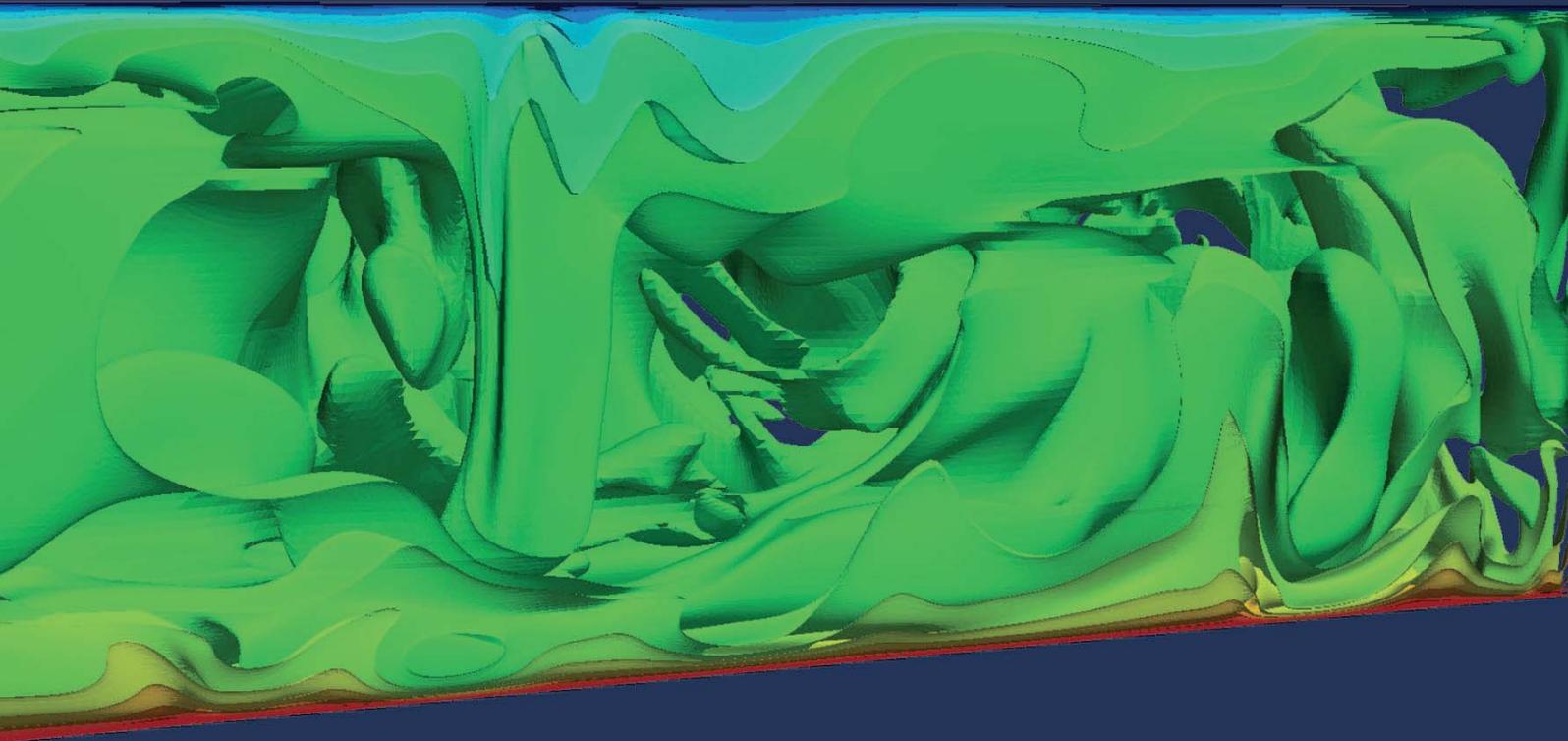


Claudia Zimmermann

**Experimental investigation
and computational modelling
of thermal boundary layers in
turbulent natural convection**



Cuvillier Verlag Göttingen
Internationaler wissenschaftlicher Fachverlag



Experimental investigation and computational
modelling of thermal boundary layers in turbulent natural convection





Experimental investigation and computational modelling of thermal boundary layers in turbulent natural convection

Vom Fachbereich Produktionstechnik
der
UNIVERSITÄT BREMEN

zur Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur
genehmigte

Dissertation

von
Dipl.-Math. Claudia Zimmermann

Gutachter: Prof. Dr. Claus Braxmaier
Prof. Dr.-Ing. Suad Jakirlić, Technische Universität Darmstadt

Tag der mündlichen Prüfung: 07. Mai 2015



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

1. Aufl. - Göttingen: Cuvillier, 2015

Zugl.: Bremen, Univ., Diss., 2015

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2015

Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen

Telefon: 0551-54724-0

Telefax: 0551-54724-21

www.cuvillier.de

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage 2015

Gedruckt auf umweltfreundlichem, säurefreiem Papier aus nachhaltiger Forstwirtschaft.

ISBN 978-3-7369-9061-6

eISBN 978-3-7369-8061-7



To my loving parents.





"Difficulties are just things to overcome, after all."

Ernest Shackleton, 1909





Acknowledgements

First of all, I wish to express my sincere gratitude to my advisers Prof. Dr. Hans J. Rath and PD Dr.-Ing. habil. Rodion Groll for their excellent support and valuable guidance during my PhD thesis at the *Center of Applied Space Technology and Microgravity (ZARM)* at the Bremen University.

Regrettably, Prof. Dr. Hans J. Rath passed away in the year 2012, before he could see the product of both their guidance. It is my pleasure to thank both of them, but especially PD Dr.-Ing. habil. Rodion Groll, for the great opportunity to do a PhD thesis in his group and for the motivating, supportive and inspiring cooperation.

I would like to give special thanks to Prof. Dr. Claus Braxmaier, who fortunately took the place of Prof. Dr. Hans J. Rath, and Prof. Dr.-Ing. Suad Jakirlić from the *Darmstadt University of Technology* for being my supervisors and their always helpful encouragement.

