

Basiswissen Grundschule Band 34



Inklusiver Mathematikunterricht

Ideen für die Grundschule



Basiswissen Grundschule

Band 33

Inklusiver Mathematikunterricht

Ideen für die Grundschule

Von

Marei Fetzer



Schneider Verlag Hohengehren GmbH

Basiswissen Grundschule

Herausgegeben von:

Band 1 bis 18: Jürgen Bennack

Ab Band 19: Astrid Kaiser

Die Reihe "Basiswissen Grundschule" ist einem schüler- und handlungsorientierten, offenen Unterricht verpflichtet, der auf die Stärkung einer selbstständigen, sozial verantwortlichen Schülerpersönlichkeit zielt.

Umschlagfoto: Marei Fetzer

Gedruckt auf umweltfreundlichem Papier (chlor- und säurefrei hergestellt).

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über >http://dnb.d-nb.de< abrufbar.

ISBN 978-3-8340-1630-0

Schneider Verlag Hohengehren, Wilhelmstr. 13, 73666 Baltmannsweiler

Homepage: www.paedagogik.de

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne vorherige schriftliche Einwilligung des Verlages öffentlich zugänglich gemacht werden. Dies gilt auch bei einer entsprechenden Nutzung für Unterrichtszwecke!

© Schneider Verlag Hohengehren, 73666 Baltmannsweiler 2016 Printed in Germany – Druck: Esser, Bretten Inhaltsverzeichnis V

Inhaltsverzeichnis

Vorwort der Reihenherausgeberin Astrid Kaiser	IX
Marei Fetzer Inklusiver Mathematikunterricht	1
1. Inklusion und Mathe?	4
2. Anschlussfähige Konzepte	9
3. Arbeiten mit Kernideen	16
4. Individuelles und gemeinsames Lernen	23
Marei Fetzer Erprobte Lernumgebungen	39
Jasmin Duchow, Konstanze Kurbel 1. Strukturierte Zahldarstellung: Die Tuchaufgabe	41
Tina Dietz, Lisa Vanessa Schaffrath-Link, Stefanie Schulz 2. Zählstrategien: Nüsse zählen mit System	49
Susann-Marie Grote, Jasmin Hofmann, Rosalie Schüler 3. Orientierung im Hunderterraum/Relationaler Zahlbegriff: Zahlenstrahl zeichnen	57
Julia Heid, Anne Mau, Lea Nemeth, Jehona Pefqeli 4. Additive Zahlenzerlegung: Zahlenhäuser	68
Felicitas Ludwig, Franziska Schneider 5. Zerlegen und Zusammensetzen: Zahlenschlösser	85
Marie Mohr, Annette Nickel, Nicole Rothenbächer 6. Umgang mit Geld: Einkaufen mathematisch betrachtet	93
Felicitas Ludwig, Kristian Martens, Franziska Schneider 7. Sachaufgaben: Forscher in Aktion	107
Julia Friedle, Carolin Knitsch 8. Achsensymmetrie: Symmetrie erleben	117
Stefanie Czaika, Tina Dietz, Lisa Vanessa Schaffrath-Link, Stefanie Schulz 9. Ebene Figuren: Formen handelnd erfahren	129

VI Inhaltsverzeichnis

	na Bayha, Julia Grasmück, Alena Keller Würfelbauten darstellen: Kunstausstellung	139
	ole Rothenbächer	
	Systematisieren mit vier Würfeln: Bruno baut mit System	146
	ole Rothenbächer	1.55
Lite	eraturtipps und Rezensionen	157
1.	Einstern Mathematik für Grundschulkinder	159
2.	Bruder/Leuders/Büchter: Mathematikunterricht entwickeln	160
3.	Klick! Mathematik Arbeitsheft	161
4.	Enzensberger: Der Zahlenteufel	162
5.	Häsel-Weide/Nührenbörger u.a.: Ablösung vom zählenden Rechnen	163
6.	Hirt/Wälti: Lernumgebungen im Mathematikunterricht	164
7.	Jakob/Moser u.a.: Förderschwerpunkt Lernen	165
8.	Kaufmann/Wessolowski: Rechenstörungen	166
9.	Korff: Inklusiver Mathematikunterricht in der Primarstufe	167
10.	Krauthausen/Scherer: Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht	168
11.	Maaß: Mathematikunterricht weiterentwickeln	170
12.	Metzger/Weigl: Inklusion – praxisorientiert	171
13.	Nührenbörger/Pust: Mit Unterschieden rechnen	172
14.	Portmann: Die 50 besten Spiele für mehr Sozialkompetenz	173
15.	Rumpf: 1, 2, 3 Warum hört das Zählen nie auf?	174
16.	Seitz/Finnern u. a.: Inklusiv gleich gerecht?	175
17.	Stähling: "Du gehörst zu uns"	176
18.	Stähling/Wenders: "Das können wir hier nicht leisten"	178
19.	Stähling/Wenders: Teambuch Inklusion	179
20.	Sundermann/Selter: Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht	180

