

Peter Albrecht
Markus Huggenberger

Finanzrisiko- management

Methoden zur Messung, Analyse und
Steuerung finanzieller Risiken



eBook
SCHÄFFER
POESCHEL

SCHÄFFER
POESCHEL

Peter Albrecht
Markus Huggenberger

Finanzrisikomanagement

**Methoden zur Messung, Analyse und Steuerung
finanzieller Risiken**

2015
Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart

Prof. Dr. Peter Albrecht, Lehrstuhl für ABWL, Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft, Universität Mannheim

Markus Huggenberger, Lehrstuhl für ABWL, Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft, Universität Mannheim

Dozenten finden Materialien zu diesem Lehrbuch unter www.sp-dozenten.de/3412 (Registrierung erforderlich).

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

E-BOOK ISBN 978-3-7992-6952-0

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

© 2015 Schäffer-Poeschel Verlag für Wirtschaft · Steuern · Recht GmbH
www.schaeffer-poeschel.de
info@schaeffer-poeschel.de

Einbandgestaltung: Bild: Shutterstock.com
Satz: le-tex publishing services GmbH, Leipzig

Januar 2015

Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart
Ein Tochterunternehmen der Haufe Gruppe

Vorwort

Zentrales Erkenntnisobjekt und zentraler Untersuchungsgegenstand des vorliegenden Lehrbuchs ist das Finanzrisikomanagement, verstanden als das Management finanzieller Risiken von und durch Wirtschaftsunternehmen, insbesondere von Finanzinstitutionen, wie Banken und Versicherungen.

Unter Risikomanagement (auf der Unternehmensebene) verstehen wir dabei die Gesamtheit aller Aktivitäten, die der Identifizierung, Messung und Analyse von Risiken sowie der Steuerung der Risikoposition des Unternehmens unter Einsatz des risikopolitischen Instrumentariums dienen. Das Mindestziel hierbei ist die Sicherung der Unternehmens-existenz bzw. die Wahrung des von der Unternehmensleitung vorgegebenen tolerierten Risikoniveaus. Darüber hinausgehend ist nach unserer Auffassung Risikomanagement integraler Bestandteil einer wertorientierten Unternehmenssteuerung, d. h. dient wie alle unternehmerischen Aktivitäten letztlich der Steigerung des Unternehmenswerts. Nicht nur die Risikodimension steht daher im Fokus des Risikomanagements, sondern auch die Profitabilitätsdimension. Nach unserer Überzeugung sind Risiken und Chancen unternehmerischer Aktivitäten untrennbar miteinander verbunden. Jede Handlung, die die Risikodimension beeinflusst, nimmt automatisch auch Einfluss auf die Chancendimension und vice versa. Unser Risikomanagementbegriff ist daher konsequenterweise der eines ertrags- bzw. wertorientierten Risikomanagements. Als Bestandteil der wertorientierten Unternehmenssteuerung ist Risikomanagement ein Element der unternehmensinternen Steuerung. Die Modelle und Methoden des Risikomanagements, die in diesem Lehrtext im Vordergrund stehen, sind primär dieser internen Sicht zuzuordnen (Risikomanagement auf der Basis interner Modelle). Hinzu treten externe Elemente des Risikomanagements, die auf rechtlichen Vorgaben (etwa Basel I-III im Bankenbereich sowie Solvency II im Versicherungsbereich) beruhen. Dieser regulatorische Aspekt des Risikomanagements steht nicht im Vordergrund unserer Ausarbeitung, aber wir gehen von Zeit zu Zeit auf ausgewählte Aspekte solcher extern definierter Anforderungen an das Risikomanagement ein, da sie uns wertvolles Anschauungsmaterial für relevante Methoden bieten.

Eine Gesamtdarstellung des risikopolitischen Instrumentariums würde den Rahmen des vorliegenden Lehrbuchs bei Weitem sprengen, insbesondere, wenn man nicht nur punktuell in die Tiefen des methodischen Arsenalts vordringen und zudem auch aktuelle Entwicklungen berücksichtigen möchte. Unsere Darstellung folgt aus diesem Grund schwerpunktmäßig dem grundlegenden Steuerungsprinzip, dass die aus unternehmerischen Aktivitäten resultierenden Risiken mit Kapital zu unterlegen sind. Konsequenterweise liegt der Fokus unserer Ausführungen auf der Bestimmung des notwendigen Risikokapitals. Dies schließt ein, dass bereits die Messung des Risikos unter diesem Aspekt erfolgt, d. h. im Vordergrund der Risiko-evaluation stehen Risikomaße, die einer Risikokapitalinterpretation zugänglich sind (vor allem Value at Risk sowie Conditional Value at Risk). Auch die wertorientierte Unternehmenssteuerung wird aus dieser Perspektive betrachtet, d. h. im Zentrum steht hier die risikokapitalbasierte Ergebnissteuerung.

Das angestrebte Profil des vorliegenden Lehrbuchs ist vielschichtig. Unser Zielbild ist eine in sich geschlossene, umfassende und methodisch fundierte Einführung in das Finanzrisikomanagement. Behandelt werden dabei ausgewählte allgemeine Grundlagen (Was ist Risiko? Was ist Risikomanagement? Welches sind die rechtlichen Rahmenbedingungen des Risikomanagements? Was sind die Grenzen eines quantitativen Risikomanagements?) sowie methodische Grundlagen (umfassende Aufarbeitung der grundlegenden quantilbasierten Risikoma-

ße Value at Risk und Conditional Value at Risk im Rahmen einer statischen Modellbildung sowie im Kontext von Finanzmarktzeitreihen). Darauf aufbauend erfolgt die Anwendung des bereit gestellten grundlegenden Instrumentariums auf die fundamentalen Risikokategorien (Marktrisiken, Kreditrisiken, Versicherungsrisiken, operationelle Risiken) sowie schließlich die Darstellung der Grundzüge einer risikokapitalbasierten Ergebnissteuerung (inklusive der Problematik der Allokation von Risikokapital).

Die Spannweite der Darstellung reicht hierbei von „traditionellen“ Grundlagen bis hin zu aktuellen Entwicklungen, von elementaren Methoden bis hin zu komplexen Kalkülen. Im Zentrum unserer Ausführungen steht das quantitativ orientierte Risikomanagement, d. h. derjenige Bereich des Risikomanagements, der modell- und methodengestützt ist. Dabei war es unser Bemühen, dem Leser die methodischen Ansätze und Ergebnisse nicht nur in Form von „Kochrezepten“ nahezubringen, sondern auch die dahinterstehenden Konzepte und Ideen sowie die eingehenden Prämissen zu vermitteln. Auf der anderen Seite wird die vorherrschende quantitative Sichtweise nicht als Selbstzweck verstanden, sondern als zentrales Werkzeug für Anwendungen in der Praxis des Risikomanagements. Die Betonung des Anwendungsaspekts findet Niederschlag in einer Reihe von primär empirisch gestützten Fallstudien, im Rahmen derer die vorgestellten Methoden auf der Basis von Kapitalmarktdaten illustriert werden. Des Weiteren tragen gelegentliche „Blicke in die Wissenschaft“ sowie „Blicke in die Praxis“, in denen aktuelle wissenschaftliche Studien oder Veröffentlichungen aus der Unternehmenspraxis zusammengefasst werden, ebenfalls zum besonderen Profil des Buches bei. Zur weiteren Mehrung des Nutzens unserer Leser stellen wir zudem unter <http://insurance.bwl.uni-mannheim.de/finrisk> ausgewählte Matlab-Funktionen zur Implementierung der im Rahmen der Fallstudien durchgeführten Analysen zur Verfügung.

Durch eine differenzierte Struktur des Buches wird zudem versucht, unterschiedlichen Ausbildungszielen und Ausbildungsprofilen Rechnung getragen. Weiterführende und vertiefende Elemente werden vor allem im Rahmen von Anhängen zu den einzelnen Kapiteln behandelt.

Ein solches Buch kann nicht ohne vielfältige Unterstützung zustande kommen. Zu Dank verpflichtet sind wir insbesondere vielen Mitarbeitern bzw. Kollegen, die sich aktiv in die Entwicklung des Buchprojekts eingebracht haben. Zu nennen sind hier insbesondere Frau Bettina Muser, die Leiterin des Lehrstuhlsekretariats, sowie die Herren Jan Bauer, Calo la Gaipa, Sebastian Gohl, Jan Gompers, Alexandr Pekelis, Lars Rickenberg, Patrick Schneider und Lukas Wagner. Aber auch zahlreichen Studenten, Doktoranden und Seminarteilnehmern haben wir für vielfältige Anregungen zu danken. Herrn Katzenmayer sowie Frau Adelheid Fleischer vom Schäffer-Poeschel Verlag schulden wir einmal mehr großen Dank für die aufmerksame und engagierte Begleitung auch dieses Buchprojekts.

Last not least danken wir unseren Partnerinnen, Maja Sommer und Franziska Huggenberger, für all ihre Unterstützung und Zuwendung.

Mannheim, im Dezember 2014

Peter Albrecht/Markus Huggenberger

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Abbildungsverzeichnis	XVII
Tabellenverzeichnis	XXI
1 Einführung und Grundlagen	1
1.1 Risiko	1
1.1.1 Zum Begriff des Risikos	1
1.1.2 Finanzrisiken	2
1.1.3 Risikoquantifizierung: Ein erstes Beispiel	4
1.2 Risikomanagement	5
1.2.1 Zum Begriff des Risikomanagements	5
1.2.2 Risikomanagement als Prozess	7
1.2.3 Nutzenpotentiale des Risikomanagements	9
1.3 Rechtliche Rahmenbedingungen des Risikomanagements	10
1.3.1 Einführung	10
1.3.2 Kapitalunterlegungsvorschriften im Bankenbereich: Basel II . . .	11
1.3.2.1 Hintergründe	11
1.3.2.2 Basel II	12
1.3.2.3 Basel 2.5, Basel III und Basel 3.5	14
1.3.3 Kapitalunterlegungsvorschriften im Versicherungsbereich: Solvency II	16
1.4 Grenzen eines quantitativen Risikomanagements	19
1.5 Zum Aufbau des Buches	22
2 Quantil-Risikomaße: Erste Grundlagen	25
2.1 Einführung	25
2.2 Risikomessung	25
2.3 Quantile	27
2.4 Value at Risk und Mean Value at Risk	31
2.4.1 Definition des Value at Risk	31
2.4.2 Interpretation des VaR als Risikokapital	33
2.4.3 Beispiele für Verlustvariable	33
2.4.4 Konzeption eines diskontierten Value at Risk	34
2.4.5 Konzeptionen eines Rendite-Value at Risk	36
2.4.6 Spezifikation des Sicherheitsniveaus	38
2.4.7 Mean Value at Risk	40
2.4.8 Grundlegende Berechnungsbeispiele	42
2.4.8.1 Normalverteilung	42
2.4.8.2 Lognormalverteilung	43
2.4.8.3 Cornish/Fisher-Entwicklung	45

2.5	Strukturierung von Risikokonzeptionen	45
2.5.1	Typus I und Typus II	45
2.5.2	Zweiseitige Risikomaße	46
2.5.3	Shortfallrisikomaße	47
2.5.4	Risikokapital im engeren und im weiteren Sinn	49
2.5.5	Lageabhängige und lageunabhängige Risikomaße	50
2.6	Ein grundlegendes Axiomensystem für Risikomaße: Artzner/Delbaen/Eber/Heath	52
2.7	Eigenschaften des Value at Risk als Risikomaß	57
2.8	Expected Shortfall und Conditional Value at Risk	61
2.8.1	Verlustvariable: Der Expected Shortfall	61
2.8.2	Erfolgsvariable: Der Tail Mean	63
2.8.3	Verlustvariable: Der Conditional Value at Risk	63
2.8.4	Repräsentation des CVaR im Falle von Erfolgsvariablen	64
2.8.5	Rendite-Conditional Value at Risk	65
2.8.6	Mean Expected Shortfall und Mean Conditional Value at Risk	66
2.8.7	Interpretation als Risikokapital	67
2.8.8	Grundlegende Berechnungsbeispiele	68
	2.8.8.1 Normalverteilung	68
	2.8.8.2 Lognormalverteilung	70
2.9	Eigenschaften der Risikomaße Expected Shortfall und Conditional Value at Risk	71
2.10	Value at Risk oder Expected Shortfall?	72
2.A	Allgemeine Eigenschaften von Quantilen und Quantil-Risikomaßen	75
2.A.1	Quantile	75
2.A.2	Value at Risk	80
2.A.3	Expected Shortfall und Conditional Value at Risk	81
2.B	Quantil-Risikomaße als Lösung eines Optimierungsproblems	82
2.C	Spektrale Risikomaße und Verzerrungs-Risikomaße	85
2.D	Das Axiomensystem von Rockafellar/Uryasev/Zabarankin	93
2.E	Weitere Resultate zur analytischen Bestimmung von Quantil-Risikomaßen	95
2.E.1	Elliptische Verteilungen	95
2.E.2	GH-Verteilung	100
2.E.3	Logistische und log-logistische Verteilung	101
2.E.4	Nullpunkt-Pareto-Verteilung	101
2.E.5	Ausblick auf weitere Resultate	102
2.F	Bestimmung von Quantil-Risikomaßen bei Normal Mixtures	102
2.G	Cornish/Fisher-Approximation für den Expected Shortfall	104
	Übungsaufgaben zu Kapitel 2	105
3	Quantil-Risikomaße im Kontext von Finanzmarktzeitreihen	111
3.1	Einführung	111
3.2	Unbedingter VaR am Beispiel der geometrischen Brownschen Bewegung	113
3.3	Exponentially Weighted Moving Average-Verfahren zur Volatilitätsprognose	115

3.4	Bedingter VaR am Beispiel von GARCH-Prozessen	118
3.4.1	Einführung	118
3.4.2	Beispiel: AR(1)-GARCH(1,1)-Modell	119
3.4.3	GARCH-Volatilitätsprognose	121
3.5	VaR-Skalierung I: Zeitliche Skalierung	122
3.6	Parametrische Schätzung von Quantil-Risikomaßen	126
3.7	Nichtparametrische Schätzung von Quantil-Risikomaßen	129
3.7.1	Stichprobenquantile und VaR-Schätzung	129
3.7.2	Kernschätzer für Quantile	133
3.7.3	Schätzung des Expected Shortfall	135
3.8	Historische Simulation, Monte Carlo-Simulation und gefilterte Historische Simulation	136
3.9	Ansätze der Extremwerttheorie zur Schätzung von Quantil-Risikomaßen	139
3.9.1	Peaks over Threshold-Methode	139
3.9.2	Hill-Schätzer	144
3.10	VaR-Skalierung II: Skalierung des Signifikanzniveaus	146
3.11	Backtesting I: Value at Risk	147
3.11.1	Ausgangspunkte	147
3.11.2	Test auf korrektes VaR-Niveau: Hit-Test	149
3.11.3	Test auf Unabhängigkeit	151
3.11.4	Simultaner Test auf Unabhängigkeit und korrektes VaR-Niveau	152
3.11.5	Erweiterung der Informationsmenge	153
3.11.6	Probleme der dargestellten Backtests	153
3.11.7	Backtesting im GARCH-Fall	153
3.12	Backtesting II: Expected Shortfall	154
3.12.1	Ein Testverfahren	154
3.12.2	Problematik von Backtests für den Expected Shortfall	154
3.13	VaR und Modellrisiko	156
3.14	Portfolios aus Finanztiteln: Multivariate Ansätze zur VaR-Bestimmung	158
3.14.1	Multivariate geometrische Brownsche Bewegung	158
3.14.2	Weitere multivariate Ansätze	159
3.15	Value at Risk-Schätzer im Vergleich	160
3.16	Fallstudien zu Kapitel 3: Schätzung von Quantil-Risikomaßen	162
3.16.1	Schätzung von unbedingten Quantil-Risikomaßen	163
3.16.2	Schätzung von bedingten Quantil-Risikomaßen	170
3.A	Geometrische Brownsche Bewegung	177
3.A.1	Univariater Fall	177
3.A.2	Multivariater Fall	179
3.B	Grundlagen der Extremwerttheorie	181
3.B.1	Maximum einer Stichprobe und Extremwertverteilungen	181
3.B.2	Threshold-Überschreitungen	184
3.B.3	Hill-Schätzer	185
3.C	Conditional Autoregressive Value at Risk	186
	Übungsaufgaben zu Kapitel 3	187

4	Marktrisiken	189
4.1	Einführung	189
4.1.1	Erste Grundlagen	189
4.1.2	Regulierung von Marktrisiken im Bankenbereich	190
4.2	Ansätze einer VaR-Bestimmung	192
4.2.1	Direkte Ansätze	192
4.2.2	Risikofaktoransatz	192
4.2.2.1	Mapping	192
4.2.2.2	Direkte Anwendung des Risikofaktoransatzes	193
4.2.2.3	Delta-Normal-Methode	196
4.3	Delta-Normal-Methode für Einzeltitel	196
4.3.1	Grundlagen der Delta-Normal-Approximation	196
4.3.2	Erweiterung der Delta-Approximation um Zeiteffekte	199
4.4	Delta-Normal-Methode für ausgewählte Finanzpositionen	199
4.4.1	Aktien: Indexmodell	199
4.4.2	Zinstitel	200
4.4.2.1	Generelle Ausgangssituation	200
4.4.2.2	Backup: Duration, Konvexität, Key Rate Duration	201
4.4.2.3	Duration und VaR	202
4.4.2.4	Key Rate-Duration und VaR	204
4.4.2.5	Zerobondpreise als Risikofaktoren	206
4.4.3	Forwards/Futures	207
4.4.4	Optionspositionen	208
4.4.5	Kombination mit Fremdwährungspositionen	211
4.5	Delta-Gamma-Normal-Methode (univariater Fall)	212
4.5.1	Delta-Gamma-Approximation	212
4.5.2	Erweiterung der Delta-Gamma-Approximation um Zeiteffekte	213
4.5.3	Delta-Gamma-Normal-Approximation: Ein Risikofaktor	213
4.5.4	Delta-Gamma-Normal-Approximation: Der allgemeine Fall	215
4.5.5	Optionspositionen und Delta-Gamma-Approximation	216
4.6	Delta-(Gamma-)Normal-Methode: Portfoliositionen	216
4.6.1	Methodische Grundlagen	216
4.6.2	Aktienportfolios	219
4.6.3	Zinstitelportfolios	220
4.6.4	Optionsportfolios	220
4.6.5	Gemischte Portfolios	221
4.7	Fallstudie zu Kapitel 4: Optionspreissrisiken	222
4.A	Taylorapproximation	226
4.B	Vektor-/Matrixnotation für Linearkombinationen von Zufallsvariablen	229
	Übungsaufgaben zu Kapitel 4	230
5	Kreditrisiken I: Kreditrisikomodelle	235
5.1	Einführung	235
5.1.1	Ein Blick in die Empirie	235
5.1.2	Modellierung von Kreditrisiken: Erste Grundlagen	238

5.1.3	Problemstellungen und Anwendungsfelder des Kreditrisikomanagements	241
5.1.4	Grundlegende Kategorien von Kreditrisikomodellen: Ein Überblick	241
5.2	Statische Modellierung der Ausfallverteilung	242
5.2.1	Grundlagen der Modellierung der Ausfallverteilung eines Kreditportfolios	242
5.2.2	Latente Variablen – Defaultmodelle	246
5.2.2.1	Das Basismodell	246
5.2.2.2	Copula-Modell	247
5.2.3	Faktor-Defaultmodelle	248
5.2.3.1	Einführung	248
5.2.3.2	Einfaktor-Defaultmodell	249
5.2.3.3	Large Homogeneous Portfolio-Approximation und Granularitätsadjustierung	252
5.2.3.4	Bestimmung der Portfolioverlustverteilung für endliche Portfolios	255
5.2.3.5	Einfaktor-Defaultmodelle und Copulas	258
5.2.3.6	Mehrfaktor-Defaultmodelle	261
5.3	Unternehmenswertmodelle	265
5.3.1	Einführung	265
5.3.2	Einfirmenfall	266
5.3.2.1	Das Basismodell von Merton (1974)	266
5.3.2.2	Merton-Modell als Defaultmodell mit latenten Variablen	273
5.3.2.3	Umrechnung der Equity-Dynamik in die Asset-Dynamik	274
5.3.2.4	Probleme des Merton-Basismodells	275
5.3.2.5	First Passage Time-Modell nach Zhou	276
5.3.2.6	KMV-Modell	277
5.3.3	Mehrfirmenfall	279
5.3.3.1	Erweiterung des Basismodells von Merton	279
5.3.3.2	First Passage Time-Modell von Zhou	281
5.3.3.3	KMV-Modell	282
5.4	Modellierung der Ausfallzeit	283
5.4.1	Einführung	283
5.4.2	Einfirmenfall	284
5.4.2.1	Zählprozesse als Ausfallerzeuger	284
5.4.2.2	Ausfallraten-Modelle	288
5.4.3	Mehrfirmenfall	291
5.4.3.1	Einführung	291
5.4.3.2	Copula-Ansatz I: Das Modell von Li	292
5.4.3.3	Copula-Ansatz II: Multivariate Exponentialverteilung	294
5.4.3.4	Dynamische Latente Variablen-Defaultmodelle und dynamische Einfaktor-Defaultmodelle	296
5.5	Ratingbasierte Modelle	300
5.5.1	Einführung	300

