



Einführung in die Physik des 20. Jahrhunderts

Relativitätstheorie, Quantenmechanik,
Elementarteilchenphysik und Kosmologie

David J. Griffiths

Einführung in die Physik des 20. Jahrhunderts

Einführung in die Physik des 20. Jahrhunderts

Relativitätstheorie, Quantenmechanik,
Elementarteilchenphysik und Kosmologie

David J. Griffiths

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Die Informationen in diesem Buch werden ohne Rücksicht auf einen eventuellen Patentschutz veröffentlicht.

Warennamen werden ohne Gewährleistung der freien Verwendbarkeit benutzt.

Bei der Zusammenstellung von Texten und Abbildungen wurde mit größter Sorgfalt vorgegangen. Trotzdem können Fehler nicht ausgeschlossen werden.

Verlag, Herausgeber und Autoren können für fehlerhafte Angaben und deren Folgen weder eine juristische Verantwortung noch irgendeine Haftung übernehmen.

Für Verbesserungsvorschläge und Hinweise auf Fehler sind Verlag und Autor dankbar.

Authorized translation from the English language edition, entitled REVOLUTIONS IN TWENTIETH-CENTURY PHYSICS, First Edition by DAVID J. GRIFFITH, published by CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, Copyright D. Griffiths © 2013

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage retrieval system, without permission from Pearson Education, Inc. GERMAN language edition published by PEARSON DEUTSCHLAND GMBH, Copyright © 2015.

Alle Rechte vorbehalten, auch die der fotomechanischen Wiedergabe und der Speicherung in elektronischen Medien. Die gewerbliche Nutzung der in diesem Produkt gezeigten Modelle und Arbeiten ist nicht zulässig.

Es konnten nicht alle Rechteinhaber von Abbildungen ermittelt werden. Sollte dem Verlag gegenüber der Nachweis der Rechtsinhaberschaft geführt werden, wird das branchenübliche Honorar nachträglich gezahlt.

Fast alle Produktbezeichnungen und weitere Stichworte und sonstige Angaben, die in diesem Buch verwendet werden, sind als eingetragene Marken geschützt. Da es nicht möglich ist, in allen Fällen zeitnah zu ermitteln, ob ein Markenschutz besteht, wird das ©-Symbol in diesem Buch nicht verwendet.

10 9 8 7 6 5 4 3 2

20 19 18 17

ISBN 978-3-86894-262-0 (Buch)
ISBN 978-3-86326-759-9 (E-Book)

© 2015 by Pearson Deutschland GmbH
Lilienthalstr. 2, D-85399 Hallbergmoos/Germany
Alle Rechte vorbehalten
www.pearson.de
A part of Pearson plc worldwide

Programmleitung: Birger Peil, bpeil@pearson.de
Übersetzung: Micaela Krieger-Hauwede, micaela.krieger@online.de
Fachlektorat: Helmut Jarosch, Berlin
Herstellung: Philipp Burkart, pburkart@pearson.de
Satz: Micaela Krieger-Hauwede, micaela.krieger@online.de
Druck und Verarbeitung: CPI books GmbH

Printed in Germany

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	7
Vorwort zur deutschen Auflage	9
1 Einführung: Klassische Grundlagen	11
1.1 Vorbemerkungen	13
1.1.1 Einheiten	13
1.1.2 Wissenschaftliche Schreibweise	14
1.1.3 Signifikante Stellen	15
1.2 Mechanik	17
1.2.1 Kinematik	17
1.2.2 Dynamik	23
1.3 Kräfte	27
1.3.1 Das Newton'sche Gravitationsgesetz	28
1.3.2 Planetenbewegung	30
1.3.3 Das Coulomb'sche Gesetz	32
1.4 Erhaltungssätze	33
1.4.1 Impuls	34
1.4.2 Arbeit und Leistung	36
1.4.3 Energie	38
1.4.4 Energieerhaltung	41
1.4.5 Potentielle Energie im Schwerfeld	44
1.5 Wellen	46
1.5.1 Ausbreitungsgeschwindigkeit, Wellenlänge und Frequenz	47
1.5.2 Interferenz	50
1.5.3 Stehende Wellen	53
2 Spezielle Relativitätstheorie	57
2.1 Einsteins Postulate	59
2.1.1 Das Relativitätsprinzip	59
2.1.2 Die Universalität der Lichtgeschwindigkeit	62
2.2 Konsequenzen	65
2.2.1 Die Relativität der Gleichzeitigkeit	65
2.2.2 Zeitdilatation	67
2.2.3 Längenkontraktion	70
2.3 Paradoxien	73
2.3.1 Das Paradoxon der Längenkontraktion	74