Inhaltsverzeichnis VII

21.	Trumpa/Seifrid u. a.: Inklusive Bildung: Erkennntnisse und Konzepte aus Fachdidaktik und Sonderpädagogik	182
22.	Ulm: Gute Aufgaben Mathematik	183
23.	Walther/Heuvel-Panhuizen u.a.: Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret	184
24.	Wittmann/Müller: Probieren und Kombinieren, Igelaufgaben zum Zahlenbuch	185

Vorwort der Reihenherausgeberin

Kreative Lernumgebungen für inklusiven Mathematikunterricht

Viele Lehrerinnen und Lehrer wollen gemeinsamen Unterricht für alle Kinder ermöglichen, aber stehen vor der Frage, wie inklusives Lernen in den verschiedenen Fächern praktisch umgesetzt werden kann. Inklusion ist zwar in aller Munde und doch erweist es sich nicht so einfach, diesen Anspruch in der Praxis zu verwirklichen. Besonders die Mathematikdidaktik hat eine Tradition, Lehrgänge auf verschiedenen Niveaustufen anzubieten, die gemeinsames Lernen an einem Gegenstand auf den ersten Blick utopisch erscheinen lassen. Die Gleichzeitigkeit von Verschiedenem ist im klassischen Mathematiklehrbuch nicht vorgesehen. Da geht es immer nur vorwärts vom Einfachen zum Schwierigen und wehe, wenn ein Kind da nicht mitkommt. Bestenfalls hat es zahlungskräftige Eltern, die mit Nachhilfe dem Kind auf die Sprünge helfen. Doch dies bedeutet Exklusion und nicht Inklusion.

Das vorliegende Buch ist in dieser Hinsicht besonders faszinierend. Es ist ein Praxisbuch mit zahlreichen kreativen Anregungen. Es zeigt, wie eine Vielzahl mathematischer Inhalte für Kinder verschiedenster Lernvoraussetzungen zugänglich gemacht werden können. Dabei wird stets der Bogen zum theoretischen Horizont geschlagen: "Was ist inklusiver Mathematikunterricht in der Grundschule?"

Das Buch ist in drei große Blöcke gegliedert: Der von Marei Fetzer verfasste 40-seitige Theorieteil widmet sich den theoretischen, didaktischen und methodischen Grundlagen für einen inklusiven Mathematikunterricht. Darauf aufbauend werden elf erprobte Lernumgebungen mit konkreten Anregungen vorgestellt. Den Abschluss bildet eine Zusammenstellung von Literaturtipps und Buchrezensionen rund um Inklusion und Mathematiklernen in heterogenen Settings von Nicole Rothenbächer.

Im Theorieteil ist es Marei Fetzer in hervorragender Weise gelungen, sehr klar zu schreiben und dabei die wichtigen Merkmale inklusiven Mathematikunterrichts im Spannungsfeld zwischen individueller Förderung und gemeinsamem Lernen überzeugend darzustellen. Dabei wird immer wieder auf die praktische Umsetzung Bezug genommen. Beispielsweise arbeitet sie heraus, dass jede Lernumgebung von einer mathematischen Kernidee auszugehen hat. Durch Anregungen zum 'Selbstversuch' gelingt es ihr, die Lesenden zu animieren sich selbst davon zu überzeugen, wie viele mathematische Inhalte tatsächlich für Kinder unterschiedlichster Lernvoraussetzungen aufbereitet werden können. Sie knüpft an wichtige fach-

didaktische und lerntheoretische Schlüsselliteratur (u. a. Gallin/Ruf, Wygotski, Selter/Spiegel) für den Mathematikunterricht an, um zu belegen, dass inklusiver Mathematikunterricht möglich ist, und arbeitet das Beispiel des Spiralcurriculums in seiner Bedeutung für inklusiven Mathematikunterricht heraus. Auch mathematikuntersicht anerkannte lerntheoretische Grundmuster wie Bruners Modell der Repräsentationsmodi transferiert sie auf die Möglichkeiten inklusiven Mathematikunterrichts. Außerdem macht sie Wittmanns Ansatz der natürlichen Differenzierung für die Inklusion im Mathematikunterricht fruchtbar. Sie betont, dass das Lernen von- und miteinander in differenzierenden Lernumgebungen viel produktiver ist als kleinschrittige Lehr-Lernprozesse. Zu Recht wendet sich Fetzer gegen Über-Individualisierung, Vereinzelung und Beschäftigungstherapie. Stattdessen fordert sie die Orientierung an sinnvollen Kernideen.