5.5.2	Markovprozess-Ansatz	300
5.5.3	Threshold-Modelle	302
5.6	Industriemodelle	303
5.6.1	Eine erste Übersicht	303
5.6.2	Credit Risk ⁺ : Das Basismodell	304
5.6.3	Credit Metrics	306
5.6.3.1	Grundstruktur	306
5.6.3.2	Analyse auf Finanztitelebene	307
5.6.3.3	Analyse auf Portfolioebene: Default Mode	312
5.6.3.4	Analyse auf Portfolioebene: Threshold-Modell	314
5.7	Fallstudie zur statischen Modellierung der Ausfallverteilung	316
5.A	Ratingsysteme	322
5.B	Traditionelle statistische Verfahren zur Bestimmung von Ausfallwahrscheinlichkeiten	324
5.C	Ermittlung von Recovery Rates	327
5.D	Modellierung der Abhängigkeitsstruktur: Korrelation und Copula	329
5.D.1	Einführung	329
5.D.2	Korrelation	330
5.D.3	Copulas	332
5.E	LHP-Approximation und Vasicek-Verteilung	342
5.E.1	Homogenes Portfolio	342
5.E.2	Inhomogenes Portfolio	347
5.E.3	Grundlegende Eigenschaften der Vasicek-Verteilung	350
5.F	Erweiterung des Credit Risk ⁺ -Basismodells	354
	Übungsaufgaben zu Kapitel 5	356
6	Kreditrisiken II: Anwendungen	361
6.1	Risikokapitalunterlegung: Regulatorische Ebene	361
6.1.1	Modelltheoretische Grundlagen: Einfaktormodell	361
6.1.2	Kapitalunterlegungsvorschriften nach Basel II	361
6.2	Ausfallbedrohte Zinstitel	365
6.2.1	Zinsstruktur von Unternehmensanleihen und Determinanten von Credit Spreads	365
6.2.2	Bewertung ausfallbedrohter Zerobonds	370
6.2.3	Bewertung ausfallbedrohter Kuponbonds	373
6.2.4	Bewertung im Merton/KMV-Modell	373
6.2.5	Bewertung in Intensitätsmodellen: Grundlagen	374
6.3	Kreditverbriefungen und Kreditderivate	377
6.3.1	Überblick	377
6.3.2	Credit Default Swaps (CDS)	378
6.3.2.1	Single Name-CDS: Grundlagen	378
6.3.2.2	Single Name-CDS: Bewertung	383
6.3.2.3	Index Credit Default Swaps	388
6.3.3	Collateralized Debt Obligations (CDOs)	391
6.3.3.1	Cashflow CDOs	391

6.3.3.2	Synthetische CDOs	393
6.3.3.3	Bewertung synthetischer CDOs	395
6.4	Prognose von Ausfallwahrscheinlichkeiten	401
6.A	Grundzüge der risikoneutralen Bewertung	403
6.A.1	Fristigkeitsunabhängiger deterministischer Zins	403
6.A.2	Stochastische Zinsintensität	405
6.B	Bewertung ausfallbedrohter Zerobonds: Der allgemeine Fall	406
6.C	Bewertung von Credit Default Swaps	407
7	Versicherungsrisiken	411
7.1	Einführung	411
7.2	Das individuelle Modell der Risikotheorie	412
7.2.1	Das risikothoretische Basismodell	412
7.2.2	Berücksichtigung der Schadenregulierung	414
7.2.3	Einjähriges Risikoreservemodell	415
7.2.4	Die fundamentale Steuerungsrestriktion	416
7.2.5	Bestimmung der kollektiven Gesamtschadenverteilung	418
7.2.6	Risikokapital: Merger of Risks und Ausgleich im Kollektiv	419
7.2.7	Solvency II: Prämien- und Reserverisiko	421
7.3	Das Basismodell der kollektiven Risikotheorie	423
7.3.1	Vorbemerkung	423
7.3.2	Ausgangspunkt der kollektiven Risikotheorie	424
7.3.3	Der Schadenzahlprozess	425
7.3.4	Die Schadenhöhe	425
7.3.5	Der Gesamtschadenprozess	426
7.3.6	Der Risikoreserveprozess	427
7.4	Rückversicherung	427
7.4.1	Grundlagen	427
7.4.2	Solvency II: Rückversicherungsausfallrisiko	428
7.5	Ausblick: Solvency II und Marktrisiken	431
7.5.1	Vorbemerkung	431
7.5.2	Aktienrisiko	432
7.5.3	Zinsrisiko	433
7.A	Punkt- und Zählprozesse	435
8	Operationelle Risiken	441
8.1	Einführung	441
8.2	Regulatorische Ebene: Solvabilitätsverordnung von 2006	441
8.3	Loss Distribution Approach: Univariater Fall	445
8.4	Loss Distribution Approach: Multivariater Fall	452
9	Risikokapitalbasierte Ergebnissteuerung und Kapitalallokation	455
9.1	Grundlagen der risikokapitalbasierten Ergebnissteuerung	455
9.2	Aggregation des Risikokapitals	458

9.3	Risikokapitalbasierte Segmentsteuerung und Kapitalallokation	459
9.4	Kapitalallokation: Formale Grundlagen	462
9.5	Arten der Kapitalallokation	465
9.5.1	Vollständige Kapitalallokation	465
9.5.2	Vollständige Kapitalallokation bei homogenen Segmenten	467
9.5.3	Inkrementelle Kapitalallokation	468
9.5.4	Marginale Kapitalallokation	469
9.6	Anforderungen an Kapitalallokationsfunktionen	470
9.6.1	Grundlegende Anforderungen	470
9.6.2	Das Axiomensystem von Kalkbrener (2005)	471
9.6.3	Das Axiomensystem von Denault (2001)	473
9.6.4	RORAC-Kompatibilität	475
9.6.5	Kapitalallokation als Optimierungsproblem	476
9.7	Prinzipien der Kapitalallokation	476
9.7.1	Proportionale Allokation	476
9.7.2	Kovarianzprinzip	478
9.7.3	Conditional Value at Risk-Prinzip	480
9.7.4	Euler-Prinzip	481
9.7.4.1	Der Fall homogener Segmente	481
9.7.4.2	Der allgemeine Fall	484
9.7.5	Firmenwertbasierte Ansätze	485
9.7.6	Spieltheoretische Ansätze	485
9.7.7	Weitere Einflußgrößen auf die Kapitalallokation	486
9.8	Fallstudie zu Kapitel 9: Risikoaggregation und Kapitalallokation	487
9.A	Quantilableitungen	491
	Übungsaufgaben zu Kapitel 9	492
10	Anhang I: Ausgewählte Verteilungen und Familien von Verteilungen	495
10.1	Diskrete Verteilungen	495
10.1.1	Bernoulli-Verteilung	495
10.1.2	Binomialverteilung	495
10.1.3	Poissonverteilung	496
10.1.4	Negative Binomialverteilung	496
10.1.5	Gemischte Poissonverteilung	497
10.1.6	Vergleich der grundlegenden diskreten Verteilungen	498
10.2	Univariate Normalverteilung	500
10.3	Multivariate Normalverteilung	502
10.4	Univariate Lognormalverteilung	504
10.5	Multivariate Lognormalverteilung	506
10.6	GH-Verteilung	508
10.7	Endliche Mischungen von Normalverteilungen	510
10.8	Chi-Quadrat-Verteilung	513
10.9	Varianten der Gammaverteilung	514
10.10	Weibull-Verteilung	518

10.11	Varianten der Betaverteilung	519
10.11.1	Betaverteilung 1. Art	519
10.11.2	Betaverteilung 2. Art	519
10.11.3	Verallgemeinerte Betaverteilung 2. Art	520
10.12	Varianten der t -Verteilung (univariater Fall)	520
10.13	Logarithmische t -Verteilung	529
10.14	Varianten der multivariaten t -Verteilung	529
10.15	Elliptische Verteilungen	531
10.16	Varianten der Pareto-Verteilung	533
10.17	Fréchet-Verteilung	535
10.18	Varianten der logistischen Verteilung	536
10.19	Varianten der Burr-Verteilung	537
10.20	Modifizierte Champnowne-Verteilung	538
10.21	Cauchy-Verteilung	539
10.22	Stabile Verteilungen	539
11	Anhang II: Aspekte der Gefährlichkeit von Verteilungen	545
11.1	Einführende Anmerkungen	545
11.2	Gefährlichkeit von Verteilungen	545
11.3	Gefährlichkeitsordnungen	550
	Literaturverzeichnis	553
	Index	573

Abbildungsverzeichnis

1.1.1	Risikokategorien: Ein erster Überblick	3
1.1.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung der DAX-Renditen 1964–2013	5
1.2.1	Die Phasen des Risikomanagement-Prozesses	8
1.2.2	Risikopolitisches Instrumentarium (im weiten Sinne)	9
1.3.1	Drei-Säulen-Struktur von Basel II	12
1.3.2	Risikohierarchie im Rahmen von Solvency II	17
1.5.1	Ablaufstruktur des Buchs	23
2.3.1	α -Quantil im Dichtefall	28
2.3.2	Quantile der Standardnormalverteilung	29
2.4.1	Value at Risk als $(1 - \alpha)$ -Quantil der Verlusthöhe (Dichtefall)	33
2.4.2	MOVaR als ökonomisches Kapital (EC)	41
2.5.1	Risikokonzepualisierungen des Typus I und des Typus II	50
2.5.2	Lageabhängige und lageunabhängige Risikomaße	51
2.8.1	Mean-CVaR als ökonomisches Kapital	68
2.A.1	Quantil: Diskrete Zufallsvariable (I)	76
2.A.2	Quantil: Diskrete Zufallsvariable (II)	77
2.A.3	Quantil: Verschwindende Dichte	77
2.A.4	Quantil: Weitere Konstellation (I)	78
2.A.5	Quantil: Weitere Konstellation (II)	79
2.C.1	Verzerrungsfunktion des Value at Risk	91
2.C.2	Verzerrungsfunktion des Expected Shortfall	92
3.1.1	Value at Risk-Konzeptionen	113
3.9.1	Threshold-Überschreitungen	140
3.11.1	Prognose VaR für Periode t	148
3.16.1	Relative monatliche Verluste DAX und S&P	163
3.16.2	Vergleich unbedingte VaR_α -Schätzer monatliche Verluste	165
3.16.3	Vergleich unbedingte ES_α -Schätzer monatliche Verluste	166
3.16.4	Bootstrap-Analysen ausgewählter Quantilrisikoschätzer	168
3.16.5	Relative tägliche DAX-Verluste im Gesamtzeitraum	171
3.16.6	Autokorrelationsanalyse der quadrierten Zeitreihen	172
3.16.7	Prognostizierte tägliche DAX-Volatilität	174
3.16.8	Dynamische VaR_α -Prognosen	176
3.A.1	Simulierte Kursverläufe einer geometrischen Brownschen Bewegung	178
3.B.1	Maximum einer empirischen Stichprobe	182
3.B.2	Dichten der Extremwertverteilungen ($\alpha = 1$)	183
4.7.1	Monte-Carlo-Simulation Short Call	224
4.7.2	VaR_α -Sensitivitäten Long Call	225
5.1.1	Jährliche Ausfallraten 1982–2011	235
5.1.2	Kumulierte Ausfallraten 1983–2011	237
5.1.3	Basisvarianten des Kreditrisikos und von Kreditrisikomodellen	238

5.1.4	Grundlegende Bestandteile von Kreditrisikomodellen	240
5.1.5	Grundlegende Kategorien von Kreditrisikomodellen	242
5.2.1	Ausfallverteilung bei unabhängig und identisch verteilten Risiken	244
5.2.2	Idealtypische Wahrscheinlichkeitsverteilung des Portfolioverlusts	245
5.2.3	Durch Faktormodellierung induzierte Korrelation	249
5.2.4	Grenzdichte des anteiligen Portfolioverlusts im homogenen Einfaktormodell	253
5.2.5	Faktormodell mit einer hierarchischen Drei-Ebenen-Struktur	263
5.3.1	Struktur des Ausfallereignisses im Modell von Merton (1974)	269
5.4.1	Zählprozess und Ausfallzeit: Illustration	285
5.6.1	Kreditrisiko-Industriemodelle: Eine erste Übersicht	304
5.6.2	Die Bausteine von Credit Metrics	307
5.6.3	Beispielhafte Kreditverlustverteilung auf Einzeltitelebene	311
5.6.4	Illustration der gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeit zweier Schuldner	313
5.6.5	Ratingänderung und Ratingschranken	315
5.7.1	Massefunktionen der Portfolioverlustverteilung	318
5.7.2	VaR_α und Dichtefunktionen der LHP-Approximation	319
5.7.3	Portfolioverlustverteilung und VaR_α bei Tail-Abhängigkeiten	319
5.7.4	Approximationsgüte und Portfoliogröße	321
5.C.1	Rangfolge von Anleihen im Insolvenzfall	327
5.C.2	Entwicklung der Recovery Rates für ausgewählte Ränge 1982–2011	328
5.D.1	Streudiagramme für unterschiedliche Werte des Korrelationskoeffizienten ρ	331
5.D.2	Verlauf des Tailabhängigkeitskoeffizienten der t -Copula	339
5.D.3	Streudiagramme für Gauß-, t - und Clayton-Copula	339
5.D.4	Streudiagramme für ausgewählte Metaverteilungen	341
6.2.1	Statische Bestimmungsfaktoren von Zinsspreads	368
6.2.2	Dynamische Bestimmungsfaktoren von Zinsspreads	369
6.3.1	Überblick über kapitalmarktorientierte Instrumente des Kreditrisikotransfers	378
6.3.2	Grundstruktur eines Credit Default Swap	379
6.3.3	Entwicklung des globalen CDS-Markts 2004–2012 (Brutto-Nominalwerte) .	379
6.3.4	Wasserfallprinzip einer Cashflow CDO	392
6.3.5	Entwicklung des CDO-Markts von 2010–2013	393
6.3.6	Relativer Tranchenverlust einer STCDO als Funktion des relativen Portfolioverlusts	397
7.2.1	Cashflow Schadenversicherung (Sicht Versicherungsunternehmen)	413
7.2.2	Berücksichtigung der Schadenregulierung	415
7.2.3	Quantifizierung des versicherungstechnischen Risikos durch die Verlustwahrscheinlichkeit	417
7.3.1	Illustration des Gesamtschadenprozesses	425
7.A.1	Punktprozess und assoziierter Zählprozess	436
9.8.1	Streudiagramme DAX und S&P	487
9.8.2	Streudiagramme Metaverteilung für DAX und S&P	489

10.1.1	Binomial-, Poisson- und negative Binomialverteilung	499
10.2.1	Exemplarische Verläufe der Dichtefunktion einer Normalverteilung	500
10.2.2	Illustration einer leptokurtischen Verteilung	501
10.4.1	Exemplarische Verläufe der Dichtefunktion einer Lognormalverteilung	505
10.6.1	Schiefe und Kurtosis der standardisierten GH-Verteilung	509
10.7.1	Mischung von Normalverteilungen – Dichtekonstellationen	511
10.9.1	Formen der Dichtefunktion der Gammaverteilung	515
10.12.1	Dichtefunktion der t -Verteilung und der Standardnormalverteilung	522
10.12.2	Dichtefunktion der Skewed- t -Verteilung	527
10.12.3	Schiefe und Kurtosis der Skewed- t -Verteilung	528
10.22.1	Dichtefunktionen der $\mathcal{N}(0,1)$ -, $\text{Ca}(0,1)$ - und $\text{Le}(0,1)$ -Verteilung	540
11.2.1	Mean Excess-Funktionen ausgewählter Verteilungen	547
11.2.2	Kategorien gefährlicher Verteilungen	550

Tabellenverzeichnis

1.3.1	Korrelationen der Risikomodul unter Solvency II	19
2.3.1	Ausgewählte Quantile der Standardnormalverteilung	30
2.4.1	Umrechnung von Wertänderungs-, Verlust- und Renditegrößen	38
2.4.2	Illustrative einjährige Ausfallwahrscheinlichkeiten von Bondemittenten	39
2.4.3	Wahrscheinlichkeit über 10 Jahre mindestens einmal das VaR-Risikokapital aufzuzehren	40
2.7.1	Güteeigenschaften des Value at Risk	57
2.8.1	Vergleich der Größen $N_{1-\alpha}$ und $\varphi(N_{1-\alpha})/\alpha$	70
2.9.1	Güteeigenschaften des Expected Shortfall	72
2.C.1	Eigenschaften von Verzerrungs-Risikomaßen	90
2.E.1	Ausgewählte Quantile	98
2.E.2	Ausgewählte λ -Faktoren	100
3.15.1	Überblick über Ansätze und Varianten der VaR-Bestimmung	161
3.16.1	Deskriptive Statistiken monatliche Verluste	164
3.16.2	Vergleich unbedingte VaR_α -Schätzer monatliche Verluste	165
3.16.3	Vergleich unbedingte ES_α -Schätzer monatliche Verluste	166
3.16.4	In Sample-Backtest unbedingte VaR_α -Schätzer monatliche Verluste	167
3.16.5	Bootstrap-Analysen ausgewählter Quantilrisikoschätzer	169
3.16.6	Deskriptive Statistiken relative tägliche DAX-Verluste	171
3.16.7	In Sample-Backtest unbedingte VaR-Schätzer tägliche Verluste	173
3.16.8	Out of Sample-Backtest bedingte VaR_α -Schätzer tägliche Verluste	175
3.B.1	Max-Anziehungsbereich der Extremwertverteilungen	184
4.2.1	Risikofaktoren des RiskMetrics(1996)-Ansatzes	193
4.7.1	Vergleich Ansätze zur Bestimmung des Options- VaR_α	224
5.1.1	Größte jährliche Unternehmensausfälle 1991–2012	236
5.1.2	Jährliche Ausfallraten für den Zeitraum 1946–2008: Deskriptive statistische Größen	237
5.3.1	Credit Spread-Raten im Merton-Modell	273
5.6.1	Einjährige Übergangsmatrix (%)	308
5.6.2	Beispielhafte ratingklassenspezifische Forward Rates (%) auf jährlicher Basis	309
5.6.3	Beispielhafte Kreditverlustverteilung	311
5.7.1	Vergleich von Faktormodellen für den Kreditportfolio- VaR_α	317
5.7.2	Vergleich von Approximationsansätzen für den Kreditportfolio- VaR_α	321
5.A.1	Ratingklassen/Ratingsymbole für Long Term Senior Debt	322
5.A.2	Durchschnittliche einjährige Migrations- und Ausfallwahrscheinlichkeiten, Stützperiode 1970–2011 (Moody's)	323
5.C.1	Recovery Rates von Unternehmensanleihen 1982–2004	328
5.D.1	Werte des Tailabhängigkeitskoeffizienten der t -Copula	338

6.1.1	Dateninput für die Varianten des IRB-Ansatzes	362
6.1.2	Risikogewichte für Unternehmenskredite im IRB-Ansatz	364
6.2.1	Empirische Zinsspreads von Unternehmensanleihen	367
6.2.2	Mittelwert und Volatilität von Spreads, Angabe in Basispunkten, Zeitraum: 1990–1998	369
6.3.1	Kupons und Recovery Rates der Serien 11 und 19 des iTraxx Europe	390
6.3.2	Indexquotierungen ausgewählter On the Run-Indices per 21.11.2006	390
6.3.3	Tranchen des iTraxx Europe	394
6.A.1	Übergang vom physischen Maß zum risikoneutralen Maß im Falle der geometrischen Brownschen Bewegung	404
7.5.1	Relative Zinsschocks nach Solvency II	434
9.1.1	Ökonomisches Kapital und RORAC von Fortis	456
9.8.1	Deskriptive Statistiken DAX/S&P-Portfolio	488
9.8.2	VaR $_{\alpha}$ - und ES $_{\alpha}$ -Schätzer DAX/S&P-Portfolio	489
9.8.3	Kapitalallokation DAX/S&P-Portfolio	490
10.22.1	Vergleich der Tail-Wahrscheinlichkeiten der $\mathcal{N}(0,1)$ -, Ca(0,1)- und Le(0,1)-Verteilung	541
11.2.1	Verteilungen mit Power Tails und deren Tail-Index	549
11.2.2	Subexponentielle Verteilungen	549

1 Einführung und Grundlagen

1.1 Risiko

1.1.1 Zum Begriff des Risikos

Risiko ist ein sehr facettenreicher, ja schillernder Begriff. Diskurse über Natur und Aspekte des Risikos füllen Bücher und es wurden darüber Bücher geschrieben¹.

Risiko liegt im Kern begründet in der unvollständigen Information über zukünftige Zustände. Das Phänomen des Risikos durchdringt praktisch alle Bereiche des menschlichen Lebens. Risiko berührt eine Vielzahl ökonomischer, politischer, sozialer und technologischer Fragestellungen und Problemkreise. Entsprechend erfolgt die Beschäftigung mit Risiko und Risiken in unterschiedlichen akademischen Disziplinen.

Im vorliegenden Lehrbuch konzentrieren wir uns auf

- Finanzrisiken
- und haben hierbei die
- Unternehmensebene

im Fokus, d. h. es geht um das Management finanzieller Risiken von Unternehmen.

Finanzrisiken spielen eine zentrale Rolle für alle institutionellen Teilnehmer an den Finanz- und Versicherungsmärkten. Dies sind primär die Finanzintermediäre (Kreditinstitute, Versicherungen, Investmentgesellschaften), aber auch Industrieunternehmen sehen sich finanzwirtschaftlichen Risiken gegenüber (bspw. Wechselkursrisiken, Risiken der Preisentwicklung auf den Rohstoffmärkten).

In einem finanziellen Kontext kann Risiko intuitiv als negative Veränderung bzw. adverse Entwicklung der finanziellen Position eines Entscheidungsträgers oder einer Institution verstanden werden. Hierzu gehört insbesondere das Erleiden finanzieller Verluste, aber auch die Nichterreichung angestrebter Mindestrenditen oder Mindestvermögensstände fällt hierunter. Aus einer entscheidungstheoretischen Sicht mindert eine adverse Entwicklung den Nutzen der finanziellen Position für den Entscheidungsträger.

Zusammenfassend gesagt, beinhalten die Risiken, die wir in dem vorliegenden Lehrtext betrachten², stets adverse finanzielle Konsequenzen. In diesem Sinne gilt, wie es Harrington/Niehaus (2003, S. 2) auf den Punkt bringen: „*Risk is costly*“.

