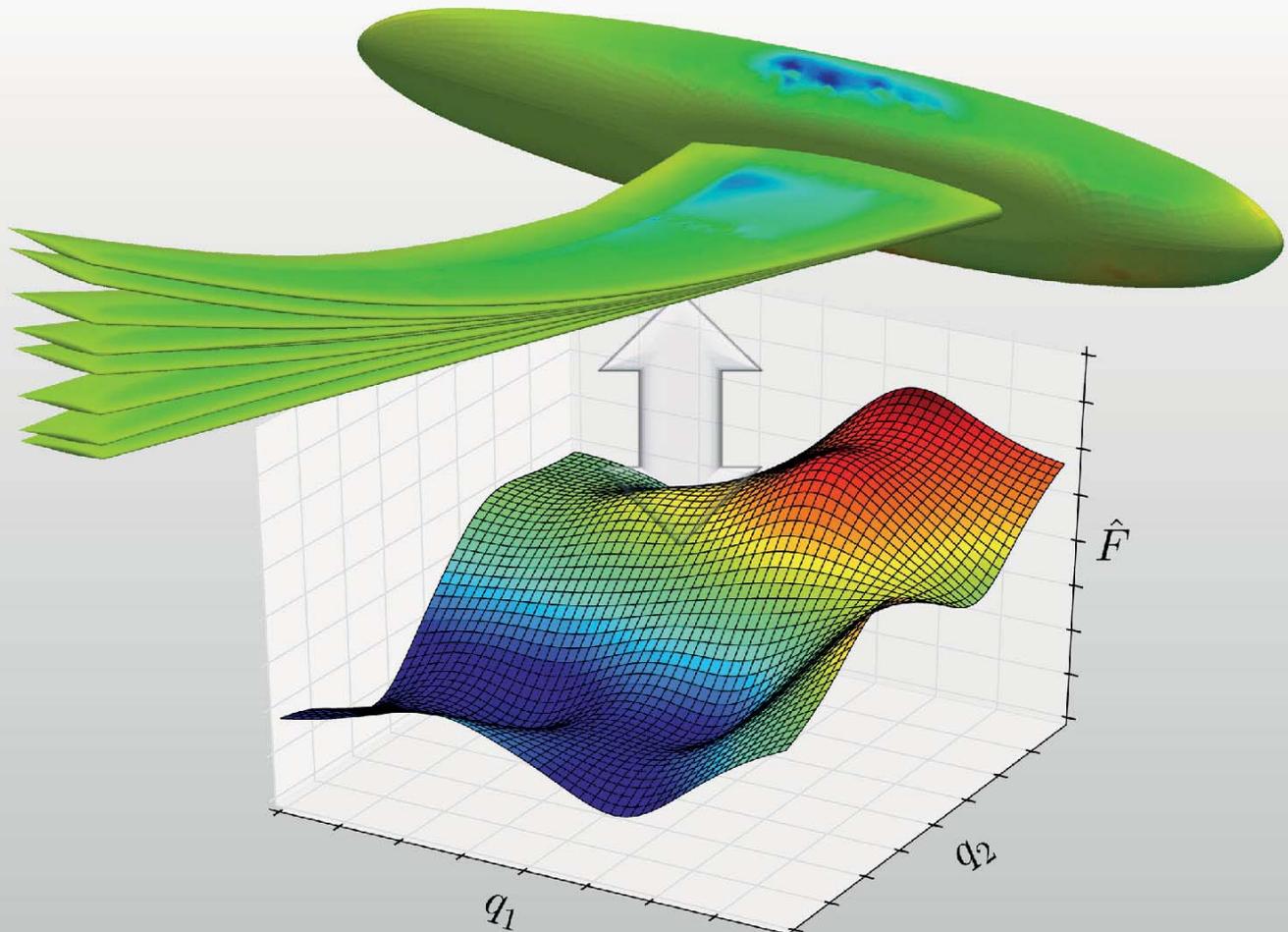




Technische
Universität
Braunschweig

NFL 
am Campus Forschungsflughafen



Nichtlineare Ersatzmodellierung in transsonischer instationärer Aeroelastik

Klemens Lindhorst

TU Braunschweig, Institut für Flugzeugbau und Leichtbau

**Niedersächsisches Forschungszentrum für Luftfahrt -
Forschungsbericht 2015-21**



Cuvillier Verlag Göttingen
Internationaler wissenschaftlicher Fachverlag



Nichtlineare Ersatzmodellierung in transsonischer instationärer Aeroelastik





TU Braunschweig – Niedersächsisches Forschungszentrum für
Luftfahrt

Berichte aus der Luft- und Raumfahrttechnik

Forschungsbericht 2015-21

**Nichtlineare Ersatzmodellierung in transsonischer
instationärer Aeroelastik**

Klemens Lindhorst

TU Braunschweig

Institut für Flugzeugbau und Leichtbau

Diese Arbeit erscheint gleichzeitig als von der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs genehmigte Dissertation.



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

1. Aufl. - Göttingen: Cuvillier, 2015
Zugl.: (TU) Braunschweig, Univ., Diss., 2015

Diese Arbeit erscheint gleichzeitig als von der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs genehmigte Dissertation.

Herausgeber der NFL Forschungsberichte:

TU Braunschweig – Niedersächsisches Forschungszentrum für Luftfahrt
Hermann-Blenk-Straße 27 • 38108 Braunschweig
Tel: 0531-391-9822 • Fax: 0531-391-9804
Mail: nfl@tu-braunschweig.de
Internet: www.tu-braunschweig.de/nfl

Copyright Titelbild: Klemens Lindhorst

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2015
Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen
Telefon: 0551-54724-0
Telefax: 0551-54724-21
www.cuvillier.de

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage, 2015

Gedruckt auf umweltfreundlichem, säurefreiem Papier aus nachhaltiger Forstwirtschaft

ISBN 978-3-7369-9176-7

eISBN 978-3-7369-8176-8



Nichtlineare Ersatzmodellierung in transsonischer instationärer Aeroelastik