A particular thanks is indebted to my fellow team members Kristofer Leach, Stephan Reichel, Fabian Fastabend and Torben Schadowski, my colleagues Diana Gaulke and Željimir Marojević as well as our students Björn Klose and Jacob Wessels for their instructive comments, inspiring scientific discussions, continuous encouragement and splendid times.

I owe a special thanks to Torben Schadowski and Rico Schultz for the skilful support during the developing and constructing periods of the experimental test cases and following test series. Further, I am grateful to the members of the mechanical workshop at the ZARM institute for the valuable assistance concerning the experimental constructions. In this connection, I would like to express many thanks to Henrik Kassai and Holger Oelze for their full motivation regarding the realisation of the experiment in the centrifuge.

Additionally, I would like to thank my colleagues Ronald Mairose and Peter Prengel for their constant willingness to help with all questions which concerned the technical equipment and other problems. I thank particularly my colleague Holger Faust who has always been a tremendous help no matter the task or circumstances.

My eternal gratitude goes to my parents Erika and Wolf-Dieter Zimmermann and my brother Dr. Stefan Zimmermann for years of patience and everlasting support during my whole education.



I would like to thank deeply Dr. Christian Malchin, Dr.-Ing. Aleksander Grah, Dr.-Ing. Stefan Schenke, Tanja Benitsch and Jana Gottermeyer for their friendly and amazing motivation and their constant and reassuring help.

This thesis was sponsored by the *Zentrale Forschungsförderung of the Bremen University* as well as by the *North-German Supercomputing Alliance (HLRN)* which provided access to their computer facilities during the whole project.

I would also like to acknowledge Dr. C. Resagk from the *Ilmenau University of Technology* for providing experimental data which made it possible to validate some of the numerical simulations.

Last but not least, I would like to thank all my colleagues at ZARM institute, who I have not mentioned by name, for an enjoyable and unforgettable time.



Zusammenfassung

Motivation

Konvektionsströmungen sind eines der fundamentalen Probleme der Strömungsmechanik. Diese Art von Strömungen spielt z. B. in der Meteorologie eine entscheidende Rolle. Ausgelöst durch Sonneneinstrahlung in der Atmosphäre können Konvektionsströmungen bedingt durch wirkende Corioliskräfte, welche durch die Erdrotation hervorgerufen werden, zu Wirbelstürmen oder Tornados heranwachsen. Daher ist das Verständnis dieser Luftströmungen gerade in Zeiten von Klimaveränderungen besonders wichtig. Auch in industriellen Anwendungen sind Konvektionsströmungen von großer Bedeutung, da sie hier als passive Kühler für elektrische Bauteile eingesetzt werden. Hierdurch sollen Fehleranfälligkeiten und mögliche Lärmquellen alternativer Kühlteile reduziert werden.

Konvektionsströmungen entstehen in einem Fluid immer durch einen massebasierten Wärmetransport zwischen zwei unterschiedlich temperierten Regionen. Wird die Bewegung des Fluids alleine durch den auf dem Wärmeunterschied basierenden Dichtegradienten im Fluid angetrieben, ohne dass eine äußere Kraft zusätzlich auf das Fluid einwirkt, so spricht man von einer *natürlichen Konvektionsströmung*. Diese Art von Konvektionsströmung im Fluid *Luft* steht im Fokus dieser Arbeit. Obwohl natürliche Konvektionsströmungen in der Vergangenheit immer wieder Gegenstand vieler theoretischer, sowie experimenteller und numerischer Untersuchungen waren, sind noch viele Fragen offen. Daher ziehen diese Strömungen immer noch ein großes wissenschaftliches Interesse auf sich.

Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Diese Arbeit beschäftigt sich vor allem mit der numerischen Modellierung turbulenter, natürlicher Konvektionsströmungen. Hierbei wird neben der numerischen Analyse der Strömungen in unterschiedlichen Test-Konfigurationen, eine Konfiguration zusätzlich experimentell untersucht. Die realisierten Rayleigh-Zahlen liegen dabei in einem Bereich von $2,33 \cdot 10^6 \leq Ra \leq 1,58 \cdot 10^9$. Die Prandtl-Zahl liegt in allen Fällen bei $Pr = 0,71$, was den untersuchten Temperaturintervallen des verwendeten Fluids, *Luft*, entspricht.

Für die numerische Modellierung der Strömungen wird für jede Test-Konfigurationen eine dreidimensionale, kompressible, transiente und turbulente *Large-Eddy Simulation* (kurz: *LES*) mittels des Open-Source Softwareprogramms *OpenFOAM*[®] durchgeführt. Die Bezeichnung *kompressibel* bezieht sich in diesem Fall auf Änderungen der Dichtegradi-



enten im Fluid, welche durch die vorherrschenden Temperaturunterschiede hervorgerufen werden. Sie bezieht sich nicht auf eine Spezifikation über den Begriff der *Mach-Zahl*. Innerhalb der Simulation wird ein kompressibles Turbulenz-Modell eingesetzt, da die inkompressiblen Turbulenz-Modelle den Einfluss der variierenden Dichtegradienten auf die Turbulenz-Produktion bisher noch nicht zufriedenstellend abbilden können. Als kompressibles Turbulenz-Modell wird das Modell von *Fureby* gewählt, welches auf dem so genannten *Smagorinsky Modell* beruht. Das numerische Modell verwendet keine *Boussinesq-Approximation*. Die Temperaturabhängigkeiten der Fluidgrößen werden durch das *Sutherland Modell* berücksichtigt.

Zu Beginn der Arbeit werden als erstes die theoretischen strömungsmechanischen Zusammenhänge beschrieben, die benötigt werden, um die allgemeinen Navier-Stokes Gleichungen eines kompressiblen, instationären Strömungsproblems aufzustellen. Hieraus wird dann im Folgenden das mathematische Modell herausgearbeitet, welches die betrachteten turbulenten, natürlichen Konvektionsströmungen dieser Arbeit beschreibt. In diesem Zusammenhang werden ebenfalls die wichtigsten Fluideigenschaften betrachtet.