Neben einer didaktischen Fundierung enthält der einleitende Theorieteil eine Fülle an produktiven praktischen Möglichkeiten, von denen einige hier nur stichpunktartig aufgelistet werden, um die Lust am Lesen des Buches weiter zu wecken: Graffiti-Methode, Lerntempo-Duett, Free Writing, mathematische Elfchen. Außerdem stellt Fetzer einen schlichten aber produktiven Stichpunktzettel für die Unterrichtsplanung vor. Ihr Plädoyer für inklusiven Mathematikunterricht wird umso glaubwürdiger, da sie klar umreißt, bei welchen mathematischen Inhalten eine komplexe differenzierte Lernumgebung nicht sinnvoll ist. Dies ist etwa bei den Themen der Fall, die auf Automatisieren oder auf Algorithmen ausgerichtet sind. Bei vielen anderen Inhalten dagegen lassen sich die von Fetzer unterschiedenen methodischen Ansätze inklusiven Mathematikunterrichts umsetzen, nämlich:

- Ich-Du-Wir-Prinzip
- Sortieren und Vergleichen
- Thematische Parallelisierung
- Schreibanlässe
- Kooperative Lernformen

Besonders das Ich-Du-Wir-Prinzip bietet eine hoch interessante Parallele zum kommunikativen Sachunterricht, dem ich auch das Potential zuschreibe, inklusiv zu sein. Die von Fetzer zusammengestellten fünf methodischen Prinzipien inklusiven Mathematikunterrichts werden sehr kreativ in den Kapiteln der praktischen Umsetzung von ihren Studierenden lebendig gemacht.

Im zweiten Teil des Buches sind elf erprobte und evaluierte Lernumgebungen für inklusiven Mathematikunterricht zusammengestellt. Die vorgestellten Lernumgebungen sind den unterschiedlichen inhaltsbezogenen Kompetenzbereichen zuzuordnen: Sie reichen von "Zahlen und Operationen" über "Muster und Strukturen" und "Raum und Form" bis hin zu "Größen und Messen". Die verschiedenen Themen zeigen, wie breit dieses Buch angelegt ist und wie vielfältig die Praxisan-

regungen sind. Jeder der praxisorientierenden Abschnitte wird klar und übersichtlich gegliedert: mathematische Kernidee, Skizzierung des fachlichen Hintergrundes, Umriss des Lernspektrums der jeweiligen Thematik, Umsetzungsbeispiele, Unterrichtsleitfaden und Erprobungserfahrungen. Alle Beispiele sind so gut bebildert, dass den Lesenden schon beim Ansehen weitere Varianten der unterrichtlichen Umsetzung einfallen.

Die ersten Schriften zur Inklusion haben immer darauf hingewiesen, dass es darum geht, am gemeinsamen Gegenstand differenziert je nach Lernvoraussetzungen der Kinder im Unterricht zu arbeiten. Aber bislang ist wenig Konkretes dazu erfolgt. Die Inklusionsdebatte läuft weiterhin sehr auf der allgemeinen Ebene. Aber Lehrerinnen und Lehrer müssen Inklusion in ihrem konkreten Unterricht umsetzen und brauchen dazu fachdidaktische Hilfen. Und diese werden in diesem Buch in Hülle und Fülle geliefert. Dabei wird nicht behauptet, das Ei des Kolumbus gefunden zu haben, sondern gezeigt, wie man sich auf den Weg zum inklusiven Unterricht begeben kann und wohin dieser Weg weiter führen kann. Besonders produktiv ist es, dass diese Unterrichtsideen nicht nur entwickelt wurden, sondern auch von Studierenden in Kooperation mit Lehrerinnen und Lehrern auch in Grundschulen erprobt wurden.

Den Abschluss bildet die im dritten Teil die von Nicole Rothenbächer zusammengestellte kommentierte Literaturliste. Mir gefällt besonders, dass immer sehr präzise benannt wird, was das jeweilige Buch zur Inklusion und Mathematikdidaktik Positives bietet.

Dieses Buch könnte auch heißen "Kindgerechter Mathematikunterricht" oder "Neue Ideen für den Mathematikunterricht" oder "Motivierender Mathematikunterricht" oder auch "Kreativ Mathematikunterricht planen". Alle diese Titel treffen zu, dieses Buch bietet kindgerechte, kreativ entwickelte interessante Unterrichtsideen, die nicht alle ganz neu sind, aber durch den Kontext inklusiven Lernens in neuem Licht erstrahlen. Dabei bietet das Buch weit mehr als eine Sammlung von Ideen für den Unterricht. Gleichzeitig wird aus den Erprobungserfahrungen ausgelotet, inwiefern die entwickelten Lernumgebungen inklusiven Mathematikunterricht ermöglichen. So konstruktiv, wie Marei Fetzer mit der Literatur umgeht, gehen ihre Studierenden mit den Kindern um. Sie helfen und bieten Anregungen. Dabei ist der Mathematikunterricht in diesem Buch inhaltlich komplex und mathematisch anspruchsvoll.

