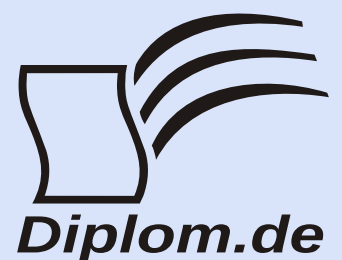


Verena Nallin

Berechnung der Mindestkapitalanforderungen unter Solvency II

Die Wahl des richtigen Risikomaßes



Verena Nallin

Berechnung der Mindestkapitalanforderungen unter Solvency II

Die Wahl des richtigen Risikomaßes

ISBN: 978-3-8366-0742-1

Druck Diplomica® Verlag GmbH, Hamburg, 2008

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Die Informationen in diesem Werk wurden mit Sorgfalt erarbeitet. Dennoch können Fehler nicht vollständig ausgeschlossen werden, und die Diplomarbeiten Agentur, die Autoren oder Übersetzer übernehmen keine juristische Verantwortung oder irgendeine Haftung für evtl. verbliebene fehlerhafte Angaben und deren Folgen.

© Diplomica Verlag GmbH

<http://www.diplom.de>, Hamburg 2008

Printed in Germany

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
Kapitel 1 Grundlagen	3
1.1 Risiko als Zufallsvariable	4
1.2 Risikokapital	9
Kapitel 2 Eigenschaften von Risikomaßen	13
2.1 Anforderungen an Risikomaße aus praktischer Sicht	14
2.2 Kohärenz und Konvexität	16
2.3 Charakterisierung von Risikomaßen durch ihre Akzeptanzmengen	21
2.4 Robuste Darstellung kohärenter Risikomaße	26
2.5 Verteilungsinvarianz	31
Kapitel 3 Risikomaße	36
3.1 Value-at-Risk	38
- Definition und Eigenschaften	
- Der Value-at-Risk und die Subadditivität	
- Kritik des Value-at-Risk	
3.2 Expected Exceedence Measures	55
- Definition und Eigenschaften von WCE und AVaR	
- Beziehungen zwischen den Risikomaßen VaR, WCE und AVaR	
- Value-at-Risk und Average Value-at-Risk im GDV-Modell	

3.3 Spektralrisikomaße	70
------------------------	----

- Herleitung und Definition der Klasse der Spektralrisikomaße
- Die Bedeutung der Risikoaversionsfunktion ϕ
- Weitere Eigenschaften der Spektralrisikomaße
- Der Einsatz von Spektralrisikomaßen bei der Risikokapitalberechnung

Kapitel 4 Schlussbemerkung	86
----------------------------	----

Anhang	89
--------	----

Quellenverzeichnis	94
--------------------	----

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis	98
-----------------------------------	----

Einleitung

Parallel zum etwas bekannteren Regelwerk Basel II, das die Aufsicht von Banken und Kreditinstituten in rund 100 Staaten regelt, arbeitet die Europäische Kommission seit 1999 am Projekt Solvency II, durch das die Aufsicht von Versicherungsunternehmen weitläufig reformiert werden soll. Analog zu Basel II werden die Anforderungen der Aufsicht künftig in einer Drei-Säulen-Struktur gegliedert:

Säule I	Eigenmittelanforderungen
Säule II	Aufsichtsrechtliches Überprüfungsverfahren
Säule III	Marktdisziplin

Im Rahmen der Säule I werden quantitative Vorgaben bezüglich der Höhe und der Berechnungsverfahren des vorzuhaltenden Risikokapitals formuliert. Risikokapital stellt dabei das Kapital dar, das von einem Versicherungsunternehmen vorgehalten werden muss, um dessen Fortbestand mit hoher Sicherheit gewährleisten zu können.

Die Säule II beinhaltet qualitative Regelungen bezüglich dem zukünftigen Überprüfungsverfahren durch die Aufsichtsbehörde. In Säule III sollen schließlich Publikationspflichten vorgegeben werden, die die Transparenz und Vergleichbarkeit der einzelnen Versicherungsunternehmen für die Versicherungsnehmer erhöhen. Damit sind die Versicherungsunternehmen auch aufgrund des Wettbewerbs zu einem effektiven Risikomanagement gezwungen.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit einer Fragestellung der Säule I. Das Risikokapital soll in Zukunft durch Risikomaße berechnet werden. Unter Basel II ist derzeit die Verwendung des Risikomaßes Value-at-Risk zu einem Konfidenzniveau von 99% vorgeschrieben. Es stellt sich nun die Frage, welches Risikomaß am besten geeignet ist, um der Aufgabe der Risikokapitalberechnung unter Solvency II gerecht zu werden. Es muss geklärt werden, nach welchen Kriterien ein Risikomaß als geeignet betrachtet werden kann, welche Eigenschaften es notwendigerweise erfüllen muss, ob unter diesen Vorgaben der Value-at-Risk ein geeignetes Risikomaß ist und welche Alternativen zum Value-at-Risk existieren. Der Fokus liegt dabei auf den Risikomaßen, die auf der Basis von Quantilen definiert werden.

