

Philosophische Bibliothek · BoD

Bernard Bolzano  
Grundlegung der Logik

Wissenschaftslehre I/II









BERNARD BOLZANO'S

# Grundlegung der Logik

Ausgewählte Paragraphen  
aus der *Wissenschaftslehre, Band I und II*

Mit ergänzenden Textzusammenfassungen  
einer Einleitung und Registern herausgegeben von

FRIEDRICH KAMBARTEL

FELIX MEINER VERLAG  
HAMBURG

Im Digitaldruck »on demand« hergestelltes, inhaltlich mit dem 2. durchgesehenen Nachdruck von 1978 identisches Exemplar. Wir bitten um Verständnis für unvermeidliche Abweichungen in der Ausstattung, die der Einzelfertigung geschuldet sind. Weitere Informationen unter: [www.meiner.de/bod](http://www.meiner.de/bod).

Bibliographische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <http://portal.dnb.de> abrufbar.  
ISBN 978-3-7873-0450-9  
ISBN eBook: 978-3-7873-2626-6

© Felix Meiner Verlag GmbH, Hamburg 1978. Alle Rechte vorbehalten. Dies gilt auch für Vervielfältigungen, Übertragungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen, soweit es nicht §§ 53 und 54 URG ausdrücklich gestatten. Gesamtherstellung: BoD, Norderstedt. Gedruckt auf alterungsbeständigem Werkdruckpapier, hergestellt aus 100% chlorfrei gebleichtem Zellstoff. Printed in Germany.

[www.meiner.de](http://www.meiner.de)

## INHALT

### Einleitung des Herausgebers

Der philosophische Standpunkt der Bolzanoschen Wissenschaftslehre — Zum Problem des «An sich» bei Bolzano . . . . .	VII-XXIX
Wirkungsgeschichtliches zur W-L. — Einteilung der W-L. — Die philosophische Grundposition der W-L. — Bolzano und Kant — Bolzano und Platon — Vor- stellung und Satz an sich als Sinnkategorien — Bolzano und Frege — Bolzano, Empirismus und Transzendentalphilosophie — Bolzano und Leibniz.	
Die logische Grundposition der Bolzanoschen Wissenschaftslehre — Ableitbarkeit und Abfolge	XXIX-LIV
Bolzanos Logikbegriff und die formalisierte Logik — Bolzanos Ableitbarkeitsbegriff — Bolzano und die logistische Semantik — Logischer und Bolzanoscher Ableitbarkeitsbegriff — Analytische und synthetische Sätze bei Bolzano — Der Begriff der Abfolge — Bolzanos Begriff der Erklärung — Einfachheitskri- terien beim Wissenschaftsaufbau	
Zur Einführung in die vorliegende Auswahl . .	LIV-LXII
Textgeschichte der W-L. — Auswahlprinzipien — Textgestalt und Apparat	
Inhaltsübersicht zur Wissenschaftslehre Bd. I . .	LXIII
Inhaltsübersicht zur Wissenschaftslehre Bd. II . .	LXVII
Text und Zusammenfassungen der §§ 1—120 . . .	1—195
(= Wissenschaftslehre Bd. I)	
Text und Zusammenfassungen der §§ 121—268 . .	197—365
(= Wissenschaftslehre Bd. II)	
Bibliographie . . . . .	366
Personenregister . . . . .	370
Sachregister . . . . .	372

## Bernard Bolzano

\*5. 10. 1781 in Prag als Sohn eines nach Böhmen eingewanderten italienischen Kunsthändlers und einer Prager Kaufmannstochter. Nach Besuch des Gymnasiums der Piaristen ab 1796 philosophische, theologische und mathematische Studien an der Universität Prag — 1804 Erstlingswerk: *Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie* — 7. 4. 1805 Priesterweihe — 17. 4. 1805 Promotion zum Doktor der Philosophie — 19. 4. 1805 provisonischer Professor der Religionslehre an der philosophischen Fakultät der Universität Prag — 1807 endgültige Bestätigung in seinem Amte, mit der Auflage, nach dem Lehrbuch der Religionswissenschaft des Wiener Hofkaplans *Frint* (1805 ff.) zu lesen — 1811 Befreiung von dieser Auflage, Beginn der selbständigen Vorlesungen, die die Grundlage des 1834 von Schülern B.'s herausgegebenen *Lehrbuches der Religionswissenschaft* bilden — daneben logische und mathematische Forschungen, u. a. 1817 Beweis des später sogenannten *Satzes von Bolzano-Weierstraß* — seit 1817 verstärkte Aktivität der katholischen Restauration gegen die von B. (besonders durch seine von 1805 bis Januar 1820 vor zeitweilig durchschnittlich 1000 Studenten und Prager Bürgern gehaltenen *Erbauungsreden*) angeregte «Böhmische Aufklärung», die eine rationale Durchdringung des Katholizismus mit konkreten sozialpolitischen Reformvorstellungen verband — mit Hofdekret vom 24. 12. 1819 Entlassung B.'s aus seinem Lehramt — 1820 Beginn der Arbeit an der *Wissenschaftslehre* — seit 1823 zeitweiliger, seit 1830 bis 1841 ständiger Aufenthalt auf dem Landgut der befreundeten Familie *Hoffmann*; Pflege des häufig Kranken, nach dem Tode seiner Mutter fremder Pflege bedürftigen B. durch Frau Anna Hoffmann — 1827 *Athanasia oder Gründe für die Unsterblichkeit der Seele*, eine monadologische Trostschrift für A. Hoffmann zum Tode ihres letzten Kindes — 1837 Erscheinungsjahr der *Wissenschaftslehre* — in den letzten teilweise wieder in Prag verbrachten Jahren Arbeit an einem *mengentheoretischen* Werk, den 1851 von B.'s Prihonsky herausgegebenen *Paradoxien des Unendlichen*, ferner an einer als Grundlegung der gesamten Mathematik gedachten *Größenlehre*; Entdeckung einer *stetigen, obwohl nirgends differenzierbaren Funktion*; Entwurf der Sozialutopie *Vom besten Staate* (1932 hrsg. von A. Kowalewski) — † 18. 12. 1848 in Prag an einem fast sein ganzes Leben begleitenden Lungenleiden, begraben auf dem Wolschaner Friedhof.

Ausführliche biographische Unterrichtung bieten die ohne vorheriges Wissen B.'s von seinem Freunde M. J. Fesl 1836 herausgegebene *Lebensbeschreibung des Dr. B. Bolzano*, ein für A. Hoffmann geschriebener autobiographischer Bericht, ferner *E. Winter: Bernard Bolzano und sein Kreis* (Leipzig 1933), *ders.: Leben und geistige Entwicklung des Sozialethikers und Mathematikers Bernard Bolzano 1781—1848* (*Hallische Monographien* 14, 1949).

## Einleitung des Herausgebers

Der philosophische Standpunkt  
der Bolzanoschen Wissenschaftslehre  
Zum Problem des „An sich“ bei Bolzano

Edmund *Husserl* hat um die Jahrhundertwende Bolzanos *Wissenschaftslehre* ein Werk genannt, „das in Sachen der logischen ‚Elementarlehre‘ alles weit zurückläßt, was die Weltliteratur an systematischen Entwürfen der Logik darbietet“, und den Prager Mathematiker und Philosophen als „einen der größten Logiker aller Zeiten“ gefeiert<sup>1</sup>). Heinrich *Scholz* stellt 1937 dem Descartes-Bezug dieses Jahres, daß es nämlich das dritte Jahrhundert seit dem Erscheinen des *Discours de la méthode* vollendet, das Bolzanos-jubiläum zur Seite: ein Jahrhundert sei seit 1837, dem Erscheinungsjahr der *Wissenschaftslehre* Bolzanos, vergangen<sup>2</sup>). Mit dem ihm eigenen Pathos erklärt Scholz: „Wenn Bolzano nichts weiter hinterlassen hätte als die 5 Paragraphen 164—168 der *Wissenschaftslehre*, so würde er nach meinem Urteil auf Grund dieser Paragraphen zu den Klassikern der Wissenschaftslehre zu rechnen sein; und wenn durch ein Schicksal, das wir lieber nicht ausdenken wollen, die ganze Bolzanosche *Wissenschaftslehre* bis auf 15 Seiten verloren ginge und nur SS 197—211 des zweiten Bandes der *Wissenschaftslehre* erhalten blieben, so würden wir immer noch mit einer wesentlichen Genauigkeit wissen,

<sup>1</sup> Cf. *Logische Untersuchungen I: Prolegomena zur reinen Logik* (1900), S. 225.

<sup>2</sup> Cf. *Die Wissenschaftslehre Bolzanos — Eine Jahrhundertbetrachtung*, zuerst in: *Abh. d. Fries'schen Schule* N. F. VI (1937), S. 401 ff., Neudruck in: Heinrich Scholz, *Mathesis Universalis — Abhandlungen zur Philosophie als strenger Wissenschaft* (Basel, Stuttgart 1961), S. 219 ff.

was für ein Denker Bolzano gewesen ist.“<sup>3</sup>) — Die großen Worte, mit denen so das Hauptwerk des *Philosophen* Bolzano gefeiert wird, stehen in einem merkwürdigen Mißverhältnis zu dem Maß der Kenntnis, die man von seinen wissenschaftstheoretischen Untersuchungen genommen, und dem buchhändlerischen Erfolg, den die vierbändige *Wissenschaftslehre* gehabt hat. Von der ersten Auflage wurden nur wenige Exemplare verkauft. Eduard Winter urteilt: „Die einzigen wertvollen Besprechungen und Anzeigen seines Buches stammen von Bolzano selbst. . . Immer deutlicher erkennt er, daß er sozusagen der einzige ist, der sein Werk wirklich gelesen hat.“<sup>4</sup>) Scholz, der den 1929—31 erfolgten Neudruck der gesamten *Wissenschaftslehre* als großes Ereignis feiert<sup>5</sup>), muß einige Jahre später inmitten aller logischen Leidenschaft seiner Jahrhundertbetrachtung anmerken, daß der Preis je Band auf 10 Mk heruntersetzt und damit „so niedrig sei, wie er zur Zeit nur für ein Standwerk der Logik angesetzt werden kann“<sup>6</sup>). Husserl wie Scholz haben es nicht vermocht, in den philosophischen Schulen, die unter ihrer Wirkung standen, Phänomenologie und mathematischer Logik, ein eingehendes und verbreitetes Bolzanosstudium hervorzurufen. Die Scholzischen Hinweise auf die Vorwegnahme gewisser Grundbegriffe der logistischen Semantik durch Bolzano bewirkten im wesentlichen, daß in Lehrbüchern der formalen Logik hier und da das Vorläufertum Bolzanos angemerkt wurde<sup>7</sup>). Husserl selbst

<sup>3</sup> *Mathesis Universalis*, S. 232. Cf. dazu unten S. LVIII

<sup>4</sup> Cf. *B. Bolzano und sein Kreis* (Leipzig 1933), S. 164 f. Eine der Bolzanoschen Selbstanzeigen hat E. Winter als Beilage zu seinem Buch: *Leben und geistige Entwicklung des Sozialethikers und Mathematikers B. Bolzano 1781—1848* (Halle/S. 1949) aus dem Nachlaß Bolzanos herausgegeben. Eine mit diesem Nachlaßmanuskript nicht identische Fassung war 1838 in den *Freyemüthigen Blättern* (Stuttgart) XI, S. 331 ff. erschienen.

<sup>5</sup> *Dt. Lit-Ztg* 51 (1930), Sp. 1963 ff.; 52 (1931), Sp. 2152 ff.

<sup>6</sup> a. a. O. Anm. 1.

<sup>7</sup> In den letzten Jahren mehren sich hier allerdings Anzeichen einer zunehmenden Diskussion der Bolzanoschen Wissenschaftslehre. Hier sind u. a. zu nennen: Y. Bar-Hillel: *Bolzano's definition of analytic propositions*, in: *Theoria* 16 (Lund 1950), S. 91 ff; ders.: *Bolzano's propositional logic*, in: *Archiv für math. Log. u. Grundl.forschg.* 1

kommt in seinen späteren philosophiegeschichtlichen Interpretationen kaum noch auf Bolzano zurück<sup>8</sup>); so mußte auch der phänomenologischen Schule die frühe Anknüpfung der *Logischen Untersuchungen* an die *Wissenschaftslehre* episodenhaft erscheinen. Der „böhmische Leibniz“ blieb vor allem eine Sache der Böhmen und des Universitätskreises der alten Donaumonarchie<sup>9</sup>). Die „beste Einführung in die philosophische Gesamtleistung Bolzanos“ (Scholz) und die Untersuchung des verzweigten biographischen, politischen, wissenschaftlichen und religiösen Beziehungsfeldes, in dem Bolzano stand, sind Gelehrten, die aus der Prager Universität hervorgingen, zu verdanken: Hugo Bergmann<sup>10</sup>) und Eduard Winter<sup>11</sup>). Die Neudrucke der *Wissenschaftslehre* von 1914 und 1929—31 wurden von dem Wiener Philosophen Alois Höfler, später von seinem Schüler Wolfgang Schultz herausgegeben. Ein Zentrum der Bolzanosforschung waren ferner die ungarischen Hochschulen: Melchior Palágyis Studie zum Verhältnis von Kant und Bolzano<sup>12</sup>) und die *Logik* von Akos von Pauler<sup>13</sup>) sind aus diesem Wirkungsbereich hervorgegangen. Auch der Mähre Husserl, der in Wien studiert hat, wo vor allem

(1952), S. 305 ff.; G. Buhl: *Ableitbarkeit und Abfolge in der Wissenschaftstheorie Bolzanos*, Kantstudien Erg. Heft 83 (Köln 1961); J. Berg: *Bolzano's Logic*, Stockholm Studies in Philosophy 2 (1962). Die Beiträge von Berg und Buhl ergänzen sich in schöner Weise zu der wohl besten umfassenden Einführung in die ersten beiden Bände der *Wissenschaftslehre* Bolzanos, die augenblicklich greifbar ist.

