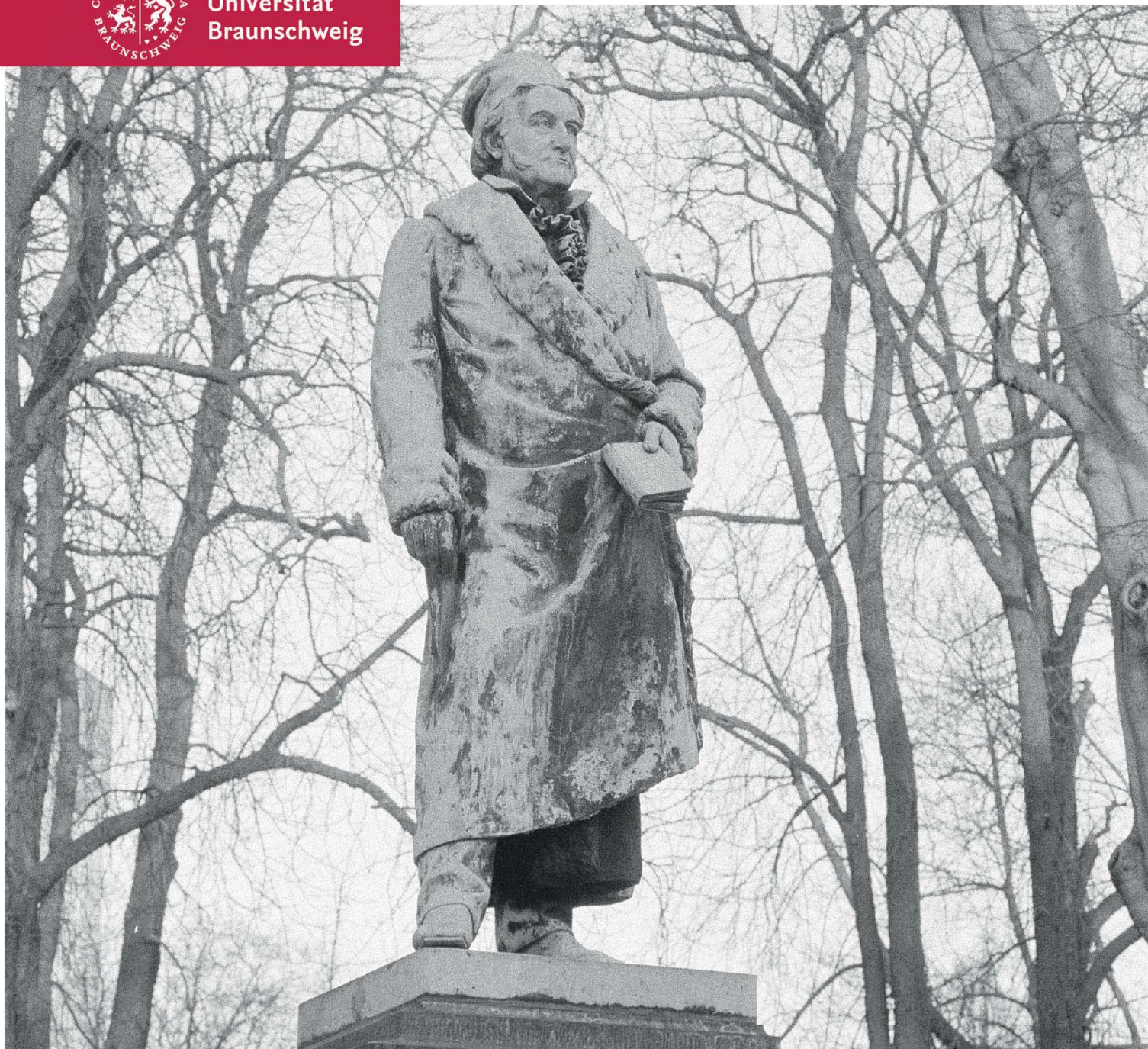




Technische
Universität
Braunschweig

ims



Spectral-density-driven Bootstrap and Time Series Modeling on Dynamic Networks

Jonas Krampe



Cuvillier Verlag Göttingen
Internationaler wissenschaftlicher Fachverlag



Spectral-density-driven Bootstrap and Time Series Modeling on Dynamic Networks





Spectral-density-driven Bootstrap and Time Series Modeling on Dynamic Networks

Von der
Carl-Friedrich-Gauß-Fakultät
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu
Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)
genehmigte Dissertation

von
Jonas Krampe
geboren am 6. Januar 1990 in Hameln

Eingereicht am: 19. April 2018

Disputation am: 18. Mai 2018

Referent: Prof. Dr. Jens-Peter Kreiß, TU Braunschweig

Koreferent: Prof. Dr. Efstathios Paparoditis, University of Cyprus

(2018)



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

1. Aufl. - Göttingen: Cuvillier, 2018

Zugl.: (TU) Braunschweig, Univ., Diss., 2018

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2018

Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen

Telefon: 0551-54724-0

Telefax: 0551-54724-21

www.cuvillier.de

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage, 2018

Gedruckt auf umweltfreundlichem, säurefreiem Papier aus nachhaltiger Forstwirtschaft.