Aber dies ist in vielen Fällen nur die eine Seite der Medaille. Ökonomische Handlungen, die adverse finanzielle Konsequenzen beinhalten, können in der Regel auch zu positiven finanziellen Konsequenzen führen (und dies ist oftmals die eigentliche Motivation, diese Handlung zu tätigen). Risiko und Chance sind in der Regel untrennbar verbunden. Dieser Aspekt

1 Etwa Becker (1993), Bennett (2005), Bernstein (1998) sowie Gigerenzer (2013), um eine Auswahl zu nennen.

2 Im Weiteren konzentrieren wir uns auf ökonomische Aspekte finanzieller Risiken. Daher erfolgt in diesem Buch weder eine Behandlung der Literatur zur Messung der von Personen wahrgenommenen Risiken (perceived risk), vgl. zu einer Übersicht Brachinger/Weber (1997), noch der Literatur, die sich mit den psychologischen Aspekten und Hintergründen von Risikobeurteilungen beschäftigt, vgl. hierzu etwa Slovic (2000) sowie Diacon/Ennew (2001).

wird auch in unserem Verständnis von Risikomanagement, das wir in Abschnitt 1.2 darlegen werden, eine zentrale Rolle spielen.

1.1.2 Finanzrisiken

Im Hinblick auf die Kategorien von Finanzrisiken sind zwei Sichtweisen möglich, die in Abbildung 1.1.1 illustriert sind. Wir unterscheiden die finale Risikodimension von der kausalen Risikodimension. Der Fokus der finalen Risikodimension richtet sich auf die ökonomischen Konsequenzen des Risikos. Hierbei steht die Ebene des Gesamtunternehmens im Zentrum, d. h. wir nehmen eine aggregierte Sicht ein. Auf der Unternehmensebene bestehen zwei fundamentale Risiken, die beides Konkursgründe nach deutschem Recht sind, d. h. zu einer Insolvenz führen können. Auf der Zahlungsebene kann eine Illiquiditätssituation vorliegen, d. h. das Unternehmen ist nicht mehr fähig, seinen Zahlungsverpflichtungen nachzukommen. Auf der Erfolgsebene kann eine Überschuldungssituation vorliegen, d. h. der Wert der Aktiva des Unternehmens unterschreitet den Wert der Verpflichtungen des Unternehmens. Allgemeiner besteht das Risiko der Unterschreitung einer Mindestperformance, die notwendig ist, die Kosten des Unternehmens zu decken sowie einen wettbewerbsfähigen Mindesterfolg zu erzielen.

Der Fokus der kausalen Risikodimension richtet sich hingegen auf die einzelnen Risikoarten, die ursächlich zur Entstehung der finalen Risiken beitragen.

Die Abbildung 1.1.1 enthält einen Überblick über die wesentlichen Arten von finanziellen Risiken. Hierzu zählen zunächst die Risiken der Finanzmärkte. Diese umfassen Marktrisiken (Risiken aus der Veränderung des Marktwertes von Finanzpositionen, insbesondere etwa Aktienkurs-, Zins- und Währungsrisiken, oder aus einer verringerten Marktliquidität) und Kreditrisiken (Risiken aus dem Ausfall oder der Änderung der Bonität eines Schuldners). Weitere Beispiele für finanzielle Risiken sind Versicherungsrisiken (Verluste einer Privatperson oder eines Unternehmens aus einem Versicherungsereignis), sowie operationelle Risiken³ (bspw. Betrug, Ausfall der EDV, Softwarefehler).

Zurückgehend auf Knight (1921) unterscheidet man in der Entscheidungstheorie die Kategorien Risiko und Ungewissheit⁴. Charakteristisch für eine Risikosituation ist es, dass der Entscheider sowohl Informationen über die (für die Entscheidungssituation relevanten) möglichen Zustände der Welt als auch über deren Eintrittswahrscheinlichkeit spezifizieren kann. Dieser Konvention werden wir folgen.

3 Operationelle Risiken werden in der Literatur teilweise auch unter die leistungswirtschaftlichen Risiken gezählt, vgl. bspw. Wolke (2008, S. 7).

4 Hier zu verstehen als Risikosituation bzw. Ungewissheitssituation. Der Oberbegriff für beide Kategorien ist Unsicherheit.

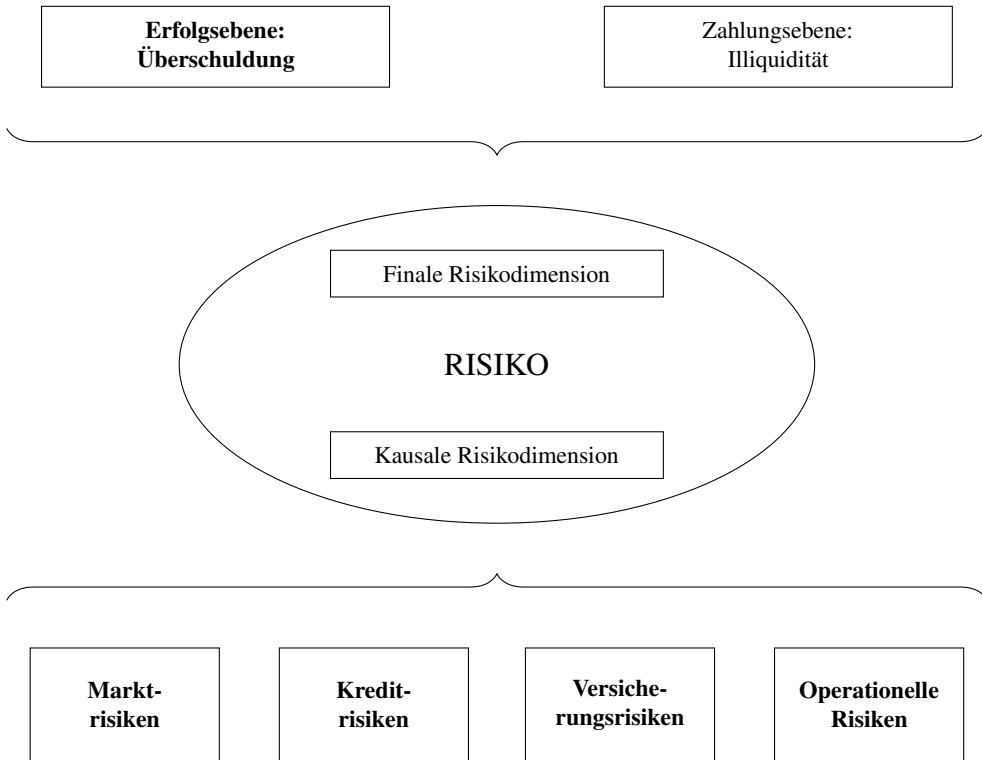


Abbildung 1.1.1: Risikokategorien: Ein erster Überblick. Die fett gedruckten Elemente sind Gegenstand dieses Buchs.

Ausgangspunkt der weiteren Analysen sind daher im Basisfall⁵ ökonomische Handlungen, deren finanzielle Konsequenzen sich durch eine Zufallsvariable⁶ quantifizieren lassen⁷. Beispiele für solche Zufallsvariable sind etwa:

- 1) die Höhe des aus einem Finanzinvestment (Aktien, Zinstitel, Devisen, Derivate) resultierenden Endvermögens,
- 2) die absolute Veränderung des Marktwerts oder die Rendite eines Finanzinvestments über eine Periode,
- 3) der Periodenerfolg oder die Kapitalrendite eines Unternehmens (Industrie, Versicherung, Bank),

⁵ Dieser Basisfall ist statischer Natur. Allgemeiner werden wir auch dynamische Ansätze (stochastische Prozesse, Zeitreihen) betrachten.

⁶ Der Begriff der Zufallsvariable beinhaltet dabei sowohl die Spezifikation eines Wertebereichs (potentielle Realisationen) als auch einer Wahrscheinlichkeitsverteilung.

⁷ Damit geht einher, dass wir uns im vorliegenden Text nur mit Risiken befassen, die sich geeignet quantifizieren lassen. Risiken, die sich nicht oder nur sehr schwer quantifizieren lassen (sog. „soft risks“, wie etwa Verhaltensrisiken oder Reputationsrisiken), sind nicht Gegenstand dieses Buches.

- 4) der aggregierte Gesamtschaden eines Bestands von Versicherungsverträgen über eine Periode,
- 5) der aggregierte Ausfallbetrag eines Portfolios von Kreditrisiken über eine Periode,
- 6) die Höhe des Gesamtschadens für ein Unternehmen aus der Realisierung operativer Risiken in einer Periode.

Die genannten beispielhaften Situationen weisen einen strukturellen Unterschied auf. So kann in den Beispielen 2) und 3) die zugrunde liegende Zufallsgröße sowohl positive Werte („Gewinne“) als auch negative Werte („Verluste“) annehmen. In den Beispielen 4) – 6) kann die zugrunde liegende Zufallsvariable hingegen nur nichtnegative Werte annehmen, wobei der Verlust (Schaden) umso höher ist, je höher dieser Wert ausfällt. Im Rahmen der weiteren Ausführungen betrachten wir sowohl Positionen, die Gewinne wie Verluste zulassen als auch reine Schaden- bzw. Verlustpositionen.

Die Spezifikation einer Zufallsvariablen geht einher mit der Spezifikation einer Verteilungsfunktion (Verteilungsannahme). Die Betrachtung des Risikos beschränkt sich dann auf das reine Zufallsrisiko (process risk), d. h. auf das Risiko, das aus der Zufallsbestimmtheit der Realisationen der zugrunde liegenden Zufallsvariablen resultiert.

Eine weitergehende Behandlung des Modellrisikos (model risk; das Risiko, ein falsches Modell spezifiziert zu haben) sowie des Irrtumsrisikos (parameter risk; das Risiko, die falschen Modellparameter spezifiziert zu haben) sprengt den Rahmen des vorliegenden Texts⁸.

1.1.3 Risikoquantifizierung: Ein erstes Beispiel

Abb. 1.1.2 enthält die empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung der Jahresrenditen des Deutschen Aktienindex (DAX) für den 50-Jahres-Zeitraum von 1964–2013.

Die empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung des DAX bietet ein erstes einfaches Beispiel für die Quantifizierung einer Risikosituation im Basisfall (statische Modellierung), so wie wir dies in Abschnitt 1.1.2 erörtert haben. Die zugrunde liegende Zufallsvariable ist die Jahresrendite des DAX und die empirische Verteilung beinhaltet sowohl die Information⁹ über eine Menge von potentiellen Realisationen als auch die zugehörigen Eintrittswahrscheinlichkeiten.

Zudem verdeutlicht Abbildung 1.1.2 noch einmal den bereits in Abschnitt 1.1.1 angesprochenen Aspekt, dass in vielen Fällen Risiko und Chance nur zwei Seiten der gleichen Medaille sind. Versteht man vereinfachend¹⁰ alle negativen DAX-Realisationen als Risiko und alle positiven DAX-Realisationen als Chance, so sieht man, dass mit der Realisierung

⁸ Eine Ausnahme hiervon beinhaltet Abschnitt 3.13, in dem wir uns zumindest ansatzweise mit dem Modellrisiko in einem Value at Risk-Kontext befassen.

⁹ Wobei diese hier natürlich abhängig ist von dem gewählten Zeitfenster. Dies ist aber nur ein Beispiel dafür, dass eine Modellbildung stets auf dem Treffen bestimmter Prämissen (hier: das Zeitfenster 1964–2013 ist repräsentativ) beruht.

¹⁰ Im Rahmen der allgemeineren Konzeption des Shortfallrisikos, die wir in Abschnitt 2.5 darstellen, ist es nicht notwendigerweise der Nullpunkt, der zur Unterscheidung zwischen Risiko und Chance führt.

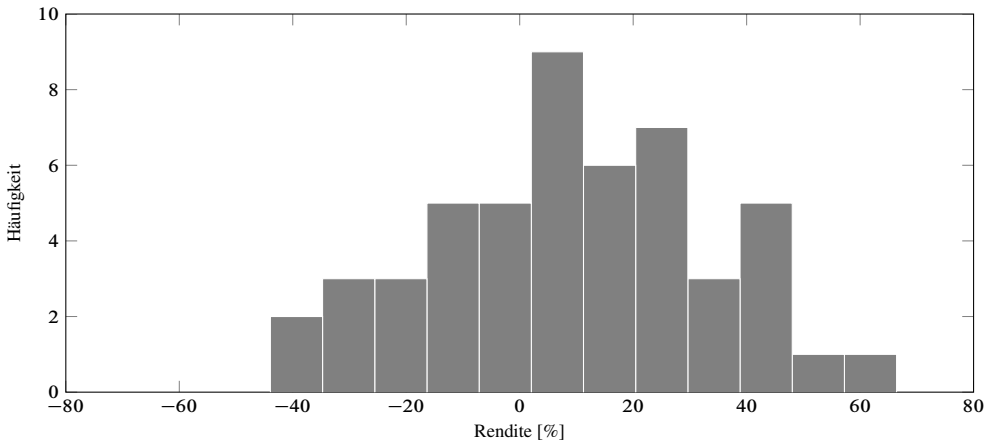


Abbildung 1.1.2: Wahrscheinlichkeitsverteilung der DAX-Renditen 1964–2013

einer ökonomischen Handlung („investiere in den DAX“) sowohl Risiken als auch Chancen Hand in Hand gehen. Risiko und Chance sind in solchen Situationen¹¹ untrennbar verbunden.

1.2 Risikomanagement

1.2.1 Zum Begriff des Risikomanagements

Um einen ersten Einblick und eine erste Vorstellung davon zu erhalten, was Gegenstand und Inhalt des Risikomanagements (RM) sind, beginnen wir mit einer Reihe von ausgewählten Zitaten, die zentrale Aspekte des RM beleuchten.

Wir beginnen mit einem Zitat aus Kloman (1990, S. 201), der von einem sehr breiten Risikoverständnis ausgeht, so wie wir dies auch zu Beginn des Abschnitts 1.1.1 dokumentiert haben:

„What is risk management? To many social analysts, politicians and academics it is the management of environmental and nuclear risk, those technology-generated macro-risks that appear to threaten our existence. To bankers and financial officers it is the sophisticated use of such techniques as currency hedging and interest rate swaps. To insurance buyers and sellers it is coordination of insurable risks and the reduction of insurance costs. To hospital admi-

¹¹ Im Unterschied hierzu sind Versicherungsschäden „reine Risiken“ (pure risks). Sie sind nur mit Verlusten, nicht aber Chancen verbunden. Aus Sicht des Versicherungsunternehmens, auf das solche Risiken transferiert werden, ergeben sich aus diesem Risikotransfer hingegen sowohl Risiken als auch Chancen, denn der Versicherer erhält für die Risikoübernahme eine Prämie. Das Risiko des Versicherers besteht dann vereinfacht darin, dass die Summe der eingetretenen Verluste die Summe der vereinnahmten Prämien übersteigt. Im anderen Fall erzielt der Versicherer einen Gewinn und es realisiert sich hiermit die Chance des Betreibens von Versicherungsgeschäften.

nistrators it may mean ‚quality assurance‘. To safety professionals it is reducing accidents and injuries.“

Um die Vielfältigkeit, die Vielschichtigkeit und den Facettenreichtum des RM unter ein gemeinsames Verständnis zu subsumieren, schlägt Kloman (1990, S. 203) dann als Fazit die folgende Definition des RM vor:

„Risk management is a discipline for living with the possibility that future events may cause adverse effects.“

Kloman betont die Wichtigkeit der Formulierung „living with“ und führt fort:

„Risk won’t disappear. It cannot be legislated out of existence. Technology can’t make it vanish, since inevitably new risks arise from every old one we think we have overcome. And insurance doesn’t really transfer it; it only apportions some of its costs through an imperfect funding mechanism. The main thrust of the discipline will be in educating the public to understand the risk trade-offs that are part and parcel of modern life.“

Als zweiten, pragmatischeren Einstieg in das RM wählen wir eine Charakterisierung von Bartram (1999, S. 17):

„Im Folgenden soll unter Risikomanagement die Gesamtheit aller Aktivitäten verstanden werde, die der Identifizierung, Analyse und Quantifizierung von Risiken sowie der Gestaltung der Risikoposition mittels risikopolitischer Instrumente mit dem Ziel dienen, über die Wahrung der Existenz des Unternehmens hinaus den Unternehmenswert zu steigern. Dieser Definition liegt damit im Einklang mit der Literatur ein Verständnis von Risikomanagement als einer umfassenden Funktion zugrunde, die nicht allein auf die Absicherung von Unternehmen gegen Risiken abstellt, sondern sämtliche Aspekte der Bestimmung und Bewertung von Risiken sowie der Auswahl und Implementierung von Maßnahmen zu ihrer Steuerung einschließt.“

Diese Charakterisierung des Risikomanagements weist die folgenden aus unserer Sicht zentralen Aspekte auf:

- Betonung der Steuerungsaufgabe des RM
Zentrale Aufgabe des RM ist die Gestaltung der Risiko- bzw. allgemeiner der Risiko-/Wertposition des Unternehmens unter Einsatz des risikopolitischen Instrumentariums (auf die dabei eingesetzten Instrumente kommen wir in Abschnitt 1.2.2 zurück).
- Betonung des ganzheitlichen Charakters des RM
RM ist ein Ansatz zur Unternehmenssteuerung (Enterprise Risk Management, ERM), im Idealfall hat es ganzheitlichen Charakter (Integriertes Risikomanagement, IRM).
- Betonung der Zielorientierung des RM
Als Ansatz der Unternehmenssteuerung erfolgt RM zielorientiert. Das Mindestziel ist hierbei die Sicherung der Unternehmensexistenz bzw. die Wahrung des von der Unternehmensleitung vorgegebenen tolerierten Risikoniveaus. Allgemeiner hat das RM wertorientierten Charakter, d. h. das letztliche Ziel aller unternehmerischen Aktivitäten (inkl. der RM-Aktivitäten) ist die Steigerung des Unternehmenswerts. Nicht nur die Risikodimension steht im Zentrum des RM, sondern auch die Profitabilitätsdimension¹².

Risikomanagement ist damit ein integraler Bestandteil einer wertorientierten Unternehmenssteuerung. Um diesen Aspekt zu betonen, wird in der Literatur auch teilweise von „wertorientiertem RM“ oder „ertragsorientiertem RM“ gesprochen. Wir bleiben in diesem Text bei dem Terminus Risikomanagement. Nach unserer Auffassung sind in den in diesem Buch

¹² Elemente einer risikobasierten Ergebnissteuerung behandeln wir in Kapitel 9.

betrachteten Konstellationen Risiko und Chance, wie bereits mehrfach ausgeführt, untrennbar miteinander verbunden. Jede Handlung, die die Risikodimension beeinflusst, beeinflusst automatisch auch die Chancendimension und vice versa.

Eine dritte und letzte aufschlussreiche Definition des RM entnehmen wir Van Deventer et al. (2013, S. 6):

„Risk management is the discipline that clearly shows management the risks and returns of every major strategic decision at both the institutional level and the transaction level. Moreover, the risk management discipline shows how to change strategy in order to bring the risk return trade-off into line with the best long- and short-term interests of the institution.“

1.2.2 Risikomanagement als Prozess

Das Management von Risiken in Unternehmen vollzieht sich typischerweise in einzelnen Stufen bzw. Phasen. Man spricht daher üblicherweise vom Risikomanagement-Prozess. Die einzelnen Stufen des RM-Prozesses lassen sich wie folgt gliedern¹³:

- Systematische Risikoidentifikation und -erfassung
In dieser Stufe geht es darum, alle im Unternehmen vorhandenen Risiken systematisch zu identifizieren und zu erfassen. Die hauptsächlichen Risikoarten (kausale Dimension des Risikos) haben wir in Abb. 1.1.1 dokumentiert.
- Risikoquantifizierung und Risikoevaluation
Wie bereits in Abschnitt 1.1.2 ausgeführt und in Abschnitt 1.1.3 in einem ersten Beispiel dokumentiert, gehen wir grundsätzlich davon aus, dass Finanzrisiken durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der möglichen finanziellen Ergebnisse charakterisiert werden können. Auf dieser Grundlage ist dann eine weitergehende Evaluation des Risikos vorzunehmen, bspw. in Form der Bestimmung des Risikomaßes Value at Risk.
- Risikosteuerung und risikobasierte Ergebnissteuerung
Auf dieser Stufe findet der Einsatz des risikopolitischen Instrumentariums statt. Hierauf gehen wir noch gesondert ein.
- Risikokontrolle
In dieser Phase findet die Evaluation der Ergebnisse der Risikosteuerung bzw. der risikobasierten Ergebnissteuerung statt. Auf dieser Basis erfolgt dann eine Rückkoppelung in die anderen Stufen des RM-Prozesses.

Die einzelnen Stufen bzw. Phasen des RM-Prozesses sind noch einmal in Abbildung 1.2.1 dargestellt. Dabei wird betont, dass der RM-Prozess nicht statischer Natur ist, sondern den Charakter eines Regelkreislafs besitzt. Ferner wird betont, dass der RM-Prozess sich nur innerhalb eines organisatorischen Rahmens (Risikoorganisation) entfalten kann.

Zentraler Gegenstand des vorliegenden Lehrtextes sind primär die Phasen 2 und 3 des RM-Prozesses. Wir gehen ausführlich auf die Möglichkeiten einer Risikoevaluation (in Form von Risikomaßen) ein sowie auf die Instrumente der Risikosteuerung.

13 Die Darstellung des RM-Prozesses in der Literatur ist vielfältig, wobei sich die einzelnen Darstellungen allerdings nur in Nuancen und in der graphischen Präsentation, nicht jedoch im Kern unterscheiden. Wir verweisen an dieser Stelle exemplarisch auf Kriele/Wolf (2012, S. 3), Romeike (2005, S. 26) sowie Wolke (2008, S. 4).