Um eine numerische Untersuchung der Konvektionsströmungen durchführen zu können, müssen geeignete mathematische Verfahren und numerische Methoden zur Lösung des zuvor aufgestellten mathematischen Modells formuliert werden. In diesem Zusammenhang wird sowohl die numerische Methode der LES vorgestellt als auch eine analytische Betrachtung der Strömungen, vor allem im Bereich der Wandnähe, erläutert.

Anschließend folgt der Schwerpunkt der Arbeit. Dieser widmet sich der numerischen Modellierung und Analyse drei verschiedener Strömungskonfigurationen, von denen eine ebenfalls experimentell untersucht wird. In allen drei Test-Konfigurationen werden die turbulenten Konvektionsströmungen in einem abgeschlossenen, rechteckigen Container, welcher mit dem Fluid *Luft* gefüllt ist, modelliert. Das Fluid ist durch die Wände des Containers begrenzt und wird von zwei gegenüberliegenden Wänden des Containers beheizt. Die beiden Wände werden isotherm temperiert. Zwischen den beiden Wänden liegt eine konstante Temperaturdifferenz vor.

Die Wahl der zu beheizenden Wände hat einen entscheidenden Einfluss auf die sich ausbildende Strömung im Inneren des Containers. Die jeweiligen Test-Konfigurationen unterscheiden sich daher vor allem in der Orientierung der beiden beheizten Wände relativ zu dem wirkenden, äußeren Gravitationsfeld von einander. Es wurde die einfache Form eines rechteckigen Containers als Test-Konfiguration für alle drei Test-Fälle gewählt, damit mögliche auftretende Schwierigkeiten und Fehleranfälligkeiten einer komplexen Geometrie von vornherein vermieden werden. Trotzdem sind diese Test-Konfigurationen ausreichend und werden oft eingesetzt um turbulente, natürliche Konvektionsströmungen in Experiment und Simulation zu untersuchen.



Alle drei Test-Konfigurationen bauen aufeinander auf. Die erste Test-Konfiguration, mit *VerCon* im Verlauf der Arbeit gekennzeichnet, stellt die Ausgangskonfiguration einer turbulenten, natürlichen Konvektionsströmung dar. In diesem Fall werden zwei der vertikalen, gegenüberliegenden Wände isotherm beheizt. Im Gegensatz zu den anderen beiden Test-Konfigurationen stellt sich hierdurch nach einiger Zeit eine quasi-stationäre Strömung im Container ein. Bei den beiden anderen Test-Konfigurationen, mit *RayCon* und *CenCon* gekennzeichnet, werden zwei der horizontalen Wände isotherm beheizt. Diese Konfiguration wird auch als *Rayleigh-Bénard Problem* bezeichnet. Die jeweils anderen, nicht beheizten Wände weisen in jeder Test-Konfiguration unterschiedliche Randbedingungen auf, um somit mögliche Einflüsse der Randbedingungen auf das sich einstellende Strömungsprofil im Container zu untersuchen.

Da *VerCon* den Ausgangszustand für die beiden anderen Test-Konfigurationen darstellt, ist es ausschlaggebend und wichtig, zunächst die Dynamik und Eigenschaften der Strömung in dieser Konfiguration zu modellieren und zu verstehen. Mit den zu diesem Zeitpunkt gewonnenen Erkenntnissen und dem ebenfalls validierten numerischen Modell der LES werden beide anderen Konfiguration anschließend analysiert. *RayCon* unterscheidet sich von *VerCon* (abgesehen von den unterschiedlichen Längenverhältnissen) nur in der Wahl der beheizten Wände, die im Vergleich zu *VerCon* um 90° gedreht sind. Diese Drehung hat allerdings einen entscheidenden Einfluss auf das Strömungsprofil im Container.

Der Test-Fall *CenCon* wird als letzter Punkt dieser Arbeit behandelt. Zusätzlich zu der numerischen Analyse wird außerdem eine experimentelle Studie dieses Falles durchgeführt. *CenCon* ist wie *RayCon* als ein Rayleigh-Bénard Problem aufgebaut, unterscheidet sich von diesem aber durch den zusätzlichen Einfluss einer Corioliskraft, welche auf das Fluid innerhalb des Containers wirkt. Im Experiment wird die Corioliskraft durch eine gleichförmige Rotationsbewegung der Test-Konfiguration unter erhöhter Gravitationsbedingung in einer Zentrifuge erzeugt. Um dies in der Simulation zu modellieren, muss das numerische Modell der LES im Vergleich zum dem im Fall von *RayCon* verwendeten Modells modifiziert werden, um die zusätzlichen Relativbeschleunigungen auf das Fluid abbilden zu können.

Die aus dem Einfluss der Corioliskraft resultierenden zusätzlichen Relativbeschleunigungen, welche auf die künstlich erzeugte, vertikale Konvektionsströmung im Fluid wirken, sollen genau die Relativbeschleunigungen simulieren, welche in der Atmosphäre durch die Erdrotation entstehen und dort einen Wirbelsturm erzeugen können. Die experimentellen Bedingungen in der Test-Konfiguration von *CenCon* sollen somit die Strömungsverhältnisse wiedergeben, die in der Atmosphäre zu Beginn eines Hurrikans oder Wirbelsturms vorherrschen. Um solche Effekte stabil und ohne die Hilfe zusätzlicher Gebläse, wie sie in anderen Versuchsständen eingesetzt werden, erzeugen zu können, muss der Radius der



Zentrifuge entsprechend groß sein, was in der genutzten, institutseigenen Großzentrifuge der Fall ist.

