ist deutlich an den Planungsansatz von Eberly und Van Mieghem angelehnt, jedoch liegt diesem Ansatz eine schwächere Informationslage zugrunde. Ebenfalls wird in Kapitel 3 aufgezeigt, dass die *ISD-Politik* auch für diesen Planungsansatz Optimalitätscharakter besitzt.

---

<sup>9</sup> Vgl. Wu, S. D./Erkoc, M./Karabuk, S. (2005), S. 127.

Das Kapitel 4 untersucht, unter welchen Bedingungen eine Repräsentation der mehrperiodigen Kapazitätsplanungsmodelle aus den Kapiteln 2 und 3 unter nichtlinearen Kosten- und Desinvestitionserlösfunktionen in speziellen Optimierungsproblemen möglich ist. Hierdurch wird die technische Grundlage dafür gelegt, dass der optimale Kapazitätsanpassungsprozess in den mehrperiodigen Planungsmodellen unter Annahme nichtlinearer Kosten- und Desinvestitionserlösstrukturen analysiert werden kann.

Hierzu werden die angesprochenen Optimierungsprobleme in den Kapiteln 5 und 6 im Ein- und Mehrkapazitätsfall untersucht, was zu Strukturaussagen über den optimalen Anpassungsprozess in den mehrperiodigen Planungsmodellen führt.

Ebenfalls wird im Rahmen dieser Diplomarbeit thematisiert, inwieweit die Miteinbeziehung von Fixkosten die Struktur der optimalen Politik in den Planungsmodellen aus den Kapiteln 2 und 3 verändert. Die Überlegungen hierzu beziehen sich jedoch explizit nur auf einperiodige Probleme und sind aus diesem Grund nicht im Hauptteil, sondern im Kapitel A.6.2 des Anhangs zu finden.

Im Rahmen einer Schlussbetrachtung in Kapitel 7 werden die Ergebnisse dieser Diplomarbeit kritisch gewürdigt und im Hinblick darauf untersucht, inwieweit die Möglichkeit besteht, weitere Untersuchungen auf Basis der gewonnenen Erkenntnisse durchzuführen.

## 2. Der Ansatz von Eberly und Van Mieghem

Da die weiteren Inhalte der vorliegenden Diplomarbeit direkt oder indirekt auf dem Ansatz von Eberly und Van Mieghem<sup>1</sup> und der hier eingeführten Form einer optimalen Kapazitätsanpassungspolitik aufbauen, wird die Arbeit dieser beiden Autoren nun eingehend untersucht.

Der Abschnitt 2.1 enthält in einem Literaturüberblick eine Einordnung dieser Arbeit, insbesondere als Grundlage weiterer Forschungsleistungen in diesem Bereich.

Abschnitt 2.2 stellt den genannten Ansatz formalisiert dar und erläutert die diesem zugrunde liegenden Annahmen bezüglich der Berücksichtigung von Unsicherheit und der Kosten- und Desinvestitionserlösstrukturen.

Das zentrale Ergebnis der Arbeit, die *ISD-Politik* als Lösungsstruktur für das untersuchte mehrperiodige Planungsmodell<sup>2</sup>, wird in Abschnitt 2.3 definiert und beschrieben.

Das Kapitel schließt mit einer kritischen Würdigung der Arbeit von Eberly und Van Mieghem in Abschnitt 2.4 ab. Ebenfalls enthält dieser Abschnitt einen Ausblick auf die weiteren Inhalte der vorliegenden Diplomarbeit.

---

<sup>1</sup> Vgl. Eberly, J. C./Van Mieghem, J. A. (1997).

<sup>2</sup> Trotz der Fokussierung auf Strukturfragen wird das Modell von Eberly und Van Mieghem im Weiteren als „Planungsmodell“ oder auch als „Planungsansatz“ bezeichnet.

## 2.1 Literaturüberblick

Die Arbeit von Eberly und Van Mieghem stellt den Ausgangspunkt für einige weitere Arbeiten im Bereich der Kapazitätsplanung dar. Für einen breiten Überblick über relevante Literatur und aktuelle Entwicklungen in diesem Forschungsbereich sei auf Van Mieghem<sup>3</sup> und Wu/Erkoc/Karabuk<sup>4</sup> verwiesen.

Als grundlegend für die Arbeit von Eberly und Van Mieghem können die Arbeiten von Arrow<sup>5</sup>, Bernake<sup>6</sup> und Dixit<sup>7</sup> angesehen werden. Hier werden reversible Investitionsprobleme in einer stochastischen Umgebung untersucht. Diese Arbeiten gehen jedoch von nur einem Kapazitätsfaktor aus.