2.3.2	Das Paradoxon der Zeitdilatation	75
2.3.3	Das Scheunenparadoxon	76
2.3.4	Das Zwillingsparadoxon	77
2.4	Relativistische Mechanik	79
2.4.1	Masse und Impuls	79
2.4.2	Energie	82
2.4.3	Masselose Teilchen	86
2.5	Die Struktur der Raumzeit	87
3	Quantenmechanik	93
3.1	Photonen	95
3.1.1	Die Planck-Formel	95
3.1.2	Der photoelektrische Effekt	96
3.1.3	Der Compton-Effekt	98
3.1.4	de Broglies Hypothese	99
3.2	Das Bohr'sche Atommodell	101
3.2.1	Zulässige Energien	102
3.3	Quantenmechanik	107
3.3.1	Welle-Teilchen-Dualismus	107
3.3.2	Die Wellenfunktion	107
3.3.3	Borns Wahrscheinlichkeitsinterpretation	108
3.3.4	Unbestimmtheit	110
3.3.5	Unschärfe	110
3.3.6	Der Tunneleffekt	113
3.4	Was ist an der Quantenmechanik so seltsam?	114
3.4.1	Drei Philosophien	116
3.4.2	Das Einstein-Podolsky-Rosen-Paradoxon	118
3.4.3	Bells Beweis	120
3.4.4	Nichtlokalität	121
3.4.5	Schrödingers Katze	122
4	Elementarteilchenphysik	125
4.1	Die frühe Periode (1897–1932)	127
4.1.1	Elektronen, Protonen und Neutronen	127
4.1.2	Atome	128
4.1.3	Atomkerne	132
4.2	Die mittleren Jahre (1930–1960)	139
4.2.1	Neutrinos (1930–1956)	139
4.2.2	Mesonen (1934–1947)	141
4.2.3	Seltene Teilchen (1947–1960)	143
4.3	Das moderne Zeitalter (1961–1978)	146
4.3.1	Der Achtfache Weg (1961)	146
4.3.2	Das Quarkmodell (1964)	149
4.3.3	Die Novemberrevolution der Physik (1974)	152

4.3.4	Das Standardmodell (1978)	154
4.4	Wechselwirkungen	157
4.4.1	Elektrodynamik	158
4.4.2	Chromodynamik	162
4.4.3	Schwache Wechselwirkung	164
4.4.4	Erhaltungssätze	167
4.4.5	Vereinheitlichung	171
5	Kosmologie	173
5.1	Expansion des Universums	176
5.1.1	Sterne und Galaxien	176
5.1.2	Die kosmologische Rotverschiebung	178
5.1.3	Das Hubble-Gesetz	179
5.1.4	Der Urknall	182
5.2	Der kosmische Mikrowellenhintergrund	183
5.2.1	Schwarzkörperstrahlung	183
5.2.2	Arno Penzias und Robert Wilson	186
5.3	Der Ursprung der Materie	188
5.3.1	Leichte Elemente	189
5.3.2	Schwere Elemente	189
5.3.3	Sterne und Galaxien	190
5.4	Ungelöste Rätsel	191
5.4.1	Die Dunkle Materie	191
5.4.2	Die Gestalt des Universums	192
5.4.3	Die Zukunft	195
5.4.4	Die Dunkle Energie	196
	Index	198
	Bildnachweise	205
	Die Physiker vom Umschlag	206

Vorwort

Das 20. Jahrhundert kann auf vier erstaunliche Revolutionen in der Physik zurückblicken: Relativitätstheorie, Quantenmechanik, Elementarteilchenphysik und Kosmologie. Jede dieser Revolutionen hat unser Verständnis des Universums grundlegend verändert. Selbstverständlich gab es auch in der Technologie außergewöhnliche Durchbrüche (man denke nur an die Elektronik, die Lasertechnik und die Computertechnik). Diese haben unseren Alltag zwar wesentlich stärker beeinflusst, gingen jedoch nicht mit einem vergleichbaren konzeptionellen Umbruch einher.

Das vorliegende Buch handelt von jenen vier Revolutionen. Es wendet sich an alle Leser, die ernsthaft an den großen Konzepten interessiert sind, die die moderne Physik prägen. Angesprochen sind Gymnasiasten oder Physikstudenten im ersten Semester, die sich Appetit auf das holen wollen, was vor ihnen liegt; Studenten, die zwar die Naturwissenschaften nicht als Hauptfach gewählt haben, aber dennoch daran interessiert sind, etwas über die tiefgründigen geistigen Errungenschaften unserer Zeit zu erfahren; Leser, die etwas über Quarks und Quanten, Albert Einstein und den Urknall gehört haben und nun wissen wollen, worum es bei der ganzen Aufregung eigentlich geht.