In allen zu untersuchenden Konfigurationen sollen die numerischen Simulationen Aufschluss über die Verteilung der Fluideigenschaften, wie Temperatur, Geschwindigkeit oder Wärmetransport (charakterisiert durch die Nußelt-Zahl) vor allem in Nähe der beheizten Wände geben. Die numerische Abbildung dieser Verteilungen ist wichtig, um die Dynamik der Strömung sowie die Turbulenz-Produktion in dieser verstehen zu können.

Außerdem soll die numerische als auch experimentelle Studie der letzten Test-Konfiguration, *CenCon*, Erkenntnisse darüber liefern, wie sich die wirkende Corioliskraft auf die Fluideigenschaften, das Strömungsprofil und die Turbulenz-Produktion auswirkt. Hierbei wird vor allem ein stabilisierender Effekt der Corioliskraft auf die turbulente Strömung untersucht. Alle Ergebnisse der numerischen Studien werden mit gleichartigen numerischen bzw. experimentellen Analysen aus der Literatur verglichen.

Ergebnisse der Arbeit

Test-Konfiguration *VerCon*

Die numerischen Ergebnisse der ersten Test-Konfiguration *VerCon* werden mit Hilfe einer experimentellen Studie desselben Geometrie-Aufbaus aus [Tian00a], [Tian00b] validiert. Die Randbedingungen der nicht beheizten Seitenwände weisen in der experimentellen Studie eine wärmeleitende Eigenschaft auf. Diese Randbedingung lässt sich in der numerischen Simulation nicht exakt abbilden. Es werden daher vier unterschiedliche Temperaturrandbedingungen, von denen eine die wärmeleitende Randbedingung des Experimentes approximiert, getestet und gegen die Ergebnisse von [Tian00a] verglichen.

Zusätzlich zu einer dreidimensionalen Simulation wird ebenfalls eine zweidimensionale Simulation durchgeführt, um einerseits Aussagen zu dem in [Tian00a] erwähnten zweidimensionalen Strömungsprofil in der mittleren Geometrie-Ebene treffen zu können, als andererseits auch mögliche Einflüsse der Gitterauflösung beobachten zu können.

Die im Verlauf der Arbeit erzielten numerischen Ergebnisse approximieren sehr gut die Daten der experimentellen Studie unter Berücksichtigung, dass in der Simulation unterschiedliche Temperaturrandbedingungen gewählt wurden und das numerische Modell keine Boussinesq-Approximation verwendet. Die numerischen Ergebnisse zeigen dieselben Profilverläufe der untersuchten Fluideigenschaften wie im Experiment von [Tian00a]. Zwischen den Ergebnissen der drei- und zweidimensionalen Simulationen treten starke Abweichungen auf, welche sich größtenteils durch numerischen Einflüsse und durch die Wahl der Gitterauflösung erklären lassen. Weitere mögliche Einflüsse müssten in zukünftigen Studien analysiert werden, um hier andere Erklärungen gänzlich auszuschließen. Im

Vergleich zu den experimentellen Ergebnissen aus [Tian00a], [Tian00b] zeigt sich, dass die Konvektionszellen aller Simulationen in ihrer Lage verschoben und teils größer sind.

Für die Analyse des zweidimensionalen Strömungsprofils in der mittleren Geometrie-Ebene wird die vertikale Geschwindigkeitskomponente an unterschiedlichen Positionen in der Tiefe der Test-Konfiguration entlang der horizontalen Achse ausgewertet. Die verschiedenen Profile zeigen kaum Unterschiede zueinander, was auf ein zweidimensionales Strömungsprofil schließen lässt. Um diesen Aspekt genauer zu untersuchen, wird auch die transversalen Geschwindigkeitskomponente auf unterschiedlichen Höhen entlang der horizontalen Achse auf der mittleren Geometrie-Ebene analysiert. Zwar weisen die Profile der transversalen Geschwindigkeitskomponente nur kleine maximale Werte auf, aber gleichzeitig ist eine deutliche Grenzschicht in Nähe der beheizten Wände erkennbar, was als Indiz für ein dreidimensionales Strömungsprofil angesehen werden kann.

Die numerische Studie von *VerCon* zeigt, dass das gewählte Modell der LES geeignet ist, um das Strömungsprofil und dessen Eigenschaften in der gewählten Test-Konfiguration einer turbulenten natürlichen Konvektionsströmung gut abzubilden. Berücksichtigt man die unterschiedlichen Temperaturrandbedingungen an den Seitenwänden in beiden Studien, zeigen die Simulationsergebnisse, dass die dreidimensionale numerische Studie die Ergebnisse der experimentellen Studie in [Tian00a], [Tian00b] in allen untersuchten Fällen gut approximiert. Das mit *VerCon* validierte numerische Modell der LES und die in diesem Fall gewonnen Informationen werden im nächsten Schritt auf die Test-Konfiguration von *RayCon* angewandt. Diese Konfiguration einer turbulenten natürlichen Konvektion baut wie oben erwähnt direkt auf *VerCon* auf.

Test-Konfiguration *RayCon*

Um auch im Falle von *RayCon* mögliche Einflüsse der Gitterauflösung zu untersuchen, werden zwei numerische Studien mit unterschiedlichen Gitterauflösungen durchgeführt, welche sich vor allem im Bereich der beheizten Wände in ihren Auflösungen unterscheiden. Die zeitlich und räumlich gemittelten Strömungsprofile der Fluidgrößen weisen alle ein asymmetrisches Profil auf, was typisch für eine nicht-Boussinesque, natürliche Konvektionsströmung in der Konfiguration eines Rayleigh-Bénard Problems ist. Asymmetrische Profile werden ebenfalls in anderen Studien turbulenter Rayleigh-Bénard Konvektionen in unterschiedlichen Fluiden beobachtet, wie z. B. in der Studie von [Ahlers06] oder in der Studie von [Wu1991] sowie in [Zhang1997].

