



Elektrische Maschinen Lehr- und Übungsbuch

PEARSON

ALWAYS LEARNING



Wilfried Hofmann

Elektrische Maschinen

PEARSON

Higher Education München • Harlow • Amsterdam • Madrid • Boston San Francisco • Don Mills • Mexico City • Sydney a part of Pearson plc worldwide Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über *http://dnb.dnb.de* abrufbar.

Die Informationen in diesem Buch werden ohne Rücksicht auf einen eventuellen Patentschutz veröffentlicht. Warennamen werden ohne Gewährleistung der freien Verwendbarkeit benutzt. Bei der Zusammenstellung von Texten und Abbildungen wurde mit größter Sorgfalt vorgegangen. Trotzdem können Fehler nicht ausgeschlossen werden. Verlag, Herausgeber und Autoren können für fehlerhafte Angaben und deren Folgen weder eine juristische Verantwortung noch irgendeine Haftung übernehmen. Für Verbesserungsvorschläge und Hinweise auf Fehler sind Verlag und Autor dankbar.

Es konnten nicht alle Rechteinhaber von Abbildungen ermittelt werden. Sollte dem Verlag gegenüber der Nachweis der Rechtsinhaberschaft geführt werden, wird das branchenübliche Honorar nachträglich gezahlt.

Alle Rechte vorbehalten, auch die der fotomechanischen Wiedergabe und der Speicherung in elektronischen Medien. Die gewerbliche Nutzung der in diesem Produkt gezeigten Modelle und Arbeiten ist nicht zulässig.

Fast alle Produktbezeichnungen und weitere Stichworte und sonstige Angaben, die in diesem Buch verwendet werden, sind als eingetragene Marken geschützt. Da es nicht möglich ist, in allen Fällen zeitnah zu ermitteln, ob ein Markenschutz besteht, wird das ®-Symbol in diesem Buch nicht verwendet.

10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

 $15\quad 14\quad 13$

ISBN 978-3-86894-009-1

© 2013 by Pearson Deutschland GmbH Martin-Kollar-Straße 10-12, D-81829 München/Germany Alle Rechte vorbehalten www.pearson.de A part of Pearson plc worldwide

Programmleitung: Birger Peil, bpeil@pearson.de Korrektorat: Brigitta Keul, München Einbandgestaltung: Thomas Arlt, tarlt@adesso21.net Herstellung: Philipp Burkart, pburkart@pearson.de Satz: mediaService, Siegen (www.mediaservice.tv) Druck und Verarbeitung: Drukarnia Dimograf, Bielsko-Biala

Printed in Poland

Inhaltsübersicht

Vorwort		13
Kapitel 1	Grundlagen der elektromagnetischen Energiewandlung	15
Kapitel 2	Transformatoren	85
Kapitel 3	Stromwendermaschinen	145
Kapitel 4	Grundlagen der Drehfeldmaschinen	197
Kapitel 5	Induktionsmaschinen	223
Kapitel 6	Synchronmaschinen	295
Kapitel 7	Kleinmaschinen	371
Kapitel 8	Linearmaschinen	415
Kapitel 9	Sekundärfunktionen	435
Anhang A	Formelzeichenverzeichnis	449
Register		455

Inhaltsverzeichnis

Vorwort 13 **Kapitel 1** Grundlagen der elektromagnetischen Energiewandlung 15 Lernziele 16 1.1 Feldtheoretische Zusammenhänge..... 17 Durchflutungsgesetz 1.1.1 17 1.1.2 Flussgesetze.... 25 Materialgesetze 1.1.3261.1.4 Magnetfelder 31 1.1.5 Magnetkreise 37 1.1.644 1.1.7 Kraftwirkungsgesetz 51 1.1.8 Drehmomentbildung..... 55 1.2Einteilung elektrischer Maschinen. 59 1.2.1Einteilung nach der Flussführung 59 Einteilung nach der Stromart 1.2.261 1.2.3Einteilung nach der Bewegungsart..... 61 Einteilung nach dem Drehzahlverhalten 1.2.4 62 Leistungs- und Energiebilanz..... 1.3 63 Leistungsbilanz 1.3.163 Exkurs 66 1.3.2Energiebilanz 68 Wirkungsgrad und Energieeffizienz 1.3.375 1.4 Entwurf elektromagnetischer Energiewandler..... 76 1.4.177 1.4.2Grundabmessungen..... 78 Zusammenfassung..... 83 Literatur..... 83 Kapitel 2 Transformatoren 85 Lernziele 86 Einführung 2.187 2.2Einphasentransformatoren 89 2.2.1Grundprinzip..... 89 2.2.2Aufbau und technische Ausführung 90 2.2.3Beschreibung des Transformators. 94 2.2.4Betriebsverhalten..... 102 2.2.5Verluste und Wirkungsgrad 107

2.3	Drehst	romtransformatoren	108
	2.3.1	Magnetischer Aufbau	108
	2.3.2	Elektrische Schaltungen	110
	2.3.3	Schaltgruppen	113
	2.3.4	Betriebsverhalten des Drehstromtransformators	115
2.4	Spezia	ltransformatoren	119
	2.4.1	Spartransformatoren	119
	2.4.2	Stromrichtertransformatoren	122
	243	Streufeldtransformatoren	125
	2.4.0	Stalltransformatoran	125
	2.1.1	Mittalfroquonztransformatoron	125
	2.4.5	Vontaktlaga Energiaühertragung	127
0 5	2.4.0 Weehe		120
2.5	wachs	tumsgesetze	131
2.6	Messu		132
	2.6.1	Leerlaufversuch	132
	2.6.2	Kurzschlussversuch	134
2.7	Entwu	rtsgrundlagen	136
	2.7.1	Magnetischer Entwurf	136
	2.7.2	Elektrischer Entwurf	137
	Zusam	menfassung	143
	Literat	ur	143
Кар	itel 3	Stromwendermaschinen	145
	Lernzie	əle	146
3.1	Lernzie Gleich	ele	146 147
3.1	Lernzie Gleich: 3.1.1	ele	146 147 147
3.1	Lernzie Gleich 3.1.1 3.1.2	ele	146 147 147 153
3.1	Lernzie Gleich: 3.1.1 3.1.2 3.1.3	ele	146 147 147 153 159
3.1	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs	ele	146 147 147 153 159 161
3.1	Lernzie Gleich 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4	ele	146 147 147 153 159 161 162
3.1	Lernzie Gleich: 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5	ele	146 147 147 153 159 161 162 166
3.1	Lernzie Gleich: 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 2.1.6	ele	146 147 147 153 159 161 162 166
3.1	Lernzie Gleich: 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 2.1.7	ele	146 147 147 153 159 161 162 166 168
3.1	Lernzie Gleich: 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7	ele	146 147 147 153 159 161 162 166 168 181
3.1 3.2	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer	ele	146 147 147 153 159 161 162 166 168 181 182
3.1 3.2	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer 3.2.1	ele	146 147 147 153 159 161 162 166 168 181 182 182
3.1 3.2	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer 3.2.1 3.2.2	ele	146 147 153 159 161 162 166 168 181 182 182 182
3.1 3.2	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer 3.2.1 3.2.2 3.2.3	elestrommaschinen	146 147 153 159 161 162 166 168 181 182 182 183 185
3.1 3.2 3.3	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer 3.2.1 3.2.2 3.2.3 Einpha	ele	146 147 153 159 161 162 166 168 181 182 182 183 185 189
3.1 3.2 3.3	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer 3.2.1 3.2.2 3.2.3 Einpha 3.3.1	ele	146 147 153 159 161 162 166 168 181 182 183 185 189 190
3.1 3.2 3.3	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer 3.2.1 3.2.2 3.2.3 Einpha 3.3.1 3.3.2	ele	146 147 153 159 161 162 166 168 181 182 183 185 189 190 191
3.1 3.2 3.3	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer 3.2.1 3.2.2 3.2.3 Einpha 3.3.1 3.3.2 3.3.3	ele	146 147 153 159 161 162 166 168 181 182 183 185 189 190 191 191
3.13.23.33.4	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer 3.2.1 3.2.2 3.2.3 Einpha 3.3.1 3.3.2 3.3.3 Entwur	ele	146 147 153 159 161 162 166 168 181 182 183 185 189 190 191 191 192
3.13.23.33.4	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer 3.2.1 3.2.2 3.2.3 Einpha 3.3.1 3.3.2 3.3.3 Entwur 3.4.1	ele	146 147 153 159 161 162 166 168 181 182 183 185 189 190 191 191 192 192
3.13.23.33.4	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer 3.2.1 3.2.2 3.2.3 Einpha 3.3.1 3.3.2 3.3.3 Entwurs 3.4.1 3.4.2	ele	146 147 153 159 161 162 166 168 181 182 183 185 189 190 191 191 192 192 194
3.13.23.33.4	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer 3.2.1 3.2.2 3.2.3 Einpha 3.3.1 3.3.2 3.3.3 Entwur 3.4.1 3.4.2 Zusam	ele	146 147 153 159 161 162 166 168 181 182 183 185 189 190 191 191 192 192 194 196
3.13.23.33.4	Lernzie Gleichs 3.1.1 3.1.2 3.1.3 Exkurs 3.1.4 3.1.5 3.1.6 3.1.7 Univer 3.2.1 3.2.2 3.2.3 Einpha 3.3.1 3.3.2 3.3.3 Entwur 3.4.1 3.4.2 Zusam Literat	ele	146 147 153 159 161 162 166 168 181 182 183 185 189 190 191 191 192 192 192 194 196 196