<sup>8</sup> „Die Phänomenologie war hier in der logischen Sphäre, wie überhaupt dem großen Logiker etwas völlig Fremdes“, heißt es in den *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Philosophie*, Husserliana III, S. 236 f.

<sup>9</sup> Das zeigt auch die umfangreiche Bibliographie der Literatur zu Bolzano, die J. Berg im Anhang seiner Studie über *Bolzano's Logic* zusammengestellt hat.

<sup>10</sup> *Das philosophische Werk B. Bolzanos*, Halle/S. 1909.

<sup>11</sup> Cf. u. a. die in Anm. 4 genannten Arbeiten.

<sup>12</sup> Halle/S. 1902.

<sup>13</sup> Berlin 1929. Cf. auch A. von Pauler: *Grundlagen der Philosophie* (Leipzig 1925), §§ 85, 211.

K. Twardowski auf Bolzano hinwies<sup>14</sup>), mag seine Kenntnis und Hochschätzung Bolzanos aus diesem Zusammenhang bezogen haben.

Die Wirkungsgeschichte Bolzanos steht so in genauem Gegensatz zur Entwicklung der Auseinandersetzung um die Theorien des ihm in so vielem nahestehenden Logikers und Mathematikers Gottlob Frege. Während die weltweite Diskussion um die logische Position Freges noch immer nur mühsam erzwingt, daß seine Bedeutung auch in seinem Geburtslande anerkannt wird, gelingt es der einem begrenzten Bereich entstammenden Bolzanoschule nicht, ein *universales* Interesse für einen nur von ihr selbst als Großen des Geistes Gewußten hervorzurufen. Hier vermag das Bewußtsein der Bedeutung nicht von außen nach innen, dort nicht von innen nach außen zu dringen. Freilich sind so zunächst nur wirkungsgeschichtliche Fakten zu einem äußeren Bilde zusammengestellt. Philosophisch relevant werden diese Daten erst dann, wenn sie als Indiz einer inhaltlichen Bestimmung der Bolzanoschen Grundposition in ihrem Verhältnis zum gegenwärtigen philosophischen Gedanken gedeutet und damit auf ihren Grund zurückgeführt, begriffen sind.

Die klare, einfache Grundkonzeption der *Wissenschaftslehre* macht es möglich, ihr gedankliches Gerüst in wenigen Sätzen wiederzugeben. Bolzano selbst hat diese Struktur im § 15 dargelegt. Unter *Wissenschaftslehre* im *engeren* Begriff versteht er „den Inbegriff aller derjenigen Regeln, nach denen wir bei dem Geschäfte der Abteilung des gesamten Gebietes der Wissenschaft in einzelne Wissenschaften und bei der Darstellung derselben in eigenen Lehrbüchern vorgehen müssen, wenn wir recht zweckmäßig

<sup>14</sup> Cf. u. a. *Zur Lehre vom Inhalt und Gegenstand der Vorstellungen* (Wien 1894). Twardowski wurde später zum Anreger und Gründer jener polnischen Philosophenschule, aus der die logistische Semantik hervorging. Die Verwandtschaft der Untersuchungen Tarskis mit Begriffsbildungen der Bolzanoschen *Wissenschaftslehre* braucht so nicht durch eine *zufällige* Zweitentdeckung erklärt zu werden. Tarski ist über seine philosophischen und logischen Lehrer zumindest mittelbar mit Bolzano im Gespräch gewesen.

vorgehen wollen“ (§ 1—I, 7)<sup>15</sup>). Die so bestimmte Disziplin (*eigentliche Wissenschaftslehre*) wird jedoch erst im vierten Bande (§§ 392—718) abgehandelt. Die Wissenschaften stellen für Bolzano „Inbegriffe von Wahrheiten“ dar (§ 1 u. a.). Der Leser der Bolzanoschen Wissenschaftslehre im engeren Verstande erfährt also, auf welche Weise er *Wahrheiten* einteilen und systematisch *darstellen* kann. Notwendige Bedingung des hier gelehrten Geschäfts ist nun offenbar, allererst Wahrheiten zu *finden*, an denen es sich sinnvoll vollziehen kann. Daher enthält die Bolzanosche Wissenschaftslehre in *allgemeiner*, durch den Inhalt und Zusammenhang des vierbändigen Werks definierter Bedeutung eine Lehre von der Wahrheitsfindung (*Erfindungskunst, Heuristik*), die §§ 322—391 umfaßt. Die beiden bisher genannten Disziplinen der allgemeinen Wissenschaftslehre, *eigentliche Wissenschaftslehre* und *Heuristik*, stehen nach Bolzano im näheren unter Bedingungen des Erkennens überhaupt von Wahrheiten, im ferneren hängen sie von den Eigenschaften und Beziehungen ab, die Wahrheiten und (als Oberbereich der Wahrheiten) Sätze unabhängig vom Bezug zum erkennenden Bewußtsein haben und eingehen. So stehen in der allgemeinen Wissenschaftslehre der Heuristik eine *Erkenntnislehre* (§§ 269—321) und eine *Elementarlehre* (§§ 46—268) voran. Schließlich scheint es Bolzano nötig, im vorhinein aufzuweisen, daß diesem ganzen Gebäude nicht durch einen radikalen Zweifel an der Existenz oder Erkennbarkeit von Wahrheiten überhaupt jeder Inhalt streitig gemacht werden könne. Die Widerlegung solchen Zweifels ist die Absicht des ersten Teiles der (allgemeinen) Wissenschaftslehre, der *Fundamental-*lehre (§§ 17—45).<sup>16</sup>)

Die Einteilung der *Wissenschaftslehre* spiegelt ihren Grundgedanken wider, nämlich, daß es einen vom erkennenden Bewußtsein und von der Wiedergabe durch die Sprache ontologisch unabhängigen Bereich gebe, der aller Verwirklichung als Bewußtwerdung und Ausdruck voraus-

<sup>15</sup> I, 7 bedeutet *Wissenschaftslehre* Bd. I, S. 7.

<sup>16</sup> §§ 1—16 enthalten einleitende Überlegungen.

liegt: eine Welt reiner Inhalte. Nur diese Annahme rechtfertigt, daß sich eine *Elementarlehre* im Bolzanoschen Sinne von der *Erkenntnislehre* und *eigentlichen Wissenschaftslehre* in seinem Sinne abspalten läßt, d. h. daß sich die Untersuchungen über „Vorstellungen“, „Sätze“ und „Wahrheiten“ scheiden lassen in einen Teil, der sich mit diesen Objekten befaßt, insofern sie Gegenstand eines Bewußtseins (*subjektive* Vorstellung, *Urteil*, *Erkenntnis*) oder einer sprachlichen Darstellung (*Lehrbuch*) sind, und einen Teil, der sich mit ihren davon unabhängigen Eigenschaften und Beziehungen, d. h. mit diesen Objekten „an sich“ beschäftigt. Der ontologische Sinn des Bolzanoschen „an sich“ ist zunächst genauer zu erörtern. Das Gefüge, in dem Bolzano das „an sich“ in den beiden Grundformen „Satz an sich“ (§ 19) und „Vorstellung an sich“ (§ 48) bestimmt, besteht aus den weiteren Bezugspunkten „Wirklichkeit“, „Sprache“, „Denken“. Die Beziehungen zu diesen Positionen, die angegeben werden, sind vor allem negativer Natur: Der *Satz an sich* ist nicht „ausgesprochener“ oder „durch Worte ausgedrückter Satz“, also *nicht Sprachgebilde* in einem äußeren Sinn; er ist *nicht „gedachter Satz“*, d. h. keine bloße Bewußtseinsexistenz; er hat „*kein Dasein* (keine Existenz oder Wirklichkeit)“, das nur seiner sprachlichen oder gedanklichen Repräsentation zukommt. — Analoge Abgrenzungen treten auch bei den von Bolzano als selbst nicht satzartige Bestandteile von Sätzen an sich eingeführten (§ 48, 2.) *Vorstellungen an sich* auf: Die Vorstellung an sich ist vom *Wort* oder der Wortverbindung, durch die sie „angezeigt“, „bezeichnet“ wird, zu trennen; kann doch dasselbe Wort (z. B. „Tor“) zwei gänzlich verschiedene Vorstellungen bedeuten. Die Vorstellung an sich ist von der „Vorstellung in der gewöhnlichen Bedeutung“ als „Erscheinung in unserem Gemüte“ („*subjektive* Vorstellung“) zu unterscheiden. Die Vorstellung an sich ist nicht wie das „Wort“, als äußeres Sprachzeichen verstanden, oder die „subjektive Vorstellung“ etwas *Wirkliches*. Die dritte Bestimmung hängt mit einer weiteren, von Bolzano später (§ 49) verfolgten Abgrenzung zusammen: Die Vorstellung an sich ist nicht zu verwechseln mit ihrem

*Gegenstand*, „jenem (bald existierenden, bald nicht existierenden) Etwas, von dem wir zu sagen pflegen, daß sie es vorstelle, oder daß sie die Vorstellung davon sei“ (I, 219). Während ein Gegenstand einer Vorstellung durchaus wirklich sein (existieren) könne, sei diese Vorstellung selbst als ein Nichtexistierendes eben von diesem Wirklichen zu unterscheiden, wie es ja auch im allgemeinen der Gegenstände mehrere zu ein und derselben Vorstellung gebe. — Positiv werden die Vorstellungen und Sätze an sich als „Stoff“ oder „Sinn“ ihrer Korrelate in Sprache und Denken erklärt (I, 121, 217; II, 89).

Bestimmt man die *Wirklichkeit* der Gegenstände und Gedanken als *Erscheinung*, so sparen die abgrenzenden Erläuterungen Bolzanos einen Bezirk aus, in den sich nicht nur die Sätze und Vorstellungen an sich, sondern auch die *Platonischen Ideen* und das *Kantische Ding an sich* einfügen lassen. Die Kategorie des *An sich* bei Bolzano mag so, ausgehend von den Aussagen darüber, was die Vorstellungen und Sätze an sich nicht seien, nur in der Tradition *Platos* und *Kants* als das eigentlich wirkliche Jenseits einer bloß erscheinenden Wirklichkeit und subjektiven Vorstellung gedeutet, Bolzano als derjenige mißdeutet werden, der den von Kant auf ein gänzlich entleertes, formales Etwas reduzierten, weil nicht selbst erscheinenden Grund der Erscheinung wieder mit dem ganzen inhaltlichen Reichtum eines verzweigten platonischen Ideenkosmos zur Geltung brachte. Die Bolzanosche Trennlinie zwischen Vorstellungen und Sätzen an sich auf der einen und wirklichen Gegenständen und Erscheinungen im Gemüte auf der anderen Seite fällt jedoch weder mit dem Platonischen  $\chi\omega\rho\iota\sigma\mu\acute{o}\varsigma$  noch mit dessen Kantischem Analogon zusammen.

Das Kantische Ding an sich ist, zumindest in der Definition einer das Bewußtsein affizierenden Ursache der Erscheinungen, als Glied einer Art transzendenter Kausalrelation eingeführt. Davon ist beim An-sich-Begriff der logischen *Elementarlehre* Bolzanos keine Rede. Die Vorstellungen und Sätze an sich sind nicht Ursachen von Erscheinungen im Bewußtsein. Als solche wären sie nämlich *wirklich*, wenn man das Bolzanosche Verständnis einer *Ur-*

*sache* (I, 331; II, 208, 349) zugrunde legt. Dies aber verträgt sich nicht mit den schon angeführten Aussagen Bolzanos. Dazu kommt, daß sich für das Kantische Ding an sich in der *Wissenschaftslehre* ein ganz anderer Repräsentant als die Vorstellungen und Sätze an sich finden läßt. Im Dialog mit dem „vollendeten Zweifler“ (§ 42) kritisiert Bolzano Wahrheitsdefinitionen, die die Wahrheit der Erkenntnisse als „eine gewisse Übereinstimmung unserer Vorstellungen mit jenen Gegenständen, auf welche sie sich beziehen“, erklären und dann vor die Schwierigkeit führen, ein sicheres Kriterium solcher Übereinstimmung zu finden, weil das Bewußtsein aus dem Bereich seiner Vorstellungen nicht heraustreten kann (I, 179 f.). Für Bolzano stellt sich so das Problem, einen Bereich der Erkenntnis zu umgrenzen, bei dem die Überzeugung von der Wahrheit eines Satzes nicht davon abhängt, „daß du nebst den Vorstellungen, welche die Gegenstände in dir hervorbringen, noch eine Kenntnis davon, *wie sie an sich sind*, erhieltest, d. h. erführest, was für Wirkungen sie außer denjenigen, die sie in dir erzeugen, noch sonst hervorbringen können“ (I, 181 f.)<sup>17</sup>. Hier tritt die Kantische Unterscheidung von *Ding an sich* und *Erscheinung* in der Form des Gegenübers von *Gegenständen*, die auch Eigenschaften an sich haben, auf der einen und (subjektiven) *Vorstellungen* und *Urteilen*, die sich auf diese Gegenstände beziehen, auf der anderen Seite wieder auf. *Vorstellungen* und *Sätze an sich* gehen in das hier von Bolzano diskutierte Erkenntnismodell gar nicht unmittelbar ein. Deutlich wird das auch aus einer Bemerkung in § 129, in der Bolzano die Wahrheiten an sich als ein „Drittes“

<sup>17</sup> Begründungsmöglichkeiten, die keine Kenntnis des Ansichseins von Gegenständen voraussetzen, sieht Bolzano gegeben: 1. für reine Begriffswahrheiten, 2. für unmittelbar erfahrbare Bewußtseinspräsenzen (Dies ist rot), 3. für Aussagen der Art: „Derselbe Gegenstand, der die Anschauung *A* in mir hervorbringt, ist auch die Ursache von der Anschauung *B*, die ich habe“. — Die Erkenntnismöglichkeiten im Bereich reiner Begriffswahrheiten veranlassen Bolzano auch zu einer Kritik an der These von der Unerkennbarkeit der Dinge an sich, soweit sich diese These gegen die klassische Metaphysik wendet (cf. I, 196 f.).