Mehrkapazitätsmodelle liegen beispielsweise den Arbeiten von Wildasin<sup>8</sup>, Nadiri/Rosen<sup>9</sup> und Galeotti/Schiantarelli<sup>10</sup> zugrunde.

Fine/Freund<sup>11</sup> untersuchen ebenfalls ein einperiodiges Mehrfaktorenmodell und formulieren Aussagen über den Wert von flexiblen Kapazitäten.

Eberly und Van Mieghem untersuchen ein mehrperiodiges stochastisch-dynamisches Kapazitätsplanungsmodell und gehen hierbei von einer beliebigen Anzahl an Kapazitäten aus, die zu linearen Kosten- und Desinvestitionserlösen angepasst werden können.

---

<sup>3</sup> Vgl. Van Mieghem, J. A. (2003).

<sup>4</sup> Vgl. Wu, S. D./Erkoc, M./Karabuk, S. (2005).

<sup>5</sup> Vgl. Arrow, K. J. (1968).

<sup>6</sup> Vgl. Bernake, B. (1983).

<sup>7</sup> Vgl. Dixit, A. (1989).

<sup>8</sup> Vgl. Wildasin, D. E. (1984).

<sup>9</sup> Vgl. Nadiri, M. I./Rosen, S. (1969).

<sup>10</sup> Vgl. Galeotti, M./Schiantarelli, F. (1991).

<sup>11</sup> Vgl. Fine, C./Freund, R. (1990).

Hierfür wird die Form der optimalen Politik hergeleitet und als *ISD-Politik* bezeichnet.

Zeitgleich und unabhängig von Eberly und Van Mieghem entwickelt Dixit<sup>12</sup> eine strukturell nahezu identische Arbeit. Er untersucht die Form der optimalen Kapazitätsanpassung bei jedoch nur zwei vorhandenen Kapazitätsarten, die mit Kapital und Arbeit assoziiert werden. Somit kann diese Arbeit als Spezialfall der Arbeit von Eberly und Van Mieghem betrachtet werden. Ebenfalls nimmt Dixit lineare Kosten- und Desinvestitionserlösstrukturen an. Endogen wird eine Rangfolge der beiden Kapazitätsfaktoren generiert, wobei der untergeordnete Faktor weniger oft angepasst wird. Die Art einer Kapazitätsveränderung (Erhöhung oder Reduktion) dieser Kapazität orientiert sich grundsätzlich an der Art der Kapazitätsveränderung der übergeordneten Kapazität.

Einige Arbeiten greifen die bei Eberly und Van Mieghem eingeführte *ISD-Politik* auf und untersuchen auf dieser Grundlage weitere Problemstellungen, ebenfalls unter der Annahme linearer Kosten- und Desinvestitionserlösfunktionen.

Harrison/Van Mieghem<sup>13</sup> gehen von einer Kapazitätsentscheidung unter einer optimalen *ISD-Politik* aus und untersuchen hierauf aufbauend Implikationen auf eine im Anschluss daran auszuführende Produktionsentscheidung. Es wird ein *zweistufiges stochastisch-dynamisches Programm mit recourse* formuliert, welches auch als *Realloptionsmodell* bezeichnet wird<sup>14</sup>. Ein mehrperiodiger Ansatz wird ausgearbeitet, wobei die Perioden als unabhängig und die Nachfrage in jeder Periode als identisch verteilt angenommen wird. Unter Anwendung eines hier eingeführten *mehrdimensio-*

---

<sup>12</sup> Vgl. Dixit, A. (1997).

<sup>13</sup> Vgl. Harrison, J. M./Van Mieghem, J. A. (1999).

<sup>14</sup> Vgl. beispielhaft Dixit, A./Pindyck, R. S. (1994).

*nalen Newsvendor-Ansatzes* gelangen die Autoren zu geschlossen darstellbaren und graphisch interpretierbaren Ergebnissen, die hochgradige Praxisrelevanz aufweisen.

Eine deterministische Kapazitätsplanung, die beispielsweise auf festen Nachfrageprognosen beruht, führt zu grundsätzlich anderen Kapazitätsentscheidungen als eine Planungssituation unter Unsicherheit. Im stochastischen Fall ist die Kapazitätsentscheidung in der Regel dadurch gekennzeichnet, dass unter keinem möglichen Nachfrageszenario alle Kapazitäten voll ausgelastet werden können. Aus einer Abwägung von erwarteten Kosten für Über- bzw. Unterkapazitäten ist jedoch diese Kapazitätsentscheidung bezogen auf die vorhandene Unsicherheit optimal.