Кар	itel 4	Grundlagen der Drehfeldmaschinen	197
4.1 4.2 4.3 4.4	Lernzi Magne Spann Drehm Betriel Zusam Literat	ele	198 199 209 215 218 222 222
Кар	itel 5	Induktionsmaschinen	223 224
5.1	Konstr 5.1.1 5.1.2	ruktiver Aufbau	224 225 225 227
5.2	Grund	wellenmodell und Ersatzschaltbild	228
5.3	Kreisd	liagramm der Käfigläufermaschine	234
	5.3.1 5.3.2	Stromdiagramme bei 50-Hz-Netzbetrieb	234
54	0.0.∠ Retriel	Stromonskurve der stredungstreien Maschnie	239 241
J.1	5.4.1	Leistungshilanz	241
	5.4.2	Drehmoment	242
	5.4.3	Betriebsströme	246
	5.4.4	Verluste	248
	5.4.5	Anlauf	252
	5.4.6	Bremsen	256
	5.4.7	Drehzahlstellung	260
	Exkurs	S	269
	5.4.8	Asynchrongenerator	271
5.5	Strome	ortskurven der Schleifringläufermaschine.	275
	5.5.1	Stromortskurven bei passivem Widerstandsbetrieb	276
FG	5.5.2 Detrial	Stromortskurven bei Kotorspeisung	276
5.0	561		200
	5.6.2	Drehmoment	200 281
	563	Anlaufen	283
	564	Bremsen	283
	5.6.5	Drehzahlstellung	285
5.7	Entwu	rf	288
	5.7.1	Ausnutzung	288
	5.7.2	Hauptabmessungen	291
	5.7.3	Wicklungsentwurf	291
	Zusam	nmenfassung	294
	Literat	ur	294

Кар	itel 6	Synchronmaschinen	295
	Lernzi	ele	296
6.1	Aufbau	ı von Svnchronmaschinen	297
	6.1.1	Anker	297
	6.1.2	Rotor	297
	6.1.3	Erregereinrichtung	299
6.2	Kühlu	ng	304
	6.2.1	Luftkühlung	305
	6.2.2	Wasserstoffkühlung	306
	6.2.3	Flüssigkeitskühlung	306
	6.2.4	Tieftemperaturkühlung für Hochtemperatur-Supraleiter (HTSL).	306
6.3	Prinzig	pielle Wirkungsweise	307
6.4	Vollpo	l-Synchronmaschine	308
	6.4.1	Magnetfelder	308
	6.4.2	Induktionsspannungen	312
	6.4.3	Zeigerdiagramm und Ersatzschaltbild	314
	6.4.4	Stromortskurve	317
	6.4.5	Betriebsverhalten am starren Netz	320
	6.4.6	Betriebsverhalten am Inselnetz	328
6.5	Schenl	kelpol-Synchronmaschine	334
	6.5.1	Magnetfelder und Induktionsspannungen	334
	6.5.2	Zeigerdiagramm	338
	6.5.3	Stromortskurve	339
	6.5.4	Betriebsverhalten	341
6.6	Perma	nentmagneterregte Synchronmaschine	344
	6.6.1	Aufbau	344
	6.6.2	Magnetfelder	348
	6.6.3	Betriebsverhalten bei blockförmiger Stromkommutierung	351
	6.6.4	Betriebsverhalten bei sinusförmiger Stromkommutierung	356
	6.6.5	Netzgespeiste selbstanlaufende PM-Synchronmaschine	359
6.7	Synchi	rone Reluktanzmaschinen	361
	6.7.1	Aufbau	362
	6.7.2	Magnetfelder	363
	6.7.3	Betriebsverhalten	364
	Zusam	menfassung	368
	Literat	ur	369
Kapitel 7 Kleinmaschinen		Kleinmaschinen	371
1	Lernzi	ele	372
7.1	Einpha	asen-Wechselstrommaschinen	373
,,,	7.1.1	Wechselfelder	373
	7.1.2	Spannungsinduktion	374
	7.1.3	Drehmomenthildung	374
	7.1.4	Bauformen und Betriebsverhalten	376
	7.1.5	Drehstrommaschine am Einphasennetz	386
	,		000

7.2	Synchr	on-Kleinmaschinen	388
	7.2.1	Permanentmagnet-Synchronmotor	388
	7.2.2	Synchrone Reluktanzmaschine.	390
	7.2.3	Geschaltete Reluktanzmaschine	394
	7.2.4	Hysteresemotor	398
7.3	Schritti	motoren	398
	7.3.1	Bauarten	398
74	7.3.2 Kommi	Dell'iebsverilaliell	400
7.4	7 4 1		404
	7.4.2	Betriehsverhalten	407
	Zusami	menfassung	414
	Literatu	IF	414
Кар	itel 8	Linearmaschinen	415
8.1	Aufbau	L	416
8.2	Wande	rfeld	420
8.3	Asynch	ironer Linearmotor.	422
	8.3.1	Aufbau und Wirkungsweise	422
0.4	8.3.2 Control	Betriebsverhalten.	424
8.4	Synchr	Author und Winkungeweice	427
	0.4.1 8 / 2	Konnworto	427
85	Wachst	umegesetze und Auslegung	432
0.0	Zusami	menfassung	434
	Literati	II	434
Кар	itel 9	Sekundärfunktionen	435
9.1	Erwärn	ung und Kühlung	436
	9.1.1	Wärmetransport	436
	9.1.2	Erwärmungsvorgänge	439
	9.1.3	Kühlverfahren und Kühlmittel	442
0.0	9.1.4	Erwärmungsprüfung	445
9.2	Isolieru	Ing.	445
	9.2.1	Vicklungsisollerung	440
	9.2.2 71100m	standards zur isonerung und Spannungsprutung	440 448
	Literati	1r	448
	Litorutt	*****	110
Anh	ang A	Formelzeichenverzeichnis	449
A.1	Variabl	e	450
A.2	Indizes		452
Regi	ister		455

Vorwort

Mit dem vorliegenden Lehrbuch werden die Grundlagen elektrischer Maschinen vermittelt, wie man sie vielfach in Studienprogrammen von Universitäten und Hochschulen findet, die eine ein- bis zweisemestrige Vorlesung, begleitende Übungen und ein Praktikum ausweisen. Im Einzelnen werden Aufbau und Wirkungsweise elektrischer Maschinen behandelt. Effektiv- und Raumzeigergrößen werden definiert. Ersatzschaltbilder als Modelle für einfache Sachverhalte werden schrittweise entwickelt. Zeigerbilder und Ortskurven dienen als Hilfsmittel zur Erklärung des stationären Betriebsverhaltens.

Zum Erwerb des hier vermittelten Wissens sind Vorkenntnisse aus drei- bis viersemestrigen Lehrveranstaltungen zu den Grundlagen der Elektrotechnik und eine Einführung in die elektrische Energietechnik notwendig, auf denen der Lehrstoff aufbaut.

Dennoch nehmen die Grundlagen der Energiewandlung mit Kapitel 1 einen wesentlichen Teil des Buches ein, da sie die Basis für das Funktionieren elektrischer Maschinen bilden. Kapitel 2 vermittelt Kenntnisse zu Transformatoren – zunächst für den Einphasentransformator, an dem das wesentliche Betriebsverhalten abgehandelt wird, und danach für den Drehstromtransformator als wichtiges Betriebsmittel der Elektroenergieversorgung. Im Kapitel 3 wird die Gleichstrommaschine besprochen, die heute gemessen an der Stückzahl immer noch die meist produzierte Maschinenart darstellt. Im selben Kapitel werden noch weitere aktuelle Stromwendermaschinen behandelt. Das etwas kürzere Kapitel 4 wird eingeschoben, um auf die nachfolgend zu behandelnden Drehfeldmaschinen vorzubereiten. Der Schwerpunkt wird auf das Verständnis des Drehfeldes, seiner Entstehung und die daraus abzuleitenden Eigenschaften gelegt. Mit Kapitel 5 werden die Induktionsmaschinen als die nach wie vor wichtigste Maschinenart für industrielle Anwendungen eingeführt. Synchronmaschinen folgen im Kapitel 6 mit dem Schwerpunkt Elektroenergie-versorgung. Darüber hinaus spielt die permanentmagneterregte Synchronmaschine eine zunehmend wichtige Rolle für Stell- und Fahrmotoren. Kleinmaschinen werden in variantenreichen Ausführungen in Kapitel 7 behandelt. Mit Linearmaschinen wird in Kapitel 8 eine sowohl im Aufbau als auch im Betriebsverhalten von den rotierenden Maschinen abweichende Maschinenart besprochen. Das Kapitel 9 zu Sekundärfunktionen wie Erwärmung und Kühlung sowie Isolation beschließt das Lehrbuch.

Jedes Kapitel wird mit einen Aufgabenteil und Prüfungsfragen zur Unterstützung der Fachprüfung versehen, deren Lösungen über die CWS des Verlags bezogen werden können.

Der Verfasser bedankt sich bei den wissenschaftlichen Mitarbeitern der Lehrstühle für Elektrische Maschinen und Antriebe der TU Dresden und der TU Chemnitz, die an der Realisierung einzelner Aufgaben- und Fragestellungen großen Anteil hatten. Für die Überlassung von Beispieldaten sei den Industriepartnern herzlich gedankt. Besonderer Dank gilt Frau Schad, die mit ihrer fleißigen Arbeit zur Manuskripterstellung in allen Phasen dieses Lehrbuch erst möglich gemacht hat.



Abschließend möchte ich mich bei meiner Familie insbesondere meiner Frau Katrin bedanken, die sehr viel Verständnis über viele Monate hinweg aufgebracht und an der Buchentstehung Anteil genommen hat.

Allen Lesern insbesondere den Studenten wünsche ich viel Erfolg beim Arbeiten mit dem Lehrbuch.