„außer den Dingen an sich und unserm Denken derselben“ bezeichnet (II, 23).

Der Unterschied der Bolzanoschen Grundbegriffe zu ihrem scheinbaren *Platonischen* Äquivalent zeigt sich an zwei Punkten besonders deutlich: 1. Zwar läßt sich der Platonische Ideebegriff dem Begriff der Vorstellung an sich zuordnen, doch fehlt ein Platonisches Äquivalent zum Satz an sich. 2. Die Entsprechung von Ideen und Vorstellungen an sich ließe sich allenfalls für einen Teilbereich der Vorstellungen an sich, für die *Begriffe* im Bolzanoschen Sinn behaupten; den *Anschauungen* in der von Bolzano aufgestellten Bedeutung steht kein entsprechender Platonischer Ideenbereich gegenüber. Hier sind zunächst Bolzanos Bestimmungen von „Begriff“ und „Anschauung“ zu erläutern und ins Verhältnis zum Platonischen Ideebegriff zu setzen: Unter „Anschauungen“ versteht Bolzano (§ 72) einfache Einzelvorstellungen an sich, d. h. Vorstellungen an sich, die sich nicht als Zusammensetzung anderer Vorstellungen an sich erklären lassen und unter die nur ein einziger Gegenstand fällt („Dies Haus“). Zusammengesetzte Vorstellungen, die weder selbst Anschauungen sind noch Anschauungen als Bestandteile enthalten, heißen „Begriffe“ (§ 73). Der (eine) Gegenstand einer Anschauung ist nach Bolzano nicht durch begriffliche Merkmale ausschöpfbar. Jede als Kennzeichnung nur dieses Gegenstandes gemeinte Aufzählung von Merkmalen zu einer zusammengesetzten Vorstellung hat es an sich, daß weitere unter diese Kennzeichnung fallende Gegenstände denkbar sind (§ 73, 3.). Die Anschauungen sind das einmalige Besondere, letztlich für Bolzano auch Definiens aller Erfahrung (§§ 133, 294), im Gegensatz zur Allgemeinheit des Begriffs. Der Charakter der Platonischen Ideen — als allen Einzelnen eines bestimmten Typos zugrunde liegendes Wesen, das frei von den Verunreinigungen der besonderen Erscheinung in den Blick gebracht werden muß — kann der Bolzanoschen Anschauung nicht zugesprochen werden. Letztlich handelt es sich für Bolzano bei der Einführung der Vorstellungen und Sätze an sich gar nicht darum, die Welt in Erscheinungen ( $\varphi\alpha\nu\tau\alpha\sigma\iota\alpha\iota$ ) und einen von deren Bestimmungen

zu reinigenden Bereich des Allgemeinen (der νοήσεις, εἶδη) als An-sich-sein aufzuspalten. Die Platonische Trennlinie hat den Bereich des Bolzanoschen An sich nicht auf einer ihrer Seiten, vielmehr läßt sie sich durch ihn noch hindurchlegen.

Daß die eigentümliche Funktion der Vorstellungen und Sätze an sich im Sinne Bolzanos bei Platon noch nicht deutlich in den Gesichtskreis tritt, läßt sich im Anschluß an eine bestimmte Phase des Dialogs *Kratylos* (429 b ff.) entwickeln. Kratylos insistiert hier gegen alle Einwände des *Sokrates* und sicherlich gegen den Sprachgebrauch hartnäckig darauf, daß es unsinnig sei, Bezeichnungen in Hinsicht ihrer Bedeutung das Prädikat „falsch“ zu verleihen. Er argumentiert etwa so: Selbst wenn der Name „Hermogenes“ (Sohn des Hermes, des Gottes der Kaufleute und Diebe) einem Manne beigelegt wird, dessen geringes kaufmännisches Geschick stadtbekannt ist, so rechtfertigt dies nicht, hier von einer „falschen“ Bezeichnung zu sprechen. Der Name „Hermogenes“ hat auch dann seine „richtige“ Bedeutung, wenn sein zufälliger Träger diesem Namen keine Ehre macht; denn wir müssen diesen Namen „richtig“ verstehen, um zu folgern, daß der Träger die durch den Namen gegebene Charakterisierung nicht verdient. Ein Wort führt in jedem Falle eine „richtige“ Bedeutung mit sich, selbst wenn es in üblicher Redeweise eine „falsche“ Bezeichnung ist. Sokrates und Kratylos können sich an dieser Stelle deswegen nicht einigen, weil sie durch die von ihnen verwendeten Prädikate „wahr“ und „falsch“ in Bezug auf Worte ganz Verschiedenes intendieren<sup>18</sup>). Was Sokrates meint, läßt sich etwa so fassen: Worte oder Namen sind dann „richtig“, wenn sie im aktuellen Sprachvollzug tatsächlich den Gegenständen beigelegt werden, denen sie herkömmlich oder von Natur zukommen oder

<sup>18</sup> Die Klarheit des Dialoges leidet überdies von Anfang an darunter, daß das Verhältnis des „wahren Satzes“ (λόγος ἀληθής) zum „richtigen Wort“ (ὄνομα ἀληθές, ὀρθόν) ungenügend bestimmt wird: Sokrates führt ohne Kritik seiner Gesprächspartner die Voraussetzung ein, daß bei einem wahren Satz auch seine elementaren Teile, die Wörter, „wahr“ sind.

(bei aus mehreren Bedeutungseinheiten zusammengesetzten Worten; dieser Fall betrifft auch das Wort „Hermogenes“) von denen sie eine richtige Beschreibung liefern. Die Richtigkeit eines Wortes ist also für Sokrates durch richtige Beziehung auf die Wirklichkeit gegeben. Kratylos dagegen versteht darunter die Identität des Wortes mit seinem Sinn, die immer gegeben ist, weil ein Wort ohne wohlbestimmten Sinn (ein sinnloses Wort) eben kein Wort zu nennen wäre (429 d ff.). Dieser *Sinn* haftet den Worten und Wortverbindungen auch dann an, wenn sie gar nicht mit der Intention irgendeiner Beziehung auf Wirkliches genommen werden, in logischen Beispielen oder dichterischen Kontexten etwa: „Goldberg“ hat einen identifizierbaren Sinn, auch wenn es keinen Gegenstand gibt, den dieses Wort „richtig“ bezeichnen könnte; wir „verstehen“ den in den logischen Erörterungen Bolzanos vorkommenden Satz: „Die Rose ist rot“, auch wenn keine Rede davon sein kann, daß dieser Satz hier irgendeine bestimmte Rose oder einen alle Rosen betreffenden Sachverhalt meint. Bei Sokrates wie bei Kratylos wird der Sinn der Worte und Sätze allerdings noch nicht zu einem besonderen Gegenstand philosophischer Erörterung. Beide ziehen für ihre Argumentationen nur die empirische Spracherscheinung und die von ihr abzubildende Wirklichkeit in Betracht. Der Sprachsinne bleibt ständig mit dem Wesen der Dinge in eins gesetzt und tritt nicht als ein eigenständiges Phänomen hervor. Diese Verwechslung führt zu der von Kratylos folgerichtig herausgearbeiteten und für Sokrates nicht überzeugend widerlegbaren Konsequenz, daß eine nach dem Platonischen Modell als Abbildung des Wesens der Dinge aufgebaute Sprache im Gebrauch nur die Alternative von *wahrer* oder *sinnloser* Rede bietet: Entweder ich gebrauche die Worte in ihrem natürlichen, mit dem Wesen der Dinge identischen Sinn, d. h. ich rede sinnvoll und zugleich wahr; oder ich distanziere mich von dieser Bedeutung der Worte, nehme meinen Aussagen damit zugleich aber überhaupt jeden möglichen Sinn. Im Sprachmodell des *Kratylos* haben daher falsche Repräsentationen der Wirklichkeit keinen Platz: die Sprache weiß schon alles. Die Platonische Erklä-

rung der Wissenschaft wird schon hier in ihrer Grundstruktur unausweichlich: Wissenschaft ist nur so möglich, daß ein Vorwissen, hier der Sprache, nachvollzogen, erinnert wird.<sup>19)</sup>

Die sprachlogische Differenzierung, die hier nötig ist und von Platon an dieser Stelle und auch später nicht vollzogen wird, ist nun gerade definierendes Moment der Bolzanoschen Ausgangsposition. Die Bolzanoschen Grundbegriffe „Satz an sich“ und „Vorstellung an sich“ meinen - mit den Worten einer *Husserlschen* Gegenüberstellung - das, „was ein Ausdruck besagt“, im Gegensatz zu dem, „worüber er etwas sagt“<sup>20)</sup>. Daher hat J. Berg Bolzano mit Recht in die Entwicklungslinie der *intensionalen Logik* gestellt<sup>21)</sup>, wie sie sich im Anschluß an die von Frege gemachte Unterscheidung von *Sinn* und *Bedeutung* entwickelt hat. Das Wort „Bedeutung“ beschränkt Frege auf den Ausdruck der Wirklichkeits- und Gegenstandsbezogenheit sprachlicher Gebilde. Die Worte „Abendstern“ und „Morgenstern“ z. B. haben dieselbe *Bedeutung*, weil sie denselben Gegenstand (den Planeten „Venus“) bezeichnen, jedoch ist der *Sinn* beider Bezeichnungen verschieden.<sup>22)</sup> Frege gibt dazu die Erläuterung, daß derselbe Gegenstand durch verschiedene Bezeichnungen auf verschiedene Weise

<sup>19)</sup> Diese Konsequenzen diskutiert der Dialog *Kratylos* nicht aus. Ob eine Sprache die richtige Repräsentation der Wirklichkeit leistet oder nicht, erscheint Sokrates nämlich am Ende unkontrollierbar, solange nicht ein Wissen über die Struktur der Wirklichkeit möglich ist, das ohne Vermittlung durch die Sprache zustande kommt. Dieses Wissen wird später durch die *Anamnesislehre* begründet. Sie behält das Modell einer vollkommenen täuschungsfreien Repräsentation der eigentlichen Wirklichkeit bei. An die Stelle des Mythos vom idealen Sprachschöpfer im *Kratylos* tritt der Mythos vom vorweltlich erworbenen Wissen der Seele. Eigentümliche Methode der platonisch verstandenen Wissenschaft bleibt die Erinnerung des bereits Gewußten.

<sup>20)</sup> Cf. E. Husserl, *Logische Untersuchungen* II, 1 (21913), S. 46.

<sup>21)</sup> a. in Anm. 7 a. O. S. 48 ff.

<sup>22)</sup> *Sinn und Bedeutung*, in: *Ztschr. f. Philos. und philos. Kritik*, NF 100 (1892), S. 25—50. (Wiederabdruck in G. Frege: *Funktion, Begriff, Bedeutung* — *Fünf logische Studien*, hrsg. von G. Patzig, Kl. Vandenhoeck-Reihe 144/145, 1962).

„gegeben“ sei<sup>23</sup>). Unter das Schema einer Bezeichnung, der eine *Bedeutung* (ein Gegenstand, den sie bezeichnet) und ein *Sinn* (eine bestimmte Gegebenheitsweise dieses Gegenstandes durch die Bezeichnung) zugeordnet sind, bringt Frege auch die Behauptungssätze, d. h. Sätze, die sinnvoll behauptet werden können, weil auf sie die Alternative „wahr oder falsch“ zutrifft. Frege ordnet diesen Sätzen als ideale *Gegenstände* ihre jeweiligen Wahrheitswerte „wahr“ oder „falsch“ zu, als *Sinn* ihre jeweiligen *objektiven* Inhalte, oder in der Fregeschen Terminologie: die „durch sie ausgedrückten Gedanken“.<sup>24</sup>) Auf die Objektivität der mit der Kategorie des Sinns beschriebenen Inhalte legt Frege wie Bolzano den größten Wert. Vom Sinn eines Ausdrucks sind die mit ihm verbundenen *Vorstellungen* als subjektive Auffassungsweisen scharf zu trennen.<sup>25</sup>)

Die Bolzanosche *Vorstellung an sich* und der Fregesche *Sinn* einer Bezeichnung bzw. der Bolzanosche *Satz an sich*

<sup>23</sup> a. a. O. S. 26.