Bei der Auswertung des Temperaturprofils an zwei spiegel-symmetrischen Positionen auf der mittleren Geometrie-Ebene der Test-Konfiguration treten deutliche Abweichungen der Temperaturwerte zwischen diesen beiden Positionen auf, obwohl die Symmetrie des Aufbaus ähnliche Ergebnisse erwarten ließe. Ebenfalls werden signifikante Abweichungen im Temperaturprofil zwischen beiden Gitterauflösungen deutlich. Die Untersuchung der Struk-



tur und Lage der Konvektionszellen zeigt, dass durch unterschiedliche quasi-stationäre Zustände die Reproduzierbarkeit des Temperaturprofils zerstört wird.

Die Analyse der thermalen Wandgrenzschicht durch Auswertung des dimensionslosen Temperaturprofils weist eine gute Übereinstimmung mit der analytischen Funktion von *Hölling et al.* in [Hölling05], [Hölling06] auf. Ebenfalls stimmen die Simulationsergebnisse sehr gut mit der Theorie einer Nußelt-Rayleigh-Zahl-Korrelation von [Grossmann00] für die betrachtete Prandtl Zahl überein.

Die numerischen Ergebnisse werden ebenfalls einer vergleichbaren experimentellen Studie aus [Ebert08] gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass die numerischen Ergebnisse von den Messergebnissen in [Ebert08] deutlich abweichen. Höhere Temperaturgradienten und somit folglich höhere Nußelt-Zahlen der experimentellen Studie in [Ebert08] führen zu signifikanten Abweichungen, welche auf einen höheren Wärmefluss im Experiment schließen lassen. Diese Vermutung wird dadurch unterstützt, dass die experimentellen Ergebnisse von [Ebert08] ebenfalls stark von den Studien in [Grossmann00] und [Hölling06] abweichen, mit welchen die Ergebnisse dieser Arbeit allerdings gut übereinstimmen.

Weiterhin weisen die Temperaturprofile in [Ebert08] eine anti-symmetrische Form auf, die numerischen Ergebnisse hingegen durchgängig asymmetrische Profile. Diese asymmetrische Form ist durch nicht-Boussinesq Effekte im Fluid begründet und wird ebenfalls in der numerischen Studie von [Horn11] nachgewiesen. Diese Studie beschäftigt sich mit dem Vergleich von Rayleigh-Bénard Konvektionen, bei denen sowohl eine Boussinesq-Approximation als auch keine Boussinesq-Approximation berücksichtigt wird.

Abschließend lässt sich für die Analyse des Test- Falles *RayCon* sagen, dass das Modell der gewählten LES ebenfalls auch in dieser Konfiguration die Dynamik der Strömung sowie die Verteilung der Fluidgrößen sehr gut abbildet. Die numerischen Ergebnisse approximieren gut die theoretischen Daten vergleichbarer analytischer Studien in [Grossmann00] und in [Hölling06]. Ein Vergleich der Ergebnisse beider Gitterauflösungen zeigt, dass es notwendig ist, vor allem die wandnahen Bereiche numerisch fein aufzulösen, um zufriedenstellende Ergebnisse erzielen zu können. Dies ist um so wichtiger, wenn in diesem Bereich keine Wandfunktion im numerischen Modell verwendet wird.

Test-Konfiguration *CenCon*

Die Erkenntnisse und Ergebnisse der beiden zuvor behandelten Test-Konfigurationen führen im Folgenden der Arbeit zu der Analyse der dritten Test-Konfiguration *CenCon*. Im Experiment als auch in der Simulation werden zwei Zustände der Test-Konfiguration berücksichtigt. Im ersten Zustand führt die Test-Konfiguration eine Rotationsbewegung aus, während sie im zweiten Zustand keine Bewegung ausführt und in diesem Zustand dem Fall *RayCon* ähnelt. Auf verschiedenen vertikalen Ebenen der Test-Konfiguration wird das zweidimensionale Strömungsprofil sowohl numerisch als auch im zugehörigen Experiment untersucht. Die erzielten Ergebnisse der numerischen Studie stimmen gut mit



denen des Experimentes überein und zeigen einhergehende Strukturen und Eigenschaften des Strömungsprofils, sowohl unter Rotation als auch im nicht-rotierenden Zustand. Im nicht-rotierenden Zustand weisen beide Ergebnisse großskalige Strukturen auf, wie sie für ein Rayleigh-Bénard Problem typisch sind.

Unter Rotation erhöht sich die Anzahl turbulenter Strukturen in beiden Studien. Ebenfalls nimmt die Anzahl von Wirbeln mit höheren Rayleigh-Zahlen in beiden Studien zu. Der Einfluss der Corioliskraft auf das Fluid erhöht somit das Auftreten irregulärer Strukturen, welche stark miteinander vermischt sind. Die auftretenden Wirbelstrukturen werden unter Rotation und mit erhöhter Rayleigh Zahl deutlich kleinskaliger als im Fall von kleineren Rayleigh Zahlen. Eine Ausrichtung der Wirbelstrukturen an der Rotationsachse wie im Falle von kleineren Rayleigh Zahlen kann dann nicht mehr beobachtet werden.

Die zeitlich gemittelten Strömungsprofile der ausgewählten Fluidgrößen der Simulation stimmen ebenfalls mit theoretischen Annahmen gut überein. Die Ergebnisse ohne Rotation ähneln den Ergebnissen von *RayCon* aufgrund des vergleichbaren Aufbaus. Der Einfluss der wirkenden Corioliskraft und die daraus resultierende Ablenkung der Fluidpartikel kann ebenfalls gut in den Strömungsprofilen und in der Visualisierung der Konvektionszellen beobachtet werden.