Wilfried Hofmann

Dresden

Grundlagen der elektromagnetischen Energiewandlung

1.1	Feldt	heoretische Zusammenhänge	17
	1.1.1	Durchflutungsgesetz	17
	1.1.2	Flussgesetze	25
	1.1.3	Materialgesetze	26
	1.1.4	Magnetfelder	31
	1.1.5	Magnetkreise	37
	1.1.6	Induktionsgesetz	44
	1.1.7	Kraftwirkungsgesetz	51
	1.1.8	Drehmomentbildung	55
1.2	Einte	ilung elektrischer Maschinen	59
	1.2.1	Einteilung nach der Flussführung	59
	1.2.2	Einteilung nach der Stromart	61
	1.2.3	Einteilung nach der Bewegungsart	61
	1.2.4	Einteilung nach dem Drehzahlverhalten	62
1.3	Leist	ungs- und Energiebilanz	63
	1.3.1	Leistungsbilanz	63
	1.3.2	Energiebilanz	68
	1.3.3	Wirkungsgrad und Energieeffizienz	75
1.4	Entw	urf elektromagnetischer Energiewandler	76
	1.4.1	Ausnutzung	77
	1.4.2	Grundabmessungen	78

1

ÜBERBLICK

Die elektromagnetische Energiewandlung ist die derzeit dominierende Wandlungsart elektrischer in mechanische bzw. mechanischer in elektrische Energie mit einer physikalischen Skalierung, die den Maßstäben einer modernen technischen Nutzung gerecht wird. Besondere Bedeutung kommt in diesem Wandlungsprozess der Umsetzung und Zwischenspeicherung in die magnetische Energieform zu, für die entsprechend geeignete Magnetwerkstoffe zur Verfügung stehen müssen. Grundsätzlich unterscheidet man:

- bewegte Energiewandler (Maschinen, Aktoren)
- ruhende Energiewandler (Transformatoren)

Die technische Entwicklung der genannten Energiewandler hat bereits eine über 150jährige Geschichte hinter sich und wäre ohne fundamentale Entdeckungen auf dem Gebiet der Elektrodynamik und des Magnetismus undenkbar gewesen. Seitdem hat sie das Leben der menschlichen Gesellschaft in allen Bereichen grundlegend geändert und die technischen Umwälzungen, die mit der Dampfmaschine begonnen hatten, weitergeführt und um ein Vielfaches an Wirkung überboten.

Die in Generatoren und Motoren umgewandelte Energiemenge umfasst in den Industrieländern nahezu 70 % der Nutzenergie und wird mit einem sehr hohen Wirkungsgrad gewandelt. D. h. hier ist bereits ein technischer Stand erreicht, dessen Verbesserung zunehmend mit der Frage nach der Wirtschaftlichkeit verknüpft ist.

Besonders hohe Erwartungen werden in den zunehmenden Ersatz von Verbrennungsmaschinen durch Elektromaschinen in Kraftfahrzeugen gesetzt, um den CO_2 -Ausstoß entscheidend zu begrenzen bzw. zu vermindern. Damit stoßen elektromagnetische Energiewandler in Gebiete vor, die auch eine grundlegende Umwälzung der derzeitigen Infrastruktur zur Folge haben werden.

Lernziele

Nach Durcharbeiten dieses Kapitels werden Sie in der Lage sein,

- die Grundgrößen des Elektromagnetismus und deren Zusammenhänge in Grundgesetzen zu beherrschen und anwenden zu können;
- die abgeleiteten Größen zur Beschreibung der elektromagnetischen Energiewandlung und für Überschlagsrechnungen zur Dimensionierung von elektrischen Maschinen nutzen zu können;
- die Verlustbilanz elektrischer Maschinen aufzustellen und Schlussfolgerungen f
 ür den Wirkungsgrad ziehen zu k
 önnen;
- den Grobentwurf einer allgemeinen elektrischen Maschine hinsichtlich der wichtigsten Abmessungen vornehmen zu können.

Die moderne Zivilisation ist im besonderen Maße auf die Bereitstellung und Anwendung elektrischer Energie angewiesen. Energiewandler auf elektromagnetischer Basis sind dabei die Nahtstelle zur Energiebereitstellung aus Primärquellen, zur Anpassung an verschiedene Verteilersysteme und zur Umwandlung in mechanische Arbeit. Leistungsfähige Generatoren, verlustarme Transformatoren und effektive elektrische Antriebe übernehmen diese Aufgaben.

Die Grundlage der Energiewandlung beruht dabei auf der Nutzung eines Zwischenträgers der Energie, die durch das magnetische Feld gegeben ist. Dessen Energieänderung führt letzten Endes zur Umwandlung von elektrischer in mechanische oder von mechanischer in elektrische Energie.

1.1 Feldtheoretische Zusammenhänge

Die mathematische Beschreibung der physikalischen Gesetze geht zurück auf die von Maxwell entwickelten Grundlagen (Maxwell'sche Gleichungen), die auf den nachstehenden Basis-Feldgrößen beruhen:

Feldstärken:	<i>E</i> - elektrische Feldstärke
	<i>H</i> - magnetische Feldstärke
Felddichten:	J - elektrische Stromdichte (Konvektionsstromdichte)
	B - magnetische Felddichte (magnetische Induktion)
	D - dielektrische Verschiebungsdichte

Mithilfe dieser Basisgrößen lassen sich zunächst die allgemeinen Feldgleichungen formulieren.

1.1.1 Durchflutungsgesetz

Magnetfelder werden verursacht durch elektrischen Strom I (bewegte Ladungen) oder durch Ringströme in Permanentmagneten, die zur Magnetisierung M führen. Die physikalische Grundlage für die Verursachung von Magnetfeldern wird durch das Durchflutungsgesetz beschrieben.

In seiner Differentialform (im Kleinen) ist der Wirbel der magnetischen Feldstärke H gleich der Gesamtstromdichte in jedem Raumpunkt, die sich zusammensetzt aus der Konvektions- und Verschiebungsstromdichte J und D.

In seiner Integralform (im Großen) ausgedrückt, ist dann das Umlaufintegral der magnetischen Feldstärke gleich der Summe von Konvektions- und Verschiebungsstrom.





Nachfolgend werden einige einfachere Spezialfälle des Durchflutungsgesetzes durchgesprochen:

Beispiel 1.1: Geradliniger Stromleiter

Beispielhaft gilt für den stromführenden Einzelleiter ohne dielektrische Verschiebung nach der Integralform:

$$\oint \vec{H} \, \mathrm{d}\vec{s} = \int \vec{J} \, \mathrm{d}\vec{A} = I \tag{1.3}$$

Den Betrag der magnetischen Feldstärke außerhalb des linienförmigen Leiters auf einem gewählten Umlauf mit dem Radius *r* erhält man dann zu:

$$\int_{0}^{2\pi r} \overrightarrow{H} d\overrightarrow{s} = \int_{0}^{2\pi r} H ds \cos \alpha = I$$

$$H 2\pi r = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$
1.4

unter der Annahme, dass Feldstärke- und Wegvektor gleiche Richtung haben. Die Feldstärke verringert sich indirekt proportional zum radialen Abstand vom Leiter.

Innerhalb des stromführenden Leiters gewinnt man die magnetische Feldstärke aus der Integralform

$$\oint \vec{H} d\vec{s} = \int \vec{J} d\vec{A}.$$
 1.5

der Stromdichte im Leiterinneren

$$J = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}A} = \frac{I}{\pi R^2}$$
 1.6

und der differentiellen Fläche

$$\mathrm{d}A = 2\pi \, r \, \mathrm{d}r \tag{1.7}$$

sodass:

$$\int_{0}^{\pi r} H ds = \int \frac{I}{2\pi R^2} 2\pi r \, dr \qquad 1.8$$

$$H 2\pi r = \frac{I}{R^2} r^2$$

$$H = \frac{I}{2\pi R^2} r$$

Der Verlauf der magnetischen Feldstärke in Abhängigkeit vom radialen Abstand r ist in Abbildung 1.2 dargestellt. Während die magnetische Feldstärke im Leiterinneren nach außen hin linear zunimmt, fällt sie außerhalb der Leiteroberfläche nach einer Hyperbelfunktion ab und konvergiert im Unendlichen gegen Null.



Abbildung 1.2

Feldstärkeverlauf in und außerhalb eines Stromleiters

Werden von einem Umlauf nach Gl. 1.3 mehrere stromdurchflossene Leiter umfasst, so entsteht eine Gesamtdurchflutung gemäß:

$$\Theta = \sum_{\circ} I_{\nu} = \oint \vec{H} d\vec{s}$$
 1.9



Abbildung 1.3 Mehrstromleiter-Anordnung

Demzufolge ist die Durchflutung Θ (früher: magnetomotorische Kraft - MMK) längs eines geschlossenen Weges gleich der vorzeichenbehafteten Summe der elektrischen Stromstärken. Diese lässt sich erheblich steigern, indem Einzelwindungen zu einer Spule zusammengefasst werden.

Beispiel 1.2: Zylinderspule

Betrachtet man das Feldbild der in >Abbildung 1.4 dargestellten Spule mit der Windungszahl *w*, so wird sich ein geschlossener Integrationsweg aus der inneren Spulenlänge l_i und dem äußeren Weg l_a zusammensetzen. Der Ansatz folgend aus dem Durchflutungsgesetz lautet dann

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_{l_i} H_i ds + \int_{l_a} H_a ds = I \cdot w$$
 1.10

Für den Sonderfall einer zylindrischen Spule, bei der die Länge l_i wesentlich größer als der Spulendurchmesser ist, kann die Feldstärke auf dem äußeren Weg vernachlässigt werden und es ergibt sich dann eine näherungsweise konstante magnetische Feldstärke im Inneren der Spule zu

$$H_{\rm i} = \frac{Iw}{l_{\rm i}}$$
 1.11



Die Berechnung des äußeren Feldes ist lage- und richtungsabhängig. Folgende Grenzfälle lassen sich diskutieren:

Toroidspule (Anfang und Ende der Spule fallen zusammen)

Da die Durchflutung über den äußeren Integrationsweg Null ergibt, wird auch die äußere magnetische Feldstärke Null.

Extrem kurze Zylinderspule

Wegen des sehr viel größeren äußeren Integrationswegs kann die vom geradlinigen Stromleiter bekannte Lösung mit dem Abstand r zum Leiter benutzt werden.

$$\int_{0}^{2\pi r} \vec{H} d\vec{s} = I w$$

$$H_{a} = \frac{I w}{2\pi r}$$
1.12

Beispiel 1.3: Maschinenwicklungen

Bei der Durchflutung von Maschinenwicklungen muss in konzentrierte und verteilte Wicklungen unterscheiden werden.

In konzentrierten Wicklungen setzt sich die Gesamtdurchflutung aus der algebraischen Summe der Einzeldurchflutungen zusammen mit

$$\Theta = \sum_{\nu=1}^{W} I = W I$$
 1.13

wie in >Abbildung 1.5 am Beispiel einer Polwicklung gezeigt wird. Die Windungszahl kann dann auch ersetzt werden durch die halbe Leiterzahl $w=z_L/2$.