Das gesamte Buch ist wunderbar lesbar. Alles ist in sehr klarem einleuchtendem Stil geschrieben.

Allen Kindern im Lande wäre zu wünschen, dass möglichst viele Lehrerinnen und Lehrer an Grundschulen sich von den Ideen dieses Buches mitreißen lassen und lernanregenden Mathematikunterricht für alle Kinder in die Tat umsetzen.

Inklusiver Mathematikunterricht

Wird Mathematikunterricht mit Inklusion in Verbindung gebracht, schwingen bei vielen Lehrerinnen und Lehrern Unsicherheit und Zweifel mit: "Inklusion im Mathematikunterricht, das würde ich schon gerne machen, ich weiß bloß nicht wie." Nicht selten wird diese Unsicherheit insbesondere auf Mathe bezogen: "In anderen Fächern ist das irgendwie einfacher!" Wie soll man den Zahlenraum bis 1000 erobern, wenn zwei Kinder in der Klasse noch an den Fingern zählend mühsam bis 10 rechnen? Wie kann man Sachrechenaufgaben gestalten, wenn einzelne Kinder kaum lesen können? Wer sich den Herausforderungen dennoch stellen möchte, steht vor der Frage nach geeigneten Inhalten, Materialien und Umsetzungsmöglichkeiten. Wo findet man Ideen und Anregungen? Wie kann inklusiver Matheunterricht gelingen?

Gespräche mit Lehrerinnen und Lehrern zeigen, dass nicht nur die Notwendigkeit, sondern auch das Interesse und die Bereitschaft groß sind, sich den Herausforderungen des inklusiven Mathematikunterrichts zu stellen. Allerdings steckt die Entwicklung fachdidaktischer Modelle noch in den Kinderschuhen, sodass die wissenschaftliche Fundierung der Unterrichtsrealität hinterherzuhinken scheint. Auch mangelt es bislang noch an konkreten Hinweisen und methodischen Anregungen, wie inklusiver Mathematikunterricht gelingen kann. Diese 'Lücke' bekommen Lehrerinnen und Lehrer deutlich zu spüren.

Ähnlich geht es den Studierenden für das Lehramt an Grundschulen im Fach Mathematik. Sie sehen die Anforderung, einen inklusiven Mathematikunterricht zu gestalten, auf sich zukommen. Das erfüllt sie mit gemischten Gefühlen, wie nachstehendes Elfchen¹, verfasst von einer Studentin im fünften Semester, verdeutlicht (Abbildung 1). In elf kurzen Worten beschreibt sie das Spannungsfeld von Unsicherheit und Aufbruch, von Ratlosigkeit und Mut.

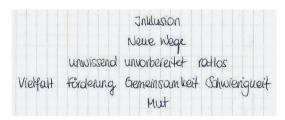


Abb. 1 Elfchen Inklusion

¹ Elfchen sind kurze Gedichte in einer vorgegebenen Form. Sie bestehen aus elf Wörtern, die in festgelegter Folge auf fünf Zeilen verteilt werden. Das erste Wort steht in der obersten Zeile und lässt sich als Überschrift verstehen, das Wort in der untersten Zeile lässt sich als Zusammenfassung auffassen.

Gleichzeitig benennt die Studentin zentrale Herausforderungen des inklusiven Mathematikunterrichts; gemeinsames Lernen und (individuelle) Förderung, Doch wie kann diese Verbindung von zwei scheinbar gegensätzlichen Polen im gemeinsamen Mathematiklernen gelingen? Wie kann inklusiver Mathematikunterricht gestaltet werden? Diese Fragen waren 2015 der Ausgangspunkt für die Entwicklung und Gestaltung des Projektseminars 'Inklusiver Mathematikunterricht' an der Goethe-Universität Frankfurt a.M. unter der Leitung von Dr. Marei Fetzer. Gemeinsam haben wir, die Studierenden und die Dozentin, uns intensiv mit den Herausforderungen, vor allem aber mit den Möglichkeiten der Planung und Umsetzung inklusiven Mathematikunterrichts beschäftigt (vgl. auch Fetzer u.a. 2015). Wir haben Bücher und Artikel durchkämmt und das Internet auf der Suche nach anschlussfähigen Konzepten und praxistauglichen Ideen durchforstet. Wir stießen auf mathematikdidaktische Ansätze, reformpädagogische Konzepte und Erkenntnisse aus der inklusiven Pädagogik und haben versucht, sie in Beziehung zueinander zu setzen. Verschiedene Experten aus der Praxis haben unser Seminar besucht und resümiert, wo sie die Entwicklungsfelder der Zukunft sehen und uns damit wertvolle Denkanstöße geliefert. Im Austausch mit den Lehrerinnen aus der Grund- und Förderschule haben wir überlegt, was uns Mut macht, und welche Ideen sich konkret umsetzen lassen. Auch Experten aus der Forschung sind unserer Einladung ins Seminar gefolgt und haben uns spannende, theoretisch fundierte Anregungen gegeben. Schließlich konnten wir auch Experten in unseren eigenen Reihen ausmachen: In unserer Seminargruppe gab es Erzieherinnen, eine Studentin mit Montessori-Diplom und einen ehemaligen Schüler einer Waldorfschule. Viele Ansätze erwiesen sich als hilfreich und anschlussfähig, sodass wir auf diesen Grundlagen aufbauend gemeinsam neue Ideen entwickeln konnten. Leitend für unserer Diskussionen, das Lesen und Hören, das Suchen und Zusammentragen blieb stets die gleiche Frage: 'Wie kann inklusiver Mathematikunterricht gelingen?'.