Die deterministischen Planungsergebnisse zeichnen sich im Gegensatz hierzu gerade dadurch aus, dass im antizipierten Nachfrageszenario weder Über- noch Unterkapazität vorhanden ist.

In Anlehnung an die *ISD-Politik* und unter Verwendung eines *mehrdimensionalen Newsvendor-Ansatzes* gelangt Van Mieghem<sup>15</sup> zu Aussagen, die zu einem Umdenken bezüglich des Wertes von flexiblen Kapazitäten führen.

Neben den zuletzt genannten Arbeiten, welche explizit die *ISD-Politik* zu Grunde legen und auf dieser Basis weitere Problemstellungen untersuchen, existieren zahlreiche Arbeiten, die ausgehend von sehr unterschiedlichen Fragestellungen technisch ähnliche Ansätze, wie den bei Eberly und Van Mieghem vorliegenden, verwenden. Stets handelt es sich hierbei um mehrperiodige stochastisch-dynamische Modelle. Entsprechend der technischen Übereinstimmung kann in den Arbeiten ebenfalls die Optimalität der *ISD-Politik* aufgezeigt werden.

Narongwanich/Duenyas/Birge<sup>16</sup> untersuchen in einem aus der Automobilindustrie

---

<sup>15</sup> Vgl. Van Mieghem, J. A. (1998).

<sup>16</sup> Vgl. Narongwanich, W./Duenyas, I./Birge, J. R. (2002).

motivierten Ansatz den Einsatz von rekonfigurierbaren<sup>17</sup> Kapazitätsarten.

Allon/Zeevi<sup>18</sup> betrachten ein Unternehmen, welches sich in Monopolstellung befindet und neben der Kapazitätsentscheidung auch eine Preis- und Technologieentscheidung zu treffen hat. Insbesondere werden Zusammenhänge zwischen den beiden hauptsächlichen Entscheidungsvariablen, dem Preis und der Kapazität, untersucht.

Angelus/Porteus<sup>19</sup> untersuchen optimale Kapazitätsanpassungspolitiken im mehrperiodigen Kontext und beziehen hierbei die Möglichkeit mit ein, Kapazitätserhöhungsentscheidungen zeitlich verschieben zu können.

Weitere Arbeiten, welche sich durch große technische Analogien zur Arbeit von Eberly und Van Mieghem auszeichnen und dementsprechend stets die *ISD-Politik* als optimale Lösungsstruktur aufweisen, sind die Arbeiten von Ahn/Righter/Shantikumar<sup>20</sup>, Xu/Li<sup>21</sup> und Li<sup>22</sup>.

Eine wesentliche Annahme der Arbeit von Eberly und Van Mieghem, die auch allen technisch vergleichbaren Arbeiten zugrunde liegt, ist, dass Kapazitätsbeschaffung und Kapazitätsreduktion mit linearen Kosten- und Desinvestitionserlösfunktionen verbunden sind. Die vorliegende Diplomarbeit untersucht insbesondere, inwieweit optimale Politiken unter der Annahme nichtlinearer Kosten- und Desinvestitionserlösfunktionen nachgewiesen werden können. Es existieren zahlreiche Arbeiten, die der Kapazitätsbeschaffung gekrümmte Kostenfunktionen zugrunde legen. Atam-

---

<sup>17</sup> Rekonfigurierbarkeit von Kapazitäten wird als die Fähigkeit verstanden, diese auch für zukünftige Produktgenerationen nutzen zu können.

<sup>18</sup> Vgl. Allon, G./Zeevi, A. (2005).

<sup>19</sup> Vgl. Angelus, A./Porteus, E. L. (2003).

<sup>20</sup> Vgl. Ahn, H. S./Righter, R./Shantikumar, J. G. (2005).

<sup>21</sup> Vgl. Xu, S. H./Li, Z. (2005).

<sup>22</sup> Vgl. Li, Z. (2005) für ein einperiodiges Modell.

turk/Hochbaum<sup>23</sup> untersuchen neben streng konkaven Kostenfunktionen auch stückweise konkave Kostenfunktionen. Fong/Rao<sup>24</sup> und Giglio<sup>25</sup> nehmen ebenfalls konkave Kostenstrukturen an. Kapazitätsbeschaffung unter konvexen Kostenstrukturen wird beispielsweise bei Erkoc/Wu<sup>26</sup>, Merz/Yashif<sup>27</sup>, Hall<sup>28</sup> und Shapiro<sup>29</sup> untersucht.