ISBN 978-3-7369-9819-3

eISBN 978-3-7369-8819-4

Dieses Werk ist copyrightgeschützt und darf in keiner Form vervielfältigt werden noch an Dritte weitergegeben werden.
Es gilt nur für den persönlichen Gebrauch.

Abstract

This thesis focuses on time series data. Its contribution is the development of new methods for time series analysis. In the first part we mainly consider univariate time series. Then, the second-order dependence structure of purely nondeterministic stationary process is described by the coefficients of the well-known Wold representation. These coefficients can be obtained by factorizing the spectral density of the process. This relation together with some spectral density estimator is used in order to obtain consistent estimators of these coefficients. A spectral-density-driven bootstrap for time series is then developed which uses the entire sequence of estimated moving average coefficients together with appropriately generated pseudo innovations in order to obtain a bootstrap pseudo time series. It is shown that if the underlying process is linear and if the pseudo innovations are generated by means of an i.i.d. wild bootstrap which mimics, to the necessary extent, the moment structure of the true innovations, this bootstrap proposal asymptotically works for a wide range of statistics. The relations of the proposed bootstrap procedure to some other bootstrap procedures, including the autoregressive-sieve bootstrap, are discussed. It is shown that the latter is a special case of the spectral-density-driven bootstrap, if a parametric autoregressive spectral density estimator is used. Simulations investigate the performance of the new bootstrap procedure in finite sample situations. Furthermore, a real-life data example is presented.

In the second part we consider multivariate time series on dynamic networks with a fixed number of vertices. Each component of the time series is assigned to a vertex of the underlying network. The dependency of the various components of the time series is modeled dynamically by means of the edges of the underlying network. We make use of a multivariate doubly stochastic time series framework, that is we assume linear processes for which the coefficient matrices are stochastic processes themselves. We explicitly allow for dependence in the dynamics of the coefficient matrices, including of course an i.i.d. structure as is typically assumed in random coefficients models. In this work asymptotic normality of simple statistics like the sample mean is investigated. Furthermore, autoregressive moving average models are defined in this framework. Different parameterizations of autoregressive models are considered. Some are more flexible, whereas others have only few parameters and are able to handle high-dimensional cases. Estimators of the parameters are discussed for various parameterizations of such network autoregressive models and how this can be used for forecast in this purposes. Interesting features of these processes are shown in simulations and the finite sample behavior of the forecast procedure is investigated.



Zusammenfassung

Zeitreihen und die Entwicklung neuer Methoden zur Zeitreihenanalyse stehen im Fokus dieser Arbeit. Der erste Teil konzentriert sich auf univariate Zeitreihen. Für diese gilt, dass die zweite Momentstruktur eines rein nichtdeterministischen Prozesses durch die Koeffizienten der Wold-Darstellung gegeben ist. Diese Koeffizienten lassen sich durch eine Faktorisierung der Spektraldichte erhalten. Dieser Zusammenhang zusammen mit einem Spektraldichteschätzer ermöglicht eine konsistente Schätzung der Wold-Koeffizienten. Auf Grundlage der geschätzten Wold-Koeffizienten kann ein Bootstrapverfahren entwickelt werden, welches allein durch den zugrunde liegenden Spektraldichteschätzer gesteuert werden kann, aber dennoch Pseudobeobachtungen im Zeitbereich erzeugt. Es wird im Folgenden als SDDB bezeichnet. Hierfür werden Pseudoinnovationen benötigt, welche sich durch einen u.i.v. Wildbootstrapansatz generieren lassen. Es wird gezeigt, dass, wenn der zugrunde liegende Prozess linear ist und die Pseudoinnovationen so erzeugt sind, dass sie die Momentenstruktur der wahren Innovationen ausreichend approximieren, das SDDB für eine Vielzahl an Statistiken konsistent ist. Weiter wird der Zusammenhang zu anderen Bootstrapverfahren erläutert und unter anderem wird gezeigt, dass das Autoregressivesievebootstrap ein Spezialfall des SDDB bei Verwendung eines parametrischen autoregressiven Spektraldichteschätzers ist. Weiter wird in Simulationen die Leistungsfähigkeit des SDDB im endlichen Stichprobenfall untersucht. Außerdem wird die Anwendung des SDDB auf einen Realdatensatzes gezeigt.