Schließlich wagten wir den Schritt in die Praxis: In Gruppen haben die Studierenden in Schulen, in denen inklusive Klassen unterrichtet werden, hospitiert. Dabei konnten sie beobachten, wie erfahrene Lehrerinnen und Lehrern mit den Anforderungen der individuellen Förderung und des gemeinsamen Arbeitens und Lernens umgehen. Nun haben die Studierenden in Teams selbst Lernumgebungen für inklusive Lerngruppen zu unterschiedlichen mathematischen Kernideen erarbeitet. Diese Lernumgebungen wurden in inklusiven Grundschulklassen erprobt, gemeinsam reflektiert und gezielt weiterentwickelt.

In diesem Buch haben wir die dabei entstandenen Vorschläge für die Unterrichtspraxis zusammengetragen. Die Lernumgebungen, die wir hier vorstellen, sind gewiss ausbaufähig. Auch sind nicht alle Ideen gänzlich neu, manches knüpft an aus der mathematikdidaktischen Literatur bekannte Vorschläge an. Aber genau darin sehen wir die Stärke unserer Arbeitsergebnisse: Wir haben zumeist gut vertraute Konzepte frisch beleuchtet und auf eine neue Weise für den Mathematikunterricht nutzbar gemacht. Möglicherweise braucht es für erste Schritte auf dem Weg zu einem inklusiven Mathematikunterricht weniger als manch zweifelnder Kollege bisher annimmt. Vielleicht lässt sich die Umsetzung inklusiven Mathematikunterrichtes mit dem Besteigen des Himalajas vergleichen. Aus Furcht vor der Herausforderung können Sie am Fuße des Bergmassivs verharren. Sie können aber auch die Bergschuhe anziehen und losgehen. Schritt für Schritt steigen Sie bis zum ersten Basislager. Am Gipfel sind Sie nun noch nicht, aber doch sehr viel höher als derjenige, der unten stehen geblieben ist. Wir möchten Sie mit unserer Begeisterung für einen inklusiven Mathematikunterricht anstecken und Ihnen Mut machen, sich auch auf den Weg zu machen. Aus diesem Grund sind Sie eingeladen, in unseren Vorschlägen zu stöbern, sich nach Belieben zu bedienen und Ihrem Mathematikunterricht neue inklusive Impulse zu geben.

Marei Fetzer

1. Inklusion und Mathe?

'Inklusion im Mathematikunterricht', was meint das überhaupt? Worauf kommt es in einem inklusiven Mathematikunterricht an?

Inklusion im Kontext von Schule und Unterricht bedeutet, dass alle Kinder ein Recht auf Lernen und Bildung haben. Jedes Kind soll entsprechend seinen Möglichkeiten und Fähigkeiten lernen und gefördert werden und gemeinsam mit anderen Kindern in die (allgemeine) Schule gehen, die seinen Bedürfnissen gerecht wird und ihm die volle Teilhabe an der Gesellschaft jenseits von bestimmten Gruppeneinteilungen ermöglicht.

Speziell für den Mathematikunterricht ergibt sich die Schlussfolgerung, dass jedes Kind ein Recht darauf hat, *gemeinsam* mit anderen *Mathematik* zu lernen und dabei *individuell* gefördert und gefordert zu werden.

Gemeinsames Mathematiklernen in einer Klasse bezieht sich nicht (nur) auf die Örtlichkeit: Der gleiche Unterrichtsraum impliziert noch kein gemeinsames Lernen. Es meint auch nicht ausschließlich das soziale Gefüge: Wir sind zwar eine Gemeinschaft, in der alle zusammengehören, aber wir arbeiten an verschiedenen Dingen. Wir leben die Vielfalt – wenn nötig auch ohne inhaltlichen Zusammenhang.