Konvexe Beschaffungskosten werden ebenfalls in der Lagerhaltung thematisiert. Bellmann/Glicksberg/Gross<sup>30</sup> leiten im Kontext der mehrperiodigen Lagerhaltung die Form einer optimalen Politik unter dieser Annahme her. Diese Politik entspricht strukturell der in dieser Diplomarbeit hergeleiteten optimalen Politik im Einkapazitätsfall unter streng konvexen Kostenstrukturen für die Kapazitätsbeschaffung<sup>31</sup>.

---

<sup>23</sup> Vgl. Atamturk, A./Hochbaum, D. S. (2001).

<sup>24</sup> Vgl. Fong, C. O./Rao, M. R. (1975).

<sup>25</sup> Vgl. Giglio, J. R. (1970).

<sup>26</sup> Vgl. Erkoc, M./Wu, S. D. (2004).

<sup>27</sup> Vgl. Merz, M./Yashif, E. (2003).

<sup>28</sup> Vgl. Hall, R. E. (2004).

<sup>29</sup> Vgl. Shapiro, M. D. (1986).

<sup>30</sup> Vgl. Bellmann, R./Glicksberg, J./Gross, O. (1955).

<sup>31</sup> Vgl. Abschnitt 5.1.

## 2.2 Darstellung des Ansatzes

In diesem Abschnitt wird der mehrperiodige Planungsansatz von Eberly und Van Mieghem sowohl beschreibend, als auch formalisiert dargestellt.

Ein Unternehmen besitzt eine endliche Anzahl an Kapazitäten, deren optimales Anpassungsverhalten unter wechselnden Umweltgegebenheiten in Form eines mehrperiodigen stochastisch-dynamischen Planungsansatzes untersucht wird<sup>32</sup>. Anpassung wird hierbei verstanden als eine Zuweisung neuer Niveaus der Kapazitäten durch eine Entscheidung. Kapazitätsniveaus können hierbei erhöht oder verringert werden, wobei eine Kapazitätserhöhung Kosten, eine Kapazitätsverringering Desinvestitionserlöse verursacht.

Eberly und Van Mieghem<sup>33</sup> beschränken sich auf lineare Kosten- und Desinvestitionserlösfunktionen, wobei die konstanten Einheitskosten für zusätzliche Kapazitätseinheiten die Desinvestitionserlöse pro Einheit übersteigen<sup>34</sup>. Die Kostenfunktion und die Desinvestitionserlösfunktion werden im Folgenden zusammengefasst als Kontrollkostenfunktion bezeichnet.

Eine Verknüpfung der Perioden findet zum einen über die Kapazitätsentscheidung statt, hierbei bildet das in Periode  $t$  angenommene Kapazitätsniveau das Anfangsniveau der Periode  $t+1$ , zum anderen sind die Perioden über einen stochastischen

---

<sup>32</sup> In dieser Diplomarbeit wird der Ansatz von Eberly und Van Mieghem als ein finiter Planungsansatz dargestellt. Unter wenig restriktiven zusätzlichen Voraussetzungen sind jedoch alle Ergebnisse auf den Fall unendlich vieler Perioden anwendbar. Vgl. Eberly, J. C./Van. Mieghem, J. A. (1997), S.360ff.

<sup>33</sup> Vgl. Eberly, J. C./Van Mieghem, J. A. (1997).

<sup>34</sup> Kapazitäten mit einer derartigen Kostenstruktur werden in der Literatur als *costly to reverse* bezeichnet und in der Regel über geringere Wiederverkaufserlöse für gebrauchte Kapazitäten motiviert.

Prozess miteinander verbunden. In jeder Periode realisiert sich hierbei ein Umweltzustand  $\omega_t$ , welcher verschiedene entscheidungsrelevante Parameter beeinflusst, die als Funktionen des eingetretenen Umweltzustandes angenommen werden. Es herrscht zwar Unsicherheit über Umweltzustände in zukünftigen Perioden, jedoch ist der eingetretene Umweltzustand der aktuellen Periode, und somit auch die Gesamtheit der stochastischen Parameter, zum Zeitpunkt der Kapazitätsentscheidung bekannt.

Damit wird Kapazität als perfekt reaktiv verstanden, nach Beobachtung der Umwelt wird diese sofort angepasst. Diese Annahme kann durchaus kritisch gesehen werden, da in der betrieblichen Realität eine Kapazitätsanpassung nur mit zeitlichen Verzögerungen möglich ist und somit auch für die aktuelle Periode *ex ante* stattfinden muss. So wird im folgenden Kapitel ein eigener mehrperiodiger Kapazitätsplanungsansatz vorgestellt, der aus dem Ansatz von Eberly und Van Mieghem hervorgeht, jedoch von einer schwächeren Informationslage ausgeht.