Im ersten Kapitel werden die Grundlagen der Arbeit erarbeitet. Es werden die Begriffe *Risiko*, *Risikokapital* und *Risikomaß* sowie die Grundidee der Solvabilität erklärt und weitere Informationen zum Solvency II-Projekt gegeben.

In Kapitel 2 werden die Eigenschaften von Risikomaßen untersucht. Insbesondere werden *Kohärenz* und *Konvexität*, *Verteilungsinvarianz* und *Konsistenz zur stochastischen Dominanz* erster und zweiter Ordnung behandelt.

Im dritten Kapitel werden schließlich verschiedene Risikomaße untersucht. Der Schwerpunkt liegt auf dem *Value-at-Risk*, dem *Average Value-at-Risk* und den kohärenten *Spektralrisikomaßen*.

Kapitel 4 rundet die Arbeit mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse und einer eigenen Stellungnahme ab.

Kapitel 1 Grundlagen

Im ersten Kapitel werden grundlegende Überlegungen angestellt, die bei der Suche nach einem geeigneten Risikomaß für die Versicherungsbranche zu beachten sind.

Zunächst wird der Begriff *Risiko* aus (versicherungs-)betriebswirtschaftlicher Sicht definiert und erklärt, welche Risiken in Versicherungsunternehmen existieren. Eine weitere Frage ist, ob und inwiefern sich die Risiken des Versicherungsunternehmens von denen einer Bank unterscheiden. Da die Unterschiede nicht unerheblich sind, können die Regelungen von Basel II nicht auf Solvency II übertragen werden. Anschließend wird die mathematische Definition eines Risikos formuliert. Ein finanzielles Risiko wird dann interpretiert Zufallsvariable, deren positive Werte als Gewinn und deren negative Werte als Verlust interpretiert werden. Risiken werden gemessen durch *Risikomaße*. Diese werden ebenfalls mathematisch definiert und mögliche Anwendungen erläutert.

Im zweiten Abschnitt wird der Begriff des *Risikokapitals* behandelt. Es werden drei wichtige Verwendungsmöglichkeiten für Risikokapital vorgestellt. Weiterhin wird der Frage nachgegangen, welchen Zweck die *Solvabilität* im Versicherungsunternehmen erfüllt und welche Anforderungen im Rahmen von Solvency II an die Solvabilität eines Versicherungsunternehmens gestellt werden.

1.1 Risiko als Zufallsvariable

Bevor Risiko gemessen werden kann, muss zunächst geklärt werden, was *Risiko* genau ist. In der Literatur finden sich zahlreiche Ansätze zur Erklärung von Risiko, die von GRÜNDL / WINTER ([20]) wie folgt zusammengefasst sind: Risiko kann verstanden werden als

- die Gefahr einer Fehlentscheidung
- die Unsicherheit über die Ergebnisse wirtschaftlichen Handelns
- die Gefahr, einen Verlust zu erleiden
- die mögliche Abweichung zwischen Plandaten und faktischen Daten
- die auf wahrscheinlichkeitstheoretischer Basis kalkulierbare Unsicherheit zukünftiger Entwicklungen als Gegensatz zur Ungewissheit.

Ein Versicherungsunternehmen nimmt Prämien ein und bildet daraus Reserven (Rückstellungen, Rücklagen), um im Schadensfall die vertraglich vereinbarten Leistungen gegenüber den Versicherungsnehmern erbringen zu können. Das Versicherungsunternehmen unterliegt dem Risiko, dass die Einnahmen aus den Prämien (insbesondere auch die Zinserträge der Kapitalanlage) nicht ausreichen, um die Reserven in der notwendigen Höhe bilden zu können und noch vielmehr dem Risiko, dass die Schäden größer ausfallen als angenommen und die Reserven übersteigen.

Hierzu passend findet sich bei WENNINGER ([33], S. 13) folgende Definition:

„Risiko ist die Gefahr der Abweichung der Vermögenswerte und Schäden von der Erwartung.“

An Stelle des Erwartungswerts kann als Vergleichsmaßstab auch eine beliebige Vorgabe (Planwert) gewählt werden. In der Definition kann man dann „Erwartung“ durch „Vorgabe“ ersetzen. Es sei an dieser Stelle ausdrücklich betont, dass somit unter Risiko nicht nur die Möglichkeit einer negativen Abweichung von einer Vorgabe oder der Erwartung verstanden wird, sondern auch die Möglichkeit einer positiven Abweichung.