Gemeinsames Lernen heißt vielmehr, dass Kinder mit unterschiedlichen Voraussetzungen an einem gemeinsamen Gegenstand (vgl. Feuser 1995) lernen und kooperieren. Indem sie gemeinsam *Mathematik* treiben, lernen sie in der inhaltlichen Auseinandersetzung und Diskussion mit Mitschülern (und der Lehrerin) von- und miteinander Mathematik. Das meint keinesfalls Gleichschritt. Nicht alle sollen miteinander zeitgleich das Gleiche lernen. Was und wie Kinder beim gemeinsamen Entdecken und Überlegen Mathe lernen, ist jeweils unterschiedlich. Jeder lernt anders, jeder nimmt etwas anderes aus der Lernsituation mit und gewinnt andere Erkenntnisse, die seinen Lernprozess fördern.

Individuelles Fördern und Fordern bedeutet, dass jeder Einzelne in seinen Möglichkeiten unterstützt und bestmöglich gefördert wird. Jeder soll Angebote bekommen, die seinem Lerntyp und seinem Niveau entsprechen. Jedes Kind darf in seinem Tempo und auf seine eigene Art und Weise Mathematik treiben und lernen.

Individuelle Förderung lässt sich grundsätzlich durch Differenzierung realisieren, wobei noch zu klären bleibt, welche Formen der Differenzierung besonders geeignet sind, um der Vielfalt der Kinder gerecht zu werden. Aber gemeinsames Mathelernen in inklusiven Settings, geht das überhaupt? Kann man gemeinsam Mathelernen, wenn einer noch mit den Fingern rechnet, die andere aber schon im Tausen-

derraum zuhause ist? Wenn ein Kind sich nur wenige Minuten konzentrieren kann, ein anderes feinmotorische Schwierigkeiten hat und ein drittes mathematisch hochbegabt ist? Kann man auf der Grundlage dieser unterschiedlichen Voraussetzungen gemeinsame mathematische Themen finden, mit denen sich alle Kinder auseinandersetzen können? In anderen Fächern scheint das irgendwie einfacher zu sein. Bei einem Projekt zur Kartoffel beispielsweise kann man sich das gemeinsame Lernen ganz gut vorstellen. Warum scheint das in Mathe anders zu sein? Wieso haben wir oft das Gefühl "Inklusion ja, aber in Mathe geht das nicht!"?

Eine häufig angeführte Begründung lautet, dass Mathematik hierarchisch aufgebaut ist. Das bedeutet, dass bestimmte Grundlagen unerlässlich sind, um auf einem höheren Niveau weiterarbeiten zu können. Eine gut entwickelte Zahlvorstellung mit einer breit angelegten Zahlauffassung ist für viele grundlegende mathematische Tätigkeiten unerlässlich. Beispielsweise ist es Kindern, die über ein rein ordinales Zahlverständnis verfügen, das auf der Reihung der natürlichen Zahlen und somit auf dem Zählen basiert, nicht möglich, Rechenvorteile zu nutzen. Für die Additionsaufgabe 7+9 kann sich ein zählender Rechner weder das Verdoppeln (7+7+2), noch das gegensinnige Verändern (8+8), nicht einmal die Kommutativität bzw. Tauschaufgaben (9+7) zu Nutze machen. Stattdessen ist er darauf angewiesen, den fehleranfälligen Weg des Zählens zu beschreiten. Was bereits im Zahlenraum bis 20 kompliziert ist, wird spätestens bei der Zahlraumerweiterung ein massives Problem.

Auch andere Beispiele zeigen, dass es an vielen Stellen im Lernen von Mathematik Schritte gibt, die nacheinander gegangen werden müssen und aufeinander aufbauen. Beispielsweise stellen die schriftlichen Rechenverfahren eine schier unlösbare Herausforderung dar, wenn man das kleine Einspluseins und das kleine Einmaleins nicht beherrscht. Angenommen es sollen zwei dreistellige Zahlen schriftlich multipliziert werden. Dazu müssen neun Aufgaben aus dem kleinen Einmaleins berechnet werden – und zwar richtig. Zusätzlich ist eine ganze Reihe von Additionen erforderlich. Es leuchtet unmittelbar ein, dass Unsicherheiten im kleinen Einmaleins die Fehleranfälligkeit enorm steigen lässt.

Vieles in der Mathematik baut aufeinander auf. Aber sind diese Bereiche deshalb einem inklusiven Unterricht nicht zugänglich? Macht diese Tatsache zwar *individuelles*, nicht aber *gemeinsames* Lernen möglich? Wir laden Sie ein, ein 'Experiment' durchzuführen, um dieser Frage nachzugehen.

