

## **André Rohe**

Parallele Heuristiken für sehr große Travelling Salesman Probleme

**Diplomarbeit** 



#### **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:**

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de/ abrufbar.

Dieses Werk sowie alle darin enthaltenen einzelnen Beiträge und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsschutz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlages. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen, Auswertungen durch Datenbanken und für die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronische Systeme. Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdrucks, der fotomechanischen Wiedergabe (einschließlich Mikrokopie) sowie der Auswertung durch Datenbanken oder ähnliche Einrichtungen, vorbehalten.

Copyright © 1997 Diplom.de ISBN: 9783832407391

And	ré Rohe				
	allele Heurist bleme	tiken für seh	r große Tra	velling Sal	esman

### André Rohe

# Parallele Heuristiken für sehr große Travelling Salesman Probleme

Diplomarbeit an der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn Februar 1997 Abgabe



www.diplom.de -

Rohe, André: Parallele Heuristiken für sehr große Travelling Salesman Probleme /

André Rohe - Hamburg: Diplomica GmbH, 1998

Zugl.: Bonn, Universität, Diplom, 1997

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Die Informationen in diesem Werk wurden mit Sorgfalt erarbeitet. Dennoch können Fehler nicht vollständig ausgeschlossen werden, und die Diplomarbeiten Agentur, die Autoren oder Übersetzer übernehmen keine juristische Verantwortung oder irgendeine Haftung für evtl. verbliebene fehlerhafte Angaben und deren Folgen.

Diplomica GmbH http://www.diplom.de, Hamburg 1998 Printed in Germany



## Wissensquellen gewinnbringend nutzen

Qualität, Praxisrelevanz und Aktualität zeichnen unsere Studien aus. Wir bieten Ihnen im Auftrag unserer Autorinnen und Autoren Wirtschaftsstudien und wissenschaftliche Abschlussarbeiten – Dissertationen, Diplomarbeiten, Magisterarbeiten, Staatsexamensarbeiten und Studienarbeiten zum Kauf. Sie wurden an deutschen Universitäten, Fachhochschulen, Akademien oder vergleichbaren Institutionen der Europäischen Union geschrieben. Der Notendurchschnitt liegt bei 1,5.

Wettbewerbsvorteile verschaffen – Vergleichen Sie den Preis unserer Studien mit den Honoraren externer Berater. Um dieses Wissen selbst zusammenzutragen, müssten Sie viel Zeit und Geld aufbringen.

http://www.diplom.de bietet Ihnen unser vollständiges Lieferprogramm mit mehreren tausend Studien im Internet. Neben dem Online-Katalog und der Online-Suchmaschine für Ihre Recherche steht Ihnen auch eine Online-Bestellfunktion zur Verfügung. Inhaltliche Zusammenfassungen und Inhaltsverzeichnisse zu jeder Studie sind im Internet einsehbar.

Individueller Service – Gerne senden wir Ihnen auch unseren Papierkatalog zu. Bitte fordern Sie Ihr individuelles Exemplar bei uns an. Für Fragen, Anregungen und individuelle Anfragen stehen wir Ihnen gerne zur Verfügung. Wir freuen uns auf eine gute Zusammenarbeit

#### Ihr Team der Diplomarbeiten Agentur

Dipl. Kfm. Dipl. Hdl. Björn Bedey — Dipl. WiIng. Martin Haschke —— und Guido Meyer GbR ————
Hermannstal 119 k —————————————————————————————————
Fon: 040 / 655 99 20
agentur@diplom.de

# Inhaltsverzeichnis

1	Ein.	leitung	3				
<b>2</b>	Der	r Lin-Kernighan-Algorithmus					
	2.1	Konstruktionsheuristiken	11				
	2.2	2-OPT und 3-OPT	13				
	2.3	Der Lin-Kernighan-Algorithmus	14				
	2.4	Iterierter Lin-Kernighan	20				
	2.5	Laufzeitverhalten und Güte	23				
3	Lin-	-Kernighan für das Matching Problem	33				
	3.1	Einführung	34				
	3.2	Beschreibung des Algorithmus	35				
	3.3	Laufzeitverhalten und Güte	39				

4	1 Parallele Ansätze		
	4.1	Allgemeine Einführung	51
	4.2	Bisherige Arbeiten zum TSP	53
	4.3	Partitionsheuristiken	54
5	Par	allele Bestimmung von unteren Schranken	61
	5.1	Ein Satz zur Bestimmung unterer Schranken	62
	5.2	Erwartungswerte für die Güte des Algorithmus	68
6	Par	allele Bestimmung von Touren	71
	6.1	Parallele Bestimmung von Start-Touren	72
	6.2	Parallele Verbesserung von Touren	77
	6.3	Laufzeitverhalten	81
7	Anv	vendung auf ein 18.837.227-Punkte-Problem	91
	7.1	Bestimmung der unteren Schranke	92
	7.2	Bestimmung der oberen Schranke	94