Fairerweise sollte ich Ihnen vorab auch sagen, worum es in diesem Buch *nicht* geht. Es ist kein weiterer atemberaubender Bericht über die großartigen Spekulationen, die die moderne theoretische Physik maßgeblich bestimmen – diese sonderbaren Objekte, über die Sie vielleicht etwas gelesen oder im Fernsehen gesehen haben. Abgesehen von ein paar Fußnoten und gelegentlichen Randbemerkungen finden Sie hier nichts über Superstrings, zusätzliche Dimensionen oder multiple Universen. Wir beschäftigen uns mit etablierten, klar bestätigten »Fakten«. In gewisser Weise ist die moderne Physik ein Opfer ihres eigenen Erfolgs geworden. Die in diesem Buch beschriebenen Revolutionen erklären alles, was man über unsere Welt weiß, derart perfekt, dass jeder, der das nächste »große Konzept« entwerfen will, gezwungen ist, sich eher auf seine Vorstellungskraft zu verlassen als auf Beobachtungen. Grundsätzlich ist daran nichts falsch – die inspirierte Vorhersage nimmt einen ehrenwerten Platz an der Spitze der wissenschaftlichen Forschung ein. Pauli hat das Neutrino »postuliert«, Dirac das Antiteilchen vorhergesagt, Yukawa das Meson und Gell-Mann das Omega-Baryon und die Quarks, und das nur mit Papier und Bleistift bewaffnet, lange bevor diese Teilchen im Labor tatsächlich nachgewiesen wurden. Ich bin aber der Ansicht, dass es wichtig ist, zwischen »Wissen« und »Spekulation« zu unterscheiden. Manche Autoren vermitteln den Eindruck, als könne man ein Sechserpack Schwarzer Löcher und eine Tüte Higgs-Bosonen in jedem Supermarkt kaufen. Zweifellos werden sich viele der heutigen Vermutungen als wahr erweisen, aber das ist es nicht, worum es in diesem Buch geht. Es geht um die etablierten Grundlagen, auf denen *jede* zukünftige Entwicklung beruhen muss. Schon diese Grundlagen sind so erstaunlich, dass man über sie eine interessante Geschichte erzählen kann.

Dieses Buch ist nicht als abendliche Bettlektüre gedacht und nicht unbedingt für jeden geeignet. Sie müssen sich schon ein wenig in der Mathematik auskennen – das betrifft die Arithmetik und an manchen Stellen ein wenig die Algebra. Es gibt keinen gangbaren Weg, den Gegenstand dieses Buches ohne Mathematik zu erklären. Sollte Sie aber einmal der Anblick einer Gleichung einschüchtern, geben Sie bitte nicht zu schnell auf. Die Physik erscheint mitunter äußerst schwierig, wenn sie einem zum ersten Mal begegnet,

aber sie ist schließlich ziemlich einfach, wenn man sie erst einmal verstanden hat. Und das Verständnis stellt sich nach einer gewissen Vertrautheit und Praxis ein. Dieses Buch ist mit etlichen Aufgaben gespickt, und ich empfehle Ihnen, sie alle zu lösen. Oft sagen Studenten zu mir: »Ich verstehe die *Konzepte*; ich kann nur die *Aufgaben* nicht lösen.« Damit machen sie sich aber selbst etwas vor. Der einzige wahre Test dafür, ob Sie die Konzepte verstanden haben, ist eben die Fähigkeit, die Aufgaben zu lösen. Allerdings braucht das *wirklich* Zeit und Praxis. Abkürzungen gibt es da nicht.

Die moderne Physik beruht auf einer jahrhundertealten Grundlage, die auf Galilei und Newton zurückgeht. Daher beginne ich mit einem Überblick über die wesentlichen Begriffe, Gesetze und Konzepte, die wir aus der klassischen Ära der Physik übernommen haben. Ich behaupte nicht, dass dieser Überblick auch nur ansatzweise vollständig ist – ich werde mich auf jene Teile der klassischen Physik beschränken, die für die folgende Geschichte wesentlich sind. Wir müssen etwas über Masse und Geschwindigkeit, Kraft und Energie, Impuls und Wellenlänge, Gravitation und elektrische Ladung wissen. Diese Begriffe stehen im Mittelpunkt des 1. Kapitels. Die nachfolgenden Kapitel beschäftigen sich mit der Relativitätstheorie, der Quantenmechanik, der Elementarteilchenphysik und der Kosmologie. Prinzipiell wäre die Reihenfolge dieser Themen beliebig. Mir scheint allerdings diese grob chronologische Reihenfolge am sinnvollsten. Wenn Sie jedoch nicht an allen Themen interessiert sind, können Sie die Kapitel auch unabhängig voneinander lesen.

Ich danke den Studenten in meinem Kurs »Master of Arts in Liberal Studies (MALS)«, für die ein großer Teil dieses Textes geschrieben wurde, und insbesondere Trina Marmarelli, die den ersten Entwurf sehr sorgfältig gelesen und viele sperrige Passagen verbessert hat.

Dieses Buch enthält Material aus meinen drei Studienlehrbüchern: *Elektrodynamik – Eine Einführung*, 3. Auflage, (Pearson Studium, 2011.); *Quantenmechanik – Eine Einführung*, 2. Auflage, (Pearson Studium, 2012.); *Introduction to Elementary Particles*, 2. Auflage, (Wiley-VCH, 2008. Copyright Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA). Das Material aus diesen Lehrbüchern wird mit freundlicher Genehmigung von Pearson Studium und Wiley-VCH wiederverwendet.

Vorwort zur deutschen Auflage

Die Revolutionen in der Physik des 20. Jahrhunderts waren gewaltig, faszinierend und folgeschwer zugleich. Außerhalb der Forschergemeinschaft sind sie leider zumeist nur ungenau und mitunter auch falsch verstanden worden. Albert Einsteins grandiose Ideen und deren glänzende experimentelle Bestätigung haben ihn – wohl als ersten Physiker – in den Rang eines Popstars aufsteigen lassen. Diese Begeisterung für die Physik und die Physiker ist unlängst mit Peter Higgs und der Entdeckung seines »Gottesteilchens« neu aufgeflammt.