Verteilte Wicklungen nach ►Abbildung 1.6 bestehen aus vielen Einzelspulen. Diese sind verteilt am Bohrungsumfang und in Nuten untergebracht. Eingezeichnet ist der Integrationsweg für eine Einzelspule. Danach ändert sich die Durchflutung sprunghaft um die Einzeldurchflutung einer Nut. Somit kann jeder Spule eine Durchflutungsverteilung zugeordnet werden, wie in der Abbildung am Beispiel von drei Spulen gezeigt ist. Für die Gesamtdurchflutung der Wicklung ist eine vorzeichenrichtige Überlagerung der Einzeldurchflutungen vorzunehmen. Sie ist typisch für die Durchflutungsverteilung einer Vollpol-Synchronmaschine.



Für die Ankerwicklungen in Gleichstrom- Asynchron- und Synchronmaschinen werden die Wicklungen lückenlos verteilt am Bohrungsumfang untergebracht, siehe Abbildung 1.7. Auch hier entsteht die resultierende Durchflutung durch Überlagerung der Einzeldurchflutungen der Spulen. Die Durchflutung ändert sich immer dann sprunghaft, wenn neue Stromleiter vom eingezeichneten Integrationsweg umfasst werden. Das Resultat ist ein stufig dreieckförmiger Durchflutungsverlauf.





Die resultierende Durchflutungsverteilung lässt sich durch Fourieranalyse in Durchflutungsharmonische zerlegen. Für jede Durchflutungsharmonische kann ein sogenannter Wicklungsfaktor eingeführt werden, der diese mit dem Wicklungsstrom verknüpft.

$$\Theta_{v} = w \xi_{v} I \qquad 1.14$$

Besondere Bedeutung hat der Grundwellenwicklungsfaktor ξ_1 , der für die 1. Durchflutungsharmonische stets kleiner als 1 ist.

Neben dem Durchflutungsgesetz leistet das Gesetz von Biot-Savart ebenfalls gute Dienste, um das Magnetfeld in einem Abstand r von einem beliebig gekrümmten Stromleiter zu ermitteln:

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{I}{R^2} \left(d\vec{l} \times \frac{\vec{r}}{R} \right)$$
 1.15

Die Grundanordnung zeigt dazu \triangleright Abbildung 1.8. Der Winkel α schließt dabei den Abstands- und den Längenvektor ein.



Abbildung 1.8 Magnetfeldbestimmung nach Biot-Savart

Ein Magnetfeld kann sich auch dann ausbilden, wenn atomare Ringströme in permanentmagnetischem Material N- und S-Pol nach ►Abbildung 1.9 in einem Stabmagneten ausbilden.



Die Feldlinien verlaufen dabei außerhalb des Magnetmaterials von N nach S und innerhalb von S nach N. Da vom gewählten Umlauf kein stromdurchflossener Leiter umfasst wird, liegt auch keine Durchflutung vor. Der Integrationsweg verläuft zum einen durch den Permanentmagneten selbst und zum anderen auf dem Rückweg durch Luft, es gilt:

$$\mathbf{0} = \oint \vec{H} \, \mathrm{d}\vec{s} = \int_{h_{\mathrm{M}}} H_{\mathrm{M}} \mathrm{d}s + \int_{l_0} H_0 \mathrm{d}s \tag{1.16}$$

Damit ist zunächst einmal die magnetische Feldstärke in jedem Raumpunkt allgemein bestimmbar. Aus dem Durchflutungsgesetz lassen sich sogenannte abgeleitete Größen einführen, die zur Berechnung des Magnetkreises nützlich sind:

- Φ Magnetfluss
- V magnetische Spannung
- R_m magnetischer Widerstand

Der Magnetfluss ist die integrale Größe des Magnetfeldes und ergibt sich aus der magnetischen Felddichte

$$\boldsymbol{\Phi} = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$
 1.17

Die Summe der magnetischen Spannungen $V_{\rm i}$ lässt sich direkt aus dem Durchflutungsgesetz ableiten – sie entspricht dann der Durchflutung

$$\Theta = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_{i} V_{i}$$
 1.18

Für den magnetischen Kreis kann abschnittsweise das Hopkinson'sche Gesetz in Analogie zum Ohm'schen Gesetz angewendet werden, das den Zusammenhang zwischen Magnetfluss, magnetischer Spannung und magnetischem Widerstand herstellt.

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_{\rm m}}$$
 1.19

Der magnetische Widerstand der Magnetkreisabschnitte ist dabei geometrie- und materialabhängig.

1.1.2 Flussgesetze

Die in Maschinen auftretenden Felder genügen den Kontinuitätsgesetzen nach Tabelle 1.2, vgl. ▶Abbildung 1.10.

Für das Magnetfeld gilt in Quellenfreiheit (Differentialform), d. h. der in die Hüllfläche eintretende und aus der Hüllfläche austretende Magnetfluss Φ bleibt gleich. Damit ist der Magnetfluss die Kontinuitätsgröße des Magnetfeldes. Im elektrischen Strömungsfeld, anzutreffen in Wicklungen und im Eisen elektrischer Maschinen, ist der elektrische Strom *I* die Kontinuitätsgröße. Das elektrostatische Feld, wichtig für Isolierungen in der Maschine, geht aus von Raumladungen ρ .

Integralform	Differentialform	Feldbild
$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \Phi = 0$	$\operatorname{div} \vec{B} = 0$	101
$\oint \vec{J} \cdot d\vec{A} = I = 0$	div $\vec{J} = 0$	$d\vec{A}$
$\oint \overrightarrow{D} \cdot \mathbf{d} \overrightarrow{A} = \rho$	$\operatorname{div} \overrightarrow{D} = \rho$	
		$\begin{bmatrix} & \Psi \\ & \end{bmatrix}$ Abbildung 1.10: Feldbild

Tabelle 1.2: Flussgesetze

Mit der Analogie der Flussgesetze zwischen magnetischem Feld und elektrischem Strömungsfeld lassen sich auch die für elektrische Ströme geltenden Kirchhoff'schen Gesetze auf den Magnetfluss anwenden, sodass gilt:

$$\sum_{i} \Phi_{i} = 0$$
 1.20

1.1.3 Materialgesetze

Grundlage zum Verständnis der Materialgesetze im Magnetfeld ist die atomare Vorstellung, dass Elektronen auf vorgegebenen Kreisbahnen um den Atomkern kreisen. Der damit auftretende Elektronenstrom und die Eigendrehung der Elektronen entwickeln ein *magnetisches Moment*

$$\vec{m} = I \vec{A}$$
 1.21

das senkrecht auf der Fläche *A* steht, die durch die vom Strom *I* gebildete Schleife aufgezogen wird und dessen Richtung nach der Rechten-Handregel aus der Stromrichtung bestimmbar ist, vgl. ▶Abbildung 1.11.



Die Summe dieser magnetischen Momente in einem Volumen wird als Magnetisie-

rung bezeichnet

$$\overrightarrow{M} = \frac{\sum_{\nu=1}^{N} \overrightarrow{m_{\nu}}}{V}$$
 1.22

Die Verrechnung des magnetischen Moments mit der *Permeabilitätskonstante* liefert das *magnetische Dipolmoment*

$$\vec{j} = \mu_0 \vec{m}$$
 1.23

das nach Summenbildung über alle Dipolmomente in einem Volumen die *magnetische Polarisation*

$$\vec{J} = \frac{\sum_{\nu=1}^{N} \vec{j}_{\nu}}{V} = \mu_0 \vec{M}$$
 1.24

bildet. Die *magnetische Felddichte* im Magnetmaterial wird nun durch die bereits im Vakuum bestehende Felddichte und die durch die Elektronenbewegung bewirkte magnetische Polarisation bestimmt nach

$$\vec{B} = \vec{J} + \mu_0 \vec{H}$$
 1.25

In Erweiterung der magnetischen Felddichte im Vakuum kann aber auch eine *Permeabilitätszahl* eingeführt und multiplikativ verknüpft werden zu

$$\vec{B} = \mu_{\rm r} \mu_0 \vec{H}$$
 1.26

Der Zusammenhang zwischen Feldstärke und Felddichte wird durch eine Naturkonstante und eine Materialkonstante hergestellt, die im allgemeinsten Fall Tensoreigenschaften besitzt und damit richtungsabhängig ist, vgl. [1.5]. Tabelle 1.3 fasst die wichtigsten Beziehungen zusammen.

Tabelle 1.3: Materialgesetze

Elektrostatisches Feld	Strömungsfeld	Magnetfeld
$\overrightarrow{D} = \varepsilon \overrightarrow{E}$	$\vec{J} = \kappa \vec{E}$	$\vec{B} = \mu \vec{H}$
Dielektrizitätskonstante	Leitfähigkeit	Permeabilität
$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$	κ	$\mu = \mu_0 \mu_r$
$\varepsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \mathrm{As/Vm}$	spezifischer Widerstand	$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{Vs/Am}$
	$\rho = 1 / \kappa$	

Für das Verhalten elektrischer Maschinen sind die Charakteristika von Magnetmaterialien von besonderer Bedeutung. Man unterscheidet Weicheisen- und Harteisenmagnete.

Der Zusammenhang zwischen magnetischer Feldstärke und magnetischer Felddichte ist durch die Permeabilität

$$\mu = \mu_{\rm r} \mu_0 \tag{1.27}$$

gegeben. Dabei ist die *relative Permeabilität* stark arbeitspunktabhängig. >Abbildung 1.12 zeigt den Zusammenhang für ein *Dynamoblech*. Danach ergibt sich die relative Permeabilität für eine Wechselgröße aus dem Verhältnis der Scheitelwerte am Arbeitspunkt

$$\mu = \frac{\hat{B}}{\hat{H}}$$
 1.28

Eine Auswahl von Materialwerten für die relative Permeabilität ist aus Tabelle 1.4 zu entnehmen.

Eine weitere wichtige Materialgröße ist die Sättigungspolarisation J_s angegeben in T (Tesla). Bei weichmagnetischen Materialien entspricht sie praktisch der Sättigungsinduktion B_s , da die Sättigung bereits bei kleinen magnetischen Feldstärken auftritt.

Neben den dort angegebenen Arten und Gewichtsanteilen der Beimischungen spielt die Kristallorientierung des Bleches eine entscheidende Rolle, vgl. auch [1.3]. Sie bestimmt den Abfall der relativen Permeabilität über der elektrischen Feldstärke und weniger den Sättigungswert absolut.