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde
eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte
Dissertation

von
Dipl.-Ing. Klemens Lindhorst
aus Wolfenbüttel

eingereicht am: 19. Juni 2015

mündliche Prüfung am: 11. November 2015

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Peter Horst
Prof. Dr.-Ing. Cord-Christian Rossow

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Peter Hecker

2015





“Der Mensch ist meist mehr Ergebnis seiner Zufälle als seiner Einfälle”
frei nach Odo Marquard





Danksagung

Diese Dissertation ist im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Flugzeugbau und Leichtbau der Technischen Universität Braunschweig von 2010 bis 2015 entstanden. Sie ist somit ein Ergebnis der vielen Unterstützung der Personen, die mich in dieser Zeit begleitet haben.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Peter Horst, der mir als Doktorvater die Möglichkeit der Promotion gab und mich stets mit konstruktivem Rat unterstützte. Für die Möglichkeiten und Freiheiten zur wissenschaftlichen Entfaltung am Institut, durch Diskussionen und Expertisen und durch das Ermöglichen der Teilnahme an internationalen Konferenzen, haben Sie einen verlässlichen Rahmen für meine fachliche und persönliche Entwicklung geschaffen. Hierbei konnte ich mich stets auf Ihre Unterstützung verlassen, insbesondere in der letzten Phase meines Promotionsstudiums. Dafür möchte ich mich herzlichst bei Ihnen bedanken.

Ich bedanke mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Cord-Christian Rossow, der mit großem persönlichen Interesse als Referent das Zweitgutachten übernommen hat. Sie haben sich die Zeit genommen und durch sehr konstruktive Gespräche einen wertvollen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet. Dafür gilt auch Ihnen mein herzlichster Dank.

Den Vorsitz der Prüfungskommission hat Herr Prof. Dr.-Ing. Peter Hecker übernommen, wofür ich Ihnen ebenfalls herzlich danken möchte.