<sup>24</sup> Auch für „Begriffswörter“ hält Frege die Unterscheidung von *Sinn* und *Bedeutung* durch, wie sich zwar nicht aus seinen Schriften, wohl aber aus einem Brief an *Husserl* vom 24. Mai 1891 ergibt (Orig. in Husserl-Archiv, Louvain, Abschrift im Frege-Archiv, Münster). Es ist interessant, daß Frege bei Begriffswörtern nicht etwa den Umfang als Bedeutung und den Inhalt als Sinn bezeichnet. Vielmehr faßt er die Begriffe selbst (allgemeiner die Funktionen, unter die er die Begriffe zählt) als den Gegenständen ontologisch gleichrangig auf und unterscheidet wie bei diesen den Begriff selbst als Bedeutung seiner Bezeichnungen vom Sinn als der Gegebenheitsweise des Begriffs durch die jeweilige Bezeichnung. Das Frege-Archiv der Universität Münster bereitet eine Edition der nachgelassenen Schriften und Briefe Freges vor, in der der genannte Brief veröffentlicht werden wird.

<sup>25</sup> Frege verwendet also im Gegensatz zu Bolzano das Wort „Gedanke“ nur in objektiver, das Wort „Vorstellung“ nur in subjektiver Bedeutung. — Das Wort „Sinn“ verwendet Bolzano i. a. wie Frege (cf. etwa I, 121); im Zusammenhang der *Erkenntnislehre* (§ 285) allerdings macht er einen von der Fregeschen Differenzierung abweichenden Vorschlag, zwischen *Sinn* und *Bedeutung* einer Bezeichnung zu unterscheiden, „so zwar, daß *Bedeutung* eines Zeichens nur diejenige Vorstellung hieße, zu deren Erweckung es bereits bestimmt ist, die es auch in der Tat zu erwecken pfl eget; *Sinn* und *Verstand* desselben aber diejenige, deren Erweckung wir in einem einzelnen Falle damit beabsichtigen“ (III, 66).

und der Fregesche *Gedanke* stimmen zwar in vielen Eigenschaften überein, jedoch sind auch wesentliche Unterschiede unverkennbar: Frege beschränkt die Sinnkategorie auf selbständige Bezeichnungen (von Gegenständen oder Begriffen) und muß daher selbst Sätze als derartige Bezeichnungen deuten. Bolzano dagegen faßt als Vorstellung an sich jeden nicht selbst satzartigen Bestandteil eines Satzes an sich auf und schließt somit nicht aus, daß auch lediglich konnotativen Ausdrücken eine eigene Vorstellung an sich als Sinn zukommt. Dies liegt daran, daß Bolzano von einer atomistischen Auffassung der Vorstellungen und Sätze an sich ausgeht. Diese sind nach dem Modell einer zusammensetzenden Anordnung aus jeweils einfacheren Bestandteilen gedacht. Offenbar orientiert sich Bolzano an der äußeren Erscheinung der Sprache, in der die Worte als letzte Einheiten zu immer komplexeren Gebilden zusammengefügt werden.<sup>26)</sup>

Ein zweiter Unterschied in den Begriffsbildungen Freges und Bolzanos liegt darin, daß Frege im Gegensatz zu Bolzano auch solchen Sätzen einen *Sinn* zuspricht, die keinen Behauptungscharakter haben, z. B. Sätzen in dichterischer Rede („Odysseus wurde tief schlafend in Ithaka an Land gesetzt“); entsprechend haben für Frege auch Bezeichnungen Sinn, die nur in dichterischer Rede vorkommen („Odysseus“)<sup>27)</sup>. Der Übergang von einer ledig-

<sup>26)</sup> So entspricht z. B. der Kopula im Satz eine eigene Vorstellung an sich. Allerdings ist die Zusammensetzung der Sprachzeichen nicht unbedingt ein Spiegel der Zusammensetzung der Vorstellungen an sich. Man vgl. etwa die Bemerkungen zu den Zusätzen „an sich“ und „überhaupt“ und zum Alloperator in § 57 der *Wissenschaftslehre*. — In welchem Ausmaß konnotative Ausdrücke als Bezeichnung von Funktionen (d. h. als „ungesättigte“ Ausdrücke) gedeutet werden könnten, bleibt bei Frege unklar. Jedoch besteht hier zweifellos eine Möglichkeit, den Fregeschen Sinnbegriff durch eine Ausdehnung auf Funktionsbezeichnungen allgemein (nicht nur auf Begriffswörter, cf. Anm. 24) dem Begriff der Vorstellung an sich noch weiter anzunähern.

<sup>27)</sup> *Sinn und Bedeutung*, a. a. O. S. 32 f. Frege schlägt für „Zeichen, die nur einen Sinn haben sollen“, die Benennung „Bilder“ vor (ibid. Anm. 6). Einen ähnlichen Bildbegriff erwähnt auch Bolzano beiläufig in der *Wissenschaftslehre* (§§ 284, 4. Anm.).

lich *sinnvollen* zu einer *sinn- und bedeutungsvollen* Rede ist für Frege gleichbedeutend mit dem Übergang zur *Wissenschaft*. Bolzano dagegen schränkt seine der Fregeschen Sinnkategorie parallelen Begriffsbildungen getreu der Zielsetzung der *Wissenschaftslehre* von vornherein auf die wissenschaftliche Betrachtung ein: Sätze an sich haben im Unterschied zu den Gedanken im Fregeschen Sinn allgemein die Eigenschaft, wahr oder falsch zu sein; auch Vorstellungen an sich kommen als Teile der Sätze an sich nur in *bedeutungsvollem* Zusammenhang (mit Frege gesprochen) vor.

Endlich ist der *Sinn* eines Zeichens bei Frege als *Gegebensein* eines Gegenstandes oder Begriffs durch die Bezeichnung im Grunde sprachabhängig eingeführt. Bolzano dagegen hypostasiert den Sprachsinn zu einer ontologisch selbständigen Welt. Obwohl die Bolzanosche An-sich-Sphäre, wie sich oben gezeigt hat, nicht mit dem Platonischen Ideenreich in eins gesetzt werden kann, ist beiden Konzeptionen gerade diese wesentliche Eigenschaft gemeinsam: Dem Platonischen Begriff wie dem Vorstellungs- und Satzsinne Bolzanos wird ein Gegebensein unabhängig von Sprache und Wirklichkeit zugesprochen. Meint man nicht mehr als dies, so bezeichnet man daher Bolzano mit Recht als „logischen Plato“<sup>28</sup>).

Der *Platonismus* Bolzanos, in diesem allgemeinen Sinne verstanden, bringt ihn in einen grundsätzlichen Gegensatz zum wissenschaftstheoretischen Standpunkt des *logischen Empirismus* ebenso wie zu allen Wissenschaftstheorien, die in der durch die *Transzendentalphilosophie Kants* eröffneten Entwicklungslinie liegen<sup>29</sup>). Bolzanos

<sup>28</sup> Diese Kennzeichnung wird zuerst, allerdings in anderer Zu-spitzung, von Franz B. Kvet, einem Schüler des Bolzano-Schülers R. Zimmermann, für *Leibniz* vorgeschlagen (cf. von Kvet: *Leibnizens Logik*, Prag 1857, § 44), gilt aber dann folgerichtig auch für Bolzano, den Kvet als Leibnizianer interpretiert (a. a. O. S. V, S. 15). Vgl. zu Bolzano als „logischem Plato“ auch die kritischen Bemerkungen von H. Bergmann a. in Anm. 10 a. O., S. 17.

<sup>29</sup> Bolzano selbst gibt eine kurze Übersicht seiner Kantkritik in dem von seinen Schülern 1834 nach Vorlesungsheften herausgegebenen *Lehrbuch der Religionswissenschaft*, §§ 60—62. Den ersten aus-

Standpunkt steht daher genau dann nicht zur wissenschaftstheoretischen Diskussion, wenn diese eine vollständige Disjunktion in kantische und antikantische Denksätze zeigt und die Position der Kantgegner darin überdies vom logischen Empirismus beherrscht wird.

Von diesen Bedingungen wird man im Blick auf die wissenschaftstheoretischen Auseinandersetzungen der letzten Jahrzehnte die erste Voraussetzung zugestehen: Rudolf Carnap, nicht Bolzano, ist der Antikant dieser Zeit geworden; weniger einsichtig scheint die These, wer sich in dieser Diskussion nicht zum logischen Empirismus bekenne, sei auf die eine oder andere Weise in die Kantnachfolge zu rechnen. Das Grundproblem der *Kantischen Transzendentalphilosophie* bezieht sich auf die exakten empirischen Wissenschaften. Das Problem der *hermeneutischen Methode* und im Zusammenhang damit das Problem der Geschichtlichkeit der geisteswissenschaftlichen Inhalte und Begriffe — wissenschaftstheoretische Grundprobleme neuerer Philosophie, soweit sie nicht wissenschaftstheoretischer Positivismus ist — entstammen aber den seit dem 19. Jahrhundert, also nachkantisch, sich entfaltenden Geisteswissenschaften. Dennoch liegen auch die beherrschenden Thesen der geschichts- und sprachphilosophischen Diskussion der Gegenwart in der Konsequenz der Kantischen Umorientierung des Denkens, wenn man diese nicht nur im Zusammenhang einer Befragung der exakten empirischen Wissenschaften auf apriorische Grundvoraussetzungen hin betrachtet, sondern ihre allgemeine Struktur herauslöst. Es gibt eine von Kant zu Begriff gebrachte Figur des Denkens, die in allen diesen so weit außerhalb des Feldes Kantischer Überlegung liegenden Theorien nur variiert wird. Dieses Allgemeine des Kantischen Ansatzes ist hier zunächst zu bestimmen. Dazu geben wir dem Kantischen Grundproblem die folgende allgemeine Form: Wie

fürhlichen Vergleich der Systeme Kants und Bolzanos enthält eine Schrift des Bolzanoschülers F. Prishonsky: *Neuer Anti-Kant oder Prüfung der Kritik der reinen Vernunft nach den in Bolzano's Wissenschaftslehre niedergelegten Begriffen* (Bautzen 1850).

kann das Wissenschaftssubjekt von einem wissenschaftlichen Gegenstand Bestimmungen wissen, die ihm nicht durch eine Erfahrung von diesem Gegenstande vermittelt werden? — Die Kantische Antwort lautet: Dieses ist dann möglich, wenn das Wissenschaftssubjekt diese Bestimmungen selbst hervorbringt. Der Bedingungssatz dieser Antwort wird von Kant in Angleichung an das methodische Vorbild der theoretischen Physik als *Hypothese* eingeführt, die ihre Rechtfertigung dadurch erhält, daß sie die *Tatsachen* — als solche gilt Kant das Vorhandensein apriorischer Bestimmungen der erfahrungswissenschaftlichen Gegenstände — abzuleiten gestattet. Um diese Folge seiner Hypothese geht es Kant zunächst. Die Struktur gerade dieser Anwendung ist jedoch nicht unwichtig, um die Besonderheit der allgemeinen Überlegung Kants herauszuarbeiten. Auch eine Mathematik, die ihre Axiome als formale Setzungen oder Regeln in Kalkülspielen betrachtet (*Hilbert, Curry, Lorenzen*), bringt ihre Gegenstände und deren Bestimmungen selbst hervor und ist so in einsichtiger Weise erfahrungsunabhängig. Der Unterschied zu dem Fall, den Kant vor Augen hat, ist der, daß wir es bei den Gegenständen der formalistischen Mathematik überhaupt nicht mit Gegenständen der Erfahrung zu tun haben. Die Anstößigkeit der Kantischen Hypothese resultiert gerade daraus, daß sie auf Fälle anwendbar sein soll, bei denen Bestimmungen, über die das Wissenschaftssubjekt verfügt, mit Bestimmungen, nach denen es sich richten muß (Erfahrung), eine Synthese als „Gegenstand“ eingehen. Die Zumutung der Transzendentalphilosophie Kants ist: es müßten Inhalte gedacht werden, in denen von vornherein Perzeption und Konzeption in einer Einheit seien, weil wir, wie es sich für den Fall der reinen Naturwissenschaft als nötig erweist, sonst nicht erklären könnten, wie wir von *jeder* Wahrnehmung sogleich etwas wissen, was *keine* Wahrnehmung als solche selbst geben kann. Daß Kant solches gerade und zuerst für die Inhalte der Naturwissenschaft behauptet, stellt sich als eine Ironie der Geistesgeschichte dar, wenn man bedenkt, daß sich die Geisteswissenschaften inzwischen mit einer genau für **Inhalte** der

von Kant ans Licht gehobenen Struktur gebildeten Methode vor dem an die exakten Naturwissenschaften angelehnten wissenschaftstheoretischen Denken in schärfster Auseinandersetzung zu verantworten haben. Die Struktur, die Kant von den Gegenständen der naturwissenschaftlichen Erfahrung aussagte, findet sich — einsichtiger sogar — in den geistesgeschichtlichen Fakten, z. B. Texten und ihren Aussagen, und den allgemeinen Bedeutungsgegebenheiten der Sprache wieder. Auch hier tritt der Fall auf, daß der durch den Text, die Aussage vermittelte Inhalt nicht von den Bestimmungen, unter die ihn der Autor im Rahmen eines von ihm entworfenen Gesamtkontextes bringt, getrennt werden kann, ohne daß er überhaupt verschwindet. Das Gesagte steht unter begrifflichen Bedingungen, die es überhaupt erst sagbar machen und ihm so *notwendig* zugehören. Dem Begriff, der so eine Sache auf bestimmte Weise spiegelt, liegt diese Sache nicht mehr als eine unabhängige gegenüber, von der man sich auch ein direktes Bild machen könnte; jedes andere Bild hat notwendig wiederum Spiegelungscharakter. Objektivität, Wahrheit läßt sich daher nur als das Allgemeine im Kreuzungspunkt aller Bilder, nicht als ein Tatsachenbereich jenseits aller Entwürfe des Denkens konstituieren, auf den jeweils zur Prüfung zurückgegangen werden könnte; Irrtum wird ein Phänomen der Beschränktheit, des zu engen Bewußtseins. Die hermeneutische Kategorie des Verstehens leitet ihr Pathos gerade daraus her, daß in ihrem Sinne der Text zunächst nicht an einem besseren, „richtigen“ Wissen um die Sache — zu der es dann einen unabhängigen und allgemein möglichen Zugang gäbe — gemessen werden oder auf dieses hin umgedeutet werden soll, sondern vielmehr seine je eigene Sicht der Sache ungestört entfalten darf. — Ähnliche Strukturen lassen sich auch für den umfassenden „Text“ der Sprache selbst nachweisen, wenn man davon ausgeht, daß sich die Bedeutungen der Worte nicht durchgängig als von diesen abzulösende Gegenstände, die Worte also nicht als bloße „Zeichen für . . .“ bestimmen lassen. Auch die Sprache als Ganzes läßt sich dann nicht nachträglich zu einer grundsätzlich auch ohne den Durchgang durch

die Sprache, unmittelbar erfahrbaren Welt in Beziehung bringen; vielmehr stehen Sprache und Sprachwirklichkeit im Zusammenhang eines Sinnganzen, aus dem Worte und Sachen nur unter Verlust der Einsicht in ihre notwendige Zuordnung vollständig gegeneinander isoliert werden können.