Zu Beginn der Periode  $t$  ist das Unternehmen in Besitz des Anfangskapazitätsvektors  $K_{t-1}$ <sup>35</sup>. Nach der Beobachtung von  $\omega_t$  wird die Kapazitätsentscheidung  $K_t$  getroffen, die die anschließende Produktionsentscheidung<sup>36</sup> in Form eines zu lösenden linearen Programms<sup>37</sup> über eine Restriktion beeinflusst:

$$\begin{aligned}
 \max_{x_t \in \mathbb{R}_+^m} \quad & p_t(\omega_t) \cdot x_t \\
 \text{u.d.N.} \quad & A_t(\omega_t) \cdot x_t \leq K_t \\
 & x_t \leq D_t(\omega_t)
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

---

<sup>35</sup> Der Vektor schließt alle Kapazitäten ein, wohingegen beispielsweise  $K_{1,t-1}$  das Anfangskapazitätsniveau der Kapazität 1 darstellt.

<sup>36</sup> Produktions- und Kapazitätsentscheidung können in diesem Ansatz als zeitlich zusammenfallend betrachtet werden.

<sup>37</sup> Dieses lineare Programm wird auch von Harrison, J. M./Van Mieghem, J. A. (1999) beispielhaft angegeben.

Die Abbildung 2.1 soll das beschriebene Szenario verdeutlichen. Im Ansatz von Eberly und Van Mieghem kann Nachfrageunsicherheit ( $D_t(\omega_t)$ ), Technologieunsicherheit ( $A_t(\omega_t)$ ) und Preisunsicherheit ( $p_t(\omega_t)$ ) eingebunden werden. Produktions- und Kapazitätsentscheidung fallen zeitlich *nach* Realisation der stochastischen Parameter an, wie der Abbildung zu entnehmen ist.

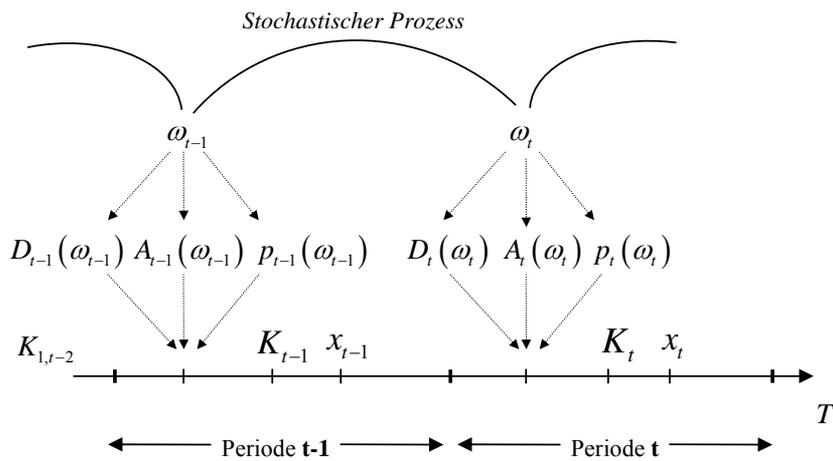


Abbildung 2.1: Graphische Darstellung des Ansatzes von Eberly und Van Mieghem

Das Modell von Eberly und Van Mieghem umfasst sowohl unabhängig agierende Kapazitäten als auch interagierende Kapazitäten, die beispielsweise zusammen ein Produkt fertigen. Die Form der Interaktion der Kapazitäten schlägt sich hierbei in der Struktur der Technologiematrix  $A_t$  nieder. Die Funktion, die jeder Wahl von neuen Kapazitätsvektoren  $K_t$  den Erlös bei Annahme der optimalen Lösung des linearen Programms (2.1) in Periode  $t$  zuordnet, wird als operative Erlösfunktion  $\pi_t(K_t, \omega_t)$  bezeichnet. Aus der linearen Programmierung ist bekannt, dass diese für alle  $\omega_t \in \Omega$  konkav im Vektor  $K_t$  ist<sup>38</sup>.

Die Menge aller möglichen Umweltzustände ( $\Omega$ ) ist hierbei periodenunabhängig, d.h. es gilt:  $\omega_t \in \Omega \quad \forall t \in \{1, \dots, T\}$ .

<sup>38</sup> Vgl. Eberly, J. C./Van Mieghem, J. A. (1997), S. 349.