Des Weiteren möchte ich mich bei allen meinen Kollegen am Institut für die angenehme Zeit bedanken. Vor allem möchte ich mich bei Herrn Dr.-Ing. Matthias Haupt für die angenehme fachliche Betreuung und die hilfreiche und stets konstruktive Kritik bei wissenschaftlichen Publikationen bedanken, welche sicherlich den einen oder anderen Referenten-Kommentar im Vorfeld vorwegnahm. Weiterhin möchte ich Christoph danken, mit dem ich nicht nur die meiste Zeit das Büro geteilt habe, sondern mit dem ich auch die besten Zeiten des Studiums verbracht habe und der mir stets ein sehr guter Freund war. Weiter möchte ich mich bei Stefan, Paul und Tayson für die interessanten fachlichen und überfachlichen Diskussionen in der Teeküche bedanken und bei André für feine Urlaube auf dem Snowboard und temporäres Bahnen ziehen im Schwimmbassin.

Einen erheblichen Beitrag zu dieser Promotion haben selbstverständlich meine Freunde und meine Familie geleistet, die mich immer unterstützt und motiviert haben. Ihr habt mir den Rücken freigehalten und mich in den richtigen Zeitpunkten auf andere Gedanken gebracht. Dies gilt insbesondere für meine Eltern, die mir stets alles ermöglicht haben und auf die ich mich immer verlassen kann und die nicht zuletzt durch geduldiges Korrekturlesen auch einen direkten Beitrag zu dieser Arbeit geleistet haben, und für meine Geschwister, die mir immer helfend zur Seite stehen. Vielen Dank dafür, ich bin froh, dass es euch gibt.





Übersicht

Die Berücksichtigung der aeroelastischen Eigenschaften einer Flugzeugkonfiguration ist eine wichtige Fragestellung in der Auslegung moderner Verkehrsflugzeuge. Hierbei stellt die Berechnung der Strömung eine besondere Herausforderung dar. Zur Lösung des Strömungsproblems innerhalb aeroelastischer Analysen werden bereits vielfach potentialtheoretische, lineare Verfahren eingesetzt. Diese Verfahren liefern zuverlässige Ergebnisse im subsonischen Flugbereich. Im transsonischen Bereich hingegen, in welchem die Reisefluggeschwindigkeiten der meisten modernen Flugzeuge liegen, treten verstärkt nichtlineare aerodynamische Effekte auf. Diese Effekte werden durch die linearen Verfahren nicht abgebildet, weshalb diese Methoden nur begrenzt eingesetzt werden können. Hochwertigere numerische Lösungsverfahren können nichtlineare Effekte zwar abbilden, benötigen jedoch einen erheblichen Aufwand an Rechenzeit und -ressourcen, weshalb diese Verfahren nicht in großem Umfang eingesetzt werden.

Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit ein Ansatz entwickelt, welcher die Erstellung eines Ersatzmodells auf der Basis einer begrenzten Zahl an aufwändigen, numerischen Strömungsanalysen ermöglicht. Dieses Ersatzmodell ist darauf ausgelegt, die für aeroelastische Analysen relevanten Strömungsgrößen in vergleichbarer Qualität wie das numerische Verfahren vorherzusagen und dabei lediglich einen Bruchteil der Rechenzeit und -ressourcen zu benötigen. Zudem soll das Ersatzmodell auf hochdimensionale nichtlineare Felder anwendbar sein, damit auch der Einsatz bei komplexeren dreidimensionalen Problemen ermöglicht wird.

Die Praxistauglichkeit des entwickelten Ansatzes wird in dieser Arbeit an drei verschiedenen aeroelastischen Modellen demonstriert. Hierbei wird zunächst das zweidimensionale NLR7301-Profil mit zwei Bewegungsfreiheitsgraden untersucht, welches signifikante nichtlineare aerodynamische Eigenschaften besitzt. Anschließend wird als einfacher dreidimensionaler Fall der AGARD445.6-Flügel betrachtet, bei welchem mit dem Ersatzmodell eine Flatteruntersuchung im transsonischen und unteren supersonischen Bereich durchgeführt wird. Schließlich wird der Ersatzmodellansatz auf die realitätsnahe dreidimensionale HIRENASD-Konfiguration angewendet, welche als ein Fall industrieller Größenordnung betrachtet wird. Es wird die Robustheit und Stabilität des Ansatzes anhand der Variationen des Strukturmodells als auch des Anstellwinkels gezeigt. Als Ausblick für weiterführende Entwicklungen wird die Böenvorhersage mittels des Ersatzmodells untersucht.