Allerdings können keine erhöhten Nußelt-Zahlen unter Rotation beobachtet werden, wie es in einer ähnlichen numerischen Studie in [Horn11] der Fall ist. Die Nußelt-Zahlen sind niedriger als im nicht-rotierenden Fall und konvergieren erst mit höheren Rayleigh-Zahlen gegen die Werte des nicht-rotierenden Falles. Die Temperaturgradienten divergieren mit steigenden Rayleigh-Zahlen deutlich von denen des nicht-rotierenden Falls. Aufgrund der rotierenden Bewegung der Test-Konfiguration ist die Turbulenz-Produktion im Fluid höher. Allerdings sind die resultierenden, turbulenten Strukturen kleiner und deutlich irregulärer als im nicht-rotierenden Fall. Dieser Aspekt lässt nicht darauf schließen, dass der Wärmetransport in der Test-Konfiguration unter Rotation unbedingt höher sein muss als im nicht-rotierenden Fall.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass die durchgeführte LES die Konvektion in der Test-Konfiguration von *CenCon* sowohl unter Rotation als auch ohne Rotation gut numerisch abbildet. Im Experiment bildet sich eine voll turbulente natürliche Konvektionsströmung aus. Die Corioliskraft wirkt sich entscheidend auf die turbulenten Strukturen in der Test-Konfiguration aus. Neben einer Verschiebung der Strukturen und einer Verzerrung der Konvektionszellen (im Vergleich zum nicht-rotierenden Zustand) erhöht die Rotationsbewegung die Turbulenz-Produktion im Fluid. Eine stabilisierende Wirkung der Corioliskraft kann nicht beobachtet werden. Die Corioliskraft führt hingegen zur Entstehung von irregulären, stark vermischten Strukturen im Fluid sowie zur Entstehung von Wirbeln. Mit zunehmender Rayleigh-Zahl erscheinen die turbulenten Strukturen kleinskaliger. Die Anzahl der sichtbaren Wirbelregionen steigt mit zunehmender Rayleigh-Zahl an.



Abschließende Bemerkungen und Ausblick

Alle durchgeführten LES Studien dieser Arbeit eignen sich sehr gut, um die zu untersuchenden Strömungen in der jeweiligen Test-Konfiguration numerisch abzubilden. Es treten in jeder Test-Konfiguration asymmetrische Profile der analysierten Fluideigenschaften auf, welche durch nicht-Boussinesq Effekte im Fluid verursacht werden. Alle untersuchten Strömungsprofile approximieren gut die experimentellen, analytischen und numerischen Vergleichsdaten.

Die Corioliskraft und die damit auftretenden zusätzlichen Relativbeschleunigungen im Test-Fall *CenCon* haben einen entscheidenden Einfluss auf das sich entwickelnde Strömungsprofil und die Turbulenzproduktion. Allerdings kann kein stabilisierender Effekt der Corioliskraft auf die turbulenten Strukturen erkannt werden. Die Corioliskraft führt vielmehr zu stark vermischten, irregulären Strukturen und Wirbeln.

Es ist bemerkenswert, dass die Ergebnisse des Temperaturprofils von *RayCon* die Reproduzierbarkeit und damit auch die Vergleichbarkeit der Ergebnisse statistischer Analysen von Fluideigenschaften in Frage stellen. Obwohl die numerischen Ergebnisse über hinreichend große Zeitintervalle gemittelt werden, treten zwischen den Ergebnissen spiegel-symmetrischer Auswertungspositionen deutliche Abweichungen in den Profilwerten auf, welche sich auf unterschiedliche quasi-stationäre Zustände der Konvektionszellen im Container zurückführen lassen. Diese quasi-stationäre Zustände zerstören die Reproduzierbarkeit der numerischen Temperaturprofile.

In zukünftigen Studien wäre sicherlich ein Vergleich zwischen dem in dieser Arbeit gewählten Turbulenz-Modell von Fureby und einem kompressiblen, dynamischen Smagorinsky-Modell von Interesse. Weiterhin wäre der Einfluss der Wahl des Feinstrukturmodells der thermalen Diffusivität von Bedeutung. Im Hinblick auf *CenCon* und den Experimentaufbau in der Zentrifuge wären hydrodynamische Stabilitätsuntersuchungen, wie z. B. der Einfluss von kleineren Störpartikeln, welche ins Fluid eingebracht werden, wichtige Aspekte. Neben der Durchführung einer lokalen Temperaturmessung sowie einer Mikro-LDA, wären eine Modifikation der Längenverhältnisse der Test-Konfiguration und eine Variation der relativen Rotationsbeschleunigungen ebenfalls spannende und entscheidende Aspekte für eine weitergehende Analyse der Konvektionsströmung in dieser Konfiguration.



Abstract

Convective flow is one of the fundamental problems in fluid dynamics. Many theoretical, experimental and numerical investigations have been performed in the past, but still these flows are not quite understood and play a decisive role. The understanding of these flows is of great interest in many areas, as, for example, in meteorology where they appear as wind caused by the solar radiation in the Earth's atmosphere and can result in storms or even hurricanes. Moreover, these flows are of great importance in industrial applications where they are used as passive cooling systems instead of fans to reduce possible noise exposures and technical failures.

Convective flow is always generated as a result of a heat flux between different heated regions in a fluid. If the convection is only driven by local density changes inside the fluid without any other acting influences, the flow is called a *natural convection*.

The main focus of this thesis lies on the numerical investigation of a turbulent natural convection in air analysed in three different test case configurations. The natural convection is realised in each test case between two faced walls which are heated isothermally but with a constant temperature difference between them. The heat transfer inside the fluid is characterised by increasing temperature gradients near the heated walls and a dominating convective mass exchange in the bulk region. Turbulent shear layers arise in the fluid which increase the intensity of turbulence. The dynamic of the flow, the turbulence production and the behaviour of the fundamental fluid properties are the main aspects of the investigations in this thesis.

For each test case a compressible, 3-dimensional, transient, turbulent Large-Eddy Simulation is performed with help of the open-source software package *OpenFOAM*[®]. As turbulence model a compressible coupled model without a Boussinesq-approximation is chosen considering the mentioned density changes inside the fluid.