Aber worum geht es eigentlich bei diesen Revolutionen in der Physik? Was hat es mit der **Relativitätstheorie** auf sich? Was besagt die **Quantenmechanik**? Aus welchen **Elementarteilchen** ist unsere Welt aufgebaut? Wie hat sich der **Kosmos** entwickelt, welche Gestalt hat er heute und welche Zukunft erwartet ihn?

David J. Griffiths, ein Meister der Didaktik und Autor vielgepriesener Lehrbücher zur Elektrodynamik, Quantenmechanik und Elementarteilchenphysik, gibt auf all diese Fragen eine leicht verständliche Antwort (sofern es heute schon Antworten gibt). Er wendet sich damit vorwiegend an Gymnasiasten und an Studenten in den ersten Semestern, aber auch an interessierte Laien.

Demzufolge setzt das Buch lediglich elementare Kenntnisse der Mathematik voraus, die das Schulniveau nicht übersteigen. Alles, was an Vorwissen erforderlich ist, wird in knapper Form und gut verständlich in einem einleitenden Kapitel vermittelt bzw. wiederholt.

Und dann geht es los. In anschaulicher Weise leitet Griffiths aus lediglich zwei einfachen Postulaten – aus dem Relativitätsprinzip und aus der Universalität der Lichtgeschwindigkeit – alle spektakulären Aussagen der Relativitätstheorie ab: Relativität der Gleichzeitigkeit, Längenkontraktion, Zeitdilatation und Addition der Geschwindigkeiten. Dabei greift er nur auf den Satz des Pythagoras zurück! Überlegen Sie gemeinsam mit dem Autor, ob es einem Landwirt durch Ausnutzung der Längenkontraktion gelingen kann, eine 9 Meter lange Leiter in einer 6 Meter langen Scheune zu lagern!

Zu Recht steht die Relativitätstheorie am Anfang der modernen Revolutionen in der Physik: Einstein hat mit seiner Theorie gewissermaßen die »Bühne« aus Raum und Zeit gezimmert, auf der das gesamte Schauspiel unserer Welt abläuft.

Nachdem er die große Bühne beschrieben hat, untersucht Griffiths die mikroskopische Welt. Nach der »körnigen« Struktur der Materie (Atomismus) analysiert er die körnige Struktur der Abläufe: die Quantisierung der Erhaltungsgrößen Energie und Drehimpuls. Besonders spannend sind die philosophischen Konsequenzen der Quantenmechanik. Sie werden konfrontiert mit ihren noch immer ungelösten Problemen: mit dem »Kollaps der Wellenfunktion« und der »Spukhaften Fernwirkung«, die Griffiths originellerweise anhand von zwei Frisbeescheiben im Nebel erklärt. Überlegen Sie gemeinsam mit dem Autor, ob vielleicht gerade Sie am Tod von »Schrödingers Katze« schuld sind!

Dann ist es an der Zeit, die kleinsten Akteure der Welt kennenzulernen. Die Geschichte der Elementarteilchenphysik liest sich wie ein Krimi: Immer wenn man glaubt, den Täter zu kennen, gibt es eine neue Spur. Tauchen Sie mit Griffiths immer tiefer in die Struktur

der Materie ein: Ausgehend vom Atom (dem wörtlich »Unteilbaren«), gelangen Sie zum Elektron und zum Atomkern, dann tiefer zu den Protonen und Neutronen und noch einmal tiefer zu den Quarks und den Leptonen. Stellen Sie – als kleine Übungsaufgabe – eine eigene Theorie auf, der zufolge die »Elementarteilchen« aus noch kleineren Teilchen zusammengesetzt sind! Nach der anschaulichen Beschreibung der Wechselwirkungen der Elementarteilchen mithilfe der »Feynman-Diagramme« führt Sie Griffiths zu den ungelösten Fragen – zur Großen Vereinheitlichten Theorie, durch die alle vier Grundkräfte in einer einzigen Theorie beschrieben werden sollen, und zum Higgs-Teilchen, dem populären »Gottesteilchen«, das den Elementarteilchen ihre Masse verleiht.

Von den kleinsten Akteuren geht es schließlich zu den größten Protagonisten: zu den Planeten, Sternen, Galaxien und zum Kosmos insgesamt. Faszinierende Entdeckungen wie die des Urknalls und der kosmischen Hintergrundstrahlung werden ebenso anschaulich beschrieben wie die Entwicklung der Materie. Abschließend befasst sich Griffiths mit den ungelösten Rätseln unserer Welt: Leben wir in einem sich ständig weiter ausdehnenden Universum? Gibt es tatsächlich Dunkle (nichtstrahlende) Materie? Was ist das Wesen der Dunklen Energie?

Als erfahrener Didaktiker weiß Griffiths, dass der Leser den Stoff erst dann richtig versteht, wenn er sich mit ihm aktiv auseinandersetzt. Deshalb ist das Buch mit vielen gelösten Beispielen und fast 150 Aufgaben gespickt. Ich habe die Aufgaben gelöst und kann Ihnen versichern, dass sie (fast) alle einfach zu bewältigen sind. Also: Frisch ans Werk!