# Kapitel 1

# Einleitung

Das Traveling Salesman Problem (TSP, Problem des Handlungsreisenden) ist eines der bekanntesten kombinatorischen Optimierungsprobleme. Es kann folgendermaßen formuliert werden:

Gegeben sei eine Menge P von n Punkten (Städten)  $\{p_0, p_1, \ldots, p_{n-1}\}$  und eine Distanzfunktion d, die für jedes Paar  $(p_i, p_j)$  von Punkten die Distanz  $d(p_i, p_j)$  angibt (d(.,.) soll im Verlauf dieser Arbeit immer die Länge einer Kante, einer Strecke usw. bezeichnen). Das Ziel ist, eine Permutation  $\pi$  zu bestimmen, so daß

$$\sum_{i=1}^{n} d(\pi(i), \pi((i+1) \bmod n))$$

minimiert wird. Die Permutation  $\pi$  wird im folgenden als Tour T mit Länge d(T) bezeichnet. Wir werden uns in dieser Arbeit auf das symmetrische TSP beschränken, d.h. es gilt  $d(p_i, p_j) = d(p_j, p_i)$  für alle i, j.

Für das TSP gibt es verschiedene Anwendungen, so z.B. bei der Herstellung von Leiterplatten [Korte, 1989], Röntgenkristallographie oder Vehicle Routing Problemen. Eine Übersicht über weitere Anwendungen ist in [Reinelt, 1994] zu finden.

#### Ein geschichtlicher Überblick

Schon 1759 stellte Euler die Frage, ob es möglich sei, mit einem Springer auf dem Schachbrett alle Felder genau einmal zu besuchen und dann zum Ausgangsfeld zurückzukehren (also ein Hamilton Cycle Problem). In einem Buch von Voigt aus dem Jahr 1832 "Der Handlungsreisende, wie er sein soll und was er zu thun hat, um Aufträge zu erhalten und eines glücklichen Erfolgs in seinen Geschäften gewiss zu sein" wird u.a. auch auf die Optimierung von Wegrouten eingegangen. 1853 erfand der irische Mathematiker W. R. Hamilton ein "Isokaeder-Spiel", bei dem ein Hamilton Cycle Problem gelöst werden mußte. Die Ursprünge des TSP in der heutigen Form sind nicht vollständig geklärt. In den Zwanzigern dieses Jahrhunderts publizierte es der Mathematiker Karl Menger unter seinen Kollegen in Wien, in den Dreißigern tauchte das TSP in mathematischen Kreisen in Princeton auf und in den späten Vierzigern wurde es von Merill Flood unter seinen Kollegen der RAND populär gemacht.

Der Durchbruch kam 1954, als Dantzig, Fulkerson und Johnson durch ein lineares Programm ein 49-Städte Problem lösen konnten [Danzig et al., 1954]. Der in dieser Arbeit benutzte Algorithmus arbeitet mit der branch and bound-Methode, wobei der Ausdruck "branch and bound" erst 1963 von Little, Murty, Sweeney und Karel eingeführt wurde [Little et al., 1963].

Ein sehr wichtiger Schritt zum Auffinden von Schranken wurde 1970 von Held und Karp entwickelt, die sogenannte Lagrangesche Relaxierung [Held und Karp, 1970].

Padberg und Rinaldi entwickelten die Branch and Cut-Methode. Hiermit konnten TSPs mit bis zu 2392 Punkten gelöst werden [Padberg und Rinaldi, 1985]. Seit den siebziger Jahren wurde sehr viel Arbeit in die Entwicklung von Cutting-Planes für das TSP gesteckt. Bei den heutigen Algorithmen stellt jedoch die praktikable Anwendung dieser Constraints ein großes Problem dar, so daß nur wenige Cutting-Planes tatsächlich zum Einsatz kommen (z.B. Subtour-Elimination, 2-Matching, Comb). Durch verschiedene Verbesserungen (u.a. im Auffinden dieser Constraints) gelang es 1994 [Applegate et al.], ein 7397 Punkte Problem perfekt zu lösen. Mit solch einem Algorithmus ist es inzwischen möglich, für Probleme mit weniger als 1000 Punkten in wenigen Stunden die optimale Tour zu bestimmen.

Nachdem bewiesen wurde, daß das TSP zu den NP-schweren Problemen gehört [Garey und Johnson, 1979] (d.h. es gibt keinen polynomiellen Algorithmus zur Lösung des Problems (unter der weitverbreiteten Annahme  $NP \neq P$ )), wurde es für die praktische Entwicklung von Algorithmen immer wichtiger, mit