Outstanding is the third test case. In this special case the influence of an impressed Coriolis force on the unsteady turbulent structures inside the fluid should be observed in a numerical as well as in an experimental study. In the experimental study, the same conditions as in the atmosphere in the beginning of a twister or hurricane should be realised by a rotational movement of the test case in a large scale centrifuge. The numerical results of this thesis are validated to the data of comparable experimental test case studies as well as theoretical and numerical data from the literature.





Contents

Nomenclature	xviii
1. Introduction	1
1.1. Motivation	1
1.2. Thesis purpose and outline	1
1.3. Related and previous studies	3
1.4. Conservation of mass	7
1.5. Conservation of momentum	11
1.6. Conservation of energy	16
1.7. Dimensionless equations of fluid motion	18
1.8. Thermodynamic state equations	21
1.9. Transport properties of a fluid	24
1.10. Governing equations of a natural convection	26
2. Computational methods	29
2.1. Discretisation methods	29
2.1.1. Finite difference method (FDM)	29
2.1.2. Finite element method (FEM)	33
2.1.3. Finite volume method (FVM)	33
2.2. Interpolation schemes	35
2.2.1. Upwind interpolation scheme (UDS)	36
2.2.2. Linear interpolation scheme (CDS)	37
2.2.3. Complementary notes	38
2.3. Solution methods for linear equation systems	38
2.3.1. Iterative methods	39
2.3.1.1. Conjugate gradient methods	42
2.3.1.2. Bi-conjugate gradient methods	45
2.4. Unsteady problems	45
2.4.1. Explicit Euler method	47
2.4.2. Implicit Euler method	50



2.5.	Solution methods for the Navier-Stokes equations	50
2.5.1.	Pressure correction methods	51
2.5.1.1.	Explicit methods	51
2.5.1.2.	Implicit methods- SIMPLE	52
2.5.1.3.	Implicit methods- PISO	57
2.5.1.4.	Implicit methods- PIMPLE	60
2.5.2.	Boundary conditions	61
2.5.3.	Grid arrangements	61
3.	Turbulent natural convection in a Large-Eddy Simulation (LES)	63
3.1.	Turbulent flow	64
3.2.	Turbulence modelling	66
3.3.	Subgrid scale models	69
3.3.1.	Smagorinsky model	69
3.3.2.	Model of Fureby	71
3.4.	Solving the governing equations in OpenFOAM [®]	72
3.5.	Natural convection	74
3.5.1.	An overview	74
3.5.2.	Heat transport	77
3.5.3.	Boundary layers- Velocity and temperature profiles	81
3.5.3.1.	An overview	81
3.5.3.2.	Turbulent flow	83
3.5.3.3.	Natural convection	87
4.	Computational and experimental test case studies - An overview	91
4.1.	Test case configurations	91
4.2.	Boundary conditions	93
4.3.	Numerical simulation and computational mesh	93
5.	Case studies - Test case <i>VerCon</i>, vertical, heated walls	95
5.1.	Configuration of <i>VerCon</i> and its boundary conditions	95
5.2.	Computational mesh of <i>VerCon</i>	98
5.3.	Temperature profile	101
5.3.1.	Temperature distribution between the heated walls estimated along the horizontal axis	101
5.3.2.	Temperature fluctuations between the heated walls estimated along the horizontal axis	106
5.3.3.	Profile of the non-dimensional temperature profile between the top and bottom wall estimated along the vertical axis	110
5.3.4.	Nusselt number profile	112



5.3.4.1.	Nusselt number profile estimated along the heated walls, vertical axis	112
5.3.4.2.	Nusselt number profile estimated along the top and bottom wall, horizontal axis	118
5.4.	Velocity profile	122
5.4.1.	Velocity distribution between the heated walls estimated along the horizontal axis	124
5.4.1.1.	Vertical velocity component	124
5.4.1.2.	Horizontal velocity component	128
5.4.2.	Investigation of a 2-dimensional flow field at the vertical xy -mid-plane	132
5.4.3.	Velocity fluctuations between the heated walls estimated along the horizontal axis	135
5.4.3.1.	Vertical component	135
5.4.3.2.	Horizontal component	135
5.4.4.	Profile of the non-dimensional horizontal velocity component between the top and bottom wall estimated along the vertical axis . .	141
5.4.5.	Wall shear stress profile along the heated walls estimated along the vertical axis	143
5.5.	Concluding comments	146
6.	Case studies - Test case <i>RayCon</i>, a Rayleigh - Bénard (RB) problem	149
6.1.	Configuration of <i>RayCon</i> and its boundary conditions	149
6.2.	Computational mesh of <i>RayCon</i>	150
6.3.	Temperature profile	152
6.3.1.	Temperature distribution between the heated walls estimated at different positions, vertical axis	152
6.3.2.	Investigation of non-Boussinesq-effects in the fluid on the basis of the temperature profile	162
6.3.3.	Analytical model of the non-dimensional temperature profile	164
6.3.4.	Nusselt number profile estimated at the heated walls	168
6.3.5.	Profile of the effective dynamic viscosity μ_{eff} and the effective thermal diffusivity α_{eff} between the heated walls, vertical axis	174
6.4.	Global heat flux structure	179
6.5.	Simulation results versus experimental data	189
6.6.	Concluding comments	198
7.	Case studies - Test case <i>CenCon</i>, a RB problem affected by Coriolis force	201
7.1.	Configuration of <i>CenCon</i> in the experiment	201