Die in unendlichem Reichtum sich entfaltende system- und begriffsgeschichtliche philosophische Forschung und das Ethos einer gewaltigen Editionsarbeit stützt sich auf dieses Fundament. Sie gewinnen in der durch Kants „kopernikanische Wende“ eingeleiteten Tradition Sinn, wenn anders man unter der Grundvoraussetzung eines Philosophierens im kantischen Sinn eben dies versteht: daß die Gegenstände des Denkens und Sprechens nicht reduzierbar sind auf ein von diesen Aktionen des Geistes unabhängiges Material; daß sie vielmehr universell oder in bestimmten Zusammenhängen von vornherein als ein durch Sprache und Gedanke Vorentworfenenes, Ausgelegtes auftreten. Auf dieser Grundposition hat das begriffsgeschichtliche Denken ein Bewußtsein strenger Wissenschaftlichkeit entwickelt, es konnte sich vom Vorwurf des *Historismus* befreien: Die Argumente, mit denen dieser Vorwurf begründet wurde, konnten den „monumentalischen“ und „antiquarischen“ Typ geschichtlicher Methode treffen; der *transzendente* Begriff der Geschichtlichkeit war nicht unter die Kategorien *Nietzsches* zu bringen. Weder Zeugnisse individueller Subjektivität auszugraben und als „groß“ vorzustellen, noch in „blinder Sammelwut“, nichts zu verlieren, alles je Gedachte „sinnlos zusammenzuscharren“, noch das Vergangene kritisch vor das „Gericht“ der Gegenwart zu ziehen und fortschrittlich zu verurteilen, braucht das Telos einer Begriffs- und Gedankengeschichte zu sein, die die Kantische Wende für sich in Anspruch nimmt; sie kann sich den Begriffen und Systemen in ihrer geschichtlichen Entfaltung ohne Affekt und ohne Resignation widmen, in dem Bewußtsein, den Zugang zu den Sachen selbst nicht *neben*, sondern nur *durch* Deutungen haben zu können. Das, was gesagt ist, ist ein sinnvoller wissenschaftlicher Gegenstand geworden, weil das, was ist, nicht von dem, was gesagt ist,

zu trennen ist. So hat sich etwa das phänomenologische Ethos mit der historischen Methode und der Konzeption der Geschichtlichkeit verbunden und eine Phänomenologie der philosophischen Probleme und Begriffe in ihrer Geschichte erbracht, die als Wissenschaft an die Seite der exakten logistischen Wissenschaftstheorie getreten ist; während sich ein anderer Teil der Philosophie in jenen Bereich der Weltanschauungspoesie und in die Subjektivität des persönlichen Ausdrucks zurückzog, den auch Rudolf *Carnap* noch als Möglichkeit zugestanden hatte, und „Wissenschaftliche Philosophie“ eher als uneigentliche Form der Philosophie begriff.

Selbst die formale Logik und der logische Empirismus haben aus immanenter Kritik Positionen entlassen, die das Verhältnis von Denken, Sprache — und Wirklichkeit der Struktur nach *transzendental* interpretieren: z. B. die *analytische Philosophie* Ludwig *Wittgensteins* (die gerade in dem hier hervorgehobenen Punkt von der Schulphilosophie, die sich daran angeschlossen hat, abweicht) und den an Hugo *Dinglers* Wissenschaftstheorie angelehnten *Operativismus* (Paul *Lorenzen*). — Bei Wittgenstein kennzeichnet diesen Zusammenhang am deutlichsten das Bemühen (etwa in seiner Theorie des Sehens<sup>30</sup>) der Vorstellung, die Dinge würden stets mit einer Deutung behaftet erfahren und durch Deutungen als Erfahrung überhaupt erst ermöglicht, ihre Absurdität zu nehmen. — Lorenzens operative Wissenschaftstheorie zeigt ihr kantisches Element am reinsten in einer neuen inhaltlichen Interpretation der euklidischen Geometrie, die dieser wieder einen synthetisch-apriorischen Charakter zugesteht: so nämlich, daß die geometrischen Axiome ihre erfahrungsunabhängige und dennoch nicht formale Gültigkeit dem technischen Verstande verdanken, der die geometrischen Grundbegriffe und ihre Eigenschaften (für Lorenzen sind im Anschluß an *Euklid* und Dingler Homogenitätseigenschaften wesentlich) in die Wirklichkeit, vor allem in die jedem Experiment zugrunde liegende physikalische Gerätewelt hineinproduziert<sup>31</sup>).

<sup>30</sup> Cf. *Philosophische Untersuchungen* II, 1.

<sup>31</sup> Cf. *Das Begründungsproblem der Geometrie als Wissenschaft der*

Bolzanos wissenschaftstheoretische Grundbegriffe haben in keiner der beiden entgegengesetzten Theorien über die Sprach- und Erkenntnisinhalte einen Ort: Als ein von ihrem sprachlichen Ausdruck und ihrer Bewußtwerdung als Gedanke unabhängiges Gebilde sind die Vorstellungen und Sätze an sich gerade nicht Synthese von Gegenstand und Bestimmung durchs Wissenschaftssubjekt oder die Sprache in einem *transzendentalen* Sinn, sondern ein davon unberührtes Drittes (cf. S. XIV f.). Bolzano sieht zwar (wie Frege), daß das Gegensatzpaar der „Existenz“-Formen: Gegenstand — Bewußtsein (Sprache) nicht ausreicht für eine Beschreibung des Phänomens, daß eine Aussage, ein Gedanke *Sinn* hat; er löst die Schwierigkeit jedoch nicht so, daß er Gegenstand und Gedanke, Wort nur als Momente (isoliert betrachtet: unverständlich gewordene Teile) eines Ganzen ansieht, dem die Sinnvermittlung zufällt, sondern führt dazu Inhalte an sich als einen dritten ontologischen Bereich unabhängig von Sprache und Wirklichkeit ein.<sup>32</sup>) Diese Theorie entfernt ihn jedoch ebenso weit von *empiristischen* Ansätzen, insofern diese alles Inhaltliche letztlich auf *unmittelbare*, begriffsunabhängige Erfahrungsdaten reduzieren, die erst nachträglich sprachlicher Verarbeitung als *Material* dienen. Zwischen der Wirklichkeit der Sprachzeichen und ihrer Verknüpfungsgesetze und der Wirklichkeit des Erfahrungsgegebenen ist auch hier kein Raum für den

*räumlichen Ordnung*; in: VI. Deutscher Kongreß für Philosophie, München 1960, *Das Problem der Ordnung*, hrsg. von H. Kuhn und F. Wiedmann, Meisenheim am Glan 1962, S. 58 ff.; auch in: *Philosophia Naturalis* VI (1961), H. 4.

<sup>32</sup> Wo der *Neukantianismus* in eine Diskussion des Sinnproblems eintrat, suchte er, in der Konsequenz der Transzendentalphilosophie, Hypostasierungen zu vermeiden. Symptomatisch ist hier etwa die Umbildung des platonistischen Sinnbegriffs von Lotze durch F. Lask. Nicht immer jedoch waren die Formulierungen unmißverständlich gewählt. Man vgl. etwa H. Rickerts Konzeption eines „dritten Reiches“ des *Sinns* zwischen Wirklichkeit und urteilender Aussage (*System der Philosophie I: Allgemeine Grundlegung der Philosophie*, Tübingen 1921, S. 254 ff.). Auch Husserls Weg führt seit den *Logischen Untersuchungen* in eine *transzendente* intensionale Logik, für die Bolzano nicht mehr als Vorläufer in Anspruch genommen werden kann. Cf. S. IX.

Kosmos der Bolzanoschen Vorstellungen und Sätze an sich. So kann sich keine der Seiten, die die Dialektik der gegenwärtigen Wissenschaftstheorie bestimmen, mit Bolzano identifizieren. Seine Wissenschaftslehre bleibt nur der formalen Logik ein Steinbruch bemerkenswerter und scharfsinniger Begriffsbildungen, die große Gesamtkonzeption wird — vorläufig — nirgends gebraucht.

Man hat Bolzano für einen Leibnizianer gehalten, ihn gar den „böhmischen Leibniz“ genannt. Dies mag gerechtfertigt sein auf Grund der Seelenlehre, die er in seiner Trostschrift *Athanasia oder Gründe für die Unsterblichkeit der Seele* (1827) für seine mütterliche Freundin Anna Hoffmann entwickelt hat, und angesichts der ähnlich universalen Tätigkeit auf mathematischem, wissenschaftstheoretischem und religionsphilosophischem, ja selbst politischem Gebiet, wie sie *Leibniz* ausübte. Für die *Wissenschaftslehre* verbietet die Nähe der Leibnizschen Monadologie zur Kantischen Transzendentalphilosophie eine solche Kennzeichnung. Das Phänomen des Gegenstandes unter notwendigen Bedingungen von der Subjektivität her hat in universalem Rahmen, für den Gegenstand: „Welt“, seine Theorie schon bei *Leibniz* gefunden: Es gibt keinen für alle Monaden als *miroirs de l'univers* gleichermaßen ausgezeichneten *point de vue*, von dem aus sich die Welt so betrachten ließe, wie sie „eigentlich“ ist. Der Begriff „Welt“ hat nur Sinn als das Ganze, als Harmonie aller Spiegelbilder. Der *Standpunkt* der Weltbetrachtung erfährt so schon bei Leibniz einen höheren Wert durch die Tatsache, daß er niemals ein „bloßer“ Standpunkt im Vergleich zu einer aspektunabhängigen Ansicht des Universums werden kann<sup>33</sup>). Ein Zusammenhang des Bolzanoschen An sich-Universums mit dem Weltbegriff von Leibniz ergibt sich allerdings aus einer von Bolzano häufig erwähnten Eigenschaft der Vorstellungen und Sätze an sich: Sie alle sind zwar nicht im

<sup>33</sup> Daß sich gerade durch die Kategorie des „Standpunktes“ eine große Nähe des Denkens von Leibniz zu Kant aufweisen läßt, geht aus einer Untersuchung von F. Kaulbach über den *Begriff des Standpunktes im Zusammenhang des Kantischen Denkens* (*Archiv für Philosophie* 12, 1963, S. 14 ff.) hervor.

menschlichen, wohl aber im göttlichen Geiste *stets* und *vollständig* gegenwärtig (I, 78, 218). Im göttlichen Geist wird der ganze Bereich möglicher Inhalte des Denkens und Sprechens bis in jeden dem menschlichen Gedanken verborgenen Winkel dauernd bewußt. Der Satz, der die Blätterzahl eines bestimmten Baumes im Frühling vor der Niederschrift des § 25 der *Wissenschaftslehre* angibt, kann von keinem Menschen gedacht oder in Worte gefaßt werden (I, 112; cf. I, 218). Dennoch hat dieser Satz nicht nur einen Ort im Bereich der Sätze an sich, sondern außerdem unter den Gedanken Gottes. Auch bei Leibniz ist die ganze Welt in der obersten Monade in vollkommener Bewußtheit gegenwärtig, während die unteren Geister, darunter der menschliche, nur von Ausschnitten ein deutliches Bewußtsein entwickeln. Jedoch ist, wenigstens in einer Vorstellungseinheit vollständig bewußt, *cogitatio Dei* zu sein, hier wesentliche ontologische Charakteristik des Weltinhalts<sup>34</sup>). Bolzano betont dagegen, daß sich Vorstellungen und Sätze an sich nicht als Gedanken Gottes erklären lassen, daß diese Eigenschaft ihnen vielmehr nur als ein äußeres Kennzeichen anhaftet<sup>35</sup>). So bleibt auch hier die entscheidende ontologische Differenz bestehen.