Nehmen Sie sich die Bildungsstandards Mathematik für die Grundschule zur Hand und statten Sie sich mit einem roten und einem grünen Stift aus. Beginnen Sie zu markieren:

Grün: Ich kann mir vorstellen, dieses Thema bzw. diese Kompetenz auf sehr unterschiedlichen Ebenen in meinen Unterricht zu integrieren. Deshalb erscheint mir gemeinsames Lernen an diesem Thema grundsätzlich möglich.

Rot: Hier scheint es mir nicht möglich, auf unterschiedliche Arten oder auf unterschiedlichen Ebenen zu arbeiten. Gemeinsames Lernen stelle ich mir in diesem Bereich sehr schwierig vor.

Wie sieht Ihr Ergebnis aus? Wie verteilen sich die rote und die grüne Farbe über die Seiten und die Themenbereiche? In unserem Seminar haben wir diesen Selbstversuch durchgeführt und überrascht festgestellt: Ja, Mathe ist hierarchisch aufgebaut. Einiges haben wir rot gekennzeichnet, ohne entsprechende Grundlagen ist die oben bereits erwähnte schriftliche Multiplikation kaum durchführbar. Andererseits fanden wir aber auch auf *jeder* Seite, bei *jeder* der allgemeinen Kompetenzen und bei *jedem* einzelnen Inhalt reichlich grüne Markierungen. Hierzu können wir jeweils Ideen entwickeln, wie Kinder gemeinsam auf unterschiedlichem Niveau arbeiten können.

Beispiel 1: Ebene Figuren, Kreis

Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen

- Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften sortieren und Fachbegriffe zuordnen,
- Körper und ebene Figuren in der Umwelt wieder erkennen,
- Modelle von Körpern und ebenen Figuren herstellen und untersuchen (Bauen, Legen, Zerlegen, Zusammenfügen, Ausschneiden, Falten...),
- Zeichnungen mit Hilfsmitteln sowie Freihandzeichnungen anfertigen.

Die drei ersten Punkt sind grün markiert. Das *Sortieren* beispielsweise gelingt allen Kindern, wenn auch auf unterschiedlichen Niveaus und nach unterschiedlichen Kategorien. Während ein Kind möglicherweise die Kreise aussortiert, weil diese im Gegensatz zu den anderen ebenen Figuren keine Ecken haben, unterschieden andere Schüler möglicherweise Kreise, Dreiecke und unterschiedliche Vierecke (Quadrat, Rechteck, Raute, Drachen, Parallelogramm). Wieder eine andere Schülerin ordnet vielleicht nach der Größe der Figuren. Das bietet Gesprächsanlässe, man ist mitten drin im gemeinsamen Lernen zu ebenen Figuren. Für das *Herstellen von Kreisen* bieten sich unterschiedliche Verfahren an. Kreise lassen sich stempeln, tropfen oder durch Umfahren von Gegenständen wie Trinkbechern erzeugen. Vermutlich lässt sich für jedes Kind ein entsprechender Zugang finden. Das Zeichnen mit dem *Hilfsmittel* Zirkel dagegen bleibt rot markiert. Sicherlich wird es nicht für alle Kinder möglich sein, den feinmotorisch anspruchsvollen Umgang mit diesem Zeichengerät zu erlernen.

Beispiel 2: Zahlenraum bis 100

Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen

- Zahldarstellungen Den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems verstehen,
 - Zahlen bis 1.000.000 auf verschiedene Weise darstellen und zueinander in Beziehung setzen,
 - Sich im Zahlenraum bis 1.000.000 orientieren (z. B. Zahlen der Größe nach ordnen, runden).

Nach eingehender Überlegung kommt man auch hier zum Schluss, dass alle drei Punkte einem sehr großen Lernspektrum auf unterschiedlichen Niveaus zugänglich sind. Sicherlich werden nicht alle Kinder den Aufbau des Stellenwertsystems mit dem Prinzip der fortgesetzten Bündelung und dem Positionssystem verstehen. Aber ein Zugang zur Vorstellung des Bündelns und des Zusammenfassens, des Verpackens in Beutel oder Verpackungen, ist für die meisten Kinder möglich. Auch unterschiedliche Darstellungsweisen von Zahlen können Kinder erfassen: Fingerdarstellungen, Strichlisten, Würfelbilder, Punktbilder, Stellentafel, Ziffernschreibweise. Nicht jeder wird sich in der vierten Klasse im Zahlenraum bis 1.000.000 orientieren können, aber dafür vielleicht im Zahlenraum bis 100.