Die Lösungen der Aufgaben finden Sie unter <http://www.pearson-studium.de> zur Kontrolle.

Berlin

Helmut Jarosch



Lösungen

Einführung: Klassische Grundlagen

1

1.1	Vorbemerkungen	13
1.1.1	Einheiten	13
1.1.2	Wissenschaftliche Schreibweise	14
1.1.3	Signifikante Stellen	15
1.2	Mechanik	17
1.2.1	Kinematik	17
1.2.2	Dynamik	23
1.3	Kräfte	27
1.3.1	Das Newton'sche Gravitationsgesetz	28
1.3.2	Planetenbewegung	30
1.3.3	Das Coulomb'sche Gesetz	32
1.4	Erhaltungssätze	33
1.4.1	Impuls	34
1.4.2	Arbeit und Leistung	36
1.4.3	Energie	38
1.4.4	Energieerhaltung	41
1.4.5	Potentielle Energie im Schwerfeld	44
1.5	Wellen	46
1.5.1	Ausbreitungsgeschwindigkeit, Wellenlänge und Frequenz	47
1.5.2	Interferenz	50
1.5.3	Stehende Wellen	53

ÜBERBLICK

» Für das Verständnis der vier großen Revolutionen in der Physik des 20. Jahrhunderts braucht man ein paar Vorkenntnisse aus der Mathematik und der Physik. Dieses einführende Kapitel frischt alle notwendigen Grundlagen vorab auf. Zunächst wird die für das Rechnen mit sehr großen und sehr kleinen Zahlen äußerst praktische Potenzschreibweise erläutert. Danach widmet sich das Kapitel den Grundlagen der Beschreibung von Bewegungen, mit der sich die Kinematik beschäftigt. Die dafür erforderlichen Größen wie Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung werden auf elementare Weise eingeführt. Für die Beschreibung von zeitlichen Veränderungen dieser Größen durch die Einwirkung von Kräften braucht man Kenntnisse in der Dynamik. Das klassische Fundament bilden dafür die Newton'schen Axiome. Neben dem Newton'schen Gravitationsgesetz, das beispielsweise für die Planetenbewegung von Bedeutung ist, wird auch das Coulomb'sche Gesetz behandelt, das die Anziehung bzw. Abstoßung elektrischer Ladungen beschreibt. Anschließend widmet sich das Kapitel den Erhaltungssätzen für die Energie und den Impuls, die zu den Grundansätzen der klassischen Mechanik gehören. Abgerundet wird die kurze Einführung in die klassischen Grundlagen durch die Beschreibung von Wellen einschließlich der Interferenzerscheinungen. «

1.1 Vorbemerkungen

1.1.1 Einheiten

Wenn Sie auf die Frage: »Wie lang ist das Schwimmbecken bei den Olympischen Spielen?« mit 164 antworten, dann könnten Sie in gewisser Weise recht haben. Allerdings ist Ihre Antwort für mich wertlos, denn ich weiß nicht, ob Sie von *Fuß*, *Metern*, *Yards* oder *Lichtjahren* sprechen. Die meisten physikalischen Größen haben eine **Dimension** (Länge, Zeit, Masse, usw.), und man muss die **Einheiten** angeben, in denen man sie misst. In diesem Buch werden wir das metrische Maßsystem verwenden: Meter (m), Sekunde (s), Kilogramm (kg) usw. Das Maßsystem ist selbstverständlich frei wählbar, und man kann ebenso gut Zoll, Stunde und Pfund verwenden, wenn man das bevorzugt – solange man nur nicht vergisst, bei der Spezifikation die Einheiten anzugeben. (Sie hätten »164 Fuß« sagen *sollen*.) Tatsächlich ist es eine gute Praxis, die Einheiten in jedem Schritt bei der Lösung einer Aufgabe mitzuführen: Wenn man eine Strecke berechnet und das Ergebnis in Sekunden herauskommt, dann *weiß* man, dass man einen Fehler begangen hat, und es hat keinen Sinn, weiterzumachen. Man muss erst zum Anfang der Aufgabe zurückgehen und den Fehler suchen und finden.

Da in der wissenschaftlichen Forschung und im Alltag nicht jeder dieselben Einheiten verwendet, ist es wichtig, dass man in der Lage ist, eine Maßeinheit in eine andere **umzurechnen**. Das ist leicht, wenn man systematisch jede Einheit in einem Maßsystem durch die äquivalente Größe im anderen Maßsystem ersetzt. Beispielsweise ist 1 Zoll (in) 2,54 Zentimeter (cm) lang, $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, und in einen Fuß (ft) passen 12 Zoll. Die Länge des Schwimmbeckens ist also

$$\begin{aligned} 164 \text{ ft} &= (164) \times 12 \text{ in} = (164)(12) \times 2,54 \text{ cm} \\ &= (164)(12)(2,54) \times \frac{1}{100} \text{ m} = 50 \text{ m} . \end{aligned}$$

Beispiel 1.1: Umrechnung von Einheiten

Wie viele Quadratmillimeter enthält ein Quadratzentimeter?