Der entwickelte Ansatz stellt sich in den Testfällen als ein effektives, ergänzendes Hilfsmittel bei hochwertigen numerischen aeroelastischen Untersuchungen heraus.



Abstract

Aeroelasticity is an important aspect in modern aircraft design. Especially the precise analysis of the flow is still challenging. Nowadays, linear methods based on potential theory are widely used in aeroelastic analyses, which are solid methods in the subsonic range. In the transsonic regime with the occurrence of significant nonlinear phenomena the use of such methods is limited or not feasible. In contrast to that, high fidelity numerical flow solvers are able to capture nonlinear effects but the use of these methods is still limited due to the high computational effort.

This is the reason why in this work an approach for the construction of surrogate models is developed, which can be derived from several high fidelity numerical analyses. This surrogate model is designed to predict the relevant aerodynamic parameters in a comparable quality compared with the full order numerical method but with a fraction of the computational effort. Additionally, the surrogate model should be applicable on nonlinear high dimensional fields realizing the use of the approach in complex three dimensional cases.

The applicability of the developed approach is demonstrated on three different aeroelastic models. First the two dimensional NLR7301-airfoil with two structural degrees of freedom is investigated, which shows significant nonlinear aerodynamic behaviour. Then the three dimensional AGARD445.6 wing is considered for flutter investigations in the transsonic and lower supersonic regime with the surrogate model. Finally, the surrogate model approach is applied on the HIRENASD configuration representing a realistic transport aircraft wing. The robustness and stability of the approach is demonstrated by using various structural models as well as by interpolating the angle of attack. An outlook for further improvements is given by predicting gust responses with the surrogate model.

In the performed test cases the developed approach emerges as an effective tool for high fidelity numerical aeroelastic investigations.



Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1. Motivation und Forschungshypothese	3
1.2. Stand der Forschung	4
2. Analyse aeroelastischer Systeme	7
2.1. Lösung des Strömungsproblems	7
2.1.1. Analytischer Ansatz für ein zweidimensionales Profil	8
2.1.2. Numerisches Verfahren: Computational Fluid Dynamics (CFD)	11
2.2. Lösung des Strukturproblems	15
2.2.1. Stationäre Strukturberechnung	16
2.2.2. Instationäre Strukturberechnung	16
2.2.3. Finite Elemente Methode (FEM)	18
2.3. Partitionierter Lösungsansatz zur Analyse aeroelastischer Systeme	20
2.3.1. Instationäre Kopplungsschemata	22
2.3.2. Einbindung des Ersatzmodells in den partitionierten Ansatz	24
3. Ansatz der Ersatzmodellierung	27
3.1. Proper Orthogonal Decomposition	28
3.2. Markov-Ketten-Ansatz	31
3.2.1. ARMA-Modell	31
3.2.2. NARMA-Modell	32
3.2.3. Modellierung instationärer Aerodynamik mittels Markov-Ketten	32
3.2.4. Modellierung einer diskreten Böe mit der Markov-Kette	34
3.3. Nichtlineare Abbildungsmethoden	35
3.3.1. Polynomiale Abbildung	36
3.3.2. Neuronale Netze mit radialen Basisfunktionen	36
3.3.3. Weitere Abbildungsverfahren	49
3.3.4. Vergleichsstudie der Verfahren	53
3.4. Training des Gesamtmodells	58
3.5. Einbinden von Metaparametern	60
4. Anwendung auf einen 2D-Fall: NLR7301	63
4.1. Strukturmodell	63
4.2. Fluidmodell	64
4.3. Identifikation des Ersatzmodells	67
4.3.1. Trainingsdaten	67
4.3.2. Parameterdefinition	69
4.4. Stationäre Analyse	72
4.5. Instationäre Analyse: Limit Cycle Oscillations	74
4.6. Variation der Strömungsparameter	78
4.7. Zusammenfassung	80