### Die logische Grundposition der Bolzanoschen Wissenschaftslehre Ableitbarkeit und Abfolge

Bolzano nennt seine Wissenschaftslehre auch *Logik* und stellt sie in die Tradition dieser Disziplin von *Aristoteles* an (§ 6 ff.). Es sei hier zunächst die Frage erörtert: Wie

<sup>34</sup> Cf. etwa die *Metaphysische Abhandlung* von 1688 (*Gerh.* IV, S. 427 ff.), Nr. 14.

<sup>35</sup> Cf. I, 113. Bolzano rückt Leibniz stellenweise auch in diesem Punkte in die Traditionslinie der eigenen *Wissenschaftslehre* (z. B. I, 85, 120 f.). Jedoch beruft er sich dabei zumeist auf den frühen *Dialogus de connexione inter res et verba* (*Gerh.* VII, 190 ff.), in den monadologische Voraussetzungen noch nicht eingehen.

verhält sich der Bolzanosche Logikbegriff zu den Bestimmungen des Logischen, die die neuere (mathematisierte) formale Logik beherrschen?

Die Diskussion um die Logik, die sich in *Husserls Logischen Untersuchungen* widerspiegelt, ist geprägt von der Antithese: Logik ist die Theorie der allgemeinen Gesetze des (richtigen) Denkens — Logik hat es nicht mit bloßen Tatsachen des Bewußtseins zu tun, sondern mit den allgemeinsten Gesetzen der Beziehungen zwischen den sich immer identischen Inhalten selbst, die den wechselnden Gedanken und Vorstellungen im Bewußtsein als objektive Bedeutung zugrunde liegen. Husserls Gegnerschaft zur Denkpsychologie ist die genaue Reprise der Bolzanoschen Auseinandersetzung mit dem Psychologismus der nachkantischen Schulphilosophie. Das hat Husserl begriffen und seine objektive Logik in eine Linie mit dem zweiten Teil der Bolzanoschen Wissenschaftslehre, der *Elementarlehre*, gestellt<sup>36</sup>). Die formale, mathematisierte Logik hat diesen die philosophische Logik des 19. Jahrhunderts weithin bestimmenden, am Anfang und Ende dieses Zeitraumes deutlicher hervortretenden Gegensatz nur in veränderter Form übernommen. Die Grundpositionen im Streit um das Wesen des Logischen, die jetzt sichtbar werden, lassen sich als sogenannte „klassische“ („ontologische“) und „syntaktische“ Standpunkte einander gegenüberstellen. Der klassische Standpunkt, für den Heinrich Scholz weithin hörbar eingetreten ist<sup>37</sup>), behauptet, die aus formallogischen Gründen gültigen Sätze hätten ihren Geltungsgrund darin, daß sie in jedem nur denkbaren Gegenstandsbereich (in jeder nur „möglichen Welt“ — wie Scholz im Anschluß an *Leibniz* formuliert) Gültiges aussagen<sup>38</sup>). Die so verstandene Logik spiegelt die allgemeinste und schlechthin not-

<sup>36</sup> Cf. S. VII.

<sup>37</sup> Cf. u. a. die Aufsätze *Leibniz* (1942), *Was ist Philosophie?* (1940), *Logik, Grammatik, Metaphysik* (1944), sämtlich auch in dem schon in Anm. 2 genannten Sammelband *Mathesis Universalis*, ferner Vorrede und Einleitung des Lehrbuches *Grundzüge der mathematischen Logik* von H. Scholz und G. Hasenjaeger (Berlin u. a. 1961).

<sup>38</sup> Cf. S. XXXIX f., insbes. auch Anm. 48 und 49.

wendige ontologische Struktur des Universums wider und wird von Scholze konsequenter Weise als Verwirklichung der *Aristotelischen* Metaphysikintention gefeiert<sup>39</sup>). — In der syntaktischen Auffassung der Logik, für die Rudolf Carnaps Thesen repräsentativ sind, wird für die Logik jeder Aussagecharakter im Sinn einer Theorie über Reales, und sei es auch allgemeinsten Natur, negiert. *Formal* verdient die Logik hier nicht deswegen genannt zu werden, weil sie die allgemeine *ontologische* Form, unter der jede Realität wird auftreten müssen, beschreibt — vielmehr, weil sie die *sprachliche* Form, unter der sich Realitätsbeschreibung als exakte Wissenschaft vollzieht, also die Form der exakten Wissenschaftssprachen zum Gegenstand hat; die Form der Wissenschaftssprachen, d. h. im syntaktischen Sinn: diejenigen Eigenschaften dieser Sprache, die sich nur auf deren Kalkülcharakter — auf Regeln der Zeichenzusammensetzung und Zeichenfolge stützen, welche lediglich von der Zeichengestalt, nicht von deren eventuellem Bezug auf Wirkliches (Bedeutung) abhängen. — Eine Mittelstellung nimmt hier, was noch wenig bemerkt worden ist, *Lorenzens operative Logik* ein. Einerseits führt Lorenzen als *Protologik* eine Anzahl von Prinzipien auf, die in dem Sinne *allgemeingültig* sind, daß sie für *alle Kalküle* als Systeme des Operierens nach Regeln gelten. Diese Prinzipien gestatten es, das System der Kalkülregeln in jedem Fall so zu erweitern, daß der Bereich der in einem Kalkül ableitbaren „Ergebnisse“ nicht mitvergrößert wird. (Die logische Bedeutung dieser Tatsache wird deutlich, wenn man bedenkt, daß ein Satz, der in einer axiomatisch-deduktiven Theorie logisch folgt, als ein solcher Satz bestimmt werden kann, um den sich das System der Axiome dieser Theorie erweitern läßt, ohne daß sich die Zahl der daraus folgenden Sätze dabei erhöht.) Auf der andern Seite treten formallogische Strukturen in Lorenzens System der operativen Logik und Mathematik auch als syntaktische

<sup>39</sup> Cf. *Metaphysik als strenge Wissenschaft* (Köln 1941), ferner in dem Sammelband *Mathesis Universalis* S. 411 ff., dort auch den 1. Teil der Vorrede von J. Ritter, insbes. S. 10 ff.

Kalküle auf (Konsequenzenkalküle sowie Sprachkalküle, die Mengenlehre, Eigenschafts- und Kennzeichnungslogik u. a. ersetzen). Während die Protologik im Lorenzischen Sinn noch allgemeine ontologische Aussagen, nämlich Aussagen über jeden möglichen Kalkül macht und so als eine Modifikation des klassischen Standpunktes gedeutet werden könnte, kommen andererseits weite Gebiete der klassischen Logik nur in ihrer syntaktischen Reduktionsstufe vor.<sup>40)</sup>

Vergleicht man die in der gegenwärtigen Logik zutage getretene Dialektik mit dem Gegensatz, der die logischen Argumentationen *Husserls* und *Bolzanos* bestimmt, so wird man im ontologischen (klassischen) Standpunkt einen Nachfahren der objektiven Logikauffassung, im syntaktischen Logikbegriff eine der Denkpsychologie äquivalente Position annehmen müssen. Syntaktischer Standpunkt wie Denkpsychologie stimmen nämlich darin überein, daß sie der Logik eine durch die theoretische Tätigkeit des Menschen (Sprechen und Denken) erzeugte Wirklichkeit zugrunde legen. Damit rückt Bolzano in die Traditionslinie des klassischen Standpunktes, die *Scholz* von *Aristoteles* über *Leibniz* bis zu *Frege* und der modernen formalen Logik gezogen hat. Gleichwohl bleibt ein grundlegender Unterschied bestehen: Die exakte Basis des klassischen Standpunktes ist die vor allem von *Alfred Tarski* in den dreißiger Jahren entwickelte Disziplin der logistischen *Semantik*. Diese Theorie beschäftigt sich mit formalen Sprachen, nicht insofern diese bloße (bedeutungsleere) Zeichenkalküle sind, sondern insofern sie auf Gegenstandsbereiche bezogen (interpretiert) werden. Wesentlich für den Aufbau der Semantik ist dabei, daß zwei voneinander unabhängige Bereiche, Sprachzeichen und Zeichenreihen auf der einen, Gegenstände und ihre Eigenschaften und Beziehungen auf der anderen Seite, angenommen werden, die sich dann nach wohlbestimmten Regeln auf die verschiedenste Weise einander zuordnen lassen. Die semantischen Grundbegriffe, insbesondere der Begriff der *Allgemeingültigkeit* von Aus-

<sup>40)</sup> Cf. P. Lorenzen: *Einführung in die operative Logik und Mathematik* (Berlin u. a. 1955).

drücken formaler Sprachen<sup>41</sup>), werden so als diejenigen Eigenschaften *sprachlicher Gebilde* eingeführt, für die deren Sachverhaltsbezogenheit konstitutiv ist. Der von Scholz im Anschluß an *Leibniz* geprägte Begriff der „Gültigkeit in jeder möglichen Welt“ ist an den semantischen Begriff der Allgemeingültigkeit angeschlossen und drückt ebenfalls eine Eigenschaft formalsprachlicher Ausdrücke aus. Die exakte Ausführung des klassischen Standpunktes ist so von dem semantischen Sprachmodell, das nur Zeichen- und Gegenstandsbereiche kennt, nicht zu trennen. Der Sprachsinne, wie ihn *Bolzano*, *Frege* und *Husserl* verstehen, wird in die Semantik auf dieser Stufe nicht einbezogen. Die Bolzanosche *Elementarlehre* dagegen ist nicht als eine Theorie der Beziehungen zwischen sprachlichen Zeichen und Ausdrücken — und Gegenständen und Sachverhalten, also auf einer *semantischen* Basis entworfen; vielmehr behandelt sie allgemeinste Eigenschaften und Beziehungen, die sich an den Vorstellungen und Sätzen *an sich* vorfinden. Zu welchen Modifikationen gegenüber der Semantik dieser Ansatz, die „semantischen“ Grundbegriffe nicht über *sprachlichen* Gebilden (Aussagen und Aussageformen) sondern über „Inhalten“ zu definieren, führt, läßt sich im Zusammenhang eines bestimmten Lehrstückes der *Wissenschaftslehre* noch näher erläutern, das schon aus dem Grunde hier einer Erörterung bedarf, weil es zum in der formalen Logik meist- und fast alleindiskutierten Teil der *Wissenschaftslehre* gehört: Es handelt sich um die Überlegungen zu den Begriffen „Ableitbarkeit“ und „Abfolge“.

Die für die Logik wichtigste Beziehung zwischen Sätzen ist, daß gewisse Sätze aus anderen Sätzen *erschlossen* werden können. So hat auch Bolzano in einem Brief an *Romang*, in dem er dem Freunde für seine Lektüre der *Wissenschaftslehre* eine Auswahl empfiehlt<sup>42</sup>), vor allem auf die Paragraphen aus dem zweiten und dritten Hauptstück der *Elementarlehre* hingewiesen, die die Grundlagen des Schließens betreffen (§§ 154—158, 162, 179, 198, 201, 202,

<sup>41</sup> Cf. unten S. XL.

<sup>42</sup> Cf. unten S. LVI f.

214, 221). Auch die heutige formale Logik hat, wie gesagt, aus dem Begriffsmaterial, das die Bolzanosche Wissenschaftslehre bereitstellt, bisher wesentlich nur die Schluß- und Folgebegriffe herausgegriffen und eingehender untersucht<sup>43</sup>). Das Verdienst, entdeckt zu haben, daß Bolzano in diesem großen Thema der Logik über ein Jahrhundert hinweg unmittelbar an die begrifflichen Klärungsversuche der mathematischen Logik heranreicht, gebührt Heinrich Scholz<sup>44</sup>).

Bolzanos Begriff der *Ableitbarkeit* läßt sich am einfachsten über ein von Bolzano selbst (§ 223 — II, 392) gegebenes Beispiel einführen. Wir betrachten die drei Sätze:

- (1) „Cajus ist ein Mensch“,
- (2) „Alle Menschen sind der Seele nach unsterblich“,
- (3) „Cajus ist der Seele nach unsterblich“.

Satz (3) läßt sich aus den Sätzen (1) und (2) „schließen“; er „folgt“ aus (1) und (2); er gilt *notwendig*, wenn (1) und (2) gelten. Bolzano knüpft in seiner Analyse der *Aristotelischen* Syllogismusdefinition nach *Anal. pr. I 1* an diese mit dem Schlusse verbundene Notwendigkeit (*συνβαίνειν ἐξ ἀνάγκης*) an (§ 155, 1. Anm. Bolzanos — II, 128 f.). Er glaubt, daß hier die *Notwendigkeit* auf einen Charakter der *Allgemeinheit* zurückzuführen ist. Daß die *conclusio* aus den Prämissen mit Notwendigkeit folgt, meine eigentlich, „daß der Schlußsatz *jedesmal* wahr werde, *sooft* es nur die Vordersätze werden“. Dieses „jedesmal, . . . sooft“ bedinge, daß man sich an den Sätzen etwas *Veränderliches* denke. Für ein Urteil über die Richtigkeit eines Schlusses ist nicht nur die Satzfolge des Schlusses selbst relevant, sondern auch jede aus ihr durch bestimmte Abänderungen gewonnene Satzfolge. Um Veränderungen an Sätzen zu beschreiben, prägt Bolzano den Begriff der *veränderlichen Vorstellung*. Er erreicht damit ein begriffliches Äquivalent zu den *Aussageformen* und den in ihrem

<sup>43</sup> Cf. Anm. 7. — J. Bergs umfassende Darstellung bildet eine Ausnahme. Dort findet man u. a. auch eine ausführliche Darstellung des Bolzanoschen Äquivalents zu einer *Klassenlogik*, der Lehre von den *Vorstellungen an sich*, die hier nicht näher erörtert werden kann.