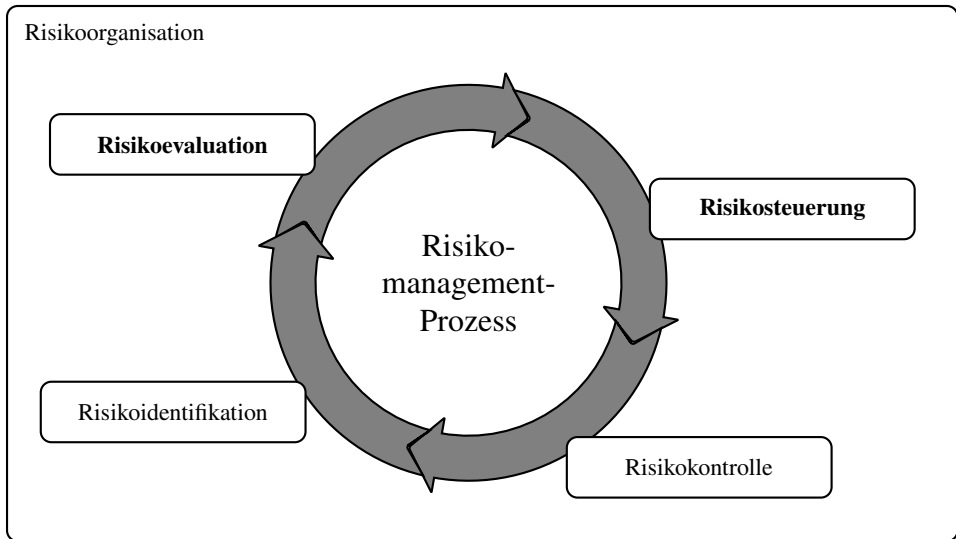


Abbildung 1.2.1: Die Phasen des Risikomanagement-Prozesses. Die fett gedruckten Elemente sind Gegenstand dieses Buchs.

Die grundsätzlichen Elemente des risikopolitischen Instrumentariums (im weiteren Sinne¹⁴) sind in Abbildung 1.2.2 dargestellt.

Das risikopolitische Instrumentarium enthält ein umfassendes Arsenal von Methoden zur Risikosteuerung, d. h. zur zielgerichteten Gestaltung der Rendite/Risiko-Position eines Unternehmens. Eine eingehende Darstellung aller risikopolitischen Instrumente sprengt den Rahmen des vorliegenden Lehrbuchs. Zentraler Gegenstand unserer Ausführungen ist – neben (wie bereits ausgeführt) Ansätzen zur Risikoevaluation – die Ermittlung des notwendigen Risikokapitals sowohl im Rahmen einer unternehmensinternen Steuerung als auch im Rahmen der externen Regulierung (hier insbesondere: Basel II, Solvency II). Hinzu tritt in Kapitel 9 die Behandlung der Themenfelder Kapitalallokation und risikokapitalbasierte Ergebnissteuerung.

Abschließend gehen wir noch kurz auf diejenigen Instrumente des risikopolitischen Instrumentariums ein, die nicht Gegenstand des vorliegenden Lehrbuchs sind.

Das Nicht-Eingehen von Risiken (so dies möglich ist) sowie präventive Maßnahmen zur Risikominderung sind elementare risikopolitische Techniken. Der Transfer von Risiken bezeichnet traditionell die (partielle) Übertragung von Risiken auf Versicherungsunternehmen (bspw. Risiken von Naturgefahren oder Haftpflichtrisiken). Hinzu getreten sind Methoden des alternativen Risikotransfers¹⁵ von Risiken auf die Kapitalmärkte (bspw. Insurance Linked Securities wie etwa Katastrophenanleihen).

¹⁴ Unter Einbeziehung der risikobasierten Ergebnissteuerung.

¹⁵ Vgl. hierzu etwa Culp (2002).

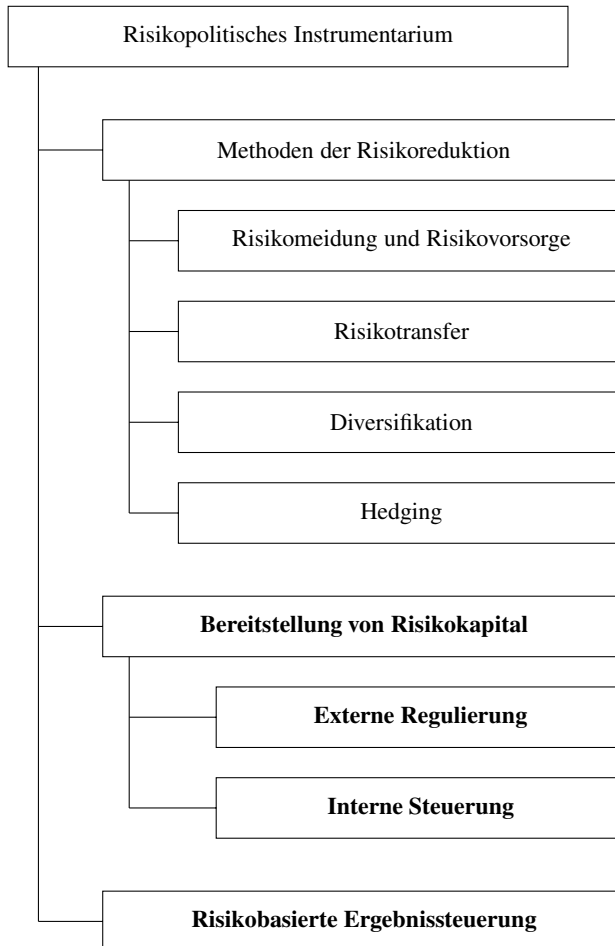


Abbildung 1.2.2: Risikopolitisches Instrumentarium (im weiten Sinne). Die fett gedruckten Elemente sind Gegenstand dieses Buchs.

Diversifikation von Risiken (naive Diversifikation, Markowitz-Diversifikation) sowie Hedging von Risiken (auf der Basis derivativer Instrumente wie Futures, Optionen und Swaps) sind schließlich Standardinstrumente zur Steuerung von Investmentpositionen¹⁶.

1.2.3 Nutzenpotentiale des Risikomanagements

Aus einer gesellschaftlichen Sicht besitzt die Funktionsfähigkeit der Finanzmärkte und der Finanzinstitutionen zentrale Relevanz. Dies ist zugleich eine grundlegende Aufgabe der regulatorischen Ebene des Managements von Finanzrisiken.

¹⁶ Man vgl. hierzu Albrecht/Maurer (2008).

Wie wir bereits in Abschnitt 1.2.1 ausgeführt haben, ist das Mindestziel des RM auf der Unternehmensebene die Sicherung der Existenz des Unternehmens und, darüber hinausgehend, die Lieferung eines Beitrags zur Erhöhung des Unternehmenswerts. Vor diesem Hintergrund werden in der Literatur¹⁷ eine Reihe von Nutzenpotentialen des RM dokumentiert. Als Prämissen gehen dabei ein:

- RM senkt die Insolvenzwahrscheinlichkeit
- RM reduziert die Variabilität der Ergebnisse eines Unternehmens.

Unter diesen Prämissen sind die folgenden Haupt-Schlussfolgerungen¹⁸ zu ziehen:

- RM vermindert die Wahrscheinlichkeit der Realisierung von Insolvenzkosten.
Zu den Insolvenzkosten zählen nicht nur die direkten Insolvenzkosten, wie etwa Rechtskosten, sondern vor allem auch die indirekten Wirkungen einer (sich abzeichnenden) Insolvenz (ggf. können die Aktiva des Unternehmens nur unter Wert verkauft werden; Zerstörung von Marke und Reputation, d. h. immaterieller Komponenten des Geschäfts- bzw. Firmenwerts; Verlust von qualifizierten Mitarbeitern).
- RM verringert die Kosten der externen Finanzierung bzw. des Kapitalmarktzugangs.
Das Vorhandensein bzw. die Qualität eines RM-Systems besitzt einen positiven Einfluss auf das Rating¹⁹ des Unternehmens seitens der Ratingagenturen und verringert damit die Finanzierungskosten.
- Die Reduzierung der Variabilität der Ergebnisse des Unternehmens reduziert die Eigenkapitalkosten.
Dieser Schlussfolgerung liegt die Hypothese zugrunde, dass die Kapitalkosten mit steigendem (Schwankungs-)Risiko zunehmen.
- Im Falle eines progressiven Steuertarifs besitzen Unternehmen mit einer stabileren Ergebnisentwicklung steuerliche Vorteile, d. h. weisen höhere Nach-Steuer-Ergebnisse auf.

1.3 Rechtliche Rahmenbedingungen des Risikomanagements

1.3.1 Einführung

In Abschnitt 1.2.1 haben wir RM als Bestandteil einer wertorientierten Unternehmenssteuerung charakterisiert. In dieser Sichtweise ist RM ein Element der unternehmensinternen Steuerung. Die Modelle und Methoden des RM, die in diesem Lehrtext im Vordergrund stehen, sind primär dieser internen Sicht zuzuordnen (folgerichtig spricht man auch teilweise von RM auf der Basis interner Modelle).

17 Man vgl. etwa die „Klassiker“ Amit/Wernerfelt (1990), Froot et al. (1993), Stulz (1996), Froot/Stein (1998), sowie die neueren Arbeiten von Bolton et al. (2011), Hoyt/Liebenberg (2011) sowie Pérez-González/Yun (2013) und ergänzend hierzu die Ausführungen in Gleißner (2008, Abschnitt 1.3), Harrington/Niehaus (2003, Abschnitt 2.3), Hull (2012b, Abschnitt 1.5) sowie McNeil et al. (2005, Abschnitt 1.4.2).

18 Für weitere Nutzenbeiträge des RM vgl. man etwa Gleißner (2008, S. 12 f.).

19 Zum Zusammenhang von RM und Rating vgl. etwa Gleißner (2008, S. 17 ff.).

In praxi operieren jedoch Unternehmen nicht in einem luftleeren Raum, sondern in einem spezifischen gesellschaftlichen, politischen und rechtlichen Rahmen. Insbesondere dieser letzte Aspekt ist für uns von Bedeutung, da eine Vielzahl von Rechtsnormen existieren, die sich mit der Kontrolle, den Berichtspflichten und allgemein der Kommunikation im Hinblick auf betriebliche Risiken befassen und daher eine Rückwirkung auf die Unternehmen besitzen. Die Sicherung der Erfüllung dieser rechtlichen Rahmenbedingungen ist zentrale Aufgabe des Compliance-Systems eines Unternehmens.

Im Idealfall können externe und interne Elemente des RM in konsistenter Weise integriert werden. Im Realfall treten viele Elemente des externen RM additiv zu internen Elementen des RM hinzu.

Im vorliegenden Text gehen wir sporadisch auf ausgewählte Elemente solchermaßen extern definierter Methoden des RM ein (primär auf Vorschriften im Rahmen von Basel II und Solvency II), da sie uns wertvolles Anschauungsmaterial bieten. Nachfolgend geben wir einen ersten (von unterschiedlichem Detaillierungsgrad) Überblick über rechtliche Rahmenbedingungen, die für das RM von Unternehmen von Bedeutung sind. Wir fokussieren uns auf rechtliche Rahmenbedingungen in Deutschland bzw. in der Europäischen Union²⁰.

Zu den allgemeinen (d. h. branchenübergreifenden) rechtlichen Rahmenbedingungen in Deutschland, die Relevanz für das RM besitzen, gehören primär

- der Deutsche Corporate Governance Kodex (DCGK),
- das Gesetz zur Kontrolle und Transparenz im Unternehmensbereich (KonTraG),
- das Transparenz- und Publizitätsgesetz (TransPuG).

Hinzu treten bspw. die Deutschen Rechnungslegungsstandards DRS 5 und DRS 15.

Da der vorliegende Lehrtext, wie in Abschnitt 1.2.2 ausgeführt, nicht auf eine umfassende Darstellung aller risikopolitischen Instrumente ausgerichtet ist, sondern seinen Schwerpunkt im Kontext der Risikokapitalbestimmung besitzt, werden wir hierauf nicht weiter eingehen²¹, sondern konzentrieren uns in den folgenden Abschnitten auf die Regulierung von Finanzinstituten im Rahmen von Basel II/III und Solvency II.

1.3.2 Kapitalunterlegungsvorschriften im Bankenbereich: Basel II

1.3.2.1 Hintergründe

Der Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (Basel Committee on Banking Supervision; kurz: Basler Ausschuss) ist der zentrale Impulsgeber für die Harmonisierung und Weiterentwicklung der internationalen Bankenaufsicht. Er wurde 1974 von den Zentralbanken und den Bankaufsichtsbehörden der G10-Staaten gegründet und hat seinen Sitz an der Bank für Internationalen Zahlungsausgleich (Bank for International Settlements) in Basel. Die Verlautbarungen des Basler Ausschusses sind zunächst rechtlich nicht bindend. Dies werden sie (im Rahmen der Europäischen Union) durch eine entsprechende Aufnahme in Richtlinien der EU sowie anschließender Umsetzung in nationales Recht.

20 Dies schließt bspw. den Sarbanes-Oxley Act (USA) zur Verbesserung von Unternehmensberichterstattung und RM aus, welcher jedoch auch für deutsche Tochterunternehmen von US-Gesellschaften von Relevanz ist.

21 Vgl. aus Sicht des RM hierzu etwa Cottin/Döhler (2013, Abschnitt 1.4), Gleißner (2008, Abschnitt 1.6) sowie Kriele/Wolf (2012, Abschnitt 8.1).

1.3.2.2 Basel II

Die deutsche Bankenaufsicht steht gegenwärtig an der Schwelle des (schrittweisen) Übergangs von Basel II zu Basel III. Grundlage für das Regime Basel II ist die Eigenkapitalvereinbarung (Capital Accord) des Basler Ausschusses aus dem Jahr 2004²². Basel II dehnt den Anwendungsbereich des Basler Eigenkapitalakkords von 1988 (Basel I) aus und entwickelt ihn weiter. Die rechtliche Umsetzung auf europäischer Ebene erfolgte²³ im Rahmen der Richtlinien²⁴ 2006/48/EG (Bankenrichtlinie) sowie 2006/49/EG (Kapitaladäquanzrichtlinie). Die Grundstruktur von Basel II besteht aus drei sich gegenseitig ergänzenden Säulen und ist in Abbildung 1.3.1 dokumentiert.

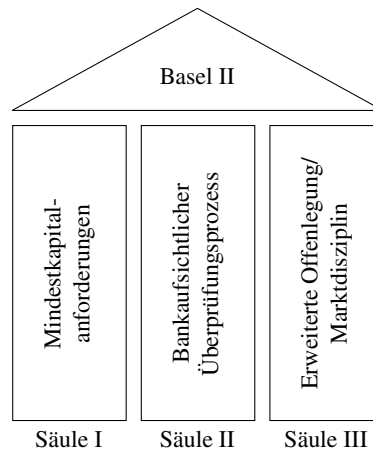


Abbildung 1.3.1: Drei-Säulen-Struktur von Basel II

Die Umsetzung in deutsches Recht erfolgte durch entsprechende Änderungen im Kreditwesengesetz (KWG) sowie durch flankierende Verordnungen (Solvabilitätsverordnung²⁵ vom 14. Dezember 2006, SolvV; Groß- und Millionenkreditverordnung) und Rundschreiben

22 Vgl. hierzu Baseler Ausschuss für Bankenaufsicht (2004).

23 Vgl. hierzu Deutsche Bundesbank (2006).

24 Die beiden Richtlinien werden auch unter dem Gesamtbegriff Capital Requirements Directive (CRD) zusammengefasst.

25 Die SolvV (2006) ist in Kraft getreten am 01. Januar 2007. Die letzte Änderung im Rahmen des Basel II-Regimes erfolgte am 19. Dezember 2012 (Inkrafttreten: 28. Dezember 2012). Wir verwenden im weiteren Text die Kennzeichnung SolvV (2006), um die Solvabilitätsverordnung (inkl. der erfolgten Änderungen) im Rahmen des Basel II-Regimes zu kennzeichnen und SolvV (2013) für die Solvabilitätsverordnung im Rahmen des ab 01. Januar 2014 graduell umzusetzenden Basel III-Regimes. Für die im vorliegenden Lehrbuch dokumentierten Mindestanforderungen an das Risikokapital in den Bereichen Markt-, Kredit- und operationelle Risiken sind nach wie vor die Basel II-Bestimmungen relevant, d. h. hier erfolgen durch den Übergang zu Basel III keine Änderungen.

(Mindestanforderungen²⁶ an das Risikomanagement vom 20. Dezember 2005, MaRisk (BA); Rundschreiben 7/2007 (BA) – Zinsänderungen im Anlagebuch²⁷).

Im Kern dokumentiert die SolvV (2006) die Vorschriften zur Umsetzung der ersten sowie der dritten Säule und die MaRisk (BA) die Umsetzung der Vorschriften²⁸ der zweiten Säule von Basel II.

Im Weiteren konzentrieren wir uns auf die Säule I, welche die Mindestkapitalanforderungen beinhaltet. Betrachtet werden die Bereiche Adressrisiken (Kreditrisiken), operationelles Risiko sowie Marktrisikopositionen.

Gemäß Solvabilitätsverordnung (2006) gilt die folgende additive Grundstruktur (Building Block Approach) für die Mindestanforderungen an die (aufsichtlicherseits definierten) Eigenmittel (EM) eines Kreditinstituts

$$EM \geq AAR + AOR + AMR, \quad (1.3.1)$$

wobei AAR dem Anrechnungsbetrag für Adressrisiken, AOR dem Anrechnungsbetrag für das operationelle Risiko und AMR dem Anrechnungsbetrag für die Marktrisikoposition (inkl. der Optionsgeschäfte des Instituts) entspricht. Die Eigenmittel stellen die Summe aus dem modifizierten verfügbaren Eigenkapital (haftendes Eigenkapital minus Wertberichtigungsfehlbeträge plus berücksichtigungsfähiger Wertberichtigungsüberschuss²⁹) und den verfügbaren Drittrangmitteln³⁰. Die Anforderung (1.3.1) ist täglich zum Geschäftsschluss zu erfüllen.

Im Rahmen der Eigenkapitalvereinbarung 2004 des Basler Ausschusses³¹ lautet die Anforderung³²

$$\text{Anrechenbares Eigenkapital} \geq 0,08 \cdot RWA, \quad (1.3.2)$$

wobei RWA (Risk Weighted Assets) die gewichteten Risikoaktiva bezeichnet.

Das anrechenbare Eigenkapital nach Basel II wird im Rahmen der Umsetzung in deutsches Recht durch die vorstehend erläuterten Eigenmittel definiert. Nach Basel II wird ferner die Summe aller gewichteten Risikoaktiva bestimmt, indem die Eigenkapitalanforderungen für Marktrisiken und operationelle Risiken mit 12,5 (dem Kehrwert der Mindestkapitalquote von 8 %) multipliziert und zur Summe der gewichteten Risikoaktiva aus dem Kreditgeschäft addiert werden. Es gilt somit

$$RWA = RWA (\text{Kreditrisiko}) + 12,5 \cdot AMR + 12,5 \cdot AOR$$

26 Die MaRisk (BA), wobei BA für Bankaufsicht steht im Unterschied zu VA (Versicherungsaufsicht), ist in Kraft getreten am 20. Dezember 2005. Die letzte Neufassung erfolgte am 14. Dezember 2012 (Inkrafttreten: 01. Januar 2013).

27 Inzwischen abgelöst durch das Rundschreiben 11/2011 (BA).

28 Die MaRisk (BA) enthält insbesondere allgemeine Anforderungen an das RM von Banken im Hinblick auf die Risikotragfähigkeit, die Risikostrategie, das Interne Kontrollsystem, die besonderen Funktionen (Risikocontrolling, Compliance, Interne Revision) sowie das RM auf Gruppenebene.

29 Zu der Bestimmung und zu den Komponenten des modifizierten verfügbaren Eigenkapitals vgl. eingehender etwa Hartmann-Wendels et al. (2010, S. 426).

30 Als zusätzliche Restriktion sieht die Solvabilitätsverordnung (2006) vor, dass die Summe aus AAR und AOR das modifizierte verfügbare Eigenkapital nicht übersteigt.

31 Vgl. Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (2004).

32 Diese Darstellung wird vor allem in der internationalen Literatur verwendet.

und damit die (1.3.2) konkretisierende Anforderung

$$EM \geq 0,08 \cdot RWA (\text{Kreditrisiko}) + AMR + AOR .$$

Der Vergleich mit (1.3.1) zeigt schließlich, dass $AAR = 0,08 \cdot RWA (\text{Kreditrisiko})$ gilt. Die Mindestkapitalanforderungen für die angesprochenen Teilbereiche werden wir entsprechend in den Kapiteln 4, 6 und 8 weiter detaillieren.

Ein wesentliches Charakteristikum der bankaufsichtlichen Regulierung im Rahmen der Basel-Regimes ist die Möglichkeit der Verwendung bankinterner Risikomodelle³³ in Alternative zu den bankaufsichtlich definierten Standardverfahren. Die Eröffnung dieser Möglichkeit erfolgte erstmals³⁴ durch die Umsetzung der EG-Richtlinie 98/31/EG (der Novellierung der Kapitaladäquanzrichtlinie von 1993) in deutsches Recht (im Wege der Neufassung des Grundsatzes I des Kreditwesengesetzes; Inkrafttreten: 01. Oktober 1998) und bezog sich zunächst nur auf den Bereich der Marktrisiken. Im Rahmen von Basel II ist die Anwendung interner Modelle sowohl für Markt-, Kredit- als auch operationelle Risiken möglich. Interne Modelle müssen bestimmten Anforderungen genügen, ihr Einsatz unterliegt der Erlaubnispflicht seitens der Bankaufsicht. Ferner wird regelmäßig überprüft, ob die Anforderungen weiterhin erfüllt sind³⁵.