Die Versicherungsnehmer begeben sich mit Abschluss eines Versicherungsvertrags in die Risikosituation, dass der Versicherer nicht dazu in der Lage sein könnte, sein Leistungsversprechen vollständig zu erfüllen. Dies ist aus Sicht der Versicherten und somit auch aus Sicht der Aufsicht zu verhindern. Das Insolvenzrisiko stellt aus Sicht der Ver-

sicherungsnehmer und der Aufsicht das zu regulierende Risiko dar. Ein Unternehmen ist insolvent, wenn es zahlungsunfähig oder überschuldet ist (vgl. § 88 Abs. 2 VAG).

Wenn das Insolvenzrisiko reguliert werden soll, dann muss vor allem die Gefahr einer *negativen* Abweichung der Vermögenswerte und Schäden von der Erwartung (*Downside Risk*) gemessen werden. Positive Abweichungen sind dennoch möglich. Dies macht Sinn, wenn man das Gesamtrisiko eines Unternehmens auf der Basis von Einzelrisiken berechnet, wie es im Rahmen von Solvency II vorgesehen ist. Positive Abweichungen mindern dann das Gesamtrisiko.

ALBRECHT / KORYCIORZ ([8]) unterteilen die Risiken eines Versicherungsunternehmens in *Performancerisiken*, die die Erfolgsebene des Unternehmens betreffen, und in *Liquiditätsrisiken*, die die Zahlungsebene des Unternehmens betreffen. Im Versicherungsunternehmen sind die Performancerisiken dominant. Sie können unterteilt werden in *Überschuldungsrisiken*, die insbesondere die Gefahr des Verzehrs des vorhandenen Eigenkapitals betreffen und in *Profitabilitätsrisiken*, also der Gefahr, dass die angestrebte Mindestkapitalrendite nicht erreicht wird. Die Performance eines Versicherungsunternehmens wird in zwei Bereichen erwirtschaftet: im *versicherungstechnischen* Bereich (Passivseite) und im Bereich der *Kapitalanlage* (Aktivseite). Die wichtigsten Risiken im versicherungstechnischen Bereich liegen darin, dass die kalkulierten Prämien für das Neugeschäft nicht ausreichen, um den daraus entstehenden Schaden zu decken, und dass die Rückstellungen aus dem Geschäft früherer Perioden für die daraus entstehenden Verpflichtungen nicht ausreichen. Auf der Aktivseite besteht die Gefahr, dass Markt- oder Buchwertverluste der Kapitalanlagen auftreten und aus den Kapitalanlagen zu wenig Einkommen in Gestalt von Zinsen, Dividenden und realisierten Kursgewinnen erzielt wird. In beiden Bereichen bestehen ferner *Bonitätsrisiken*; diese betreffen zum Beispiel das Risiko, dass die Zahlungen aus Rückversicherungsbeziehungen nicht geleistet werden oder einen möglichen Kontrahentenausfall.

Auf der Passivseite unterscheiden sich die Risiken eines Versicherungsunternehmens ganz erheblich von denen einer Bank. Der Kalkulation der Prämien und Rückstellungen liegen insbesondere Annahmen über die Schadenwahrscheinlichkeiten und die Schadenhöhe zugrunde, wobei Schäden etwa im Bereich der Schadenversicherung durch Naturkatastrophen oder Unfälle entstehen oder im Bereich der Lebens- und Rentenversicherung durch den sehr frühen oder sehr späten Tod eines Versicherungsnehmers. Der Kalkulation liegen also Ereignisse zugrunde, die den Bankensektor - wenn überhaupt - nur

indirekt betreffen. Dahingegen könnte man annehmen, dass die Risiken auf der Aktivseite bei Versicherungsunternehmen und Banken gleicher Natur sind. Dies ist jedoch im Allgemeinen nicht der Fall. Nach ALBRECHT ET AL. ([7]) liegt ein wesentlicher Unterschied darin, dass für ein Versicherungsunternehmen die Kapitalanlage nicht das Kerngeschäft bildet, sondern sie betreiben die Kapitalanlage, um den eingegangenen Verpflichtungen gegenüber den Versicherungsnehmern Genüge leisten zu können. Der Handel mit Kapitalanlagen tritt also in den Hintergrund, der zeitliche Rahmen ist nicht kurz- sondern mittel- bis langfristig ausgelegt.

Die Risiken im versicherungstechnischen Bereich spielen in Versicherungsunternehmen die entscheidende Rolle. Da sich die Risiken eines Versicherungsunternehmens stark von denen einer Bank unterscheiden können, können auch die Regelungen unter Basel II nicht ohne Weiteres auf die Versicherungsbranche übertragen werden.