Lösung: Ein Zentimeter (cm) sind 10 Millimeter (mm), somit gilt

$$1 \text{ cm}^2 = (1) \times (10 \text{ mm})^2 = 100 \text{ mm}^2 .$$

Also enthält ein Quadratzentimeter 100 Quadratmillimeter. (Sollte Sie das erstaunen, zeichnen Sie auf Millimeterpapier ein $1 \times 1 \text{ cm}$ -Quadrat und zählen Sie einfach die kleinen Kästchen.)

Aufgabe 1.1: Umrechnung von Einheiten

Wie viel sind 60 km/h (Kilometer pro Stunde) in Meter pro Sekunde umgerechnet?

Aufgabe 1.2: Umrechnung von Einheiten

Ein Milliliter (0,001 l) ist ein Kubikzentimeter. Wie viele Liter sind ein Kubikmeter?

1.1.2 Wissenschaftliche Schreibweise

In den folgenden Kapiteln werden uns einige riesige und einige winzige Zahlen begegnen (das Alter des Universums beträgt 432 000 000 000 000 000 s; der Radius eines Wasserstoffatoms ist 0,000 000 000 0529 m). Es ist schwer, solche Zahlen zu erfassen – man muss schon die Augen zusammenkneifen, um all die Nullen zu *zählen*. Wesentlich besser geeignet ist die »Schreibweise in Zehnerpotenzen«. Sehen Sie sich die folgenden Gleichungen an:

$$\begin{aligned}10^1 &= 10, \\10^2 &= 10 \times 10 = 100, \\10^3 &= 10 \times 10 \times 10 = 1000;\end{aligned}$$

offensichtlich gibt die Zehnerpotenz die Anzahl der Nullen rechts von der Ziffer 1 an. Die Zehnerpotenz um eins zu erhöhen bedeutet, die Zahl mit 10 zu *multiplizieren*. In umgekehrter Richtung (wenn man also die Zehnerpotenz um eins verringert) *dividiert* man durch 10:

$$\begin{aligned}10^0 &= 10/10 = 1, \\10^{-1} &= 1/10 = 0,1, \\10^{-2} &= 1/10^2 = 1/100 = 0,01,\end{aligned}$$

usw.; eine *negative* Potenz gibt an, an wievielter Stelle rechts vom Dezimalkomma die Ziffer 1 steht. Das Alter des Universums ist in dieser Schreibweise $4,32 \times 10^{17}$ s (das Dezimalkomma befindet sich 17 Stellen rechts von der Ziffer 4), und der Radius eines Wasserstoffatoms ist $5,29 \times 10^{-11}$ m (das Dezimalkomma steht 11 Stellen *links* von der Ziffer 5).

Will man in dieser Schreibweise Zahlen miteinander multiplizieren, so bildet man das Produkt der Dezimalzahlen vor den Zehnerpotenzen und addiert die Exponenten:

$$\begin{aligned}(2 \times 10^3) \times (3 \times 10^4) &= (2 \times 3) \times 10^{(3+4)} = 6 \times 10^7; \\(3,14 \times 10^{-2}) \times (6,47 \times 10^{-3}) &= 20,3 \times 10^{-5} = 2,03 \times 10^{-4}.\end{aligned}$$

(Es ist üblich, nur eine Ziffer vor dem Komma stehen zu lassen.) Zur Division zweier Zahlen in der Zehnerpotenzschreibweise dividiert man die Dezimalzahlen vor den Zehnerpotenzen und subtrahiert die Exponenten. Wenn Sie sich fragen, woher diese Regeln kommen – oder vergessen haben, wie es funktioniert – führen Sie einfach selbst ein einfaches Beispiel aus, und Sie werden die Regel schnell herausfinden:

$$400 : 20 = \frac{400}{20} = \frac{4 \times 10^2}{2 \times 10^1} = \frac{4}{2} \times 10^{(2-1)} = 2 \times 10 = 20.$$

Das *Addieren* (oder *Subtrahieren*) zweier Zahlen ist in dieser Schreibweise umständlich. Man muss zuerst die beiden Zahlen in *derselben* Zehnerpotenz schreiben:

$$\begin{aligned} 419 + 23 &= (4,19 \times 10^2) + (0,23 \times 10^2) = (4,19 + 0,23) \times 10^2 \\ &= 4,42 \times 10^2 = 442. \end{aligned}$$

All dies braucht eine gewisse Übung. Sollte Ihnen die Schreibweise neu sein, so vergewissern Sie sich, dass Sie die folgenden Aufgaben problemlos lösen können. Wenn das der Fall ist, nehmen Sie ruhig einen Taschenrechner und überlassen Sie ihm den Rest!

Aufgabe 1.3: Schreibweise in Zehnerpotenzen

- a Wie viele Sekunden hat ein Jahr?
- b Wie alt ist das Universum in Jahren?

Aufgabe 1.4: Schreibweise in Zehnerpotenzen

Ein Weizenfeld ist 5 Kilometer lang und 3 Kilometer breit. Wie viele Quadratmeter hat das Feld?