Die magnetische Polarisation J selbst kann dabei als Beitrag des Eisenmaterials zur Flussdichte aufgefasst werden, vgl. \triangleright Abbildung 1.13. Einige Beispielwerte sind Tabelle 1.5 zu entnehmen.





Tabelle 1.4: relative Permeabilitätszahlen

Material	$\mu_{\rm rmax}$
Co-Legierung	150.000
FeNi (75% Ni)	100.000
FeNi (50% Ni)	10.000
FeSi (3% Si)	1.500
Fe (100%)	1.000
Stahl	100 300
Pulververbund	5 800

Tabelle 1.5: Sättigungspolarisationen

Material	J _s in T
FeCo (35% Co)	2,43
Fe (100% Ni)	2,25
FeSi	2,0
FeNi (50% Ni)	1,6
Ni	0,6

Bei zeitlich wechselnder Magnetisierung des Werkstoffs tritt eine mehr oder weniger deutliche *Hysterese* der H-B-Kennlinie zutage, die durch die Werkstoffkennwerte

$B_{\rm r}$ - Remanenzinduktion

H_c - Koerzitivfeldstärke

beschrieben wird. Da die Fläche, die von der Hysteresekurve eingeschlossen wird, proportional zur *Hysteresearbeit* ist, die verrichtet werden muss, um innerhalb eines Hystereseumlaufs die Elementarmagnete neu auszurichten und dabei die magnetische Reibungsarbeit zu überwinden, kommt hierbei der Koerzitivfeldstärke eine zentrale Rolle zu, z. B. für Kobalt-Verbindungen: 0.5 ... 1 A/m und SiFe, reines Fe: 10 ... 100 A/m. Die Remanenzinduktion steht für die Anfangsmagnetisierung bei abgeschaltetem, äußerem magnetischen Feld. Sie lässt sich z. B. bei der Eigenerregung von Generatoren technisch ausnutzen.

Hartmagnete bzw. Dauer- oder Permanentmagnete lassen sich durch die bereits eingeführten Materialkennwerte beschreiben. Die Arbeitskennlinie liegt allerdings im 2. Quadranten, dem Entmagnetisierungsquadranten. ►Abbildung 1.15 zeigt die H-B-Kurve, die eine große Hysterese aufweist.



Abbildung 1.15 Hysteresekurve eines Permanentmagneten

Als Werkstoffe kommen infrage:

- Metalllegierungen aus Al, Co, Ni, Ti → AlNiCo
- Keramiken aus Fe-Oxiden (Ferrite)
- Seltene-Erden-Legierungen (SmCo, NdFeB)

Moderne Permanentmagnete weisen eine lineare Charakteristik im 2. Quadranten aus. Tabelle 1.6 gibt eine Auswahl an wichtigen Parametern für ausgewählte Permanentmagnete. Besonders zu beachten ist bei der Werkstoffauswahl bzw. bei der Dimensionierung mit Permanentmagneten die thermische Stabilität des Werkstoffes. Insbesondere bei energiestarken Magneten wie NdFeB werden Spurenbeimischungen von Dysprosium (Dy), Terbium (Tb) und Praseodym (Pr) zur Erhöhung der Koerzitivfeldstärke und damit zur thermischen Stabilisierung eingesetzt.

Material-Kennwert	Hartferrit	AlNiCo	SmCo	NdFeB
Remanenzfelddichte $B_{\rm r}$ (T)	0,4	1,3	1,1	1,4
Koerzitivfeldstärke H _c (kA/m)	260	140	800	1.000
Relative Permeabilität μ_{r}	1,3 1,5	3 5	1,05	1,08
Maximales Energiepro- dukt $BH_{ m max}$ (kJ/m ³)	30	50	240	320
Temperaturbereich T (°C)	-40+250	-240+400	-270+350	-40+200
Curietemperatur $T_{\rm C}$ (°C)	450	>700	>720	310
Temperaturkoeffizient der Remanenz $\Delta B_{\rm r} / \Delta T$ (%/K)	-0,2	-0,02	-0,03	-0,12
Spezif. Widerstand $ ho \left(arOmega { m cm} ight)$	$10^6 \dots 10^{10}$	(40 70)·10 ⁻⁶	80.10^{-6}	160.10^{-6}

Tabelle 1.6: Materialkennwerte von Permanentmagneten

1.1.4 Magnetfelder

Die Magnetfelder in Maschinen lassen sich grundsätzlich aufteilen in:

- die den Leistungsumsatz tragenden Luftspaltfelder, die die Leistung von einem zum anderen Maschinenhauptelement übertragen;
- die nicht am Leistungsumsatz beteiligten Streufelder, die aber meist Wirbelstromverluste und Geräusche in anderen Konstruktionsteilen der Maschine verursachen können.

In ruhenden Maschinen wie Transformatoren und Umformern ist in der Regel kein wesentlicher Luftspalt vorgesehen, dort übernimmt das Streufeld die Leistungsübertragung in Form einer elektromagnetischen Welle.

Aufgrund ihrer Bedeutung sollen nun die örtliche Verteilung und das zeitliche Verhalten der Luftspaltfelder behandelt werden, da sie sowohl für die Spannungs-, als auch für die Drehmomentbildung von großer Bedeutung sind.

Bevor eine systematische Behandlung der Luftspaltfelder erfolgt, werden einige abgeleitete Magnetfeldgrößen eingeführt.

Strombelag

Die örtliche Verteilung und zeitliche Änderung von Magnetfeldern wird bestimmt durch die räumliche Anordnung der stromdurchflossenen Leiter und die Art ihrer Stromspeisung. Für eine flächenhafte Strömung wird der Strombelag A eingeführt, der sich nach Abbildung 1.16 als eine aus dem Durchflutungsgesetz abgeleitete Größe mit

$$H_{\rm t} \,\mathrm{d}s = A \,\mathrm{d}s \qquad 1.29$$

bestimmen lässt.





Abbildung 1.16 Strombelag und magnetische Feldstärke

Damit entspricht die Tangentialkomponente der magnetischen Feldstärke dem Strombelag. Mit Rückgriff auf das Durchflutungsgesetz lässt sich aus dem Leiter- oder Stabstrom I, multipliziert mit der Stabzahl z, bezogen auf die Länge x der Strombelag

$$A = \frac{z I}{x} = \frac{2 m N I}{\pi D_i}$$
 1.30

für eine über den gesamten Umfang bewickelte Maschine angeben. Die Stabzahl lässt sich bestimmen aus der Nutzahl N, der Phasenzahl m und bei Vollbewicklung der Maschine kann für die Länge x der Bohrungsumfang eingesetzt werden. Führt man noch die Polteilung $\tau_{\rm p}$ ein als Mittenabstand zwischen zwei Magnetpolen

$$\tau_p = \frac{\pi \cdot D_i}{2p} \tag{1.31}$$

so ergibt sich der Gesamtstrombelag zu

$$A = \frac{m \, w \, I}{p \, \tau_{\rm p}} \tag{1.32}$$

Nach Abbildung 1.16 wird vereinbart, dass die in die Ebene hineinfließenden Ströme einen positiven Beitrag zum Strombelag liefern. Positiv gezählt wird die Länge x in Rechtsdrehrichtung.

Felderregerkurve

Die Felderregerkurve erhält man nach Berechnung des magnetischen Spannungsabfalls V aus dem Strombelag A mit

$$V(x) = -\int_{0}^{x} A(x) \, \mathrm{d}x$$
 1.33

Die Felderregerkurve *V(x)* gibt dann an, welche magnetische Spannung an der Stelle x im Luftspalt zur Verfügung steht. Die Felderregerkurve wurde bereits in Kapitel 1.1.1 für verschiedene Wicklungsformen vorgestellt. Der dort stufige Verlauf kam aufgrund der diskreten Stromleiter bei Bildung des Integrationsweges zustande. Für eine analytische Weiterverwendung ist aber ein kontinuierlicher Verlauf vielfach von Vorteil. So kann der Strombelag jetzt auch als eine kontinuierlich verteilte Funktion aufgefasst werden. Abbildung 1.17 zeigt den Übergang von der stufigen Plateau- zur Trapezfunktion bzw. von der Treppen- zur Dreieckfunktion.



Durchflutung

Die Durchflutung \varTheta ist die integrale Größe des Strombelags A,gebildet über eine Polteilung $\tau_{\rm p}$

$$\Theta = V(\tau_{\rm p}) = -\int_{0}^{\tau_{\rm p}} A(x) \,\mathrm{d}x \qquad 1.34$$

Eine Überprüfung mit der rechten Handregel in Abbildung 1.17 ergibt, dass die Durchflutungsrichtung wieder stimmt.

Feldkurve

Aus der Felderregerkurve *V*(*x*) bzw. dem magnetischen Spannungsabfall lässt sich die *Feldkurve B*(*x*) im Luftspalt ermitteln:

$$B_{\delta}(x) = \frac{\mu_0}{\delta(x)} V_{\delta}(x)$$
 1.35

Die räumliche Verteilung ist nun außer von der Felderregerkurve noch von der Luftspaltgeometrie $\delta(x)$ abhängig. Im Folgenden sollen die wichtigsten technischen Magnetfelder anhand der abgeleiteten Magnetfeldgrößen charakterisiert werden.

Gleichfelder

Gleichfelder entstehen, wenn der Strom *I* und damit der Strombelag *A* zeitlich konstant sind. Die flächige oder räumliche Verteilung des Strombelags *A* bzw. der Feldkurve *B* kann dabei jedoch vom Ort *x* abhängen. ►Abbildung 1.18 zeigt zwei Beispiele.



Abbildung 1.18

Gleichfelder: Strombeläge, Felderreger- und Feldkurven, a) Ankergleichfeld einer Gleichstrommaschine, b) Erregergleichfeld einer Vollpol-Synchronmaschine

Beispiel a) zeigt ein Ankergleichfeld, das durch einen gleichmäßigen Strombelag über einer Polteilung A(x)=A hervorgerufen wird. Die Felderregerkurve V(x) ergibt wegen der Integration eine lineare Abhängigkeit. Da der Luftspalt aber ebenfalls eine Funktion der Umfangskoordinate x ist, bekommt die Feldkurve eine von der Felderregerkurve abweichende Lageabhängigkeit. Eine gute Näherung ist durch die Grundwelle (1. Harmonische) als Funktion der Umfangskoordinate x mit

$$B_{\delta}(x) = \hat{B}_{\delta 1} \cos\left(x - x_0\right) \tag{1.36}$$

bzw. des Umfangswinkels γ durch

$$B_{\delta}(\gamma) = \hat{B}_{\delta 1} \cos(\gamma - \gamma_0)$$
 1.37

beschreibbar.