<sup>44</sup> Cf. die in Anm. 2 genannte Abhandlung von 1937.

Aufbau vorkommenden (freien) *Variablen* der späteren mathematischen Logik. Allerdings besteht der schon im allgemeinen erwähnte Unterschied: Die Aussageformen werden als sprachliche Gebilde (Zeichenreihen) eingeführt, bei denen die Bedeutung gewisser Zeichen (eben der Variablen) offen bleibt, so daß diesen Zeichen als einer Art Leerstellen in bestimmten Grenzen nach Belieben Gegenstände, Eigenschaften oder Beziehungen als Bedeutungen zugeordnet werden können. Soweit die gewählten Bedeutungen Bezeichnungen haben, lassen sich diese Bezeichnungen für die freien Variablen in den Aussageformen einsetzen, so daß aus einer Aussageform eine ganze Klasse bedeutungsvoller Zeichenreihen (Aussagen) entsteht. So kann etwa die Aussageform „X ist weise“ zu der Aussage „Gott ist weise“ oder „Sokrates ist weise“ usf. werden. Da Bolzano die Logik als Theorie eines An sich-Bereiches entwickelt, ist ihm der Rückgriff auf die Sprache zur Definition von Sätzen mit „veränderlichen“ Bestandteilen versagt. Die Welt der Vorstellungen an sich ist jedoch nicht, wie ein formaler Sprachkalkül in bestimmten Grenzen, in die Beliebigkeit des Logikers gestellt. Man kann ihr also veränderliche Elemente nicht einfach adjungieren; man kann sie nur in ihr vorfinden, wenn sie unabhängig von den Operationen des Logikers in ihr da sind. Dies ist aber nicht der Fall: Vorstellungen an sich sind nach Bolzano „nichts Existierendes“ und können daher „auch keiner eigentlichen Veränderung unterliegen“. So ist der Begriff der „veränderlichen Vorstellung“, wörtlich genommen, ein „gegenstandsloser“ Begriff im Bolzanoschen Sinn. Zu sagen, an einer gegebenen Vorstellung oder an einem gegebenen Satz sei ein Bestandteil als veränderlich anzusehen, hat für Bolzano nur die Bedeutung, man solle sein Augenmerk auf alle Vorstellungen (Sätze) richten, die sich von der gegebenen Vorstellung (dem gegebenen Satz) nur durch diesen Bestandteil unterscheiden (§ 69, 2. Anm. Bolzanos — I, 314). Vorstellungen und Sätze an sich mit veränderlichen Bestandteilen sind daher eigentlich *Klassen* von Vorstellungen oder Sätzen an sich (cf. I, 48). Wenn wir auf das oben angegebene Beispiel zurückgehen, so kann man sich nach

Bolzano in den Sätzen (1), (2), (3) etwa die Bestandteile „Cajus“, „Mensch“ und „der Seele nach unsterblich sein“ (genauer gesagt: die durch diese Worte wiedergegebenen Sinnelemente in den durch (1), (2), (3) ausgedrückten Sätzen an sich) als veränderlich denken und dafür andere Vorstellungen der Art setzen, daß aus (1), (2), (3) wiederum sinnvolle Sätze entstehen. Für *jede* Satzfolge (1'), (2'), (3'), die man auf diese Weise erhält, gilt: Falls (1') und (2') wahr sind, ist auch (3') wahr. Diese Tatsache ist für Bolzano Rechtfertigung, den Übergang von (1), (2) zu (3) einen *Schluß* und das Verhältnis zwischen (1), (2) auf der einen und (3) auf der anderen Seite ein Verhältnis der *Ableitbarkeit* zu nennen. Seine Definition der Ableitbarkeit läßt sich so zusammenfassen:

Die Sätze  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ , ... heißen ableitbar aus den Sätzen  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , ... in Bezug auf die nicht leere Menge der Vorstellungen  $i$ ,  $j$ , ..., die in diesen Sätzen als veränderlich betrachtet werden, wenn

- (a) jede für  $i$ ,  $j$ , ... eingesetzte Folge von Vorstellungen  $i'$ ,  $j'$ , ..., die  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , ... zu wahren Sätzen werden läßt, auch  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ , ... wahr macht.
- (b)  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , ... und  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ , ... miteinander verträglich sind in Bezug auf  $i$ ,  $j$ , ... (d. h. wenn die Vorstellungen  $i$ ,  $j$ , ... so durch andere Vorstellungen ersetzt werden können, daß  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , ...;  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ , ... sämtlich zugleich wahr werden.<sup>45</sup>)

Daß die Ableitbarkeit nach Bedingung (b) von Bolzano als ein Verhältnis der *Verträglichkeit* erklärt wird, hat zur Folge, daß aus Prämissen, die kontradiktorisch in Bezug auf die Vorstellungen  $i$ ,  $j$ , ... sind (in dem Sinne, daß sie bei keiner Ersetzung der  $i$ ,  $j$ , ... durch andere Vorstellungen sämtlich wahr werden) kein Schlußsatz ableitbar ist<sup>46</sup>.

<sup>45</sup> Legt man Bolzanos aristotelische Interpretation des Allooperators zugrunde, so folgt Bedingung (b) aus (a). Cf. § 57, 2. und Anm. 1 des Hrsgs. zu § 154.

<sup>46</sup> Diese Bedingung wird für den semantischen Folgerungsbegriff (cf. unten S. XL) i. a. nicht gefordert. Hier kann aus Kontradiktionen Beliebiges gefolgert werden.

Die Schwierigkeit, mit der diese Definition der Ableitbarkeit behaftet ist, liegt auf der Hand: Ob ein Schlußsatz aus bestimmten Prämissen ableitbar ist oder nicht, hängt davon ab, welche Vorstellungen ich in Prämissen und Schlußsatz als veränderlich betrachte. Bolzanos Ableitbarkeitsbegriff impliziert z. B., daß der Satz

- (4) „In München war es am 24. September 1962 wärmer als in Hamburg“

aus dem Satz

- (5) „In München stand das Thermometer am 24. September 1962 höher als in Hamburg“

ableitbar ist in Bezug auf die in beiden Sätzen vorkommenden Orts- und Zeitvorstellungen als veränderliche Vorstellungen<sup>47</sup>). Betrachte ich zusätzlich noch die Vorstellungen „wärmer“ und „Thermometer“ als veränderlich, so ist (4) aus (5) nicht ableitbar. Sei  $T$  dann nämlich ein Tag, an dem es in München tatsächlich wärmer war als in Hamburg, so kann man durch ein und dieselbe Veränderung von Vorstellungen den Satz (5) überführen in den wahren Satz

- (5') „In München stand das Thermometer am Tage  $T$  höher als in Hamburg“

und den Satz (4) überführen in den falschen Satz

- (4') „In München war es am Tage  $T$  kälter als in Hamburg“.

Die mathematische Logik umgeht eine derartige Relativierung des Folgerungsbegriffes. Sie gründet den semantischen Folgerungsbegriff auf Aussageformen, bei denen mit Ausnahme einer genau übersehbaren Zahl *logischer* Symbole alle „inhaltlichen“ Zeichen den Charakter von Variablen haben. Auch Bolzano nimmt letztlich zu Beginn seiner *Lehre von den Schlüssen* (§ 223) eine äquivalente Einschränkung vor. Er begrenzt die zu behandelnden Schlüsse auf „solche Ableitungsarten“, „deren Richtigkeit sich aus bloß logischen Begriffen einsehen läßt; oder was ebensoviel heißt, die sich durch Wahrheiten aussprechen

<sup>47</sup> Bolzano diskutiert ein analoges Beispiel in allgemeiner Form in § 162 (II, 192).

lassen, in denen von nichts anderem als von Begriffen, Sätzen und andern logischen Gegenständen die Rede ist“ (II, 392), und nennt diese Ableitungsarten in Einklang mit der Tradition die eigentlich „*logischen Schlüsse*“. Beispiel eines logischen Schlusses ist der oben S. XXXIV genannte Schluß. Dieses Ableitbarkeitsverhältnis nämlich „kann eingesehen werden, ohne etwas von der Natur des Menschen, von dem, was Sterben heißt u. dgl., zu wissen“ (II, 392). Kurz darauf (II, 394) kommt Bolzano dem Ansatz der mathematischen Logik sehr nahe (ohne allerdings die wesentlichen Unterschiede aufzugeben), wenn er anführt, daß er „eigentlich nie die Sätze selbst, die im Verhältnis einer Ableitbarkeit zueinander stehen, sondern nur die *Form*, die diese Sätze haben müssen, und somit auch nicht die Schlüsse selbst, sondern nur ihre *Formen* (die Regeln, nach welchen sie zu bilden sind) durch die gebrauchten Worte darstellen“ werde. Bolzano bringt seinen Definitionsansatz des „logischen Schlusses“ allerdings nirgends auf die genaue Form, daß es sich dabei um einen Schluß handelt, bei dem alle inhaltlichen Vorstellungen als veränderlich betrachtet werden, nicht aber Vorstellungen, die zum logisch-grammatischen Gerüst der Sätze des Schlusses gehören. Das mag daran liegen, daß Bolzanos *Wissenschaftslehre* noch keine systematische Handhabe bietet, Vorstellungen, die die logische Struktur eines Satzes betreffen, vor anderen, „inhaltlichen“ Vorstellungen auszuzeichnen. So bleibt ihm ein Äquivalent zum Weg der mathematischen Logik letztlich versagt. Wenn Bolzano als früher Vorläufer der logistischen Semantik in der von *Tarski* begründeten Form genannt wird, muß daher angemerkt werden:

1. Die Bolzanoschen Äquivalente der späteren semantischen Grundbegriffe sind nicht konzipiert für die Beschreibung der Beziehungen sprachlicher Gebilde zu einem Wirklichkeitsgegenüber als „Bedeutung“, in diesem Sinne sind sie gar nicht semantisch; ihre ganz andere ontologische Bedeutung mag durch den Bolzanoschen Veränderlichkeitsbegriff illustriert worden sein.

2. Die genaue Trennung logischer und inhaltsbezogener Elemente (Symbole) der Sprache, wie sie in der Semantik durch die Beschränkung auf übersehbar aufgebaute formale Sprachen möglich wurde, ist von Bolzano noch nicht vollzogen.
3. Bolzanos Ableitbarkeitsbegriff ist daher nicht über Aussageformen ohne inhaltliche Konstanten definiert.
4. Die Bolzanoschen Äquivalente der semantischen Grundbegriffe sind abhängig davon, welche Bestandteile jeweils in den betrachteten Sätzen als veränderlich angesehen werden.

Nur unter diesen wesentlichen Einschränkungen kann man davon sprechen, daß die wichtigsten Grundbegriffe der Semantik, „Erfüllbarkeit“, „Allgemeingültigkeit“, „Folgerung“ im semantischen Sinn, in der *Wissenschaftslehre* strukturell vorgeformt sind. Die semantischen Definitionen dieser Begriffe seien hier kurz skizziert, auf die entsprechenden Begriffsbestimmungen Bolzanos ist in Klammern hingewiesen.

Unter einer *Interpretation* eines Systems von Aussageformen  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  ohne inhaltliche Konstanten (*Ausdrücken* einer formalen Sprache) werde eine Zuordnung von geeigneten Bedeutungen zu allen freien Variablen von  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  verstanden.<sup>48</sup>)

<sup>48</sup> Diese Definition gibt nur das Wesentliche genau wieder. In der mathematischen Logik werden die zu interpretierenden Ausdrücke i. a. durch einen wohldefinierten Grundzeichenbestand und ein System von Aufbauregeln gegeben. Den Grundzeichenbestand beschränkt man dabei meistens so, daß er als „inhaltlich“ interpretierbare Symbole nur zwei Sorten von Variablen enthält, nämlich Variable, die sich auf Gegenstände, und Variable, die sich auf Eigenschaften von bzw. Relationen zwischen Gegenständen beziehen. Diese Beschränkung macht es möglich, den Interpretationsbegriff zu relativieren: Man spricht von „Interpretationen in einem Gegenstandsbereich (Scholz: einer möglichen Welt)  $\omega$ “ und meint damit, daß für diese Interpretationen als Bedeutungen nur Gegenstände aus  $\omega$  und Eigenschaften von bzw. Relationen zwischen Gegenständen aus  $\omega$  zugelassen sind. Zur genaueren Orientierung vgl. man hier und im folgenden etwa H. Scholz und G. Hasenjaeger: *Grundzüge der mathematischen Logik* (Berlin u. a. 1961), insbesondere die Einleitung.

Z. B. erhält man eine Interpretation des Ausdrucks „ $x$  hat die Eigenschaft  $P$  und  $y$  hat die Eigenschaft  $Q$ “, wenn man  $x$  den Mond,  $y$  die Venus und sowohl  $P$  wie  $Q$  die Eigenschaft, ein Planet zu sein, zuordnet. Es ist einsichtig, wie Interpretationen nicht nur Variablen Bedeutungen, sondern auch den gesamten Ausdrücken Sachverhalte zuordnet, die bestehen (gelten) oder nicht bestehen können.