Aufgabe 1.5: Schreibweise in Zehnerpotenzen

- a $(3 \times 10^6) \times (12 \times 10^7) = ?$
- b $\frac{(12 \times 10^{17})}{(4 \times 10^{13})} = ?$
- c $(6,29 \times 10^4) + (7,1 \times 10^3) = ?$

1.1.3 Signifikante Stellen

Angenommen, ich gehe zur Tafel und zeichne einen Kreis, indem ich meinen ausgestreckten Arm einmal herumschwinge. *Frage:* Welchen Umfang hat dieser Kreis? Die Gleichung für den Umfang lautet $U = 2\pi r$ mit dem Radius r . Mein Arm ist schätzungsweise 70 cm (0,7 m) lang. Wenn ich das in meinen Taschenrechner eintippe (der natürlich den Wert für π gespeichert hat), erhalte ich als Ergebnis

$$U = 4,398\,229\,715 \text{ m}.$$

Was fangen Sie mit diesem Ergebnis an? Glauben Sie wirklich an die 5 an der neunten Dezimalstelle nach dem Komma? Schließlich war der Wert, den ich für r eingesetzt habe, ja nur eine grobe Schätzung. Es könnte durchaus sein, dass mein Arm in Wirklichkeit 74 cm lang ist (dann wäre $U = 4,649\,557\,127$ m) oder auch nur 67 cm (dann wäre $U = 4,209\,734\,156$ m). Offensichtlich stimmt die führende Ziffer 4, und die nächste Ziffer scheint zwischen 2 und 6 zu liegen, aber der Rest ist bedeutungsloser Müll. Ich *sollte* als Lösung

$$U = 4,4 \text{ m}$$

aufschreiben. Nur diese beiden Ziffern haben einen Bezug zur Realität – man nennt sie die **signifikanten Stellen**.

In unserem Zeitalter, in dem Taschenrechner und Computer munter 8 oder sogar 16 Ziffern ausspucken, ist es verführerisch, sie einfach alle anzugeben, auch wenn sich nach kurzer Überlegung herausstellt, dass die meisten von ihnen nicht signifikant sind. Streng genommen ist es nicht *falsch*, aber grob irreführend, und es wirkt unprofessionell. Tun Sie es also nicht. Wenn Sie ein oder zwei zusätzliche Stellen mitnehmen möchten, um auf der sicheren Seite zu sein, würde ich mich mit Ihnen nicht anlegen. Aber bitte nicht mehr. Der Leser geht normalerweise davon aus, dass alle Stellen, die Sie angeben, auch richtig sind. Genauer gesagt: Wenn Sie 3,14 schreiben, wird der Leser schlussfolgern, dass der wahre Wert zwischen 3,135 und 3,145 liegt. Wenn Sie ziemlich sicher sind, dass der Wert zwischen 3,138 und 3,142 liegt, schreiben Sie am besten $3,140 \pm 0,002$.

Wie kann man die Anzahl signifikanter Stellen eines Ergebnisses bestimmen? Die narrensichere Methode ist diejenige, die ich soeben für den Umfang des Kreises angewendet habe: Man berechnet das Ergebnis mithilfe aller denkbaren Eingabewerte. Es gibt einen ganzen mathematischen Apparat, um dies effizienter zu erledigen. Damit brauchen wir uns hier aber nicht zu befassen. Sehr grob gesprochen, könnte man sagen: Wenn Sie bei Ihrer Eingabe n signifikante Stellen verwendet haben, dann hat auch Ihr Ergebnis n signifikante Stellen verdient.

Aufgabe 1.6: Signifikante Stellen

Ein wohlbekanntes Problem tritt auf, wenn man zwei Zahlen voneinander subtrahiert, die fast gleich groß sind. Es folgt ein Beispiel. Ein Mechaniker misst die Länge zweier Stäbe mit einer fantastischen Genauigkeit: Stab A ist 4,79302 m lang, und Stab B ist 4,79303 m lang.

- a Wie viele signifikante Stellen gibt es bei jedem Messergebnis?
- b Wie groß ist die *Differenz* ihrer Längen?
- c Wie viele signifikante Stellen hat die Differenz?

1.2 Mechanik

Die **Mechanik** ist die **Lehre von der Bewegung**. Naturgemäß untergliedert sie sich in zwei Teile: in die *Beschreibung* der Bewegung (die man unter dem Begriff **Kinematik** kennt) und in die Lehre von den *Ursachen* der Bewegung, die **Dynamik**.

1.2.1 Kinematik

Stellen Sie sich eine Lokomotive vor, die sich nur auf einer glatten, geraden Schiene bewegen kann (►Abbildung 1.1).

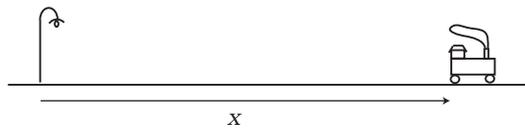


Abbildung 1.1 Eine Lokomotive, die sich nur auf einer glatten, geraden Schiene bewegen kann.

Zur Beschreibung ihrer Bewegung brauchen wir ein paar Begriffe.