5. Anwendung auf einen einfachen 3D-Fall: AGARD445.6	81
5.1. Strukturmodell	81
5.2. Fluidmodell	83
5.3. Bestimmung der Flattergrenze bei $Ma=0,901$	84
5.3.1. Modellidentifikation	84
5.3.2. Flatteruntersuchung	86
5.4. Einbinden zusätzlicher Parameter: Machzahl	90
5.4.1. Modellidentifikation	91
5.4.2. Bestimmung der Flattergrenze im transsonischen und unteren super- sonischen Bereich	91
5.5. Zusammenfassung	94
6. Anwendung auf einen realitätsnahen 3D-Fall: HIRENASD	95
6.1. Strukturmodell	95
6.2. Fluidmodell	98
6.3. Balkeninterpolation	101
6.3.1. Überschneidungs- und Klaffungszonen bei Knicken im Balkenverlauf .	102
6.4. Validation des aeroelastischen Modells anhand des Testfalls 132	105
6.5. Untersuchung bei höheren Anstellwinkeln	107
6.5.1. Identifikation des Ersatzmodells	112
6.5.2. Stationäre Analyse	115
6.5.3. Instationäre Analyse	118
6.6. Variation des Strukturmodells	121
6.6.1. Stationäre Analyse	122
6.6.2. Instationäre Analyse	125
6.7. Einbinden zusätzlicher Parameter: Anstellwinkel	127
6.7.1. Untersuchung der stationären Analyse anhand des Testfalls 132 . . .	127
6.7.2. Untersuchung der instationären Analyse bei interpolierten Anstellwin- keln	130
6.8. Zusammenfassung	132
7. Ausblick: Vorhersage von Böen	133
7.1. Böenvorhersage ohne Strukturkopplung	133
7.2. Böenvorhersage mit Strukturkopplung	135
7.3. Zusammenfassung	137
8. Zusammenfassung und Ausblick	139
A. Allgemeiner Anhang	149
A.1. Kombination zweier POD-Basen	149
A.2. Bestimmung ellipsoider Funktionsformen mittels SVD	149
A.3. Strömungsbedingungen in reibungsfreier Strömung	150
A.4. Strömungsbedingungen in reibungsbehafteter Strömung: Sutherland-Modell .	150
A.5. Iterative Bestimmung der Flattergrenze mit Hilfe des logarithmischen Dekre- ments	151
B. Anhang zusätzlicher Ergebnisse zum AGARD445.6-Flügel	153
B.1. Ersatzmodellidentifikation im transsonischen und unteren supersonischen Be- reich mit der Machzahl als Metaparameter	153
B.2. Bestimmung der Flattergrenze mit variiertem Strukturmodell	154



C. Anhang zusätzlicher Ergebnisse zur HIRENASD-Konfiguration	157
C.1. Aerodynamische Kurven und Druckverteilungen des starren Flügels beim Testfall 132	157
C.2. Stationäre Analyse bei höheren Anstellwinkel mit dem Ersatzmodell	159
C.3. Stationäre Analyse mit variierten Strukturmodellen	161
C.4. Ersatzmodellidentifikation mit dem Anstellwinkel als Metaparameter	163
C.5. Ersatzmodell-Untersuchung des Testfalls 132	165
C.6. Transiente Analyse mit interpoliertem Anstellwinkel und Strukturvariation .	167
C.7. Transiente Analyse mit Anstellwinkel-, Struktur- und Strömungsvariation . .	169