Im zweiten Teil dieser Arbeit stehen multivariate Zeitreihen im Vordergrund, bzw. genauer, multivariate Zeitreihen auf dynamischen Netzwerken mit einer festen Anzahl an Knoten. Das heißt, dass jede Komponente der Zeitreihe einem Knoten des zugrundeliegenden Netzwerks zugeordnet werden kann. Die Abhängigkeitsstruktur der Komponenten der Zeitreihe wird hierbei durch Veränderungen in den Kanten dynamisch beeinflusst. Zur Modellierung solch eines Prozesses wird ein multivariater zweifachstochastischer Zeitreihenansatz verwendet. Dies bedeutet, dass für einen linearen Prozess die Koeffizientenmatrizen selbst stochastische Prozesse sind. Hierbei wird ausdrücklich auch Abhängigkeit für das zugrundeliegende Netzwerk zugelassen. Für ein u.i.v. Netzwerk ergibt sich der Spezialfall eines multivariaten Random Coefficient Models. Für autoregressive Zeitreihenmodelle auf Netzwerken werden für unterschiedliche Parametrisierungen konsistente Schätzmethoden präsentiert. Diese Schätzer können zur Vorhersage von solchen Zeitreihen genutzt werden. Die Leistungsfähigkeit dieser Vorhersagemethoden wird in Simulationen untersucht und die Anwendbarkeit auf einen Realdatensatz dargelegt.



Acknowledgment

First and foremost, I would like to express my deep gratitude to my thesis adviser Jens-Peter Kreiß for the true research spirit that he showed to me, his clear guidance, his patience as well as the freedom he gave me during the research process of my current studies. In addition, my extended appreciation goes towards his unwavering support. He always took the time to listen to my wishes and problems.

A special thanks goes to my co-advisor Efstathios Paparoditis whose constant encouragement and guidance helped me in the completion of this dissertation. He was always there to meet, talk about ideas and ask me critical questions to help me clearly think through my problems. Furthermore, I like to thank him for his generous hospitality during my stays in Cyprus.

My friend and co-worker Alexander Braumann deserves my profound gratitude for the many fruitful discussions and constant encouragement.

Furthermore, I am also grateful to all current and former members of the Institute for Mathematical Stochastics in Braunschweig for the remarkably pleasant working atmosphere in our offices as well as for the pleasant time we spent together during after-work hours.

I also thank Rudolf Suppes for his wide consultations about the English language. His friendship, knowledge, and hospitality have enlightened me in myriad ways.

I would like to express my heartfelt thanks to my invaluable, generous and loving friends. Especially, I like to thank my friends in Wolverines for not letting me forget my roots.

A special thanks goes to my brother David. His encouragement, advice and attention have been invaluable throughout my entire life.

I would like to express my sincere thanks to my family for providing great support and constant encouragement. Most of all, I like to thank my parents for raising me with the spirit to always pursue my interests and for blindly trusting in my ways.

Thank you!





Contents

Abstract	I
Zusammenfassung	III
Acknowledgment	V
1 Introduction	1
1.1 Time Series Fundamentals	1
1.2 Overview of Bootstrap Methods for Time Series	4
1.3 Network Fundamentals	6
References	9
2 Spectral-Density-Driven Bootstrap	13
2.1 Introduction	13
2.2 Estimated Wold Representation	16
2.2.1 Moving Average and Autoregressive Representation	16
2.2.2 Estimating the Coefficients of the Wold Representation	18
2.2.3 Spectral Density Estimators	22
2.3 Spectral-Density-Driven Bootstrap	23
2.3.1 The Spectral-Density-Driven Bootstrap Procedure	23
2.3.2 Comparison with other Linear Bootstrap Procedures	25
2.3.3 Bootstrap Validity	26
2.4 Numerical Examples	30
2.4.1 Simulations	30
2.4.2 A Real-Life Data Example	31
2.5 Conclusions	34
2.6 Proofs	35
2.7 Estimation of a Moving Average Model	45
2.8 Comparison with the Linear Process Bootstrap	47
2.9 Additional Simulation Results	52
2.9.1 Sample Size $n = 128$	52



2.9.2	Sample Size $n = 512$	53
2.10	Additional proofs	55
	References	59
3	Time Series Modeling on Dynamic Networks	63
3.1	Introduction	63
3.2	Time Series Modeling on Dynamic Networks	64
3.3	Statistical Results for Doubly Stochastic Network Processes	71
3.4	Numerical Examples	82
3.5	Real Data Example	90
3.6	Conclusions	94
3.7	Proofs	95
	References	119

List of Figures

2.1	Different spectral density estimates for the Lake Huron data	33
3.1	Autocovariance function (3.2.4) of process (3.2.5)	69
3.2	sample ACF and realization of process (3.2.5)	69
3.3	One-step-forecasting error for $\hat{X}_{501}$ of process (3.4.2)	85
3.4	Realization of process (3.4.2)	87
3.5	One-step-forecasting error for $\hat{X}_{501}$ of process (3.4.3)	88
3.6	Realization of the network of the example given by (3.4.3)	88
3.7	Out-degree-distributions of the slow-varying and fast-varying STERGMs with $d =$ 1000 and density 0.005.	89
3.8	Doppelkopf data in network and time series representation	92