- **Position.** Zunächst stellt sich die Frage, wie ich jemandem die Position der Lokomotive mitteilen kann? Eine Möglichkeit wäre, ihre Entfernung vom Laternenpfahl anzugeben. Wenn ich Ihnen mitteile, dass $x = 12$ m ist, dann wissen Sie, dass sich die Lokomotive 12 m rechts vom Laternenpfahl befindet. Was bedeutet es aber, wenn ich $x = -3$ m angebe? Natürlich bedeutet das, dass sich die Lokomotive 3 m *links* vom Laternenpfahl befindet. Gut: x ist also die **Position** der Lokomotive.
- **Geschwindigkeit.** Wenn sich die Lokomotive bewegt, ändert sich ihre Position, und wir möchten gern wissen, wie *schnell* sie das tut? Die **Geschwindigkeit** ist die *Änderungsrate* der Position – nämlich der Quotient aus der zurückgelegten Strecke und der dafür benötigten Zeit. Angenommen, wir messen die Zeit mit einer Stoppuhr und erhalten die Zeit t in Sekunden. Dann beobachten wir, dass sich die Lokomotive von der Position $x = 10$ m zur Zeit $t = 3$ s zur Position $x = 25$ m zur Zeit $t = 8$ s bewegt. Die zurückgelegte Strecke ist also 15 m, und die Lokomotive hat dafür 5 s benötigt. Somit ergibt sich für die Geschwindigkeit v :

$$v = \frac{15 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 3 \text{ m/s}.$$

Wie sind wir auf diese Zahlen gekommen? Um die zurückgelegte Strecke zu bestimmen, haben wir die Anfangsposition von der Endposition subtrahiert: $x_{\text{Ende}} - x_{\text{Anfang}}$; die verstrichene Zeit haben wir bestimmt, indem wir die Anfangszeit von der Endzeit subtrahiert haben: $t_{\text{Ende}} - t_{\text{Anfang}}$. Offensichtlich gilt

$$v = \frac{x_{\text{Ende}} - x_{\text{Anfang}}}{t_{\text{Ende}} - t_{\text{Anfang}}}.$$

Allerdings sieht das recht umständlich aus; es gibt ein hübsches Symbol, nämlich den griechischen Buchstaben Δ . Er steht für »die Änderung« der nachfolgenden Größe:

$$\Delta z = z_{\text{Ende}} - z_{\text{Anfang}},$$

(was auch immer z sein mag). Dann ist

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (1.1)$$

Dadurch erfahren wir zwar nichts, was wir nicht schon wussten – aber die Form der Gleichung ist nun übersichtlicher.

Was würden Sie daraus schließen, wenn ich Ihnen gesagt hätte, dass die Geschwindigkeit der Lokomotive *negativ* ist (etwa -3 m/s)? Offensichtlich bewegt sich die Lokomotive in diesem Fall nach *links*.

- **Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit.** Angenommen, die Lokomotive ist zur Zeit $t = 0$ am Laternenpfahl gestartet und bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 3 m/s . Welche Position hat sie nach 1 s ? Die Antwort ist $x = 3 \text{ m}$. Nach 2 s sind es 6 m , nach 3 s sind es 9 m usw. Wie lautet die allgemeine Regel? Offensichtlich multipliziert man die Geschwindigkeit (v) mit der verstrichenen Zeit (t). Dies können wir in einer einfachen Gleichung ausdrücken:

$$x = vt \quad (\text{Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit}). \quad (1.2)$$

Dabei sind wir davon ausgegangen, dass die Lokomotive am Laternenpfahl ($x = 0$) gestartet ist; wäre sie von der Position x_0 gestartet, hätte sie nach der Zeit t die Position

$$x = x_0 + vt. \quad (1.3)$$

- **Beschleunigung.** Was passiert, wenn die Lokomotive beschleunigt oder abbremst, sich also *nicht* mit konstanter Geschwindigkeit bewegt? Die Änderungsrate der Geschwindigkeit bezeichnet man als die **Beschleunigung**. Die Beschleunigung a verhält sich zur Geschwindigkeit wie die Geschwindigkeit zur Position:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \quad (1.4)$$

Sagen wir beispielsweise, dass sich die Lokomotive zur Zeit $t = 7 \text{ s}$ mit einer Geschwindigkeit von 3 m/s bewegt hat und sie sich zur Zeit $t = 10 \text{ s}$ mit einer Geschwindigkeit von 9 m/s bewegt, dann ist $\Delta v = 9 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}$ und $\Delta t = 10 \text{ s} - 7 \text{ s} = 3 \text{ s}$, also

$$a = \frac{6 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2.$$

(Wie Sie sehen, ist die Einheit der Beschleunigung m/s^2 .)

- **Bewegung mit konstanter Beschleunigung.** Nehmen wir an, dass die Lokomotive aus dem Stand (Geschwindigkeit $v = 0$) am Laternenpfahl (Position $x = 0$) zur Zeit $t = 0$ (sagen wir mittags) startet und mit a konstant beschleunigt wird. Nach einer Zeit t ist die Geschwindigkeit

$$v = at \quad (\text{Bewegung mit konstanter Beschleunigung}) \quad (1.5)$$