Tabellenverzeichnis

4.1.	Parameter des Strukturmodells nach Tang [66]	64
4.2.	Parameter der verwendeten Trainingssignale	69
4.3.	Erforderliche Rechenzeiten der Trainingsanalysen des NLR7301-Profiles	69
4.4.	Vergleich der LCO Amplituden und Frequenzen der ROM-CSM- und CFD-CSM-Analyse mit den Werten von Weber et al. [72, 73] und Tang et al.[66]	77
4.5.	Erforderliche Rechenzeiten der transienten LCO-Analyse	78
5.1.	Parameter des Strukturmodells nach Yates [81] und Unger [68]	81
5.2.	Vergleich der Eigenfrequenzen des verwendeten Strukturmodells mit den Referenzwerten $f_{s,Unger}$ von Unger [68] und den gemessenen Werten von Yates [81] (Modell 3, reduzierte Steifigkeit)	83
5.3.	Maximalwerte der generalisierten Koordinaten der geführten Bewegung	84
5.4.	Strömungsbedingungen der Trainingsanalyse	85
5.5.	Erforderliche Rechenzeiten der Trainingsanalysen des AGARD445.6-Flügels bei $Ma = 0,901$	85
5.6.	Strömungsparameter der Flutteruntersuchung bei $Ma = 0,901$ nach Unger[68]	87
5.7.	Erforderliche Rechenzeiten der jeweiligen gekoppelten Flutteranalyse	90
5.8.	Strömungsparameter der Trainingsdaten bei verschiedenen Machzahlen im transsonischen Bereich	91
5.9.	Vergleich der Fluttergrenze und -frequenz der ROM-CSM- und CFD-CSM-Analyse	93
6.1.	Vergleich der Eigenfrequenzen des verwendeten Strukturmodells mit den Referenzwerten $f_{s,AePW}$ der AePW-Homepage [76], $f_{s,Ritter}$ aus Ritter [58], $f_{s,Braun}$ aus Braun [8] und den experimentellen Ergebnissen [8]	98
6.2.	Geometrische Parameter der aerodynamischen Oberfläche des HIRENASD	99
6.3.	Verwendete Sutherland- und Strömungsparameter des Testfalls 132 nach Chwalowski [14]	99
6.4.	Anzahl der Knoten, Zellen, repräsentative Zellenhöhe h_{rep} und die aerodynamischen Beiwerte bei $\alpha = 4^\circ$ des groben, mittleren und feinen Gitters	99
6.5.	Gitterkonvergenzindex des Vergleichs fein-mittel (GCI_{12}) und mittel-grob (GCI_{23})	100
6.6.	Maximalwerte der generalisierten Koordinaten der geführten Bewegung	113
6.7.	Erforderliche Rechenzeiten der Trainingsanalysen des HIRENASD	114
6.8.	Vergleich der Flügelspitzenverrückung $u_{z,Tip}$ und -rotation $\theta_{y,Tip}$	116
6.9.	Vergleich der aerodynamischen Beiwerte im aeroelastischen Gleichgewicht	117
6.10.	Erforderliche Rechenzeit des stationären Gleichgewichtszustands	118
6.11.	Maximal auftretender Fehler e_{max} und durchschnittlicher Fehler \bar{e} der aerodynamischen Beiwerte C_A , C_W und C_M	119
6.12.	Erforderliche Rechenzeiten der transienten Analyse	121



Tabellenverzeichnis

6.13. Vergleich der Eigenfrequenzen des originalen Strukturmodells mit denen der modifizierten Strukturmodelle	122
6.14. Vergleich der Flügelspitzenverrückung $u_{z,Tip}$ und -rotation $\theta_{y,Tip}$ des aeroelastischen Gleichgewichts der Modelle A und B	122
6.15. Vergleich der aerodynamischen Beiwerte des aeroelastischen Gleichgewichts der Strukturmodelle A und B	123
6.16. Maximal auftretender Fehler e_{max} und durchschnittlicher Fehler \bar{e} der aerodynamischen Beiwerte C_A , C_W und C_M der Analyse mit Modell A	125
6.17. Maximal auftretender Fehler e_{max} und durchschnittlicher Fehler \bar{e} der aerodynamischen Beiwerte C_A , C_W und C_M bei $\alpha = 4, 5^\circ$	131
7.1. Parameter der untersuchten Böen	133
B.1. Vergleich der Eigenfrequenzen des originalen und des modifizierten Strukturmodells	154
B.2. Vergleich der Flattergrenze und -frequenz der ROM-CSM- und CFD-CSM-Analyse mit reduzierter Steifigkeit	156
C.1. Maximal auftretender Fehler e_{max} und durchschnittlicher Fehler \bar{e} der aerodynamischen Beiwerte C_A , C_W und C_M bei $\alpha = 4, 5^\circ$ mit Strukturmodell A	168
C.2. Variierte Strömungsparameter	169
C.3. Maximal auftretender Fehler e_{max} und durchschnittlicher Fehler \bar{e} der aerodynamischen Beiwerte C_A , C_W und C_M bei $\alpha = 4, 5^\circ$ mit Strukturmodell A und $T_\infty = 346, 9 K$	170