Beispiel b) zeigt das Erregerfeld einer Vollpolmaschine, das durch einen gleichmäßigen Strombelag jetzt aber nur über einen Teil der Polteilung charakterisiert wird. Die Felderregerkurve V(x) ergibt nach Integration einen trapezförmigen Verlauf. Da der Luftspalt bei Vollpol-Synchronmaschinen konstant ist, hat die Feldkurve B(x) den gleichen Verlauf wie die Felderregerkurve. Auch hier ist die Beschreibung durch die Grundwelle zweckmäßig, die aber jetzt einen anderen Scheitelwert B_1 besitzt.

Wenn der Strombelag als diskrete Größe aufgefasst wird, da Stromleiter konzentriert in den Nuten untergebracht sind, erhält man anstelle der kontinuierlichen jeweils gestufte Felderreger- und Feldkurven, was der Realität näher kommt.

Wechselfelder

Wechselfelder entstehen, wenn sich der Strom *I* und damit der Strombelag *A* zeitlich ändern. Im Allgemeinen folgt dabei der zeitliche Verlauf einer Sinusfunktion. Die flächige oder räumliche Verteilung des Strombelags *A* bzw. der Feldkurve *B* kann aber noch zusätzlich vom Ort *x* abhängen. \triangleright Abbildung 1.19 zeigt ein Beispiel.¹



Abbildung 1.19 Wechselfelder: Strombeläge, Felderreger- und Feldkurven

Die Zeitfunktion des Stromes moduliert damit die örtlich abhängigen Funktionen von Strombelag, Felderreger- und Feldkurve. Für letztere kann man in Grundwellendarstellung schreiben

$$B_{\delta}(x,t) = \hat{B}_{\delta 1} \cos(\omega t) \cos(x - x_0)$$
1.38

bzw.

$$B_{\delta}(\gamma, t) = \hat{B}_{\delta 1} \cos(\omega t) \cos(\gamma - \gamma_0)$$
1.39

Es entsteht eine stehende Feldwelle, die immer an derselben Stelle einen Schwingungsknoten bzw. einen Schwingungsbauch aufweist. Für $\omega t = \pi/2$ verschwindet das Magnetfeld.

¹ Für die Grundwelle des Strombelags (sinusförmig).

Drehfelder (Wanderfelder)

Drehfelder bzw. Wanderfelder sind bewegte Magnetfelder, die sich mit einer einstellbaren Geschwindigkeit durch den Luftspalt bewegen. Sie besitzen außerdem die bereits besprochene örtliche Abhängigkeit, sodass man ausgehend von Abbildung 1.20 rein formal schreiben kann

$$B_{\delta}(x,t) = \hat{B}_{\delta 1} \cos(x - x_0 - v t)$$
 1.40

bzw.

$$B_{\delta}(x,t) = \hat{B}_{\delta 1} \cos(\gamma - \gamma_0 - \omega t)$$
 1.41

Dreh- bzw. Wanderfelder lassen sich auf verschiedene Weise erzeugen:

- Eine äußere Kraft, z. B. aufgebracht durch eine Turbine, setzt ein Gleichfeld in Bewegung und wirkt in Bezug auf einen ruhenden Beobachter als Drehfeld. Dabei bewegt sich das Drehfeld mit derselben Geschwindigkeit wie die Wicklungen, die das Feld aufbauen.
- Mehrere örtlich und zeitlich versetzte Wechselfelder überlagern sich zu einem Drehfeld, das sich in Bezug auf das erzeugende Wicklungssystem bewegt.



Abbildung 1.20 Drehfelder: Drehstrombeläge, Felderreger- und Feldkurven

Eine weiterführende Behandlung erfolgt in den Kapiteln 4 bis 6.

1.1.5 Magnetkreise

Zur Berechnung der Magnetkreise lassen sich das Durchflutungsgesetz, die Fluss- und Materialgesetze verwenden. Sie können zum einen zur Bestimmung der Magnetkreisabmessungen bei vorgegebenen Grenz- oder Betriebswerten von magnetischen Felddichten im Luftspalt oder in einzelnen Eisenabschnitten herangezogen werden oder zum anderen zur Kontrollrechnung bei gegebenen Magnetkreisabmessungen dienen. In vielen Fällen ist es zu Zwecken der Abschätzung ausreichend, näherungsweise von abschnittsweise konstanten Parametern bzw. homogenen Feldabschnitten auszugehen. Im Allgemeinen liegen in Maschinen und Transformatoren verzweigte Magnetkreise vor. Um das Grundsätzliche hervorzuheben, werden nachfolgend die Grundtypen unverzweigter Magnetkreise besprochen.

Allgemeiner unverzweigter Magnetkreis

Zunächst wird der allgemeinste Fall vorangestellt, in dem unterschiedliche Erregungen, elektrisch und permanentmagnetisch zusammenwirken und deren Durchflutung einen Magnetfluss durch weich- und hartmagnetische Magnetkreisabschnitte sowie Luftspalte nach >Abbildung 1.21 antreiben.



Abbildung 1.21 Allgemeiner unverzweigter Magnetkreis: a) Grundanordnung, b) Kennlinienscherung

Zu den Voraussetzungen zählt, dass:

- homogene Feldverhältnisse in den jeweiligen Feldabschnitten herrschen
- lineare Kennlinien der Werkstoffe gelten
- Agnetfeldstreuung im Weicheisen und im Permanentmagneten berücksichtigt wird

Zunächst wenden wir das Durchflutungsgesetz auf den Magnetkreis an

$$\oint H \,\mathrm{d}s = H_{\mathrm{M}}h_{\mathrm{M}} + H_{\mathrm{Fe}}l_{\mathrm{Fe}} + H_{\delta}\delta = I \,w \qquad 1.42$$

Realen Magnetkreisen kommt man näher, wenn man die Streuung im Weichmagneten und im Permanentmagneten berücksichtigt. Damit kann man auf einfache Weise bereits verzweigte Magnetkreise durch Streuwege berücksichtigen. Aus dem Flussgesetz bei vorhandenem Streufluss mit den Streufaktoren des Eisenstreuflusses $\sigma_{\rm Fe} = \varPhi_{\sigma{\rm Fe}} / \varPhi_{\delta}$

und des Permanentmagnet-Streuflusses

$$\sigma_{\rm M} = \Phi_{\rm sM} / \Phi_{\rm d}$$

ergibt sich

$$\begin{split} \Phi_{\delta} &= B_{\delta} A_{\delta} = B_{\rm Fe} A_{\rm Fe} \left(1 - \sigma_{\rm Fe} \right) \\ \Phi_{\delta} &= B_{\delta} A_{\delta} = B_{\rm M} A_{\rm M} \left(1 - \sigma_{\rm M} \right) \end{split} \tag{1.43}$$

Danach kommen die Materialgesetze für den Permanentmagneten, den Weicheisenabschnitt und den Luftspalt zur Anwendung. Mit

$$B_{\rm M} = B_{\rm r} + \mu_{\rm M} H_{\rm M}$$

$$B_{\rm Fe} = \mu_{\rm Fe} H_{\rm Fe}$$

$$B_{\delta} = \mu_0 H_{\delta}$$
1.44

erhält man die Luftspaltinduktion zu

$$B_{\delta} = \frac{WI + \frac{B_{\rm r}}{\mu_{\rm M}} h_{\rm M}}{\frac{\delta}{\mu_{\rm 0}A_{\delta}} + \frac{l_{\rm Fe}}{\mu_{\rm Fe}(1 - \sigma_{\rm Fe})A_{\rm Fe}} + \frac{h_{\rm M}}{\mu_{\rm M}(1 - \sigma_{\rm M})A_{\rm M}}} \frac{1}{A_{\delta}}$$
 1.45

Die magnetische Felddichte im Luftspalt ergibt sich bei einer zulässigen Vernachlässigung des magnetischen Spannungsabfalls im Weicheisen und bei Gleichheit der Flächen zu

$$B_{\delta} \approx \frac{wI + \frac{h_{\rm M}}{\mu_{\rm M}} B_{\rm r}}{\delta + \frac{h_{\rm M}}{\mu_{\rm M}}}$$
 1.46

Die im Luftspalt resultierende Felddichte kann also bei elektrisch erregten Energiewandlern durch Permanentmagnete verstärkt werden, wodurch sich der Strombedarf und damit die Wicklungsverluste begrenzen lassen. Die magnetische Felddichte im Permanentmagneten errechnet sich zu

$$B_{\rm M} = \frac{WI + \frac{B_{\rm r}}{\mu_{\rm M}} h_{\rm M}}{\frac{\delta}{\mu_{\rm 0}A_{\delta}} + \frac{l_{\rm Fe}}{\mu_{\rm Fe}(1 - \sigma_{\rm Fe})A_{\rm Fe}} + \frac{h_{\rm M}}{\mu_{\rm M}(1 - \sigma_{\rm M})A_{\rm M}}} \frac{1}{A_{\rm M}}$$
 1.47

und unter denselben Randbedingungen der Flächengleichheit zu

$$B_{\rm M} = \mu_0 \frac{I_W + \frac{h_{\rm M}}{\mu_{\rm M}} B_{\rm r}}{\delta + \frac{h_{\rm M}}{\mu_{\rm rM}}}$$
 1.48

Die letzte Beziehung lässt sich z. B. zur Kontrolle der Entmagnetisierungsgrenze in permanenterregten Maschinen unter Einfluss der Ankerrückwirkung nutzen.