Mathematisch gesehen versteht man unter Risiko den zukünftigen und zufälligen Wert einer finanziellen Position (vgl. BÄUERLE / MUNDT ([10])). Eine solche Finanzposition kann zum Beispiel sein

- die Höhe eines aus einem Finanzinvestment resultierenden Endvermögens
- der Periodenerfolg eines Unternehmens
- die Veränderung der anfänglich gestellten Schadenreserve für einen Versicherungsbestand über eine Periode (vgl. ALBRECHT ([6])).

Wie in diesen drei Beispielen gegeben, werden auch im Folgenden nur solche Finanzpositionen betrachtet, deren positive Werte einen Gewinn und deren negative Werte einen Verlust für das VU darstellen. Dies entspricht der Notation bei BÄUERLE / MUNDT ([10]) und ARTZNER ET AL. ([9]).

Insgesamt ergibt sich die folgende Definition (vgl. BÄUERLE / MUNDT ([10])).

Definition 1.1: (Risiko)

$(\Omega, \mathbb{A})$ ist ein Messraum. Eine reellwertige Zufallsvariable X auf $(\Omega, \mathbb{A})$ heißt Risiko, wenn X den zukünftigen Wert einer finanziellen Position am Ende einer Betrachtungsperiode $(0, T)$ darstellt.

Der Raum aller interessierenden Risiken wird mit $\mathbb{X}$ bezeichnet. $\mathbb{X}$ sei ein Vektorraum, der die konstanten Funktionen enthält. Alle $X \in \mathbb{X}$ seien reellwertig und beschränkt.

Im betrachteten Kontext ist die Betrachtungsperiode im Allgemeinen ein Jahr. Um das Risiko quantifizieren zu können, werden Funktionen – Risikomaße – definiert, die ei-

nem Risiko eine reelle Zahl zuordnen (vgl. ARTZNER ET AL. ([9])).

Definition 1.2.: (Risikomaß)

Eine Abbildung $\rho: \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{R}$ heißt Risikomaß.

Die Messung des Risikos als reelle Zahl ermöglicht einen Vergleich verschiedener Finanzpositionen (Investments) hinsichtlich ihres Risiko-Werts. Die Finanzpositionen können hinsichtlich ihres Risiko-Werts geordnet werden (vgl. SZEGÖ ([30])). Allerdings gehen bei der Abbildung auf die reellen Zahlen viele Informationen verloren, insbesondere können sehr unterschiedlich beschaffene Risiken den gleichen Wert zugewiesen bekommen. Aus diesem Grund ist es notwendig, zusätzliche Eigenschaften für Risikomaße zu definieren (vgl. BÄUERLE / MUNDT ([10])).

Es sei noch bemerkt, dass gemäß BÄUERLE / MUNDT ([10]) der Einfachheit halber angenommen wird, dass alle Beträge bereits diskontiert sind. Die Berücksichtigung einer Diskontierungsrate ist durch eine einfache Transformation des Risikomaßes möglich (siehe FÖLLMER / SCHIED ([17], S. 154)).

Es gibt zahlreiche Anwendungsmöglichkeiten für Risikomaße (vgl. BÄUERLE / MUNDT ([10])), von denen drei im Folgenden kurz erläutert werden sollen.

Optimale Portfolio-Selektion. Risikomaße können in der Portfoliotheorie im Modell von Markowitz anstatt der Varianz bzw. Standardabweichung eingesetzt werden. Im Modell von Markowitz entscheiden Investoren auf der Basis des Erwartungswerts und der Standardabweichung der Renditen von verschiedenen Wertpapieren, wie ihr Portfolio zusammengesetzt sein soll. Dabei gibt der Erwartungswert den Ertrag an und die Standardabweichung misst das Risiko. Das Modell von Markowitz ist also ein Risiko-Wert-Modell. Dabei gilt die Annahme, dass ein Investor aus zwei Portfolios mit identischem Risiko dasjenige mit dem größeren Ertrag wählt (Nutzenmaximierung) und aus zwei Portfolios mit identischem Ertrag dasjenige mit dem geringsten Risiko wählt (Risikoaversion). Da die Standardabweichung jedoch einen sehr einfachen Ansatz zur Risikomessung darstellt und insbesondere nicht das Downside Risk misst, sondern ein Streuungsmaß darstellt, kann sie durch neuere Risikomaße ersetzt werden.

Bestimmung von Risikokapital. Risikokapital gibt denjenigen Kapitalbetrag an, der angelegt werden muss, um das Risiko einer Finanzposition im Rahmen von gewissen Vorgaben (z.B. betrachteter Zeitraum, Konfidenzniveau, angenommene Verteilung) zu eliminieren. Die Anwendung von Risikomaßen zur Berechnung von Risikokapital ist das