Symbolverzeichnis

α	Stationärer Anstellwinkel
$\alpha_{M=0}$..	Einbauwinkel des 2D-Profiles bezüglich der Anströmrichtung
β	Newmark-Parameter
$\delta_{\underline{\epsilon}}$	Virtuellen Verzerrung
$\delta_{\underline{u}}$	Virtuellen Verschiebung
δ_{ij}	Kroneckersymbol
δ_{log}	Logarithmisches Dekrement
$\dot{\theta}$	Nickgeschwindigkeit
\dot{h}	Bewegungsgeschwindigkeit des Hubs beim 2D-Profil
\dot{q}_h	Wärmestrom über die Oberfläche aufgrund von Strahlung oder chemischer Reaktionen
γ	Newmark-Parameter
$\Gamma^{(e)}$	Berandung des Elements
Γ_1	Berandung des betrachteten strukturellen Körpers mit äußerer Last
Γ_2	Berandung des betrachteten strukturellen Körpers mit aufgeprägten Wegrandbedingungen
Γ_K	Berandung des betrachteten elastischen Körpers
Γ_{KV} ...	Berandung des Kontrollvolumen
\hat{y}	Reduzierter Zustandsvektor, enthält die POD-Koeffizienten \hat{y}_i
λ	Lagrange-Multiplikator
λ_s	Glättungsfaktor, entspricht dem Lagrange-Multiplikator zum Einbringen der Nebenbedingung nach kleinen Wichtungsfaktoren
λ_{ii}	i -ter Eigenwert
\mathcal{A}_i	Zustands-Wichtungsfaktor in einem ARMA-Modell
\mathcal{B}_i	Störungs-Wichtungsfaktor in einem ARMA-Modell
\mathcal{D}_{limit} ..	Abstandskriterium zur Begrenzung der maximalen Neuronenzahl
\mathcal{F}	Strömungslöser-Operator
\mathcal{S}	Strukturlöser-Operator
μ	dimensionslose Strukturmasse des AGARD445.6-Flügels $\mu = \frac{m}{\rho_{\infty} V_{ref}}$
ν_0	Referenzviskosität des Sutherland-Modells
$\Omega^{(e)}$	Gebiet des Elements
ω_h	Eigenkreisfrequenz der Hubschwingung $\omega_h = 2\pi f_h$
Ω_K	Volumen des betrachteten elastischen Körpers
ω_{θ}	Eigenkreisfrequenz der Anstellwinkelschwingung $\omega_{\theta} = 2\pi f_{\theta}$
ω_h	Eigenkreisfrequenz der Hubschwingung $\omega_h = 2\pi f_h$
Ω_{KV} ...	Gebiet des Kontrollvolumen
$\bar{\omega}$	Dimensionslose reduzierte LCO-Frequenz $\bar{\omega} = \frac{2\pi c f_{LCO}}{U_{\infty}}$
ρ	Fluiddichte
ρ_{∞}	Fluiddichte der freien Anströmung
ρ_e	Elementdichte der HIRENASD-Konfiguration
ρ_K	Dichte des betrachteten strukturellen Körper
ρ_s	Strukturelle Dichte des AGARD445.6-Flügels
σ_i	i -ter Singlärwert