Die Grundvorstellung ist hierbei, dass das interne Modell ein integraler Bestandteil des unternehmensinternen Risikomanagements ist und eine bessere Quantifizierung der spezifischen Risiken der Finanzinstitutionen erlaubt, als ein unternehmensübergreifend angelegtes Standardverfahren. Mit der Erlaubnis der Verwendung interner Modelle wurde damit erstmals eine Harmonisierung zwischen internem Risikomanagement und externer Regulierung ermöglicht.

1.3.2.3 Basel 2.5, Basel III und Basel 3.5

Die Regulierung im Bankenbereich unterliegt einer ständigen Weiterentwicklung, nicht zuletzt auch forciert durch die Subprime- und Kreditkrise.

In einer ersten unmittelbaren Reaktion auf die Subprime- und Kreditkrise wurden Verschärfungen der Vorschriften von Basel II zum Marktrisiko im Kontext interner Modelle vorgenommen³⁶. Diese beinhalten³⁷

- eine Erweiterung der VaR-Berechnung unter Einbeziehung eines Stress-VaR,
- die Einführung eines Incremental Risk Charge für kreditsensitive Finanzinstrumente (bspw. Bonds) im Handelsbuch,

33 Die Nomenklatur ist hier uneinheitlich. In SolvV (2006) wird von eigenen Risikomodellen gesprochen, in SolvV (2013) von internen Ansätzen. Im weiteren Text verwenden wir den Terminus internes Modell.

34 Zur entsprechenden Historie vgl. etwa Traber (2000).

35 Zu den aktuellen Bestimmungen hierzu vgl. man SolvV (2013, Kapitel 1: Interne Ansätze).

36 Man vgl. hierzu Basel Committee on Banking Supervision (2009) sowie das zugehörige Update Basel Committee on Banking Supervision (2011a). Die Umsetzung in deutsches Recht erfolgte per 01. Januar 2014. Für eine detailliertere Behandlung vgl. man etwa Gaumert/Schulte-Mattler (2009).

37 Eine eingehendere Darstellung dieser Punkte erfolgt in Abschnitt 4.1.2.

- die Einführung einer spezifischen Kapitalanforderung (Comprehensive Risk Measure) für Finanzinstrumente wie Asset Backed Securities (ABS) und Collateralized Debt Obligations (CDO), die sensitiv im Hinblick auf die Korrelation von Ausfallrisiken sind.

Die nächste Stufe der Weiterentwicklung der Bankenregulierung wird als Basel III bezeichnet. Auf der Ebene der Europäischen Union erfolgte dies durch das CRD IV-Paket, bestehend aus der Richtlinie 2013/36/EU (Capital Requirements Directive IV) sowie der EU-Verordnung Nr. 575/2013 (Capital Requirements Regulation). Die Richtlinie wurde durch das CRD IV-Umsetzungsgesetz (BGBl. I Nr. 53 vom 03.09.2013, S. 3395) vom 28. August 2013 in deutsches Recht umgesetzt, die Verordnung ist unmittelbar anzuwenden. Die Umsetzung des CRD IV-Pakets in nationales Recht führt u. a. zu Änderungen im Kreditwesengesetz, der Solvabilitätsverordnung, der Groß- und Millionenkreditverordnung sowie der Liquiditätsverordnung³⁸. Die Regelungen von Basel III treten ab 2014 schrittweise in Kraft und betreffen auf der Eigenkapitalebene

- die Verschärfung der Anforderungen an die Qualität und den Umfang des anrechenbaren Eigenkapitals³⁹,
- die Einführung einer Verschuldungsgrenze (Leverage Ratio),
- die Reduktion von Prozyklizität und die Stärkung von antizyklischen Puffern, insbesondere die Einführung eines Kapitalerhaltungspuffers⁴⁰ (Capital Conservation Puffer) und eines antizyklischen Kapitalpuffers (Countercyclical Buffer),
- die Berücksichtigung des Kontrahentenrisikos

sowie auf der Liquiditätsebene die Einführung zweier neuer Mindeststandards mit unterschiedlichen Risikohorizonten,

- die Liquidity Coverage Ratio (LCR),
- die Net Stable Funding Ratio (NSFR).

Ferner arbeitet der Basler Ausschuss an einer fundamentalen Überarbeitung der Kapitalanforderungen für das Handelsbuch. Hierzu liegen aktuell zwei Konsultationsdokumente, Basel Committee on Banking Supervision (2012) und Basel Committee on Banking Supervision (2013), vor. Diese werden in der Literatur teilweise auch als Basel 3.5 apostrophiert⁴¹.

38 Im BGBl. I Nr. 73 vom 18.12.2013, S. 4166 ff. wurden die Novellierungen von Liquiditätsverordnung, Solvabilitätsverordnung sowie Großkredit- und Millionenkreditverordnung veröffentlicht. Die Verordnungen treten grundsätzlich zum 01. Januar 2014 in Kraft.

39 Insgesamt bleibt es bei einer Gesamtkapitalquote von 8 % (relativ zu den Risk Weighted Assets, RWA), aber die Anforderungen an die Zusammensetzung der Eigenmittel werden verschärft. Nach einer Übergangsfrist müssen die Kreditinstitute 6 % statt 4 % Kernkapital (Tier 1-Gesamtkapital) vorhalten, die Quote für hartes Kernkapital (Tier 1-Equity Capital) muss mindestens 4,5 % betragen. Um die Mindestkapitalanforderung von 8 % einzuhalten, können bis zu 2 % Ergänzungskapital (Tier 2) verwendet werden. Drittrangmittel werden abgeschafft. Man vgl. hierzu näher SolvV (2013).

40 Bis zum Jahr 2019 müssen die Kreditinstitute stufenweise einen Kapitalerhaltungspuffer in Höhe von 2,5 % aufbauen, der nur aus hartem Kernkapital besteht. Damit sind ab 2019 insgesamt 7 % hartes Kernkapital erforderlich.

41 So etwa von Embrechts et al. (2014).

1.3.3 Kapitalunterlegungsvorschriften im Versicherungsbereich: Solvency II

Das Solvency II-Projekt der EU weist große strukturelle Ähnlichkeiten zu Basel II auf. Gemeinsam sind beiden Regulierungsansätzen die in Abb. 1.3.1 dargestellte Drei-Säulen-Struktur, der Ansatz einer risikobasierten Kapitalunterlegung unter Einbeziehung aller wesentlichen Risikoarten sowie die Möglichkeit der Verwendung interner Risikomodelle. Das Solvency II-Regime ist jedoch noch nicht in Kraft. Zwar ist die Verabschiedung der sog. Solvency II-Rahmenrichtlinie⁴² auf der Ebene der europäischen Union bereits im Jahr 2009 erfolgt. Die Verabschiedung der sog. Omnibus II-Richtlinie, die notwendige Modifikationen⁴³ und Weiterentwicklungen⁴⁴ der Rahmenrichtlinie enthält, wurde jedoch (auch aufgrund methodisch-inhaltlicher Probleme) mehrfach verschoben. Am 11. März 2014 wurde nun die Omnibus II-Richtlinie vom EU-Parlament verabschiedet und damit eine wesentliche Voraussetzung⁴⁵ dafür geschaffen, dass Solvency II zum 01. Januar 2016 in Kraft treten kann.

Während die Omnibus II-Richtlinie vor allem die Konkretisierung der Säule I betrifft, ist eine Konkretisierung der Säule II im Rahmen der Mindestanforderungen an das Risikomanagement von Versicherungsunternehmen, den MaRisk (VA), bereits 2009 erfolgt⁴⁶.

Wenn auch die Solvency II-Regelungen in einigen Bereichen noch nicht abschließend konkretisiert sind, ist die Grundstruktur von Solvency II, die wir nachfolgend darstellen, bereits hinreichend konkretisiert⁴⁷. Dabei beschränken wir uns auf eine Darstellung der Kernelemente von Säule I.

Die zu erfüllende Mindestkapitalanforderung bezieht sich auf das Zielsolvenzkapital⁴⁸ (Solvency Capital Requirement, SCR). Ausgangspunkt der Bestimmung des Zielsolvenzkapitals ist die in Abbildung 1.3.2 dargestellte vorgegebene Hierarchie von Risikomodulen und Risikosubmodulen.

Das Gesamt-SCR wird durch eine Aggregation der SCR-Größen der Risikomodule ermittelt, die SCR-Größen der Risikomodule ihrerseits durch eine Aggregation der SCR-Größen der Risikosubmodule. Bei der stufenweisen Aggregation werden Risikodiversifikationseffekte grundsätzlich berücksichtigt (teilweise unter expliziter Vorgabe von Korrelationsmatrizen).

Die SCR-Größen pro Risikosubmodul werden auf unterschiedliche Weisen bestimmt, teilweise auf der Basis einer expliziten Mean Value at Risk-Bestimmung⁴⁹, teilweise auf der Basis von Stress- bzw. Schockszenarien.

42 Vgl. hierzu Europäische Union (2009).

43 Notwendig geworden u. a. durch den Vertrag von Lissabon und die Errichtung einer europäischen Aufsichtsbehörde für das Versicherungswesen und die betriebliche Altersversorgung (European Insurance and Occupational Pensions Authority, EIOPA).

44 Dies betrifft primär die Bewertung langfristiger Garantien.

45 Die Europäische Kommission muss eine Reihe der in Omnibus II verankerten Regeln noch konkretisieren.

46 Vgl. Rundschreiben 3/2009 (VA) der BaFin.

47 Einheitliche Basis unserer Ausführungen ist der Entwurf für eine Durchführungsverordnung zu Solvency II, vgl. hierzu European Commission (2011). Aktuelle punktuelle (aber nicht notwendigerweise abschließende) Weiterentwicklungen werden in EIOPA (2014) dokumentiert.

48 Als weitere aufsichtlicherseits relevante Untergrenze unterhalb des Zielsolvenzkapitals fungiert das Mindestsolvenzkapital (Minimum Capital Requirement, MCR).

49 Man vgl. zum Mean Value at Risk die Ausführungen in Abschnitt 2.4.7.

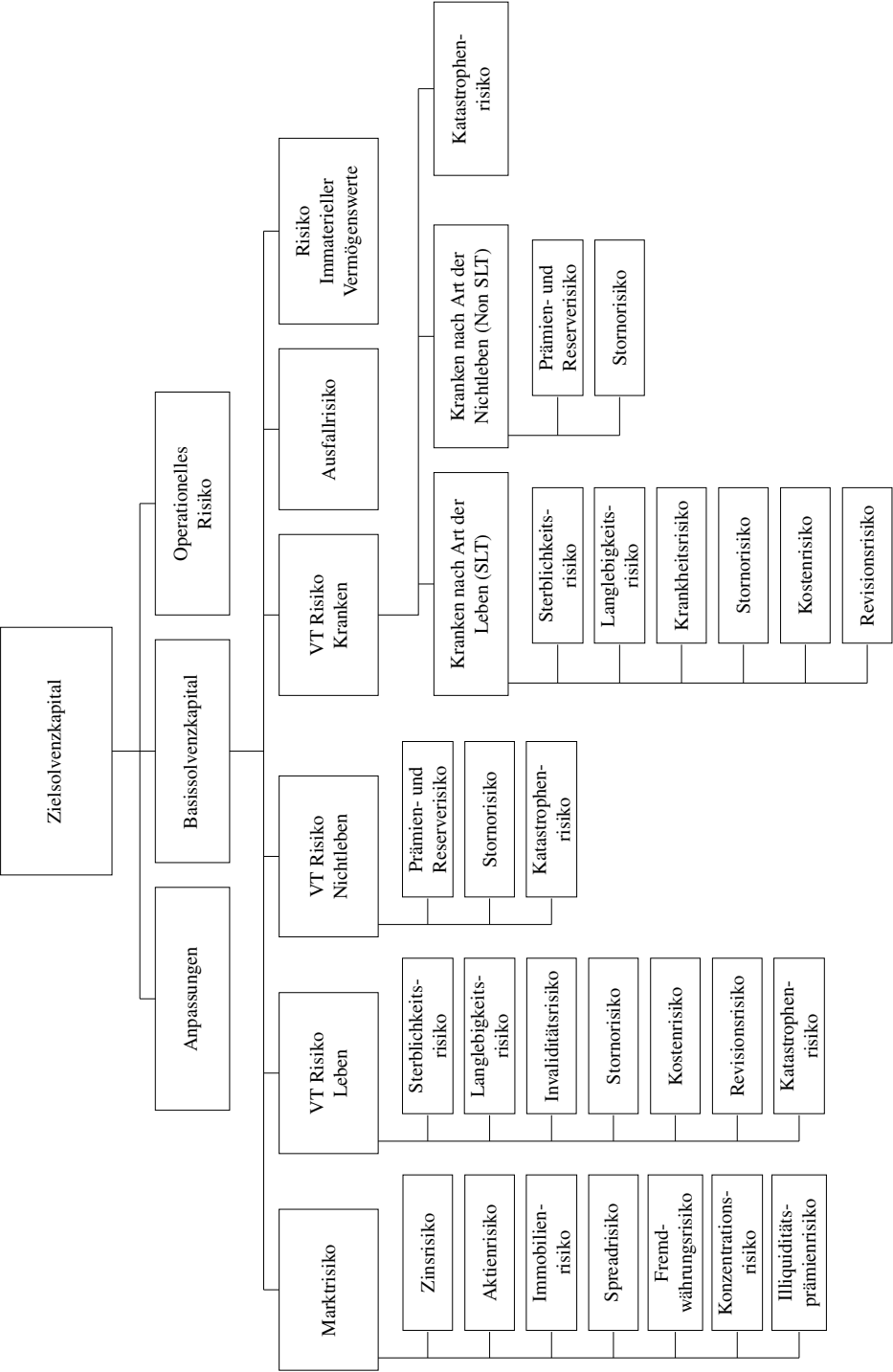


Abbildung 1.3.2: Risikohierarchie im Rahmen von Solvency II

Die Wahl der Parameter und sonstigen Annahmen sind von der Intention her so getroffen, dass insgesamt der Mean Value at Risk zum Signifikanzniveau 0,5 % (Konfidenzniveau 99,5 %) bestimmt wird. Der Wertansatz der einzelnen Positionen ist vom Grundsatz her marktwertorientiert. Für versicherungstechnische Verpflichtungen wird der (nicht vorhandene) Marktwert „approximiert“ durch die Summe aus einem Best Estimate der Verpflichtungen sowie einer Risikomarge. Diese Summe soll den Preis widerspiegeln, zu dem ein anderer Versicherer den Bestand an Verpflichtungen (zum gegebenen Konfidenzniveau) übernehmen würde. Die Bestimmung des Best Estimate beinhaltet im Kern die Berechnung des Barwerts der Erwartungswerte der künftigen Zahlungen unter einer risikolosen Zinsstrukturkurve.

Wenden wir uns damit der Struktur der Standardformel zur SCR-Berechnung zu⁵⁰. Das Gesamt-SCR ist die Summe folgender Bestandteile:

- Basissolvenzkapitalanforderung (Basis Solvency Capital Requirement, BSCR),
- Kapitalanforderung für das operationale Risiko als pauschaler Aufschlag auf das BSCR,
- Anpassung für die Verlustausgleichsfähigkeit der versicherungstechnischen Rückstellungen und latenten Steuern⁵¹.

Die Basissolvenzkapitalanforderung bestimmt sich dann auf der Grundlage der folgenden Aggregation der SCR-Größen der Haupt-Risikomodule („Wurzelformel“)

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j=1}^5 \text{Corr}_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} + SCR_{\text{immateriell}}. \quad (1.3.3)$$

Die Elemente SCR_i ($i = 1, \dots, 5$) stehen für die SCR-Größen der folgenden fünf Risikomodule

- SCR_1 : Risikomodul Marktrisiko,
- SCR_2 : Risikomodul Ausfallrisiko,
- SCR_3 : Lebensversicherungstechnisches Risikomodul,
- SCR_4 : Krankenversicherungstechnisches Risikomodul,
- SCR_5 : Nichtlebensversicherungstechnisches Risikomodul.

Die Größen $\text{Corr}_{i,j}$ entsprechen den Elementen der in Tabelle 1.3.1 dargestellten Korrelationsmatrix. Sie sind aufsichtsbehördlich vorgegeben.

Auch bei der Aggregation der SCR-Größen der Submodule eines Haupt-Risikomoduls wird die Aggregationsstruktur der Wurzelformel (1.3.3) beibehalten. Eine explizite aufsichtsbehördliche Vorgabe der Größe der Korrelationskoeffizienten findet auf dieser Ebene jedoch nicht statt.

Die Struktur der Wurzelformel ist dabei der Varianz/Kovarianz-Formel nachgebildet. Dies setzt voraus, dass die MeanVaR-Größen pro Risikosubmodul proportional zu einer Standardabweichungsgröße sind. Dies ist jedoch nur für normalverteilte (bzw. allgemein für elliptisch verteilte) Zufallsgrößen erfüllt.

Die Risikogrößen sind zudem aus empirischer Sicht oftmals nicht normalverteilt. Im Hinblick auf das Prämien- und Reserverisiko wird bspw. sogar explizit mit einer Lognormalverteilungsannahme gearbeitet.

50 Man vgl. hierzu die Artikel 103–111 sowie den Anhang der Solvency II-Rahmenrichtlinie, vgl. Europäische Union (2009).

51 Im Kern beinhaltet dies die Berücksichtigung der Möglichkeit der Anpassung der künftigen Überschussbeteiligung in der Lebensversicherung zu Zwecken der Risikoreduktion.

Tabelle 1.3.1: Korrelationen der Risikomodule unter Solvency II

	Markt- risiko	Ausfall- risiko	Lebensver- sicherung	Krankenver- sicherung	Nicht-Lebens- versicherung
Marktrisiko	1	0,25	0,25	0,25	0,25
Ausfallrisiko	0,25	1	0,25	0,25	0,5
Lebensversicherung	0,25	0,25	1	0,25	0
Krankenversicherung	0,25	0,25	0,25	1	0
Nicht-Lebensversicherung	0,25	0,5	0	0	1

Durch den Ansatz von Korrelationskoeffizienten ist zudem nur die Erfassung von linearen Abhängigkeiten⁵² möglich. Insgesamt ist zu konstatieren, dass die Wurzelformel (1.3.3) zu Verzerrungen bei der Risikomessung führen kann⁵³.

1.4 Grenzen eines quantitativen Risikomanagements

Zentraler Gegenstand des vorliegenden Lehrbuchs ist das quantitative Risikomanagement, d. h. der Bereich des RM, der modell- und methodengestützt ist. Die großen Finanzkrisen der letzten Jahrzehnte (US Savings & Loan-Krise, Aktienmarktcrash von 1987, Asienkrise, Russlandkrise, Internet- und Technologieblase, Subprime- und Kreditkrise) sowie große Einzelergebnisse (Orange County, LCTM, Barings, Enron, Lehman Brothers, AIG, Société Générale, etc.) bieten Anlass zur Gewinnung von Erkenntnissen (lessons learned) über Schwachstellen und Verbesserungsmöglichkeiten des Risikomanagements⁵⁴. Neben einzelnen Schlussfolgerungen wird auch immer wieder die grundsätzliche Frage aufgeworfen, welches die Bedeutung, die Sinnhaftigkeit und die Grenzen mathematisch-quantitativer Methoden in den Wirtschaftswissenschaften im Allgemeinen und im Finanzrisikomanagement im Speziellen sind. Dies ist auch im Rahmen der Aufarbeitung der Subprime- und Kreditkrise so gewesen und erfolgte angesichts ihrer Dimensionen in einem verstärktem Umfang.

Im Hinblick auf die Aufarbeitung der Kreditkrise sind viele ausgezeichnete Publikationen erschienen, sowohl aus allgemeiner ökonomischer Sicht⁵⁵ als auch aus Sicht des Risikoma-

52 Zu diesem Aspekt sowie zur Konzeption der Copula zur Beschreibung allgemeiner Abhängigkeitsstrukturen vgl. man Anhang 5.D.

53 Man vgl. hierzu etwa Filipović (2009) sowie Pfeifer/Straßburger (2008).

54 Für entsprechende lessons learned vgl. etwa Boyle/Boyle (2001, Chapter 8), Jorion (2007, Abschnitt 2: Lessons from Financial Desasters), Hull (2012b, Chapter 24: Risk Management Mistakes to Avoid), Van Deventer et al. (2013, S. 11 ff.) sowie Zagst et al. (2010).

55 Bspw. Brunnermeier (2009), Crouhy et al. (2008), Hellwig (2009) sowie Liedtke (2010).

gements⁵⁶ als auch aus Sicht der Finanzmarktregulierung⁵⁷. Lessons learned der Kreditkrise haben inzwischen auch Eingang in Lehrbücher gefunden⁵⁸.

Eine einigermaßen systematische Aufarbeitung der Subprime- und Kreditkrise sowie der hieraus zu ziehenden Folgerungen sprengen den Rahmen des vorliegenden Lehrtexts. Aus unserer Sicht sind aber die folgenden generellen Punkte zentral:

- Finanzmärkte haben im Gegensatz zu „normalen“ Märkten eine immanente Tendenz zur Instabilität (keine automatische „Selbsteilung“ der Märkte).
In normalen Märkten ist die Eigenschaft „Käufer“ bzw. „Verkäufer“ stabil. Auf Finanzmärkten hingegen nicht.
- Finanzmärkte sind global stark vernetzt und damit sehr anfällig für systemische Risiken. Eine Regulierung muss daher auch auf der Systemebene ansetzen, nicht nur auf der Unternehmensebene.
- Die Finanzmarktregulierung beinhaltet prozyklische Elemente, Krisen werden damit tendenziell verschärft.
Entsprechende Dämpfungsmechanismen sind daher zu entwickeln.
- Regulierung und Risikomanagement setzen dem Grunde nach funktionierende Märkte voraus, d. h. dass Positionen zu „fairen“ Preisen aufgelöst werden können.

