

Lars Jäger

Tabellenwerk der nachschüssigen Rentenendwertfaktoren bei stetiger Verzinsung

Hilfen für die Investitionsrechnung

Für Studium und Praxis

Lars Jäger

Tabellenwerk der nachschüssigen Rentenendwertfaktoren bei stetiger Verzinsung

Worms 2021

Lars Jäger

Tabellenwerk der nachschüssigen Rentenendwertfaktoren bei stetiger Verzinsung

Hilfen für die Investitionsrechnung

Worms 2021

Impressum

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

© 2021 Prof. Dr. Lars Jäger

Alle Rechte liegen beim Autor. Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Autors unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen. Trotz großer Sorgfalt bei der Erstellung des Werkes können Fehler nicht ausgeschlossen werden. Der Autor übernimmt ausdrücklich keinerlei Haftung für die Verwendung der in diesem Werk enthaltenen Angaben und Werte und auch keine Haftung für die eventuell aus der Verwendung entstehenden Schäden jeglicher Art.

Herstellung und Verlag: BoD – [Books on Demand](#), Norderstedt

ISBN: 9783753474441

V O R W O R T

Im Rahmen der Investitionsrechnung werden für Zahlungsreihen neben Barwerten auch Endwerte bestimmt. Es werden beispielsweise Endwerte ermittelt, für über einen bestimmten Zeitraum gleichmäßig verteilte Zahlungen gleicher Höhe (Annuitäten oder auch Renten), unter Beachtung des Zinses. Die Verzinsung der Zahlungen ist dabei ein wichtiger Faktor. Eine besondere Form stellt die stetige Verzinsung dar. Hierbei wird eine permanente, kontinuierliche Verzinsung der Cashflows angenommen. Die im vorliegenden Tabellenwerk angegebenen nachschüssigen Rentenendwertfaktoren dienen zur Ermittlung des Endwertes von Renten unter der Voraussetzung einer stetigen Verzinsung.

Anstatt Zahlung für Zahlung einzeln aufzuzinsen und die Summe zu bilden, um den Endwert zu ermitteln, bietet es sich natürlich an, auf Rentenendwertfaktoren zurückzugreifen. Die Suche nach Möglichkeiten zur schnellen Berechnung führte letztendlich zu den Tabellen der Rentenendwertfaktoren.

Grundsätzlich muss man zwischen nachschüssigen, wiederkehrenden Zahlungen (nachschüssige Renten, gezahlt zum Jahresende) und vorschüssigen, wiederkehrenden Zahlungen (vorschüssige Renten, gezahlt zum Jahresanfang) unterscheiden. **In den nachfolgenden Tabellen finden sich die Rentenendwertfaktoren zur Berechnung des Endwertes bei nachschüssigen Rentenzahlungen und stetiger Verzinsung.**

Diese Rentenendwertfaktoren können mit den für eine bestimmte Zeit wiederkehrenden, nachschüssigen Cashflows multipliziert werden und führen direkt zum Rentenendwert. Da bestehende Rentenendwertfaktor-Tabellen recht grobe Zinssprünge (von in der Regel 1 Prozent) enthalten, geht dieses Tabellenwerk einen anderen Weg. Die Abstände in den Zinsvariationen sind bewusst klein gewählt, damit die Anwendbarkeit nicht nur im Studium, sondern auch für die Praxis gegeben ist.

Die Praxis war auch ein Ideengeber, für eine weitere Besonderheit dieses Tabellenwerks. Seit der Finanzkrise haben sich an den Finanzmärkten teils Situationen herausgebildet, in denen für bestimmte Laufzeiten sogar negative Zinsen an der Tagesordnung waren beziehungsweise sind. Sucht man nach Tabellen, zur Berechnung der Rentenendwerte bei negativem Zins, so wird man feststellen, dass es derartige Tabellen nicht gibt. Diese Lücke wird mit dem vorliegenden Tabellenwerk geschlossen.

Worms, Mai 2021

Prof. Dr. Lars Jäger

Der Rentenendwertfaktor stetiger Verzinsung und seine Anwendung

Die Rentenendwertfaktoren stetiger Verzinsung in den nachfolgenden Tabellen sind berechnet für jährlich wiederkehrende, gleichhohe Zahlungen (nachschüssige Renten) und deren stetige Verzinsung über eine bestimmte Laufzeit (n) in Jahren, bei einem nominalen Zins (i). In der nachfolgenden Formel steht e für die Eulersche Zahl.