Magnetkreise mit elektrischer Erregung

Elektrisch erregte Magnetfelder lassen sich durch Gleich- bzw. Wechselströme erzeugen. Es entstehen Gleich- bzw. Wechselfelder. Letzteres führt zum Durchfahren einer Hysteresekurve des magnetischen Werkstoffes. Bei elektrischer Erregung eines Magnetfelds werden ausschließlich weichmagnetische Materialien im Magnetkreis verwendet. Das Magnetfeld ist über den Strom steuerbar, die Feldstärken lassen sich beliebig steigern und das Feld kann ein- und abgeschaltet werden. Zur Erregung ist allerdings eine Energiezufuhr nötig und es entstehen stromabhängige Verluste, die eine Kühlung erforderlich machen. Die Berechnung des Magnetkreises mit elektrischer Erregung kann auf Basis eines einfachen Ersatzschaltbildes erfolgen, vgl. ▶Abbildung 1.22.



Abbildung 1.22 Elektrisch erregter Magnetkreis ohne Luftspalt: a) Modellanordnung, b) B-H-Kennlinie

Aus dem Durchflutungsgesetz

$$H_{\rm Fe}l_{\rm Fe} = I W \tag{1.49}$$

und dem Flussgesetz bei vorhandenem Streufluss mit Streufaktor $\sigma_{Fe} = \Phi_{\sigma}/\Phi_{h}$ mit

$$\Phi_{\rm h} = B_{\rm h} A_{\rm h} = B_{\rm Fe} A_{\rm Fe} \left(1 - \sigma_{\rm Fe} \right)$$
 1.50

sowie dem Materialgesetz

$$B_{\rm Fe} = \mu_{\rm Fe} H_{\rm Fe} \tag{1.51}$$

erhält man die Hauptfeldinduktion zu:

$$B_{\rm h} = \frac{I w}{\frac{l_{\rm Fe}}{\mu_{\rm Fe} \left(1 - \sigma_{\rm Fe}\right) A_{\rm Fe}}}$$
 1.52

Dieser einfache Magnetkreis ist typisch für Einphasentransformatoren. Bei Drehstromtransformatoren erfährt der Magnetkreis mehrere Verzweigungen. Es erfolgt eine Flussaufteilung unter Beachtung der Kirchhoff'schen Sätze.

In elektrischen Maschinen sind die beiden Hauptelemente stets durch einen Luftspalt getrennt, sodass die Modellanordnung nach ►Abbildung 1.23 erweitert werden muss. Die B-H-Kennlinie wird jetzt geschert durch die Luftspaltgerade, beider Schnittpunkt legt den Arbeitspunkt fest.



Abbildung 1.23 Elektrisch erregter Magnetkreis mit Luftspalt

Aus dem Durchflutungsgesetz

$$H_{\rm Fe}l_{\rm Fe} + H_{\delta}\delta = I w \tag{1.53}$$

und dem Flussgesetz bei vorhandenem Streufluss mit Streufaktor $\sigma_{Fe} = \Phi_{\sigma} / \Phi_{\delta}$ mit

$$\Phi_{\delta} = B_{\delta} A_{\delta} = B_{\rm Fe} A_{\rm Fe} \left(1 - \sigma_{\rm Fe} \right)$$
 1.54

sowie den Materialgesetzen

$$B_{\rm Fe} = \mu_{\rm Fe} H_{\rm Fe}$$
 1.55

$$B_{\delta} = \mu_0 H_{\delta} \tag{1.56}$$

erhält man die Luftspaltinduktion zu:

$$B_{\delta} = \frac{I w}{\frac{\delta}{\mu_0 A_{\delta}} + \frac{l_{\rm Fe}}{\mu_{\rm Fe} (1 - \sigma_{\rm Fe}) A_{\rm Fe}}}$$

$$1.57$$

Ein solcher Magnetkreis stellt die Grundanordnung für ein Hauptelement elektrischer Maschinen dar

Beispiel 1.4: Elektrisch erregter Rotor

Der Rotor einer Elektromaschine trage eine konzentrierte Wicklung mit der Windungszahl w, die mit einem Gleichstrom I gespeist wird. Die von dieser stromdurchflossenen Wicklung aufgebaute Durchflutung betrage $\Theta = I w$. Durch die Durchflutung soll in einem Luftspalt der Breite $\delta = 0.5$ mm eine Luftspaltinduktion von B=1T aufgebaut werden. Der magnetische Widerstand des Elektroblechs in Rotor und Stator kann gegenüber dem magnetischen Luftspaltwiderstand vernachlässigt werden, wenn die Maschine nicht in der Sättigung betrieben wird ($R_{mFe} < R_{m\delta}$).

Mit dem Durchflutungsgesetz ergibt sich die notwendige Durchflutung von

$$\Theta = Iw = \int_{0}^{I_{Fe}} H_{Fe} \,\mathrm{d}s + 2\int_{0}^{\delta} H_{\delta} \,\mathrm{d}s \approx 2H_{\delta}\delta = \frac{2B_{\delta}}{\mu_{0}}\delta$$
$$= \frac{2 \cdot 1\mathrm{T}}{4\pi \cdot 10^{-7} \,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}} 0,5\,\mathrm{mm} = 796\,\mathrm{A}$$

Das Ergebnis wird auch häufig in Amperewindungen (Aw) wiedergegeben.

Magnetkreise mit permanentmagnetischer Erregung

In permanentmagnetisch erregten Magnetkreisen werden neben weichmagnetischen Werkstoffen für den magnetischen Rückschluss Dauermagnete verwendet. Zur Magnetfelderregung ist keine Energiezufuhr nötig, es entstehen keine Stromwärmeverluste und es bedarf daher keiner Zusatzkühlung. Die magnetische Feldstärke ist allerdings nicht beliebig steigerbar und die Magnetfeldrichtung wird durch die Richtung des magnetischen Dipols festgelegt. Vielfach wirken im Magnetkreis elektrische und permanentmagnetische Erregung zusammen.





Aus dem Durchflutungsgesetz

$$H_{\rm M}h_{\rm M} + H_{\rm Fe}l_{\rm Fe} + H_{\delta}\delta = 0 \tag{1.58}$$

und dem Flussgesetz bei vorhandenem Streufluss mit

$$\begin{split} \Phi_{\delta} &= B_{\delta} A_{\delta} = B_{\rm Fe} A_{\rm Fe} \left(1 - \sigma_{\rm Fe} \right) \\ \Phi_{\delta} &= B_{\delta} A_{\delta} = B_{\rm M} A_{\rm M} \left(1 - \sigma_{\rm M} \right) \end{split} \tag{1.59}$$

sowie den Materialgesetzen

$$\begin{split} B_{\rm M} &= \mu_{\rm M} H_{\rm M} + B_{\rm r} & 1.60 \\ B_{\rm Fe} &= \mu_{\rm Fe} H_{\rm Fe} \\ B_{\delta} &= \mu_0 H_{\delta} \end{split}$$

erhält man die Luftspaltinduktion zu

$$B_{\delta} = \frac{\frac{B_{\rm r}}{\mu_{\rm M}} h_{\rm M}}{\frac{\delta}{\mu_{\rm 0} A_{\delta}} + \frac{l_{\rm Fe}}{\mu_{\rm Fe} (1 - \sigma_{\rm Fe}) A_{\rm Fe}} + \frac{h_{\rm M}}{\mu_{\rm M} (1 - \sigma_{\rm M}) A_{\rm M}}} \frac{1}{A_{\delta}}$$
 1.61

Die magnetischen Felddichten im Permanentmagneten bzw. im Luftspalt ergeben sich bei einer zulässigen Vernachlässigung des magnetischen Spannungsabfalls im Eisen und bei Gleichheit der Flächen zu

$$B_{\rm M} \approx \frac{h_{\rm M}}{h_{\rm M} + \delta} B_{\rm r}$$
 1.62

bzw.

$$B_{\delta} \approx \frac{\frac{h_{\rm M}}{\mu_{\rm M}} B_{\rm r}}{\delta + \frac{h_{\rm M}}{\mu_{\rm M}}} = \frac{B_{\rm r}}{1 + \mu_{\rm M} \frac{\delta}{h_{\rm M}}}$$

1.63

Beispiel 1.5: Permanentmagnetischer Rotor

Der Rotor einer Maschine sei permanentmagnetisch erregt. Im Luftspalt der Maschine mit δ =0,5 mm soll eine Luftspaltinduktion von B_{δ} =1 T herrschen. Die Remanenz des Permanentmagneten betrage $B_{\rm r}$ =1,2 T. Der magnetische Widerstand des Elektroblechs in Rotor und Stator kann gegenüber dem magnetischen Luftspaltwiderstand und dem des Permanentmagneten vernachlässigt werden, wenn die Maschine nicht in der Sättigung betrieben wird ($R_{\rm mFe} < R_{\rm m\delta}$, $R_{\rm mM}$). Die Höhe des Permanentmagneten ist gesucht. (Hinweis: Der Rotor wird mit Oberflächenmagneten ausgeführt, die auf der Nord- und Südpolseite entgegengesetzt magnetisiert sind.)

Das Durchflutungsgesetz lautet jetzt

$$0 = H_{\rm Fe} l_{\rm Fe} + H_{\rm M} 2h_{\rm M} + H_{\delta} 2\delta \approx 2(H_{\rm M} h_{\rm M} + H_{\delta} \delta)$$

Die magnetische Feldstärke im Permanentmagneten wird bestimmt aus der Entmagnetisierungskennlinie mit

$$B_{\rm M} = B_{\rm r} + \mu_{\rm M} H_{\rm M} = B_{\delta}$$

zu

$$H_{\rm M} = \frac{B_{\delta} - B_{\rm r}}{\mu_{\rm M}}$$

und ins Durchflutungsgesetz eingesetzt

$$0 = \frac{B_{\delta} - B_{\rm r}}{\mu_{\rm M}} h_{\rm M} + \frac{B_{\delta}}{\mu_0} \delta$$

Die Permeabilitätszahl ist mit $\mu_{\rm rM}{=}$ 1,05 geringfügig größer als von Luft. Die Magnethöhe erhält man somit zu

$$h_{\rm M} = \frac{B_{\delta}}{B_{\rm r} - B_{\delta}} \frac{\mu_{\rm M}}{\mu_0} \delta$$
$$= \frac{1\mathrm{T}}{1,2\mathrm{T} - 1\mathrm{T}} \frac{1,05 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \, \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \, \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}} \, 0.5 \,\mathrm{mm} = 2,62 \,\mathrm{mm}$$

Aus dem Ergebnis wird deutlich, dass man in diesem Fall auch mit einem um die Magnethöhe erweiterten Luftspalt hätte rechnen können, da sich Permanentmagnete paramagnetisch verhalten.