Bei Marktstörungen ist jedoch die Informationsfunktion der Preise außer Kraft gesetzt. Die vorstehenden Erkenntnisse bieten nur einen rudimentären Ausschnitt aus dem Lessons learned der Subprime- und Kreditkrise. Für eine weitergehende Aufarbeitung verweisen wir auf die zitierte Literatur. Einen Punkt adressieren wir jedoch noch ausführlicher, da er den Kern unseres Ansatzes berührt, die Adäquanz eines modell- und methodenbasierten Risikomanagements.

In der Tat gab es im Zuge der Aufarbeitung der Subprime- und Kreditkrise Stimmen, die die Verwendung mathematisch-quantitativer Ansätze zumindest mitverantwortlich für den Ausbruch der Krise gemacht haben. So besitzt ein Abschnitt des Turner-Reports⁵⁹ die Überschrift „Misplaced reliance on sophisticated maths“. Konkret war es vor allem das an der Wall Street vielverwendete Li-Modell (das wir in Abschnitt 5.4.3.2 aufarbeiten werden) für die Bewertung von Kreditderivaten, das hier maßgeblich in die Haftung genommen wurde. So besitzt etwa der Beitrag von Jones (2009) in der Financial Times den bezeichnenden (Teil-) Titel „The formula that killed Wall St.“. Aber auch aus Sicht der Mathematik⁶⁰ und seitens der Vertreter („Quants“) mathematisch-quantitativer Methoden im Investmentbereich und im Risikomanagement⁶¹ liegen entsprechende Aufarbeitungen der Subprime- und Kreditkrise vor. Die wichtigsten Folgerungen hieraus werden wir im Weiteren präsentieren.

Zunächst einmal lautet die These von Van Deventer et al. (2013, S. 487) „Formulas don’t cause losses, people cause losses“. In der Tat stützen die Ausführungen von Das et al. (2013), Donnelly/Embrechts (2010) und Van Deventer et al. (2013) die Sicht, dass es weniger der mathematisch-quantitative Ansatz an sich ist, der problematisch und zu kritisieren ist, sondern der Umgang mit mathematischen Modellen und quantitativen Methoden. Exemplarisch

56 Vgl. etwa Golub/Crum (2010) sowie Lo/Mueller (2010).

57 Man vgl. hierzu etwa Basel Committee on Banking Supervision (2012, Annex 1).

58 Vgl. etwa Brigo et al. (2010), Christoffersen (2012, S. 28 ff.), Hull (2009), Hull (2012b, Chapter 6), Saunders/Allen (2010, Part I) sowie Van Deventer et al. (2013, Chapter 37).

59 Vgl. Turner (2009, Abschnitt 1.1 (iv)).

60 Vgl. etwa Das et al. (2013), Donnelly/Embrechts (2010), Eberlein (2009) sowie Föllmer (2009).

61 Vgl. etwa Lo/Mueller (2010) sowie Van Deventer et al. (2013, S. 487 ff. und S. 735 ff.).

hierfür ist das bereits angesprochene Li-Modell. Zum einen belegen die Ausführungen von Donnelly/Embrechts (2010) und von Van Deventer et al. (2013), dass die Probleme des Li-Modells bereits vor dem Ausbruch der Subprime-Krise nicht nur in akademischen Kreisen bekannt gewesen sind, sondern sich zuvor am Markt (im Zuge von größeren Verlusten im Mai 2005 im Kontext von Kreditderivaten, die sich auf Ford und General Motors bezogen) auch bereits manifestiert hatten. Auf der anderen Seite können Kernprobleme⁶² des Li-Modells zumindest grundsätzlich durch den Übergang zu sophistizierteren Modellen ausgeräumt werden. Dies stützt auch die These, dass nicht das „zu Viel“ sondern das „zu Wenig“ an Mathematik problematisch gewesen ist⁶³.

Unabhängig davon ist es aus unserer Sicht aber wichtig, explizit darzulegen, dass der mathematisch-quantitative Ansatz immanente Grenzen besitzt, eine zu starke „Modellgläubigkeit“ daher durchaus gefährlich werden kann⁶⁴. Auch Föllmer (2009) sowie Das et al. (2013) betonen, dass das Modellrisiko (Model Uncertainty) ein zentraler Punkt ist und es in die Verantwortung der Mathematiker bzw. der Quants fällt, dies auf breiter Ebene und mit Nachdruck zu kommunizieren. Wenden wir uns also dieser Thematik zu.

Die wesentlichen Erkenntnisse sind aus unserer Sicht die folgenden Punkte:

- A) Nicht alle Risiken sind geeignet quantifizierbar⁶⁵.
- B) Die mathematische Modellierung unterliegt per se Metarisiken; insbesondere betrifft dies Modellrisiken sowie Identifizierungsrisiken.
- C) Auch bei (hypothetisch) perfekter Modellierung bleibt ein Restrisiko für Extremereignisse, die zu einem Verzehr der vorhandenen Risikopuffer führen können⁶⁶.

Wenden wir uns hierbei vor allem dem zentralen Punkt B) zu. Hier gilt die bekannte Sentenz von George E.P. Box⁶⁷ „Essentially, all models are wrong, but some are useful“. Der erste Teil der Aussage zielt darauf ab, dass jedwedes Modell nur ein vereinfachtes – und damit ein unvollständiges – Abbild der Realität sein kann und auch nur sein darf, um von Nutzen sein zu können⁶⁸. Es ist a priori nicht immer zu erkennen, ob der gewählte Modellierungsansatz

62 Dies betrifft primär die Modellierung der Abhängigkeitsstruktur zwischen einzelnen Krediten. Zum einen reduziert die Verwendung eines homogenen Modells die Abhängigkeitsstruktur des gesamten Kollektivs von Kreditrisiken auf einen einzigen Modellparameter, die einheitliche Korrelation. Zum anderen beruht die Abhängigkeitsstruktur des Li-Modells auf der Gauß-Copula. Diese besitzt jedoch (man vgl. hierzu Anhang 5.D) eine mangelnde Tailabhängigkeit, grob gesagt können damit Ansteckungseffekte zwischen Extremereignissen nicht erfasst werden.

63 So auch der Tenor von Eberlein (2009). Auch Donnelly/Embrechts (2010, S. 2) betonen, dass es weniger um „reliance on sophisticated mathematics“ als um „misplaced reliance on unsophisticated mathematics“ geht.

64 Ein schönes Beispiel dafür, dass auch Finance-Koryphäen hiervon nicht gefeit sind, bietet der Fall Long Term Capital Management (LTCM). Immerhin gehörten zu dem Management dieses Hedgefonds, der im Zuge der Russlandkrise 1998 nur durch eine konzertierte Aktion von FED und Großbanken gerettet werden konnte, zwei Nobelpreisträger für Wirtschaftswissenschaften (Merton und Scholes). Eine lesenswerte Aufarbeitung des LTCM-Falls bietet Jorion (2000).

65 Beispiele hierfür sind etwa strategische Risiken, politische Risiken sowie Verhaltensrisiken. Man spricht, wie bereits ausgeführt, in diesem Zusammenhang von Soft Risks.

66 Dies liegt begründet in der stochastischen Natur von Finanzrisiken, die nicht vollständig auflösbar ist.

67 Vgl. Box/Draper (1987, S. 424).

68 Wäre das Modell (hypothetisch) gleich der Realität, so wäre es zu komplex, um nutzbringend zu sein.

auch alle Faktoren beinhaltet, die für die Anwendung von Relevanz sind. Neben die Problematik einer unangemessenen oder unvollständigen Modellbildung treten vor allem Risiken der Modellkalibrierung. Dies betrifft Fragen der Qualität und der Relevanz der zur Verfügung stehenden Daten⁶⁹. Zudem spiegeln sich Extremereignisse⁷⁰, die zwar grundsätzlich eintreten können, aber in der Vergangenheit nicht eingetreten sind, nicht in den Daten wider und damit auch nicht in der darauf aufbauenden Risikoevaluation.

Als weitere Erkenntnis kommt hinzu:

- D) Die Grenzen mathematischer Modellierung sind zu einem beträchtlichen Teil modellierungsimmanent, d. h. können durch Fortschritte in der Modellierung nur graduell überwunden werden.

Welche Folgerungen sind aus dieser Bestandsaufnahme zu ziehen? Aus unserer Sicht sind dies vor allem die folgenden Punkte:

- Ergebnisse mathematischer Modelle und damit auch die Quantifizierung von Risikopositionen unterliegen einer „illusion of accuracy“. Man sollte daher auf der Basis der Ergebnisse mathematischer Modelle nicht versucht sein, ein „großes Rad“ zu drehen.
- Risikomanagement muss stärker die Möglichkeit von Extremereignissen berücksichtigen, sowohl in stochastischen Modellen als auch im Rahmen von Stresstests, aber auch außerhalb der mathematischen Modellierung („Was passiert, wenn die Dinge, die immer funktioniert haben, nicht mehr funktionieren?“).
- Nicht weniger, sondern mehr Mathematik (im Sinne weniger stark vereinfachter Modelle⁷¹) ist jedoch die Konsequenz. Man muss sich aber zugleich der Grenzen der mathematischen Modellbildung bewusst sein und darf sich nicht in falscher Sicherheit wiegen.

1.5 Zum Aufbau des Buches

Die grundsätzliche Ablaufstruktur des vorliegenden Lehrtexts ist in Abbildung 1.5.1 dargestellt.

Kapitel 1 des Buches befasst sich einführend mit allgemeinen Grundlagen (Was ist Risiko? Was ist Risikomanagement? Welches sind die rechtlichen Rahmenbedingungen des Risikomanagements? Was sind die Grenzen eines quantitativen Risikomanagements?).

Im Zentrum von Kapitel 2 stehen die grundlegenden quantilbasierten Risikomaße Value at Risk, Expected Shortfall sowie Conditional Value at Risk, deren Definition, deren fundamentale Eigenschaften sowie grundlegende Berechnungsbeispiele für diese Risikomaße. Dabei wird der statische Fall (Einperiodenfall) zugrunde gelegt.

69 Hierfür bietet die Subprime-Krise ein geeignetes Anschauungsbeispiel. Subprime-Kredite wurden zuvor nicht bzw. zunächst nicht flächendeckend vergeben. Insofern konnte das Ausfallverhalten von Subprime-Krediten nur abgeschätzt werden. Offenbar war man hier zu optimistisch (ob dies so gewollt war, ist ein weiterer interessanter Themenkomplex).

70 „Schwarze Schwäne“ in der Nomenklatur von Taleb (2010).

71 Dies bedeutet nicht, dass komplexere Modelle per se vorzuziehen sind. Dies ist nicht der Fall, eine hohe Modellkomplexität birgt ihre eigenen Risiken. Der Terminus „vereinfachte Modelle“ bezieht sich hier auf die Nicht-Erfassung wesentlicher Einflussgrößen.

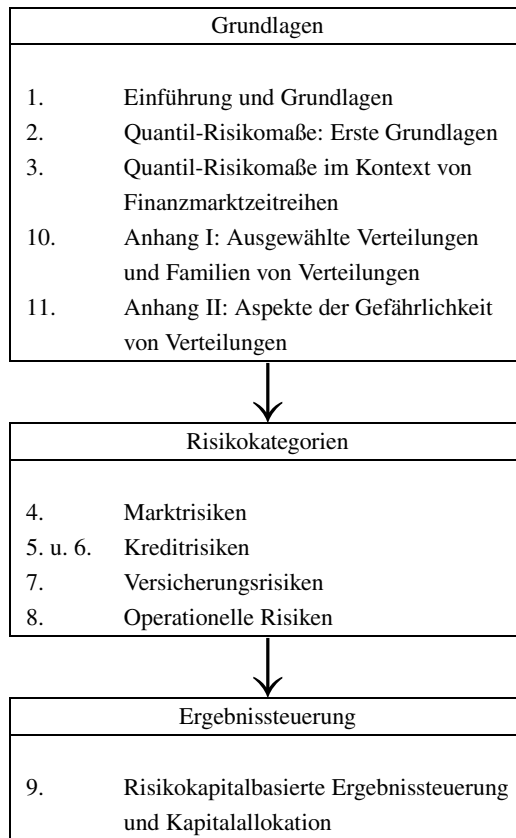


Abbildung 1.5.1: Ablaufstruktur des Buchs

In Kapitel 3 wird dies erweitert auf die Behandlung von quantilbasierten Risikomaßen im Kontext von Finanzmarktzeitreihen. Daneben stehen Fragen der Schätzung von Quantil-Risikomaßen sowie ihr Backtesting im Mittelpunkt des Interesses.

Weitere allgemeine Grundlagen werden in den Anhängen behandelt. In Kapitel 10 erfolgt eine Dokumentation ausgewählter Verteilungen und Familien von Verteilungen, in Kapitel 11 eine Diskussion der Gefährlichkeit von Verteilungen.

Gegenstand der Kapitel 4 – 8 ist die Anwendung der in den Kapiteln 2 und 3 bereitgestellten Grundlagen auf die fundamentalen Risikokategorien (Marktrisiken, Kreditrisiken, Versicherungsrisiken, operationelle Risiken).

Schließlich werden in Kapitel 9 die Grundlagen einer risikokapitalbasierten Ergebnissteuerung (inkl. der Problematik der Allokation von Risikokapital) behandelt.

Zum besonderen Profil des Buches tragen bei:

- Zahlreiche Beispiele zur Konkretisierung der dargestellten Methoden.
- Eine Reihe von Fallstudien, die der Demonstration der behandelten Ansätze auf der Basis von Kapitalmarktdaten dienen.

- Gelegentliche „Blicke in die Wissenschaft“ sowie „Blicke in die Praxis“, in denen aktuelle wissenschaftliche Studien oder Veröffentlichungen aus der Unternehmenspraxis zusammengefasst werden.

Durch eine differenzierte Struktur des Buches wird zudem unterschiedlichen Ausbildungszielen und Ausbildungsprofilen Rechnung getragen. Weiterführende und vertiefende Elemente werden dabei vor allem im Rahmen von Anhängen zu den einzelnen Kapiteln behandelt.

2 Quantil-Risikomaße: Erste Grundlagen

2.1 Einführung

Im Zentrum des vorliegenden Kapitels stehen die grundlegenden quantilbasierten Risikomaße,

- der Value at Risk (Abschnitte 2.4 und 2.7) sowie
- der Expected Shortfall bzw. der Conditional Value at Risk (Abschnitte 2.8 und 2.9).

Wir gehen auf die Definition dieser Risikomaße (was die Beschäftigung mit Fragen der Risikomessung, vgl. Abschnitt 2.2, sowie die Einführung von Quantilen, vgl. Abschnitt 2.3, voraussetzt) ein, ihre fundamentalen Eigenschaften (dies bedingt die Diskussion von Risikokonzptualisierungen, vgl. Abschnitt 2.5, und der Güteeigenschaften von Risikomaßen, vgl. Abschnitt 2.6) und präsentieren grundlegende Berechnungsbeispiele (Abschnitte 2.4.8 und 2.8.8). Dabei beschränken wir uns in diesem Kapitel auf den statischen Fall (Einperiodenfall). Die Grundlagen dynamischer Ansätze werden in Kapitel 3 behandelt. Abschließend gehen wir in Abschnitt 2.10 der Frage Value at Risk vs. Expected Shortfall nach.

Die Anhänge enthalten sowohl vertiefendes Material (bspw. tiefergehende Eigenschaften von Quantilen und quantilbasierten Größen) sowie weiterführendes Material (bspw. weitere Berechnungsbeispiele für den Value at Risk bzw. den Expected Shortfall).

2.2 Risikomessung

Für viele Aufgabenstellungen des Risikomanagements, beispielsweise die Bestimmung des notwendigen Risikokapitals, ist es essentiell, zunächst eine Quantifizierung der vorliegenden Risikosituation (wie hoch ist das resultierende Risiko?) vorzunehmen. Aus theoretischer Sicht spricht man von einer Risikomessung und führt die Quantifizierung der Risikosituation formal auf der Basis von Risikomaßen durch. Aus einer intuitiven Sicht ist ein Risikomaß eine Abbildung, die jeder Risikosituation das ihr zugehörige Risikoausmaß zuordnet und damit auch einen Vergleich verschiedener Risikosituationen erlaubt.

Zur Formalisierung dieser Intuition betrachten wir im einfachsten Fall zwei ökonomische Handlungsalternativen A und B , deren finanzielle Konsequenzen durch die Zufallsvariablen X_A und X_B quantifiziert werden. Wir setzen voraus, dass eine binäre Ordnungsrelation $\succsim_R$ existiert, die es erlaubt, die (finanziellen Konsequenzen der) Handlungsalternativen A und B hinsichtlich ihrer Risikohöhe zu vergleichen. $A \succsim_R B$ impliziert somit, dass die Handlung A mindestens so riskant ist wie die Handlung B . Gemäß der Standardvorgehensweise der Messtheorie sind wir nun an einer reellwertigen Funktion R interessiert, die eine numerische Repräsentation der Risikoordnung $\succsim_R$ erlaubt. Dabei soll gelten

$$A \succsim_R B \Leftrightarrow R[X_A] \geq R[X_B]. \quad (2.2.1)$$

Eine solche Funktion R wird als Risikomessfunktion oder Risikomaß bezeichnet. Ein Risikomaß ist somit eine ordnungserhaltende reellwertige Abbildung, d. h. eine Abbildung, die die bestehende Risikorelation zwischen Handlungen A und B innerhalb der natürlichen Ordnung $\geq$ der reellen Zahlen konsistent widerspiegelt.

Im allgemeinen Fall ist für eine bestimmte Entscheidungssituation eine Menge $\mathcal{H}$ von zulässigen Zufallsvariablen zu spezifizieren, die die finanziellen Konsequenzen der möglichen Entscheidungen repräsentieren und ein Risikomaß R ist dann formal durch eine Funktion

$$R: \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R} \quad (2.2.2)$$

gegeben.

Im Zentrum des Interesses des vorliegenden Textes stehen quantilbasierte Risikomaße (Value at Risk, Conditional Value at Risk, etc.), da sie (wie noch zu zeigen¹), den natürlichen Ausgangspunkt für die Bestimmung des notwendigen Risikokapitals darstellen.

Von einer Risikomessung im vorstehenden Sinne ist grundsätzlich eine Präferenzmessung im Kontext von Entscheidungen unter Risiko zu unterscheiden. Bei einer Präferenzmessung geht es um die gesamthafte Erfassung der Vorzugswürdigkeit von Handlungsalternativen, d. h. sowohl die Erfassung der Risikopräferenz als auch der Höhenpräferenz. Entsprechend zur Vorgehensweise bei der Risikomessung werden bei der Präferenzmessung Präferenzordnungen $\succsim$ durch Präferenzfunktionen Φ ordnungserhaltend in die reellen Zahlen abgebildet. Eine explizite Risikomessung ist hierbei im Einzelfall möglich, aber nicht grundsätzlich erforderlich. Beispiele für ökonomische Theorien, die auf eine Präferenzmessung abzielen sind das Bernoulliprinzip (Erwartungsnutzentheorie nach von Neumann/ Morgenstern) sowie die kumulative Prospect Theory. So basiert beispielsweise das Bernoulliprinzip auf der Präferenzfunktion

$$\Phi[X] = \mathbb{E}[u(X)] , \quad (2.2.3)$$

wobei $u(x)$ eine reellwertige Risikonutzenfunktion darstellt und die Zufallsvariable X wieder aus einer im Einzelfall zu spezifizierenden Menge $\mathcal{H}$ von zulässigen Zufallsvariablen entstammt, d. h. es gilt $\Phi: \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}$.

Das Bernoulliprinzip beinhaltet vom Grundsatz her eine simultane Quantifizierung von Höhen- und Risikopräferenz. Intuitiv werden die Chancen und Risiken von Handlungsalternativen gesamthaft bewertet und nicht separat. Dies ist zugleich eine zentrale Problematik des Bernoulli-Prinzips in Bezug auf Anwendungen im Risikomanagement.

Die Brücke von der Risikomessung zur Präferenzmessung stellen Risiko-/Wertmodelle dar. Hierbei erfolgt für eine finanzielle Handlungskonsequenz X neben der Spezifikation eines Risikomaßes $R[X]$ auch die Spezifikation eines Wertmaßes (auch: Chancenmaß) $V[X]$. Auf der Basis einer Trade-off-Funktion $H(x, y)$ werden dann Risiko $R[X]$ und Wert $V[X]$ einer Handlungskonsequenz X zu einer Gesamtpreferenz $H(R[X], V[X])$ zusammengeführt. Das Standardbeispiel für eine solche Vorgehensweise ist die Markowitzsche Portfoliotheorie. Hier wird als Wertmaß der Erwartungswert verwendet, $V[X] = \mathbb{E}[X]$, und für das Risikomaß die Standardabweichung, $R[X] = \sigma[X]$, bzw. äquivalent hierzu die Varianz.

Ein wie vorstehend spezifiziertes Risiko-/Wertmodell ist dann konsistent mit einem Präferenzmodell, beispielsweise dem Bernoulliprinzip, wenn gilt

$$\Phi[X] \geq \Phi[Y] \Leftrightarrow H(R[X], V[X]) \geq H(R[Y], V[Y]) . \quad (2.2.4)$$

X und Y sind dann beliebige Zufallsvariablen aus einer wiederum vorab zu spezifizierenden Menge $\mathcal{H}$. Es ist offensichtlich, dass entsprechende Konsistenzuntersuchungen nur in der

¹ Man vgl. hierzu insb. die Abschnitte 2.4.2, 2.5.4 sowie 2.8.7.

Verbindung von einem Risikomaß mit einem Wertmaß sinnvoll sind, nicht bei Vorlage eines Risikomaßes alleine.

Neben der vorstehenden im Risikomanagementkontext verankerten Motivation, Risiko separat zu messen bzw. eigenständig zu konzeptualisieren gibt es auch empirische Evidenz dafür, dass Entscheidungsträger durchaus in der Lage sind, einfache Handlungssituationen („Lotterien“) hinsichtlich ihres Risikogrades anzuordnen. Risiko ist nicht einfach eine negative Präferenz, sondern ein eigenständiges Konstrukt. Wir verweisen an dieser Stelle hierzu etwa auf Brachinger/Weber (1997).