Ein Ausdruck  $\alpha$  oder ein System von Ausdrücken  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  heißt *erfüllbar* genau dann, wenn es eine Interpretation von  $\alpha$  bzw.  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  gibt, die  $\alpha$  bzw.  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  sämtlich gültige Sachverhalte zuordnet. (Cf. bei Bolzano den Begriff der *Verträglichkeit*: § 154.) Von einer Interpretation mit der genannten Eigenschaft sagt man, daß sie  $\alpha$  bzw.  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  *erfüllt* oder *Modell* von  $\alpha$  bzw.  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  ist.

Ein Ausdruck heißt *allgemeingültig* genau dann, wenn er durch jede mögliche Interpretation erfüllt wird<sup>49</sup>). (Cf. Bolzanos Begriff der Allgemeingültigkeit: § 147 — II, 82<sup>50</sup>.)

Ein *Ausdruck*  $\alpha$  heißt eine *Folgerung* (im semantischen Sinne) aus den Ausdrücken  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  genau dann, wenn jede Interpretation, die  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  sämtlich erfüllt, auch  $\alpha$  erfüllt. Eine *Aussage*  $A$  heißt eine *Folgerung* (im semantischen Sinne) aus den Aussagen  $A_1, A_2, \dots$  genau dann, wenn sich  $A, A_1, A_2, \dots$  durch Einsetzung von Variablen für die inhaltlichen Konstanten in Ausdrücke  $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, \dots$  überführen lassen, derart daß  $\alpha$  eine Folgerung aus  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  im gerade definierten Sinne ist.

<sup>49</sup> Legt man den in Anm. 48 angedeuteten relativierten Interpretationsbegriff zugrunde, so erhält man entsprechend einen relativierten Allgemeingültigkeitsbegriff. Scholz spricht in diesem Zusammenhang von der „Allgemeingültigkeit eines Ausdrucks in einer möglichen Welt  $\omega$ “. Die unrelativierte Allgemeingültigkeit eines Ausdrucks läßt sich dann als „Allgemeingültigkeit (oder Gültigkeit) in jeder möglichen Welt“ einführen.

<sup>50</sup> Es sei hier noch hervorgehoben, daß Bolzano bei der Definition der Allgemeingültigkeit nur solche Veränderungen der als veränderlich angesehenen Vorstellungen zuläßt, die zu *gegenständlichen* Sätzen führen, d. h. zu Sätzen, unter deren Subjektvorstellung wenigstens ein Gegenstand fällt.

(Zu den beiden letzten Definitionen cf. Bolzanos Begriff der Ableitbarkeit: § 155; Bolzano trifft seine Definition gleich für den allgemeinen Fall mehrerer Schlußsätze, weicht aber bei dieser Verallgemeinerung von der von G. Gentzen vorgeschlagenen Ausdehnung auf den Fall, daß die conclusio nicht nur aus einer Aussageform besteht, ab: Nach Gentzen<sup>51</sup>) hätte man ein System von Ausdrücken  $a_1', a_2', \dots$  genau dann eine Folgerung aus den Ausdrücken  $a_1, a_2, \dots$  zu nennen, wenn jede Interpretation, die  $a_1, a_2, \dots$  erfüllt, wenigstens einen der Ausdrücke  $a_1', a_2', \dots$  erfüllt. Im Bolzanoschen Sinne müßte hier stehen:  $\dots$  wenn jede Interpretation, die  $a_1, a_2, \dots$  erfüllt, auch  $a_1', a_2', \dots$  erfüllt.)

Dem semantischen Folgerungsbegriff und dessen Äquivalent bei Bolzano, dem Begriff des „logischen Schlusses“ (cf. S. XXXVII f.), steht eine andere sehr natürliche Möglichkeit gegenüber, die Folgebeziehung unabhängig von der Wahl der veränderlichen Elemente in Sätzen bzw. Satzformen zu definieren. Dieser Weg besteht, in den Begriffen Bolzanos gedacht, darin, *Sätze (an sich) genau dann als ableitbar schlechthin auseinander zu bezeichnen, wenn es überhaupt veränderliche Vorstellungen in ihnen gibt, in Bezug auf die sie ableitbar sind.* Bolzano selbst hat diesen nicht-relativierten Folgerungsbegriff in § 164 der *Wissenschaftslehre* als sinnvoll erwähnt, ohne jedoch eine eigene Bezeichnung dafür einzuführen<sup>51a</sup>). Er schreibt dort (II, 199): „Da es aber nach § 155, Nr. 20, mit dem Verhältnisse der Ableitbarkeit keineswegs ebenso ist, wie mit dem Verhältnisse der bloßen Verträglichkeit, daß sich ein jeder gegebene Inbegriff von Sätzen  $A, B, C, \dots$  einer- und  $M, N, O, \dots$  andererseits in dies Verhältnis nur dadurch bringen ließe, daß wir nach unserem Belieben bestimmen, welche Vorstellungen darin als veränderlich gelten sollen: so ist es schon eine hinlänglich merkwürdige Aussage, wenn wir

<sup>51</sup> *Untersuchungen über das logische Schließen*, in: *Mathem. Ztschr.* 39 (1934/35), S. 176 ff., 405 ff.

<sup>51a</sup> Allerdings gebraucht er das Wort „ableitbar“ häufig in diesem und nicht im relativierten Sinne; cf. etwa II, 347.

von gewissen Sätzen  $M, N, O, \dots$  behaupten, daß sie zu anderen  $A, B, C, \dots$  in ein Verhältnis der Ableitbarkeit gebracht werden können, sobald man nur die gehörigen Vorstellungen in ihnen als veränderlich annimmt.“ Ein so bestimmter *allgemeiner Bolzanoscher Folgerungsbegriff* würde den Begriff des „logischen Schlusses“ im Sinne Bolzanos, sein semantisches Äquivalent den semantischen Folgerungsbegriff als Spezialfall einbegreifen. Der Unterschied zum „logischen Schluß“ und zum semantischen Folgerungsbegriff läßt sich an dem S. XXXVII gebrachten Beispiel erläutern. Satz (4) ist hier aus Satz (5) ableitbar *schlechthin* im oben definierten Sinn ebenso wie auch Satz (5) aus Satz (4), weil in beiden Fällen eine Ableitbarkeit *relativiert* auf gewisse in (4) und (5) als veränderlich angesehene Vorstellungen besteht. Voraussetzung dieser Ableitbarkeitsbeziehungen ist, daß höherer Thermometerstand stets mit höherer Temperatur einhergeht und umgekehrt. Da die Begriffe „wärmer“ und „kälter“ auch ohne Festlegung durch Thermometerstände einen *phänomenalen* Sinn haben (der hier gemeint sein soll), ist die Voraussetzung nicht per definitionem richtig, sondern stellt einen allgemeinen physikalisch-phänomenalen Sachverhalt dar, den wir auf Grund der Erfahrungen etwa über die Ausdehnung von Stoffen bei Erwärmung annehmen. Die Schlüsse von (4) auf (5) und von (5) auf (4) sind daher auf ein Naturgesetz gegründet. Geht man die Aufgabe, eine Definition des „Schließens“ zu finden, einmal nicht unter dem Gesichtspunkt formallogischer Untersuchungen an, denen es von vornherein um *logische* Deduktion geht, sondern als ein phänomenologisches Sujet, mit dem Ziel also, das alltägliche Phänomen „Schließen“, den Schlußbegriff der natürlichen Sprache in seiner ganzen Allgemeinheit zu bestimmen — so könnte der skizzierte unrelativierte Bolzanosche Folgerungsbegriff eine adäquatere Beschreibung bieten als der engere semantische Folgerungsbegriff. Neben logischen Schlußregeln können auch physikalische Gesetze, Definitionen von Allgemeinbegriffen, ethische Maximen u. a. universelle Geltungsformen Grundlage für Ableitbarkeitsverhältnisse *schlechthin im oben definier-*

ten Sinne sein.<sup>52</sup>) Die formale Logik hat den Schlüssen gegenüber, in denen sich das natürliche Denken vollzieht, immer ein Verfahren der Einebnung beobachtet. Sie bringt die natürlichen Schlüsse, sofern sie sie als solche anerkennen will, auf wohlbestimmte Normalformen. In dem oben angegebenen Beispiel läßt sich etwa der Schluß von (4) auf (5) dadurch zu einem auch im Sinne des semantischen Folgerungsbegriffs gültigen Schluß erweitern, daß man eine weitere Prämisse, eine Teilaussage des schon erwähnten Erfahrungsgesetzes, hinzufügt:

- (6) „Für alle Orte  $x$  und  $y$  und jede Zeit  $t$  gilt: Wenn das Thermometer in  $x$  zur Zeit  $t$  höher steht als in  $y$ , so ist es in  $x$  zur Zeit  $t$  wärmer als in  $y$ “.

Daß zwischen (5), (6) als Prämissen und (4) als conclusio ein Verhältnis der Folgerung im semantischen Sinn besteht, läßt sich dann so begründen: Man fasse die Tatsachen, daß das Thermometer an einem Orte  $x$  zur Zeit  $t$  höher steht als an einem Orte  $y$  bzw. daß es an dem Orte  $x$  zur Zeit  $t$  wärmer ist als an dem Orte  $y$ , als *Relationen* zwischen  $x$ ,  $y$  und  $t$  auf. Dann erhält man bei Ersetzung sämtlicher inhaltlichen Bestandteile in (4), (5), (6) durch freie Variable ( $a, b, c; P, Q$ ) die folgenden Aussageformen:

- (4<sup>°</sup>) „Zwischen  $a, b$  und  $c$  besteht die Relation  $P$ “,  
 (5<sup>°</sup>) „Zwischen  $a, b$  und  $c$  besteht die Relation  $Q$ “,  
 (6<sup>°</sup>) „Für alle  $x, y$  und  $t$  gilt: Wenn zwischen  $x, y$  und  $t$  die Relation  $Q$  besteht, so besteht zwischen  $x, y$  und  $t$  auch die Relation  $P$ “.

Nun ist einsichtig, daß jede Interpretation der freien Variablen  $a, b, c; P, Q$ , die (5<sup>°</sup>) und (6<sup>°</sup>) gültige Sachverhalte zuordnet, auch (4<sup>°</sup>) einen gültigen Sachverhalt zuordnet, d. h. daß (4<sup>°</sup>) eine Folgerung im semantischen Sinn aus (5<sup>°</sup>) und (6<sup>°</sup>) ist. Der auf inhaltlichen Voraussetzungen

<sup>52</sup> Cf. hier und im folgenden auch *Wittgensteins* wiederholte Kritik am formallogischen Schlußbegriff. So heißt es etwa in den *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*, I 8: „Der Ofen raucht, also ist das Ofenrohr wieder verlegt“ . . . so wird dieser Schluß gezogen! Nicht so: „Der Ofen raucht, und wenn immer der Ofen raucht, ist das Ofenrohr verlegt; also . . .“.

beruhende Schluß im Sinne der Bolzanoschen Ableitbarkeit ist damit in ein formales Schlußschema im Sinne des semantischen Folgerungsbegriffes überführt worden. Dies geschieht so, daß der inhaltliche Sinn bestimmter Vorstellungen in dem zweigliedrigen Schlußschema Bolzanos (die bei Bolzano *nicht* als veränderlich angesehen werden dürfen, wenn zwischen (5) und (4) Ableitbarkeit herrschen soll) für die semantische Interpretation der Folgerung gleichgültig wird, nachdem eine weitere geeignete Prämisse — (6) — hinzugekommen ist.

Der diskutierte allgemeine Bolzanosche Ableitbarkeitsbegriff verhält sich zur relativierten Ableitbarkeit wie Bolzanos Begriff des analytischen Satzes zum Begriff des relativiert auf gewisse veränderliche Vorstellungen allgemeingültigen oder allgemein ungültigen Satzes, wie er im § 147 (II, 82) der *Wissenschaftslehre* entwickelt wird. Im § 148 nennt Bolzano nämlich einen Satz *analytisch* genau dann, wenn darin mindestens eine Vorstellung vorkommt, „welche sich willkürlich abändern läßt, ohne die Wahrheit oder Falschheit desselben zu stören; d. h. wenn alle Sätze, die durch den Austausch dieser Vorstellung mit beliebigen andern zum Vorschein kommen, entweder insgesamt wahr oder insgesamt falsch sind, vorausgesetzt, daß sie nur Gegenständlichkeit haben“ (II, 83). Das heißt aber gerade: Ein Satz ist genau dann analytisch, wenn es veränderliche Vorstellungen in ihm gibt, in Bezug auf die er allgemeingültig oder allgemein ungültig ist. Auch die Analytizität eines Satzes ist also bei Bolzano nicht, wie es in der Semantik üblich ist, dadurch definiert, daß sich dieser Satz bei Ersetzung *aller* inhaltlichen Konstanten durch geeignete Variablen in eine allgemeingültige Aussageform verwandelt. Vielmehr läßt Bolzanos Definition (abgesehen davon, daß sie auch allgemein ungültige Sätze einbegreift) wie beim Bolzanoschen Ableitbarkeitsbegriff zu, daß *inhaltliche* Sätze die Analytizität begründen. Der Satz etwa: „Wenn es in Hamburg wärmer ist als in München, so steht das Thermometer in Hamburg höher als in München“ ist nach Bolzano analytisch, weil er bei jeder Änderung der Ortsvorstellungen „Hamburg“ und „Mün-