1.1.6 Induktionsgesetz

Physikalische Grundlage für die Spannungserzeugung in Maschinen ist das *Induktionsgesetz* (>Abbildung 1.25). Bei zeitlicher Änderung des Magnetfeldes durch eine Fläche, die von einem gedachten oder tatsächlichen geschlossenen Weg umfasst wird, tritt längs dieses Weges eine Urspannung auf. Ist der Leiter nahezu geschlossen, erscheint eine Urspannung zwischen den Leiterenden, bezeichnet im Folgenden als Induktionsspannung u_i bzw. Quellenspannung u_q oder elektromotorische Kraft (EMK) e, wobei gilt: $e = -u_i$

Man verwende:

- e im Erzeugerzählpfeilsystem
- *u* im Verbraucherzählpfeilsystem.

Ist der Leiter geschlossen, fließt ein Strom im Leiter.

Tabelle 1.7: Induktionsgesetz



Liegt z. B. ein zeitveränderlicher Magnetfluss vor, so umwirbelt ein elektrisches Feld der Feldstärke *E* diesen Fluss (in abnehmender Richtung) gemäß einer Rechtsschraube nach ►Abbildung 1.25 in Tabelle 1.7.

Ruheinduktion

Die Ruheinduktion wird dabei durch den 1. Term auf der rechten Gleichungsseite in Tabelle 1.7 wiedergegeben, wonach die Größe der Umlaufspannung bzw. der EMK *e* gleich dem magnetischen Schwund (negative Flussänderung) ist:

$$e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} = -\frac{d\Psi}{dt}$$
 1.64

Die Vorzeichenfrage ist konventionsabhängig. In >Abbildung 1.26 ist der Ersatzstromkreis für eine Leiterschleife dargestellt, in der durch einen zeitlich veränderlichen Magnetfluss eine Umlaufspannung *e* induziert wird, die einen Strom *i* in angegebener Richtung antreibt. Nach den Rechenregeln im Stromkreis wird dann der Spannungsabfall u_i über der Leiterschleife zu

$$u_{i} = -e = -\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} = \frac{d\Psi}{dt}$$
 1.65

und erhält ein entgegengesetztes Vorzeichen, da er der Richtung des angetriebenen Stroms entgegen festgelegt wurde. Diese Festlegung erleichtert später das Einfügen der Spannungsquelle in die Ersatzschaltbilder von Transformatoren und Maschinen.



Abbildung 1.26 Ruheinduktion in einer Leiterschleife

Bewegungsinduktion

Andererseits entsteht bei Bewegung einer Leiterschleife oder Spule in einem Magnetfeld konstanter Felddichte eine Spannung. Ursache dafür ist die Bewegung der in der Leiterschleife befindlichen Ladungsträger auf die die Lorentzkraft ausgeübt wird. Die dabei entstehende Ladungsverschiebung sorgt für eine messbare Spannung an den Klemmen, vgl. auch [1.2]. Die Lorentzkraft mit

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$

die später noch für die Drehmomentbildung eine Rolle spielt, verschiebt dabei die positiven Ladungsträger im Sinne eines Rechtsdreibeins zu den Klemmen, so dass sich der in Abbildung 1.27 angegebene Spannungsabfall u_i ergibt. Die mathematische Formulierung wird mit der 2. Integralform des Induktionsgesetzes abgedeckt, wobei die rechte Seite der Gleichung in Tabelle 1.7 wegen der konstanten Felddichte zu Null wird, sodass folgt

$$e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{s}$$

$$u_{i} = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s}$$
1.66



Abbildung 1.27

Spannungsinduktion in einer bewegten Leiterschleife

Für das in Abbildung 1.27 gezeigte Beispiel eines mit konstanter Geschwindigkeit v gedrehten Leiters mit der im Feld wirksamen Länge l erhält man wegen des rechten Winkels zwischen v und B die induzierte Spannung:

$$u_{i} = v B l \sin\left(\angle \vec{v}, \vec{B}\right) = v B l$$
1.67

Die vorliegende Bewegungsinduktion ist Grundlage des Generatorprinzips.

Für die technische Anwendung lassen sich die in Tabelle 1.8 angegebenen Induktionsspannungen unterscheiden. So sind allein zeitlich sich verändernde Flussverkettungen die Ursache der *Spannungstransformation* in Transformatoren (▶ Abbildung 1.28) und der Spannungsinduktion in Maschinenwicklungen, die mit einem anderen Fluss verkettet sind. Bei Verkettung mit dem eigenen zeitlich veränderlichen Magnetfluss entsteht eine *Selbstinduktionsspannung*, so wie sie auch von stromdurchflossenen Spulen bekannt ist (▶ Abbildung 1.30). Eine *Bewegungsspannung* wird in einer Maschinenwicklung dann entstehen, wenn zwischen einer räumlich verteilten Magnetfeldwelle und einer Wicklung, die von ihr durchsetzt wird, eine Relativbewegung besteht (▶ Abbildung 1.29). Da ein zeitlich veränderliches Magnetfeld eine Spannungsinduktion verursacht, entstehen auch zeitlich veränderliche Induktionsspannungen.

Tabelle 1.8: Vorkommen der Induktionsspannungen



Wechselspannungserzeugung

In >Abbildung 1.31 ist ein real vorkommender Fall bei Innenpolmaschinen dargestellt, deren Rotor ein Magnetfeld bildet, das sich, durch eine äußere Kraft angetrieben, bewegt. Im feststehenden Teil der Maschine ist zunächst eine Leiterschleife untergebracht, die durch einen zeitlich veränderlichen Magnetfluss durchsetzt wird. Das sogenannte Polradfeld, das sowohl elektrisch als auch permanentmagnetisch erzeugt werden kann, besitzt eine nahezu sinusförmige räumliche Verteilung und bewegt sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω_d durch den Luftspalt der Maschine mit

$$B = \hat{B}\cos(\omega_{\rm d}t - \gamma) \tag{1.68}$$

die über die Hüllfläche aufsummiert den Magnetfluss mit

$$\Phi = \int_{\tau_{\rm p}} B \,\mathrm{d}A = \int \hat{B} \cos(\omega_{\rm d} t - \gamma) \,\mathrm{d}A$$
 1.69

ergibt. Der Winkel folgt sodann als Integral der Winkelgeschwindigkeit mit

$$\vartheta = \int \omega_{\rm d} \, \mathrm{d}t + \vartheta_0$$

Die Hüllfläche und dessen Differential ergeben sich aus den Abmessungen zu

$$A = l \cdot x = l \cdot \frac{\tau_{p}}{\pi} \vartheta$$

$$dA = l \frac{\tau_{p}}{\pi} d\vartheta$$
1.70

Integriert wird über die Polteilung bzw. die halbe Bogenlänge

$$\begin{split} \Phi &= \frac{\tau_{\rm p}}{\pi} I \int_{\vartheta - \pi/2}^{\vartheta + \pi/2} \hat{B} \cos \vartheta \, \mathrm{d}\vartheta = \frac{\tau_{\rm p}}{\pi} I \hat{B} \sin \vartheta \Big|_{\vartheta - \pi/2}^{\vartheta + \pi/2} \\ &= \frac{\tau_{\rm p}}{\pi} I \hat{B} \Big(\sin \left(\vartheta + \pi/2\right) - \sin \left(\vartheta - \pi/2\right) \Big) \\ &= \frac{2}{\pi} \tau_{\rm p} I \hat{B} \cos \vartheta \end{split}$$
 (1.71)

Für die in der Leiterschleife induzierte Spannung gilt wegen der raumfesten Leiteranordnung

$$u_{\rm i} = \frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{\Phi}}{\mathrm{d}\vartheta} \cdot \frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}t} = -\hat{\boldsymbol{\Phi}} \cdot \boldsymbol{\varOmega} \cdot \sin\vartheta \tag{1.72}$$

Erweitert man die Leiterschleife zu einer Strangwicklung in Form einer verteilten Drehstromwicklung, so wird die tatsächlich induzierte Spannung etwas geringer, als durch die Windungszahl w (entspricht Reihenschaltung von Leiterschleifen) wiedergegeben wird, was durch den *Wicklungsfaktor* ξ berücksichtigt wird.

$$u_{i} = \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} = w \cdot \xi \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -w\xi \hat{\Phi} \Omega \sin\vartheta$$
 1.73



Die induzierte Spannung ist abhängig von der Winkelgeschwindigkeit des Polrades und der Magnetflussamplitude. In realen elektrischen Maschinen werden *w* Einzelspulen, die am Umfang der Ständerbohrung angeordnet sind, z. B. in Reihe geschaltet, sodass sich die resultierende Induktionsspannung aus der Summe der zeitlich versetzten Einzelspannungen ergibt.

Beispiel 1.6: Generatorspannung

Ein hochpoliger Synchrongenerator für Windenergie
anlagen soll bei einer typischen Drehzahl von 20 min⁻¹ eine Spannung von 400 V
eff bei 50 Hz abgeben. Er besitzt eine Wirkfläche, bestehend aus Polteilung × Länge von 0,05 m × 0,05 m. Zu bestimmen ist die Windungszahl der Ankerwicklung, wenn eine Luftspaltinduktion mit dem Scheitelwert von 1 T angenommen werden kann.

Der Effektivwert der Spannung berechnet sich bei Anwendung der Gl. 1.73 zu

$$U_{\rm i} = \frac{1}{\sqrt{2}} w \xi \frac{2}{\pi} l \tau_{\rm p} \hat{B} \mathcal{Q}$$

Für den Wicklungsfaktor kann man bei einer 2-Schichtwicklung den Faktor 0,95 einsetzen, sodass sich eine Windungszahl ergibt von

$$w = \frac{\sqrt{2}U_{i}}{l\tau_{p}\xi} \frac{\pi}{2} \frac{1}{\hat{B}} \frac{1}{2\pi n}$$
$$= \frac{\sqrt{2} \cdot 400 V}{0.025 m^{2} \cdot 0.95} \frac{\pi}{2} \frac{1}{1T} \frac{1}{2\pi 50 s^{-1}} = 113$$

Das Beispiel einer Außenpolvariante zeigt >Abbildung 1.32.