2.3 Quantile

Quantile liefern einen differenzierten Einblick in die Wahrscheinlichkeitsbelegung bzw. die Verteilung der Wahrscheinlichkeitsmasse. Damit erlauben sie im Vergleich zu einzelnen Momenten (Erwartungswert, Varianz etc.) weitergehende Informationen über die Risikostruktur sowie über die Chancenstruktur der Verteilung. Wir gehen im Weiteren aus von einer zufallsabhängigen Erfolgsgröße X mit Verteilungsfunktion F_X und unterstellen den folgenden Standard-Spezialfall. Die Zufallsvariable X besitze eine Dichtefunktion f_X und diese sei auf dem gesamten Definitionsbereich der Zufallsvariablen strikt positiv. In diesem Falle ist die Verteilungsfunktion F_X streng monoton steigend und stetig. Damit existiert insbesondere ihre inverse Funktion F_X^{-1} .

Ausgehend von einem Wahrscheinlichkeitsniveau α ($0 < \alpha < 1$) definieren wir das α -Quantil der Zufallsvariablen X (bzw. äquivalent das α -Quantil der Verteilungsfunktion F_X) als Lösung der folgenden Gleichung in x :

$$F_X(x) = \alpha. \quad (2.3.1)$$

Eine Lösung x der Gleichung (2.3.1) bezeichnen wir als Quantil $Q_\alpha[X]$ (oder kurz Q_α) der zugehörigen Zufallsvariablen X bzw.² der zugehörigen Verteilungsfunktion F_X .

Im vorstehend dargestellten Standard-Spezialfall ist die Gleichung (2.3.1) eindeutig lösbar und das α -Quantil damit eindeutig bestimmt (dies gilt für alle $0 < \alpha < 1$) durch

$$Q_\alpha[X] = F_X^{-1}(\alpha). \quad (2.3.2)$$

Hierbei ist noch anzumerken, dass es sowohl Fälle gibt, bei denen die Inverse $F_X^{-1}(x)$ der Verteilungsfunktion in expliziter Form angegeben werden kann (beispielsweise im Falle der Exponentialverteilung, der logistischen Verteilung oder der Pareto-Verteilung) als auch Fälle, in denen zwar die Existenz der inversen Verteilungsfunktion gesichert ist, hierfür aber kein expliziter Ausdruck existiert. Im letzteren Fall muss dann die Bestimmung des Quantils auf der Basis eines numerischen Verfahrens durchgeführt werden, Beispiele hierfür sind die Normalverteilung oder die t -Verteilung.

Im Weiteren gehen wir im Haupttext regelmäßig von dem Standard-Spezialfall einer Zufallsgröße mit einer (überall) strikt positiven Dichte aus und werden diesen kurz (und etwas unscharf) als „Dichtefall“ apostrophieren. Im Dichtefall existiert somit für jedes α mit

2 Äquivalent kann man daher das α -Quantil auch als $Q_\alpha[F_X]$ notieren. Im vorliegenden Text verwenden wir jedoch einheitlich die Notation $Q_\alpha[X]$.

$0 < \alpha < 1$ ein eindeutig bestimmtes Quantil $Q_\alpha[X]$. Aus der Definitionsgleichung (2.3.1) folgt hieraus

$$F_X(Q_\alpha[X]) = P(X \leq Q_\alpha[X]) = \alpha \quad (2.3.3)$$

und damit

$$P(X > Q_\alpha[X]) = 1 - \alpha. \quad (2.3.4)$$

Im Falle des Vorliegens einer Dichtefunktion gilt $P(X = Q_\alpha[X]) = 0$. Damit kann die Beziehung (2.3.3) auch als $P(X < Q_\alpha[X]) = \alpha$ formuliert werden³. Wir können also festhalten, dass im Dichtefall das α -Quantil von X diejenige Realisation von X ist, „unterhalb“ derer eine Wahrscheinlichkeitsmasse von α liegt und „oberhalb“ derer eine Wahrscheinlichkeitsmasse von $1 - \alpha$ liegt. Dieser Sachverhalt wird durch die Abbildung 2.3.1 illustriert.

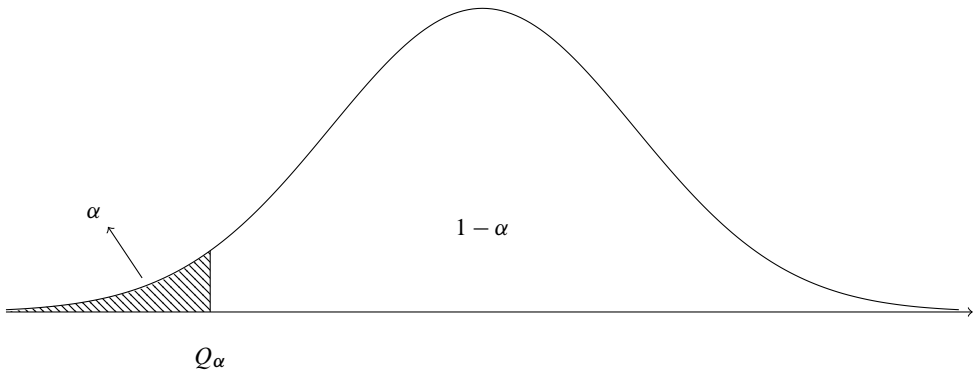


Abbildung 2.3.1: α -Quantil im Dichtefall

Durch eine Variation des Wahrscheinlichkeitsniveaus α (Standardvarianten sind hierbei etwa $\alpha \in \{0,01; 0,05; 0,10; 0,25; 0,50; 0,75; 0,90; 0,95; 0,99\}$) erhalten wir zudem einen Einblick in die Verteilung der Wahrscheinlichkeitsmasse der zugrunde liegenden Zufallsvariablen. Damit ist die Situation im Dichtefall vollständig und befriedigend geklärt. Die das α -Quantil definierende Ausgangsgleichung (2.3.1), d. h. $F_X(x) = \alpha$, ist für alle $0 < \alpha < 1$ eindeutig lösbar und das α -Quantil $Q_\alpha[X]$ damit eindeutig bestimmt.

Im allgemeinen Fall wird die Situation komplexer. Es existieren sowohl Fälle, in denen die Gleichung (2.3.1) mehrere Lösungen aufweist, aber auch Fälle, in denen die Gleichung (2.3.1) keinerlei Lösung besitzt. Die allgemeine Situation wird in Anhang 2.A ausführlich erörtert. Als Ergebnis der betreffenden Untersuchungen können wir festhalten, dass das α -Quantil im Allgemeinen durch⁴

$$Q_\alpha[X] = F_X^{\leftarrow}(\alpha) := \inf \{x; F_X(x) \geq \alpha\} \quad (2.3.5)$$

3 Natürlich kann symmetrisch hierzu im Dichtefall die Bedingung (2.3.4) äquivalent auch als $P(X \geq Q_\alpha[X]) = 1 - \alpha$ formuliert werden.

4 Aufgrund der rechtsseitigen Stetigkeit einer Verteilungsfunktion ist das in Beziehung (2.3.5) eingehende Infimum für $0 < \alpha < 1$ de facto ein Minimum. Wir behalten jedoch die allgemeine Definition (2.3.5) bei, um auch Sonderfälle (vgl. hierzu Anhang 2.A) in konsistenter Weise erfassen zu können.

zu definieren ist, um die Existenz und Eindeutigkeit des α -Quantils für jedes $0 < \alpha < 1$ zu gewährleisten. Die in Beziehung (2.3.5) definierte Funktion $F_X^{\leftarrow}$ bezeichnet die verallgemeinerte Inverse der Verteilungsfunktion F_X , die wir damit auch notationsmäßig von der üblichen inversen Funktion F_X^{-1} unterscheiden. Aufgrund der engen Beziehung (2.3.5) zwischen Quantilen und der verallgemeinerten Inversen wird die verallgemeinerte Inverse $F_X^{\leftarrow}$ in der Literatur auch als Quantilfunktion bezeichnet.

Abschließend formulieren wir auf der Basis der Beziehung (2.3.5) noch ein Kriterium, mit dem in einfacher Weise entschieden werden kann, ob eine Größe Q dem α -Quantil $Q_\alpha[X]$ entspricht. Dies ist der Fall, wenn gilt⁵

$$F_X(Q) \geq \alpha \quad \text{und} \quad F_X(x) < \alpha \quad \text{für alle} \quad x < Q. \quad (2.3.6)$$

Nachfolgend wenden wir uns einigen Basisfällen von Verteilungen zu, an deren Quantilen wir interessiert sind. Weitere Fälle werden in Anhang 2.E sowie in den Übungsaufgaben betrachtet. Beginnen wir mit der Standardnormalverteilung⁶, d. h. $X \sim \mathcal{N}(0,1)$. In diesem Falle ist die Dichtefunktion symmetrisch zum Punkt null, was sich entsprechend auf die Quantile überträgt. Bezeichnen wir standardmäßig mit N_α das α -Quantil der Standardnormalverteilung, so gilt

$$N_{1-\alpha} = -N_\alpha. \quad (2.3.7)$$

Insbesondere ist $N_{0,5} = 0$ und für $\alpha < 0$ nehmen die Quantile einen negativen Wert an. Die vorstehenden Ausführungen werden in Abbildung 2.3.2 illustriert.

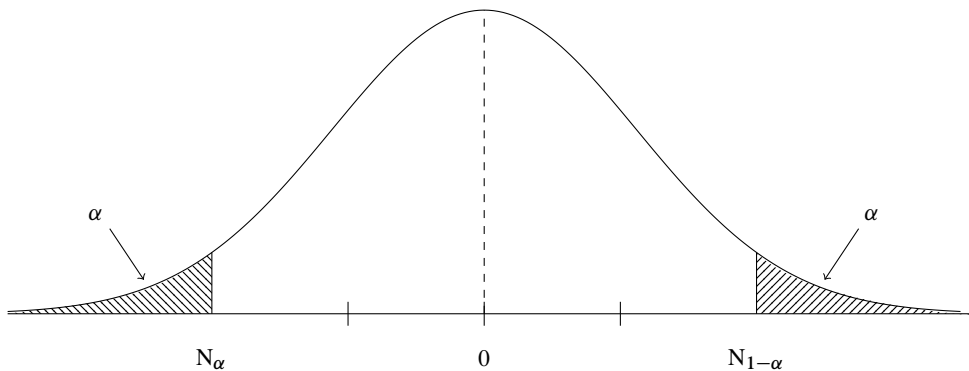


Abbildung 2.3.2: Quantile der Standardnormalverteilung

Die numerischen Werte der Quantile der Standardnormalverteilung liegen in tabellierter Form vor. Die Tabelle 2.3.1 enthält einen entsprechenden Auszug.

Die Tabelle 2.3.1 verdeutlicht insbesondere noch einmal die Symmetrieeigenschaft (2.3.7) der Quantile der Standardnormalverteilung.

Kommen wir damit zu einer Normalverteilung⁷ mit beliebigen Parametern $\mu = \mathbb{E}[X]$ und $\sigma^2 = \text{var}[X]$, $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Die Zufallsgröße X lässt sich dann durch $X = \mu + \sigma Z$

⁵ Vgl. hierzu McNeil et al. (2005, S. 39).

⁶ Vgl. hierzu Abschnitt 10.2.

⁷ Vgl. hierzu ebenfalls Abschnitt 10.2.

Tabelle 2.3.1: Ausgewählte Quantile der Standardnormalverteilung

$N_{0,01}$	$N_{0,05}$	$N_{0,1}$	...	$N_{0,9}$	$N_{0,95}$	$N_{0,99}$
-2,326	-1,645	-1,282	...	1,282	1,645	2,326

repräsentieren, wobei $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$. Dieser Zusammenhang überträgt sich auf die Quantile. Bezeichnen wir das α -Quantil einer Normalverteilung mit den Parametern μ und σ mit $N_\alpha(\mu, \sigma^2)$, so gilt:

$$N_\alpha(\mu, \sigma^2) = \mu + N_\alpha \sigma = \mu - N_{1-\alpha} \sigma \quad (2.3.8a)$$

$$N_{1-\alpha}(\mu, \sigma^2) = \mu + N_{1-\alpha} \sigma. \quad (2.3.8b)$$

Die zweite Gleichung der Beziehung (2.3.8a) ergibt sich aufgrund von (2.3.7).

Betrachten wir abschließend die Lognormalverteilung⁸. Eine Zufallsvariable X ist lognormal verteilt, $X \sim \mathcal{LN}(m, v^2)$ genau dann, wenn ihr natürlicher Logarithmus normal verteilt ist, $\ln X \sim \mathcal{N}(m, v^2)$. Auf der Grundlage dieser Beziehung lassen sich durch die Anwendung der Exponentialfunktion, der Umkehrfunktion des natürlichen Logarithmus, die Quantile $LN_\alpha(m, v^2)$ der Lognormalverteilung in einfacher Weise auf die Quantile der Normalverteilung zurückführen. Es gilt:

$$LN_\alpha(m, v^2) = \exp[N_\alpha(m, v^2)] = \exp(m - N_{1-\alpha} v) \quad (2.3.9a)$$

$$LN_{1-\alpha}(m, v^2) = \exp[N_{1-\alpha}(m, v^2)] = \exp(m + N_{1-\alpha} v). \quad (2.3.9b)$$

Eine Alternative zur analytischen Quantilberechnung stellt die Approximation von Quantilen auf der Grundlage von geeigneten Reihenentwicklungen dar. Als Beispiel betrachten wir nachfolgend die Cornish/Fisher-Entwicklung (auch: Cornish/Fisher-Approximation), die darauf abzielt, das α -Quantil einer beliebigen Verteilung in Termen des α -Quantils der Standardnormalverteilung zu approximieren. Wir stellen nachfolgend den Standardfall, die Cornish/Fisher-Entwicklung vierten Grades, dar, wobei wir uns im Vorgriff auf entsprechende Anwendungen im Value at Risk-Kontext auf das Wahrscheinlichkeitsniveau $1 - \alpha$ anstelle des Niveaus α konzentrieren. Es gilt dann:

$$Q_{1-\alpha}[X] \approx \mathbb{E}[X] + CF_{1-\alpha}[X] \cdot \sigma[X], \quad (2.3.10a)$$

wobei

$$\begin{aligned} CF_{1-\alpha}[X] = & N_{1-\alpha} + \frac{1}{6} (N_{1-\alpha}^2 - 1) \gamma[X] \\ & + \frac{1}{24} (N_{1-\alpha}^3 - 3 N_{1-\alpha}) \kappa_e[X] - \frac{1}{36} (2 N_{1-\alpha}^3 - 5 N_{1-\alpha}) \gamma[X]^2. \end{aligned} \quad (2.3.10b)$$

Dabei bezeichne $\gamma[X] = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])^3] / \sigma[X]^3$ die Schiefe von X und $\kappa_e[X] = \{\mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])^4] / \sigma[X]^4\} - 3$ die Exzess-Kurtosis von X . Der zentrale Vorteil der Cornish/Fisher-Entwicklung besteht somit darin, dass neben dem Erwartungswert und der Standardabweichung zusätzlich auch der Einfluss von Schiefe und Kurtosis auf die Quantile erfasst werden kann. Dies ist gerade im Finanzmarktkontext eine wichtige Eigenschaft.

8 Vgl. hierzu Abschnitt 10.4.

Abschließend gehen wir auf zwei Transformationseigenschaften von Quantilen ein, die sich als ein nützliches Instrument für die einfache Zurückführung von Quantilen auf Standardfälle erweisen werden. Wir operieren unter der Voraussetzung, dass die Zufallsvariable X eine strikt positive Dichtefunktion besitzt. Ist nun g eine monoton steigende und stetige reellwertige Funktion, so gilt

$$Q_\alpha[g(X)] = g(Q_\alpha[X]) . \quad (2.3.11)$$

Das Quantil der transformierten Zufallsgröße entspricht somit dem entsprechend transformierten Quantil der Ausgangszufallsgröße. Betrachten wir beispielsweise eine lineare Funktion $g(x) = a + b x$ ($b > 0$) mit positiver Steigung, d. h. die Transformation $Y = a + b X$, so gilt

$$Q_\alpha[Y] = Q_\alpha[a + b X] = a + b Q_\alpha[X] . \quad (2.3.12)$$

Eine weitere Anwendung stellt beispielsweise die Berechnung der Quantile (2.3.9) der Lognormalverteilung ausgehend von den Quantilen (2.3.8) der Normalverteilung dar.

Ist andererseits g eine monoton fallende und stetige reellwertige Funktion, so gilt

$$Q_\alpha[g(X)] = g(Q_{1-\alpha}[X]) . \quad (2.3.13)$$

Hier ist somit im Unterschied zu (2.3.11) bei der entsprechenden Quantiltransformation noch vom Wahrscheinlichkeitsniveau α auf das Niveau $1 - \alpha$ überzugehen. Als Beispiel hierzu betrachten wir eine lineare Funktion mit negativer Steigung, $g(x) = a - b x$ ($b > 0$), d. h. die Transformation $Y = a - b X$. Hier gilt dann

$$Q_\alpha[Y] = Q_\alpha[a - b X] = a - b Q_{1-\alpha}[X] . \quad (2.3.14)$$

Ein Spezialfall hiervon ist

$$Q_\alpha[-X] = -Q_{1-\alpha}[X] . \quad (2.3.15)$$

Die vorstehenden Transformationsregeln gelten uneingeschränkt nur im Falle des Vorliegens einer Dichtefunktion. Eine allgemeinere Fassung der Transformationsregeln wird in Anhang 2.A dargestellt.

2.4 Value at Risk und Mean Value at Risk

2.4.1 Definition des Value at Risk

Im Rahmen der Anwendungen des risikopolitischen Instrumentariums in der Wirtschaftspraxis stellt der Value at Risk (VaR) das zentrale Risikomaß dar. Dies gilt vor allem für die Risikokapitalunterlegung und dies sowohl in einem Regulierungskontext als auch im Rahmen eines unternehmensinternen Risikomanagements. Zur Definition des Value at Risk ist zunächst ein Wahrscheinlichkeitsniveau α ($0 < \alpha < 1$) vorzugeben. Vom Grundverständnis her ist die Größe α eine (sehr) kleine Zahl, typische Beispiele sind $\alpha = 0,005$, $\alpha = 0,01$

oder $\alpha = 0,05$. Um diesem Charakter der Größe α Rechnung zu tragen, bezeichnen wir literaturüblich diese Größe im weiteren Text wie in der Statistik als Signifikanzniveau⁹. Es ist darauf hinzuweisen, dass in der Literatur bei der VaR-Definition teilweise auch mit dem Konfidenzniveau $p = 1 - \alpha$ gearbeitet wird.

Des Weiteren spezifizieren wir im vorliegenden Text den Value at Risk einheitlich zunächst auf der Basis einer zufallsabhängigen Verlustgröße L und leiten dann entsprechende Darstellungen für Erfolgs- oder Renditegrößen hieraus ab.

Eine elementare Definition des Value at Risk der Verlustgröße L zum Signifikanzniveau α lautet dann wie folgt:

$$P(L > \text{VaR}_\alpha [L]) = \alpha \quad (2.4.1)$$

bzw. äquivalent

$$P(L \leq \text{VaR}_\alpha [L]) = 1 - \alpha . \quad (2.4.2)$$

Der VaR zum Signifikanzniveau α ist somit diejenige Ausprägung der Verlusthöhe, die nur mit der vorgegebenen (kleinen) Wahrscheinlichkeit α überschritten wird, d. h. die Wahrscheinlichkeitsmasse höherer Verluste als $L = \text{VaR}_\alpha [L]$ beträgt α . Mit einer Konfidenz von $1 - \alpha$ wird somit die durch den VaR festgelegte kritische Verlusthöhe nicht überschritten. Etwas verkürzt kann man den VaR damit auch als „ $100(1 - \alpha)$ %-Maximalverlust“ bzw. $100(1 - \alpha)$ %-PML, wobei PML für Probable Maximum Loss steht, apostrophieren.

Bei dieser Sichtweise hat man die „unkritischen Fälle“, d. h. die Fälle, die den PML nicht übersteigen, im Blick. Konzentriert man sich dagegen auf die „kritischen Fälle“, die den PML übersteigen, so kann man den VaR alternativ auch als 100α %-Minimalverlust, d. h. den Mindestverlust in den 100α % Fällen mit den höchsten Verlusten, interpretieren.

Ist beispielsweise das Signifikanzniveau in Höhe von $\alpha = 0,01$ vorgegeben, so ist der 99 %-Maximalverlust dahingehend zu interpretieren, dass in 99 % der Fälle eine Realisation der Verlustvariablen eintreten wird, die kleiner oder höchstens gleich dem 99 %-Maximalverlust ist und nur in 1 % der Fälle eine höhere (oder gleich hohe) Verlustrealisation.

Durch Vergleich der den VaR definierenden Bedingungen (2.4.1) bzw. (2.4.2) mit der elementaren Definition (2.3.3) bzw. (2.3.4) eines Quantils erhalten wir unmittelbar

$$\text{VaR}_\alpha [L] = Q_{1-\alpha}[L] = F_L^{-1}(1 - \alpha) . \quad (2.4.3)$$

Der Value at Risk zum Signifikanzniveau α entspricht im Dichtefall somit dem (elementaren) Quantil der Verlustverteilung zum Konfidenzniveau $1 - \alpha$. Er ist damit ferner eindeutig bestimmt durch die Inverse F_L^{-1} der Verteilungsfunktion F_L der Verlustvariablen L ausgewertet im Punkt $1 - \alpha$.

Die Abbildung 2.4.1 illustriert die vorstehend ausgeführte elementare Definition des Value at Risk.