Nachschüssiger Rentenendwertfaktor bei stetiger Verzinsung Formel:

$$\text{Rentenendwertfaktor} = \frac{e^{i \cdot n} - 1}{e^i - 1}$$

Ablesen der Faktorwerte aus der Tabelle:

Möchte man einen Rentenendwertfaktor bei stetiger Verzinsung aus den Tabellen ablesen, so muss man lediglich den nominalen Zinssatz (Spalte) und den Zeitpunkt (Zeile) wählen, bis zu dem die zu bewertende Zahlungsreihe verzinst wird.

Zins	2,00	2,05
Jahre		
1	1,00000000	1,00000000
2	2,02020134	2,02071157
3	3,06101211	3,06256367
4	4,12284866	4,12599417
5	5,20613573	5,21144998
6	6,31130665	6,31938728
7	7,43880350	7,45027170
8	8,58907730	8,60457851
9	9,76258817	9,78279283
10	10,95980553	10,98540981
11	12,18120829	12,21293488
12	13,42728502	13,46588391

Berechnung mit dem Rentenendwertfaktor stetiger Verzinsung

Als Beispiel sei eine jährlich nachschüssige Zahlung von 10.000 Euro, über 10 Jahre, bei einem nominalen Zins von 2 Prozent gegeben. Für diese Zahlungsreihe soll der Endwert bestimmt werden, bei stetiger Verzinsung.

Die nachschüssige Zahlung von jährlich 10.000 Euro wird mit dem aus der Tabelle entnommenen Rentenendwertfaktor stetiger Verzinsung von 10,95980553 multipliziert. Der Rentenendwert, bei unterstellter stetiger Verzinsung mit 2 Prozent nominal, beträgt demnach 109.598,06 Euro. Gebühren, Steuern und ähnliche Friktionen werden nicht berücksichtigt.

**Rentenendwertfaktoren für
negative stetige Zinssätze**

Zins	-1,50	-1,45	-1,40	-1,35	-1,30
Jahre					
1	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1,00000000
2	1,98511194	1,98560462	1,98609754	1,98659072	1,98708414
3	2,95555747	2,95702108	2,95848591	2,95995196	2,96141922
4	3,91155495	3,91445364	3,91735569	3,92026112	3,92316993
5	4,85331949	4,85810358	4,86289483	4,86769323	4,87249880
6	5,78106297	5,78816933	5,79528865	5,80242095	5,80956626
7	6,69499416	6,70484643	6,71471990	6,72461464	6,73453069
8	7,59531868	7,60832761	7,62136881	7,63444238	7,64754840
9	8,48223912	8,49880283	8,51541306	8,53206997	8,54877370
10	9,35595503	9,37645932	9,39702791	9,41766103	9,43835889
11	10,21666301	10,24148162	10,26638615	10,29137694	10,31645432
12	11,06455671	11,09405158	11,12365817	11,15337694	11,18320839
13	11,89982692	11,93434848	11,96901200	12,00381815	12,03876758
14	12,72266158	12,76254898	12,80261334	12,84285555	12,88327649
15	13,53324583	13,57882723	13,62462558	13,67064205	13,71687783
16	14,33176205	14,38335483	14,43520982	14,48732854	14,53971248
17	15,11838991	15,17630095	15,23452496	15,29306384	15,35191952
18	15,89330640	15,95783232	16,02272765	16,08799481	16,15363620
19	16,65668590	16,72811324	16,79997239	16,87226632	16,94499802
20	17,40870015	17,48730567	17,56641151	17,64602131	17,72613871
21	18,14951837	18,23556923	18,32219526	18,40940081	18,49719030
22	18,87930725	18,97306126	19,06747175	19,16254393	19,25828308
23	19,59823098	19,69993681	19,80238707	19,90558794	20,00954570
24	20,30645134	20,41634871	20,52708526	20,63866827	20,75110511
25	21,00412766	21,12244759	21,24170836	21,36191851	21,48308664
26	21,69141694	21,81838190	21,94639645	22,07547048	22,20561399
27	22,36847381	22,50429797	22,64128765	22,77945424	22,91880928
28	23,03545063	23,18034003	23,32651815	23,47399807	23,62279303
29	23,69249745	23,84665019	24,00222226	24,15922857	24,31768423
30	24,33976211	24,50336857	24,66853243	24,83527063	25,003660030
31	24,97739026	25,15063324	25,32557925	25,50224744	25,68065718
32	25,60552537	25,78858028	25,97349150	26,16028057	26,34896928
33	26,22430876	26,41734384	26,61239619	26,80948994	27,00864955
34	26,83387967	27,03705610	27,24241853	27,44999389	27,65980948
35	27,43437525	27,64784737	27,86368201	28,08190913	28,30255911
36	28,02593061	28,24984607	28,47630840	28,70535085	28,93700708
37	28,60867886	28,84317876	29,08041779	29,32043265	29,56326060
38	29,18275113	29,42797021	29,67612857	29,92726665	30,18142552
39	29,74827656	30,00434336	30,26355750	30,52596345	30,79160630
40	30,30538243	30,57241939	30,84281973	31,11663214	31,39390607