Auffällig ist, dass insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen grün 'leuchten'. Kinder sind erfinderisch, wenn es darum geht, geeignete *Darstellungen* zu finden. Sie entwickeln unterschiedliche Darstellungen und vergleichen diese miteinander. Was kann man besser 'lesen', was ist einfacher zu zeichnen? Warum versteht man diese Notiz nicht? Wieso ist diese Punkteanordnung übersichtlicher als jene? Je nachdem, wie der Unterricht angelegt ist, wird das *Kommunizieren* unterstützt. Kinder können Aufgaben gemeinsam bearbeiten: Ein Kind beschreibt das Klötzchen-Bauwerk, das andere versucht, eine Zeichnung dazu anzufertigen. Dabei handeln die Kinder aus, wie man in Mathe spricht und erklärt und worauf man beim Zeichnen achten muss. Wieder sind die Kinder mitten drin im gemeinsamen Lernen.

Auf Grundlage der Durchsicht der Bildungsstandards lässt sich feststellen: Inklusiver Matheunterricht könnte gehen! Zu allen Inhalten, mit denen die Kinder sich im Verlaufe der Grundschulzeit beschäftigen sollen, lassen sich unterschiedliche Zugänge finden und Bearbeitungen auf vielfältigen Niveaus realisieren. Obgleich die Inhalte im Mathematikunterricht durchaus hierarchisch aufgebaut sind, lässt sich gemeinsames Lernen an vielen Themen durch unterschiedliche Zugänge und Bearbeitungen auf verschiedenen Niveaus realisieren. Die gemeinsame Erarbeitung eines thematischen Kerns und das Lernen am gemeinsamen Gegenstand scheinen auch im Mathematikunterricht möglich (vgl. Feuser 1995; Seitz 2005).

Auch die Erkenntnisse dazu, wie Kinder Mathematik lernen, stimmen zuversichtlich im Hinblick auf inklusiven Mathematikunterricht. Selter und Spiegel (2006, S. 19 ff.) beispielsweise fassen die Vielfalt der Lernwege pointiert zusammen:

Kinder denken und lernen anders. Anders als Erwachsene, anders als andere Kinder, anders als sie selbst. Auch der Ansatz des Dialogischen Lernens von Ruf und Gallin (2003) betont mit dem Schlagwort 'Lernen auf eigenen Wegen' die Individualität des Lernens.

Aus konstruktivistischer Sicht ist mathematisches Lernen ein aktives Konstruieren von Sinn, das jedes einzelne Individuum autonom vollzieht. Inhalte können nicht einfach von einem auf den anderen übertragen werden, Lernen ist kein 'transmissiver' Prozess. Eine Erklärung kommt nicht eins zu eins so beim Empfänger an, wie der Sender sie 'abgeschickt' hat. Stattdessen muss jeder Lernende neue Informationen und Erfahrungen aktiv deuten, mit Sinn belegen und in seinen bisherigen Wissens- und Erfahrungsschatz eingliedern. Ein solches aktiv-konstruierendes mathematisches Lernen wird unterstützt durch einen Unterrichtsrahmen, der selbstbestimmtes, aktiv-entdeckendes und soziales Lernen im Austausch miteinander ermöglicht und fördert (vgl. Winter 1989; Wittmann 1997). Unter konstruktivistischer Perspektive bietet inklusiver Mathematikunterricht in seinem Zusammenspiel von individuellem und gemeinsamem Lernen den idealen Rahmen für mathematisches Lernen.

Auch Wygotskis Konzept der *Zone der nächsten Entwicklung* gibt Aufschluss darüber, wie Kinder Mathematik lernen (Wygotski 1932–34/2005). In seinem Ansatz unterscheidet Wygotski zwei Entwicklungsniveaus: Einerseits das Niveau der aktuellen Entwicklung des Kindes. Dieses ist bestimmt durch das, was das Kind allein leisten kann. Andererseits verweist er auf das Niveau, welches ein Kind im sozialen Kontext, also durch Zusammenarbeit mit anderen Kindern, Eltern oder Lehrern erreichen kann. Die Zone der nächsten Entwicklung ist laut Wygotski der Abstand zwischen beiden Entwicklungsniveaus. Dies ist der Raum, in den hinein sich das mathematische Lernen entwickeln kann. Somit ist Wygotskis Ansatz anschlussfähig an den inklusiven Gedanken: Mathematisches Lernen findet im Zwischenraum und im Zusammenspiel von individuellen Möglichkeiten und sozialem Miteinander statt.

Allgemein akzeptiert ist die Auffassung, dass mathematisches Lernen ein sozialer Prozess ist. Die Zusammenstellung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen in den Bildungsstandards Mathematik ist Ausdruck dieser Überzeugung. Konzepte und Ideen, die einen Beitrag zu gutem Mathematikunterricht leisten sollen, betonen allesamt den inhaltlichen Austausch zwischen den Schülern, um deren Lernprozesse zu unterstützen.