Entsprechend dem durch die Beziehung (2.4.3) dokumentierten Zusammenhang zwischen dem VaR zum Niveau α und dem $(1 - \alpha)$ -Quantil kann nun die allgemeine Quantildefinition (2.3.5) entsprechend zur Definition des VaR im allgemeinen Fall verwendet werden. Diese

⁹ Und entsprechend die Größe $1 - \alpha$ als Konfidenzniveau, oder auch als Sicherheitsniveau.

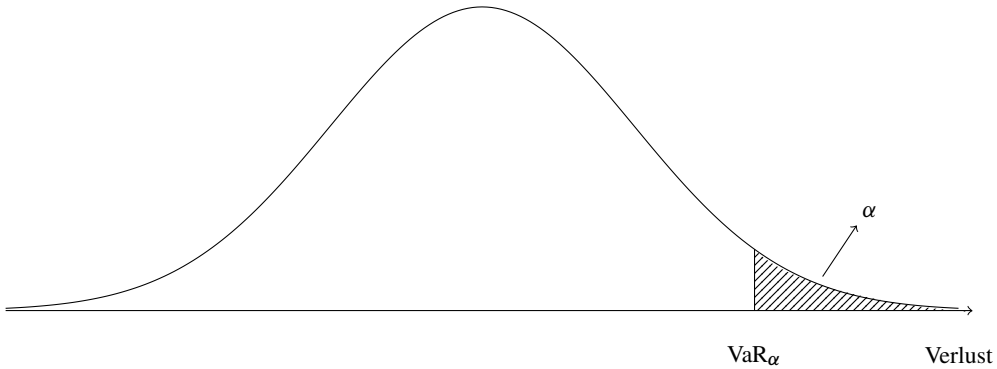


Abbildung 2.4.1: Value at Risk als $(1 - \alpha)$ -Quantil der Verlusthöhe (Dichtefall)

allgemeine Definition des VaR lautet:

$$\begin{aligned}
 \text{VaR}_\alpha [L] &= F_L^{\leftarrow}(1 - \alpha) = \inf\{x; F_L(x) \geq 1 - \alpha\} \\
 &= \inf\{x; P(L \leq x) \geq 1 - \alpha\} \\
 &= \inf\{x; P(L > x) \leq \alpha\}.
 \end{aligned} \tag{2.4.4}$$

Dabei bezeichnet $F_L^{\leftarrow}$ die verallgemeinerte Inverse (2.3.5) der Verteilungsfunktion F_L der Verlustvariablen L . In dieser allgemeinen Definition entspricht der VaR der kleinsten Verlusthöhe x , deren Überschreitungswahrscheinlichkeit höchstens gleich α ist. Dies kann man wie bereits im Falle der elementaren VaR-Definition als $100(1 - \alpha)$ %-Maximalverlust (bzw. alternativ als 100α %-Minimalverlust) apostrophieren.

2.4.2 Interpretation des VaR als Risikokapital

Neben der Interpretation des VaR als wahrscheinlichem Maximalverlust lässt sich der VaR auch als notwendiges Risikokapital auffassen. Die Vorstellung ist, dass ein realisierter Verlust entweder ganz oder zumindest teilweise durch ein vorhandenes oder gestelltes Risikokapital finanziert werden kann. Bezeichnet L wiederum die Verlustvariable und steht ein Risikokapital C zur Verlustfinanzierung zur Verfügung, so ist die Verlusthöhe *nach* Inanspruchnahme von Risikokapital gegeben durch $L - C$ und es gilt im Falle $C = \text{VaR}_\alpha [L] = Q_{1-\alpha}[L]$ auf der Basis von (2.4.4)

$$P(L - C > 0) = P(L > C) = P(L > Q_{1-\alpha}[L]) \leq \alpha. \tag{2.4.5}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass nach der Inanspruchnahme von Risikokapital als Verlustpuffer noch ein positiver Verlust bestehen bleibt, ist somit höchstens gleich dem vorgegebenen Signifikanzniveau α .

2.4.3 Beispiele für Verlustvariable

Betrachten wir nun einige zentrale Beispiele für Verlustvariable L , deren Value at Risk wir bestimmen wollen. Im Kontext von Ausfallrisiken, wie sie in Kapitel 5 und 6 behandelt wer-

den, entspricht L dem Verlust aus einem Kreditportfolio über einen bestimmten Zeitraum. Ein weiteres Beispiel bietet der Kontext der Schadenversicherung, die wir in Kapitel 7 behandeln werden. Hier betrachtet man den akkumulierten Gesamtschaden S eines Versicherungsportfolios über eine bestimmte Zeitperiode (typischerweise ein Jahr). Diese akkumulierte Schadenhöhe ist im vorliegenden Kontext identisch mit der Verlustvariablen, d. h. es gilt $L = S$.

Als drittes Beispiel betrachten wir den Fall von Marktrisiken, wie sie in Kapitel 4 behandelt werden. Hier ist der Ausgangspunkt zunächst eine Erfolgsgröße, nämlich die Änderung ΔV des Marktwerts einer bestimmten Finanzposition über ein festgelegtes Zeitintervall. Die korrespondierende Verlustvariable ergibt sich in diesem Fall zu $L := -\Delta V$ (negative Marktwertänderungen bedeuten positive Verluste). Für den Value at Risk $\text{VaR}_\alpha = \text{VaR}_\alpha[L] = Q_{1-\alpha}[L]$ im Marktrisiko-fall gilt dann alternativ

$$\text{VaR}_\alpha = Q_{1-\alpha}[-\Delta V] . \quad (2.4.6)$$

Beschränkt man sich auf den Dichtefall (der allgemeine Zusammenhang wird in Anhang 2.A dargestellt), so ergibt sich auf der Grundlage der Transformationsregel (2.3.15) $Q_{1-\alpha}[\Delta V] = -Q_\alpha[\Delta V]$, d. h. es gilt

$$\text{VaR}_\alpha = -Q_\alpha[\Delta V] . \quad (2.4.7)$$

Dieser Zusammenhang wird in der Literatur dazu benutzt, den Value at Risk alternativ in Termen der Erfolgsgröße ΔV zu definieren. Im Dichtefall gilt

$$P(\Delta V < -\text{VaR}_\alpha) = P(\Delta V < Q_\alpha[\Delta V]) = P(\Delta V \leq Q_\alpha[\Delta V]) = \alpha . \quad (2.4.8)$$

Im vorliegenden Kapitel verwenden wir den Value at Risk-Operator $\text{VaR}_\alpha[\cdot]$ konventionsgemäß jedoch ausschließlich für Verlustvariable, um eine Eindeutigkeit dieses Operators zu gewährleisten.

2.4.4 Konzeption eines diskontierten Value at Risk

Wir nehmen zunächst die im Abschnitt 2.4.2 dargestellte Risikokapitalinterpretation des VaR als Ausgangspunkt. Eine Variante der Bedingungsgleichung (2.4.5) erhalten wir dann durch Berücksichtigung der Möglichkeit, das Risikokapital zinsbringend anlegen zu können. Gehen wir davon aus, dass im Zeitpunkt $t = 0$ ein Risikokapital in Höhe von C_0 bereitgestellt wurde und dieses Risikokapital für eine Periode zum risikolosen Zins r_0 (bezogen auf die betrachtete Periode) angelegt werden kann, so steht im Zeitpunkt $t = 1$ ein Risikokapital in Höhe von $C_0(1 + r_0)$ zur Verlustfinanzierung zur Verfügung. Der Verlust nach Inanspruchnahme des aufgezinsten Risikokapitals beträgt mithin $L - C_0(1 + r_0)$ und es ist in Analogie zu Beziehung (2.4.5) entsprechend zu fordern (wobei wir der Einfachheit halber vom Dichtefall ausgehen)

$$P(L - C_0(1 + r_0) > 0) = P(L > C_0(1 + r_0)) = \alpha . \quad (2.4.9)$$

Wir bezeichnen die aus dieser Bedingungsgleichung resultierende Größe C_0 als diskontierten VaR (zum Signifikanzniveau α), $C_0 = \text{D-VaR} = \text{D-VaR}_\alpha$. Offenbar entspricht nun aber der

Wert $C_0(1 + r_0)$ genau dem $(1 - \alpha)$ -Quantil der Verlustvariablen L , d.h. $C_0(1 + r_0) = Q_{1-\alpha}[L] = \text{VaR}_\alpha[L]$. Damit erhalten wir insgesamt

$$\text{D-VaR}_\alpha = \frac{\text{VaR}_\alpha[L]}{1 + r_0}. \quad (2.4.10)$$

Der diskontierte VaR ergibt sich somit gerade durch Diskontierung des (wie bisher, d.h. auf der Basis der Forderung (2.4.1), definierten) Value at Risk. Aus einer intuitiven Sicht muss man, wenn man eine Verzinsung des Risikokapitals berücksichtigt, entsprechend in $t = 0$ weniger an Kapital bereitstellen, um in $t = 1$ einen Verlust zu finanzieren.

Offenbar ist die Forderung (2.4.9) ferner äquivalent zu der Forderung

$$P\left(\frac{L}{1 + r_0} > \text{D-VaR}_\alpha\right) = \alpha. \quad (2.4.11)$$

Man kann also alternativ auch so vorgehen, dass man den diskontierten Verlust (bzw. im Marktrisikofall äquivalent den diskontierten Erfolg) als Ausgangspunkt für die Definition des diskontierten VaR nimmt und es resultiert

$$\text{D-VaR}_\alpha = Q_{1-\alpha}\left[\frac{L}{1 + r_0}\right] = \frac{1}{1 + r_0} Q_{1-\alpha}[L] = \frac{\text{VaR}_\alpha[L]}{1 + r_0},$$

d.h. wiederum die Beziehung (2.4.10).

Eine alternative Vorgehensweise, um zu einer Konzeption eines diskontierten VaR zu gelangen, besteht darin, den Marktrisikofall zu betrachten und von einer kreditfinanzierten Finanzposition auszugehen. Der Periodenerfolg dieser Position beträgt nun nicht mehr wie in Abschnitt 2.4.3 $G = \Delta V = V_1 - v_0$, sondern nunmehr $G_{\text{KF}} = V_1 - v_0(1 + r_0)$, wobei r_0 dem Kreditzins für die betreffende Periode entspreche. Dem liegt die Überlegung zugrunde, dass aus dem Wert V_1 der Finanzposition in $t = 1$ sowohl der anfängliche Kredit in Höhe von v_0 als auch der darauf entfallende Kreditzins $r_0 v_0$ zu tilgen ist. Entsprechend gilt für die Verlustvariable $L_{\text{KF}} = v_0(1 + r_0) - V_1$. Geht man von diesem Kontext aus und fasst den VaR, den wir nunmehr mit KF-VaR bezeichnen, als kritische Verlusthöhe auf, so lautet die Anforderung entsprechend

$$P(L_{\text{KF}} > \text{KF-VaR}_\alpha) = P(v_0(1 + r_0) - V_1 > \text{KF-VaR}_\alpha) = \alpha. \quad (2.4.12)$$

Die Anforderung an den diskontierten VaR gemäß (2.4.9) lautet hingegen gemäß Beziehung (2.4.11)

$$P\left(\frac{v_0 - V_1}{1 + r_0} > \text{D-VaR}_\alpha\right) = \alpha.$$

Offenbar ist dies eine andere Anforderung als (2.4.12), d.h. wir erhalten auf der Basis von unterschiedlichen ökonomischen Ausgangspunkten entsprechend unterschiedliche Versionen eines diskontierten VaR.

Eine zum Falle der Kreditfinanzierung analoge Vorgehensweise ergibt sich, wenn der Zins r_0 nicht einem Kreditzins entspricht, sondern die Opportunitätskosten einer alternativen Anlage (hier der alternativen Anlage zum sicheren Zins) repräsentiert. Ein Erfolg kommt

im Rahmen einer solchen Betrachtungsweise erst dann zustande, wenn $V_1 > v_0(1 + r_0)$, d. h. durch Eingehen der Finanzposition wird mehr erwirtschaftet als bei der (sicheren) Alternativanlage des Betrags v_0 .

Zu einer weiteren Variante eines diskontierten VaR gelangt man, wenn man von einem Barwertansatz ausgeht, wie beispielsweise Alexander (2008, S. 13) dies tut. Die betreffende Erfolgsvariable ist in diesem Falle der Barwert $BW = V_1(1 + r_0)^{-1} - v_0$, wobei r_0 dem benutzten Diskontierungszins (typischerweise dem sicheren Zins für die betrachtete Zeitperiode) entspricht. Die korrespondierende Verlustvariable lautet $L_{BW} = v_0 - V_1(1 + r_0)^{-1}$. Die entsprechende Forderung an den VaR, hier mit BW-VaR bezeichnet, lautet dann

$$P(v_0 - V_1(1 + r_0)^{-1} > BW\text{-VaR}_\alpha) = \alpha. \quad (2.4.13a)$$

Hierzu äquivalent ist die Bedingung

$$P(v_0(1 + r_0) - V_1 > (1 + r_0) BW\text{-VaR}_\alpha) = \alpha. \quad (2.4.13b)$$

Im Vergleich zu (2.4.12) haben wir somit

$$(1 + r_0) BW\text{-VaR} = KF\text{-VaR}$$

bzw.

$$BW\text{-VaR} = \frac{KF\text{-VaR}}{1 + r_0}. \quad (2.4.14)$$

Der Barwert-VaR nach Alexander (2008) entspricht somit dem Barwert (Gegenwartswert) des KF-VaR. Dieser resultierte aus der Konstellation einer Kreditfinanzierung bzw. alternativ aus einer Opportunitätskostenbetrachtung. Im Rahmen einer Interpretation als kritische Verlustgröße ist es unseres Erachtens sinnvoller, in einer solchen Konstellation direkt mit dem KF-VaR zu arbeiten. Zudem macht (2.4.14) deutlich, dass die Konzeption des Barwert-VaR die implizite Prämisse beinhaltet, dass der BW-VaR zum sicheren Zins angelegt werden muss, um in $t = 1$ ausreichend hoch für eine Verlustfinanzierung (auf Basis der zu den betrachteten Konstellationen korrespondierenden Verlustdefinition) zu sein. Vor diesem Hintergrund ist der BW-VaR als diskontierte kritische Verlusthöhe zu verstehen.

Insgesamt zeigen die vorstehend beispielhaft diskutierten Fälle, dass man in ökonomisch plausibler Form Zins- bzw. Diskontierungsüberlegungen in die VaR-Berechnung einbinden kann. Hierfür gibt es jedoch alternative Umsetzungsmöglichkeiten. Es ist daher im Einzelfall zu präzisieren und transparent zu machen, von welcher ökonomischen Situation man ausgeht.

2.4.5 Konzeptionen eines Rendite-Value at Risk

Im Falle von Marktrisiken bestehen weitere Varianten, die in der Literatur betrachtet werden. Hierbei steht nicht die Risikokapitalinterpretation des VaR im Vordergrund, sondern seine Eigenschaft als kritische Verlustgröße, d. h. als $100(1 - \alpha) \%$ – Maximalverlust. Dazu gehen wir zunächst aus von der zeitdiskreten Einperiodenrendite R der Finanzposition, d. h. von der relativen Wertänderung im Gegensatz zur absoluten Wertänderung ΔV . Die Einperiodenrendite R ist eine (relative) Erfolgsgröße, die korrespondierende Verlustvariable lautet $L = -R$. Damit können wir den (diskreten) Rendite-Value at Risk R-VaR definieren durch

$$R\text{-VaR}_\alpha := \text{VaR}_\alpha[-R] = Q_{1-\alpha}[-R]. \quad (2.4.15)$$

Im Dichtefall ergibt sich aufgrund der Beziehung (2.3.15) die folgende äquivalente Darstellung:

$$R\text{-VaR}_\alpha = -Q_\alpha[R] . \quad (2.4.16)$$

Die Größe $Q_\alpha[R]$ wird in der Literatur teilweise auch als Probable Minimum Return $\text{PMR}_\alpha[R]$ bezeichnet, denn es gelten die Bedingungsgleichungen $P(R \leq \text{PMR}_\alpha[R]) = \alpha$ bzw. $P(R > \text{PMR}_\alpha[R]) = 1 - \alpha$. Im Dichtefall gilt somit

$$R\text{-VaR}_\alpha = -\text{PMR}_\alpha[R] . \quad (2.4.17)$$

Welche Beziehungen bestehen nun zwischen den Größen R-VaR und VaR? Zunächst gilt auf der Ebene der Größen R und ΔV :

$$R = \frac{V_1 - v_0}{v_0} = \frac{\Delta V}{v_0} \quad \text{bzw.} \quad \Delta V = v_0 \cdot R . \quad (2.4.18)$$

Damit erhalten wir aus (2.4.15)

$$\begin{aligned} R\text{-VaR}_\alpha &:= Q_{1-\alpha}[-R] = Q_{1-\alpha}[-\Delta V/v_0] \\ &= Q_{1-\alpha}[-\Delta V]/v_0 = \text{VaR}_\alpha/v_0 . \end{aligned} \quad (2.4.19)$$

Die dritte Gleichung der Beziehung (2.4.19) folgt aus der Transformationsregel (2.3.12). Umgekehrt gilt aufgrund von (2.4.19) entsprechend

$$\text{VaR}_\alpha := Q_{1-\alpha}[-\Delta V] = v_0 \cdot R\text{-VaR}_\alpha . \quad (2.4.20)$$

Insgesamt haben wir damit das Ergebnis, dass sich die in (2.4.18) festgehaltenen Beziehungen zwischen den Größen ΔV und R in identischer Weise auf die Beziehungen zwischen den Value at Risk-Werten $\text{VaR}_\alpha[\Delta V]$ und $R\text{-VaR}_\alpha$ übertragen.

Aufgrund von (2.4.19) erhalten wir zudem eine Risikokapitalinterpretation des Rendite-VaR, nämlich als Risikokapital in Prozent des Anfangsvermögens (des eingesetzten Kapitals) v_0 („prozentuales Risikokapital“).

Eine analoge Variante im Kontext von Marktrisiken besteht darin, anstelle von der zeitdiskreten Einperiodenrendite R von der zeitstetigen Rendite (Logrendite) $U = \ln(1 + R)$ auszugehen. Der VaR auf der Ebene der Logrenditen, den wir im Weiteren mit U-VaR bezeichnen, ergibt sich damit in Analogie zu (2.4.15) zu

$$U\text{-VaR}_\alpha := \text{VaR}_\alpha[-U] = Q_{1-\alpha}[-U] . \quad (2.4.21)$$

Im Dichtefall erhalten wir entsprechend zu (2.4.16) die äquivalente Darstellung

$$U\text{-VaR}_\alpha = -Q_\alpha[U] . \quad (2.4.22)$$

Ferner besteht die allgemeine Beziehung

$$R\text{-VaR}_\alpha = 1 - \exp(-U\text{-VaR}_\alpha) \quad (2.4.23)$$

zwischen dem diskreten Rendite-VaR und dem VaR auf der Ebene der Logrenditen. Dies erkennt man wie folgt. Zunächst gilt $R = \exp(U) - 1$ und damit $-R = 1 - \exp(U) =$

Tabelle 2.4.1: Umrechnung von Wertänderungs-, Verlust- und Renditegrößen

Absolute Wertänderung	$\Delta V = V_1 - v_0$
Verlustvariable	$L = -\Delta V = v_0 - V_1$
Diskrete Rendite	$R = \frac{\Delta V}{v_0} = \frac{V_1 - v_0}{v_0} = \frac{V_1}{v_0} - 1$
Logrendite	$U = \ln(V_1/v_0)$
Beziehungen zwischen diesen Grundgrößen	
$R = e^U - 1$ bzw. $U = \ln(1 + R)$	(U1)
$\Delta V = v_0 \left(\frac{V_1}{v_0} - 1 \right) = v_0 (e^U - 1)$	(U2)
$L = -\Delta V = v_0 (1 - e^U)$	(U3)
$L = -v_0 \frac{V_1 - v_0}{v_0} = -v_0 \cdot R$	(U4)

$1 - \exp(-(-U))$. Damit haben wir aufgrund der Transformationsregel (2.3.11) $R\text{-VaR}_\alpha = Q_{1-\alpha}[-R] = 1 - \exp(-Q_{1-\alpha}[-U]) = 1 - \exp(-U\text{-VaR}_\alpha)$.

Als weiteres Fazit der vorstehenden Betrachtungen können wir festhalten, dass es auf der einen Seite unterschiedliche Ebenen für die Spezifikation der Zufallsgesetzmäßigkeit gibt (absolute Wertänderungen, diskrete Rendite, Logrendite) und auf der anderen Seite unterschiedliche Evaluationsvarianten des Value at Risk (dito). Die Umrechnungstabelle 2.4.1 beinhaltet eine standardisierte Referenz für entsprechende Anwendungen im weiteren Verlauf dieses Texts, wobei wir uns an dieser Stelle auf den Einperiodenfall beschränken.

2.4.6 Spezifikation des Sicherheitsniveaus

Zum praktischen Einsatz des Value at Risk im Rahmen des risikopolitischen Instrumentariums ist nicht nur die Spezifizierung der Verteilung der Verlustvariable L erforderlich, sondern auch die Spezifizierung des Signifikanzniveaus α bzw. äquivalent des Konfidenzniveaus (Sicherheitsniveaus) $1 - \alpha$. Dieser Punkt soll im Weiteren näher beleuchtet werden.

Auf Unternehmensebene, d. h. bei Betrachtung des aggregierten Risikos des Unternehmens, kann das erforderliche Signifikanzniveau α über ein angestrebtes Unternehmensrating festgelegt werden. Die großen Ratinggesellschaften veröffentlichen regelmäßig Material¹⁰ über die einjährigen historischen Übergangs- und Ausfallhäufigkeiten der von ihnen gerateten Unternehmen. Die Blum et al. (2010, S. 16) entnommene Tabelle 2.4.2 beinhaltet

¹⁰ Vgl. hierzu näher Anhang 5.A.