Zins	-1,25	-1,20	-1,15	-1,10	-1,05
Jahre					
1	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1,00000000
2	1,98757780	1,98807171	1,98856587	1,98906028	1,98955493
3	2,96288771	2,96435742	2,96582836	2,96730051	2,96877390
4	3,92608213	3,92899772	3,93191670	3,93483907	3,93776485
5	4,87731155	4,88213150	4,88695866	4,89179303	4,89663463
6	5,81672462	5,82389604	5,83108055	5,83827818	5,84548896
7	6,74446810	6,75442693	6,76440723	6,77440904	6,78443243
8	7,66068698	7,67385819	7,68706213	7,70029890	7,71356857
9	8,56552439	8,58232220	8,59916728	8,61605977	8,63299983
10	9,45912174	9,47994980	9,50084330	9,52180248	9,54282757
11	10,34161864	10,36687024	10,39220945	10,41763662	10,44315209
12	11,21315299	11,24321123	11,27338360	11,30367058	11,33407266
13	12,07386097	12,10909898	12,14448229	12,18001157	12,21568751
14	12,92387706	12,96465817	13,00562073	13,04676564	13,08809383
15	13,76333408	13,81001201	13,85691280	13,90403766	13,95138780
16	14,59236320	14,64528222	14,69847109	14,75193137	14,80566462
17	15,41109395	15,47058909	15,53040689	15,59054935	15,65101845
18	16,21965427	16,28605146	16,35283023	16,41999309	16,48754251
19	17,01817049	17,09178676	17,16584988	17,24036294	17,31532902
20	17,80676738	17,88791102	17,96957336	18,05175817	18,13446924
21	18,58556816	18,67453888	18,76410697	18,85427697	18,94505348
22	19,35469453	19,45178362	19,54955577	19,64801644	19,74717112
23	20,11426665	20,21975716	20,32602365	20,43307262	20,54091059
24	20,86440322	20,97857009	21,09361330	21,20954050	21,32635939
25	21,60522144	21,72833168	21,85242623	21,97751404	22,10360413
26	22,33683707	22,46914990	22,60256280	22,73708616	22,87273049
27	23,05936442	23,20113143	23,34412221	23,48834878	23,63382328
28	23,77291639	23,92438167	24,07720253	24,23139279	24,38696640
29	24,47760448	24,63900478	24,80190072	24,96630811	25,13224290
30	25,17353880	25,34510365	25,51831262	25,69318366	25,86973492
31	25,86082808	26,04277998	26,22653297	26,41210739	26,59952380
32	26,53957971	26,73213422	26,92665545	27,12316630	27,32168998
33	27,20989976	27,41326565	27,61877263	27,82644642	28,03631308
34	27,87189295	28,08627235	28,30297605	28,52203285	28,74347190
35	28,52566274	28,75125122	28,97935621	29,21000976	29,44324440
36	29,17131126	29,40829804	29,64800255	29,89046040	30,13570773
37	29,80893942	30,05750742	30,30900350	30,56346710	30,82093823
38	30,43864682	30,69897284	30,96244648	31,22911129	31,49901145
39	31,06053188	31,33278668	31,60841791	31,88747352	32,17000215
40	31,67469176	31,95904020	32,24700322	32,53863344	32,83398431