Tabellenverzeichnis

θ	Elastischer Nick- bzw. Torsionswinkel
$\Theta_x, \Theta_y, \Theta_z$	Zusammenfassung des Energieflusses aufgrund der Reibung und der Wärmeleitung in der Energiebilanz
$\theta_{y,Tip}$	Rotation der Flügelspitze um die y -Achse
\ddot{u}_n	Beschleunigung für den Zeitschritt $t = n$
\dot{u}_f	Gittergeschwindigkeiten der Kopplungsoberfläche des Fluidgitters
$\dot{\tilde{u}}_{n+1}$	Newmark-Prädiktor der Geschwindigkeit für den Zeitschritt $t = n + 1$
\dot{u}_n	Geschwindigkeit für den Zeitschritt $t = n$
$\underline{\omega}^2$	Vektor der Eigenwerte der Modalanalyse, welcher die Quadrate der Eigenkreisfrequenzen enthält
$\underline{\psi}_i$	i -ter POD Basisvektor (wird auch als POD-Mode bezeichnet)
\tilde{u}_s^{n+1}	Durch den Prädiktor zeitlich extrapolierte strukturelle Deformation
\tilde{u}_{n+1}	Newmark-Prädiktor der Verschiebung für den Zeitschritt $t = n + 1$
$\underline{\Lambda}$	Eigenwertmatrix mit Eigenwerten auf der Hauptdiagonalen: $\underline{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_{11}, \dots, \lambda_{qq})$
\underline{D}	Euklidische Abstandsmatrix
$\underline{\Phi}$	Eigenvektormatrix der Modalanalyse, welcher die Eigenformen enthält
$\underline{\Sigma}^*$	Singlärwertmatrix
$\underline{\Sigma}^{-1}$	Inverse Kovarianzmatrix
$\underline{\sigma}_K$	Innere Spannungen im betrachteten strukturellen Körper entlang der virtuellen Verzerrung $\delta \underline{\epsilon}$
$\underline{\tau}$	Schubspannungen
\underline{A}	Designmatrix der radialen Basisfunktionen
\underline{A}_{inv}	Moore-Penrose-Pseudoinverse der Matrix \underline{A}
\underline{C}	Gesamtdämpfungsmatrix
\underline{D}	Differentialoperatormatrix in der Verschiebungs-Verzerrungsbedingung
\underline{E}	Elastizitätsmatrix
\underline{H}	Kopplungsmatrix bei der Balkeninterpolation
\underline{h}_n	n -ter Volterra-Kern
\underline{I}_i	Einheitsmatrix vom Rang i , d.h. $\underline{I}_i \in \mathbb{R}^{i \times i}$
\underline{K}	Gesamtsteifigkeitsmatrix
\underline{M}	Gesamtmassenmatrix
\underline{N}	Formfunktionsmatrix
\underline{S}	Formmatrix bei ellipsoiden Basisfunktionen, findet bei der Mahalanobis-Distanz d_M Anwendung
\underline{U}	Eigenvektormatrix der Matrix $\underline{Y} \underline{Y}^T$
\underline{U}^*	Links-Singulärvektoren
\underline{V}	Eigenvektormatrix der Matrix $\underline{Y}^T \underline{Y}$
\underline{V}^*	Rechts-Singulärvektoren
\underline{W}	Wichtungsmatrix des RBF Netzes
\underline{X}	Eingangsmatrix
\underline{Y}	Snapshotmatrix
\underline{Z}	Zielmatrix
\underline{Z}^*	Modifizierte Zielmatrix nach Subtraktion des polynomialen Untermodells $\underline{Z}^* = \underline{Z} - g(\underline{X})$
\underline{c}_F	Normierte aerodynamische Kräfte auf der Kopplungsoberfläche des Fluidgitters: $\underline{c}_F(t) = \frac{\underline{F}_f(t)}{0,5\rho_\infty U_\infty^2 A_{ref}}$
\underline{f}	Volumenkräften
\underline{F}_f	Aerodynamische Kräfte auf der Kopplungsoberfläche des Fluidgitters
\underline{F}_k	Konvektive Flüsse