7.2.	Installation of <i>CenCon</i> in the centrifuge system	206
7.3.	Two arbitrary, relative to each other moving systems	210
7.3.1.	General statements	210
7.3.2.	Formulations in the simulation software OpenFOAM®	212
7.4.	The system of <i>CenCon</i> in the centrifuge	214
7.4.1.	General statements	215
7.4.2.	Two relative to each other moving systems, the centrifuge axis and the test container	218
7.4.2.1.	The non-rotating system S_I of the centrifuge axis	218
7.4.2.2.	The rotating system S'_R of the test container	222
7.5.	The system of <i>CenCon</i> in the simulation	225
7.5.1.	Configuration of <i>CenCon</i> and its boundary conditions	225
7.5.2.	Computational mesh of <i>CenCon</i>	228
7.6.	Simulation results of <i>CenCon</i>	231
7.6.1.	Convection cell structures in the test case visualised by the mean velocity distribution	231
7.6.1.1.	Non-rotation mode	231
7.6.1.2.	Rotation mode	234
7.6.2.	Fluid properties profiles estimated in the simulation	239
7.6.2.1.	Time- and area-averaged fluid properties estimated at the heated walls-Nusselt number, temperature wall gradient and wall heat flux density	239
7.6.2.2.	Time-averaged fluid properties estimated at constant planes normal to the heated walls-maximum velocities values	242
7.6.2.3.	Time-averaged profiles between the heated walls- tem- perature, density, velocity and Coriolis acceleration, es- timated along the vertical $z(z')$ -axis and different depth positions	244
7.7.	Simulation results versus experimental data	253
7.7.1.	Experimental setup of the light-section and camera installation	253
7.7.2.	Visualisation of velocity structures in the simulation and in the experiment	255
7.7.3.	Vortex regions estimated in the simulation	260
7.8.	Concluding comments	264
8.	Summary and conclusions	267
A.	Appendix	275



A.1. Mathematical formulations	275
A.1.1. Cartesian tensors	275
A.1.2. Einstein notation	275
A.1.3. Matrix properties	276
A.1.4. Angular velocity	277
A.2. Case studies - Test case <i>CenCon</i> , a RB problem affected by Coriolis force	278
A.2.1. Supplementary notes	278
A.2.2. Simulation results of <i>CenCon</i>	280
A.2.2.1. Convection cell structures in the test case visualised by the mean velocity distribution, rotation mode	280
A.2.2.2. Fluid properties profiles between the heated walls - temperature, density, velocity and Coriolis acceleration, estimated along the vertical $z(z')$ -axis and different depth positions	284
A.2.3. Simulation results versus experimental data	294
A.2.3.1. Visualisation of velocity structures in the simulation and in the experiment	294
A.2.3.2. Vortex regions estimated in the simulation	294
List of Figures	299
List of Tables	307
Bibliography	309





Nomenclature

Roman Symbols

Symbol	Description	Unit
a	speed of sound	m/s
\mathbf{a}	acceleration vector	m/s ²
\mathbf{a}_c	Coriolis acceleration vector	m/s ²
a_r, a_φ	components of an acceleration vector	m/s ²
\mathbf{a}_P	centripetal acceleration vector	m/s ²
\mathbf{a}_Z	centrifugal acceleration vector	m/s ²
\mathbf{b}	body force vector	N
c_e	turbulence model coefficient, $c_e = 1.046$	
c_k	turbulence model coefficient, $c_k = 0.02$	
c_p	specific heat at a constant volume	J/(kgK)
c_{p0}	free stream specific heat constant	J/(kgK)
c_v	specific heat at a constant pressure	J/(kgK)
e	internal energy per unit mass	m ² /s ²
e_0	internal energy per unit mass of a fluid particle at rest	m ² /s ²
\mathbf{e}_i	unit vector of system S_I	
\mathbf{e}'_i	unit vector of system S'_R	
f, \tilde{f}	arbitrary function	
g	arbitrary function	
\mathbf{g}	gravitational acceleration vector	m/s ²
h	enthalpy per unit mass	m ² /s ²
h_0	enthalpy per unit mass of a fluid particle at rest	m ² /s ²
k	kinetic energy per unit mass	m ² /s ²



CONTENTS

\mathbf{k}	vector of body forces	N
k	coefficient of heat transmission	W/(Km ²)
k_{sgs}	subgrid scale kinetic energy	m ² /s ²
k_L	wave number	1/m
l_{sgs}	subgrid length scale	m
m	mass	kg
m	fluid particle	
n	revolutions per minute	rev./min
n	amount of substance of gas	mol
\mathbf{n}	normal vector	
$n_{\text{Pr}}, n_{\rho\beta}, n_{\rho\lambda}, n_c$	model coefficients	
p	pressure	Pa
\bar{p}	mechanical pressure	Pa
\mathbf{p}	direction vector	
p_{rgh}	dynamic pressure	Pa
q_w	wall heat flux density	W/m ²
$\dot{\mathbf{q}}$	heat flux density vector	W/m ²
q_{sgs}	subgrid velocity scale	m/s
\mathbf{r}, \mathbf{R}	radius vector	m
$\mathbf{r}_P, \mathbf{r}_A, \mathbf{r}_{AP}$	position vectors	m
r_{ref}	reference value	
s	entropy	J/K
t	time	s
t_{k_L}	Kolmogorov time scale	s
\mathbf{u}	velocity vector	m/s
u_x, u_y, u_z	components of velocity vector with respect to a system S	m/s
\mathbf{u}_{k_L}	Kolmogorov velocity scale vector	m/s
$u_{q,\text{ref}}$	reference velocity	m/s
$\mathbf{u}_{BL}, \mathbf{U}_{BL}$	reference velocity vector	m/s



\mathbf{u}_{τ_w}	wall shear stress velocity vector	m/s
$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right _{\tilde{w}=0}$	velocity gradient at the heated wall	1/s
v	specific volume	m ³ /kg
v	eigenvalue	
\mathbf{v}	velocity vector	m/s
w_j	weighted coefficient	
\mathbf{x}	positions vector	
x, y, z	Cartesian coordinates with respect to a system S_I	
x', y', z'	Cartesian coordinates with respect to a system S'_R	
y_{w1}	first cell midpoint in vertical direction from the heated wall	m
A	matrix	
C	modelling coefficient	
C_{ch}	Churchill constant	
$C^+, C_u^+, C_\theta^+, C_\Theta^\times$	modelling constants	
C_{ij}	Clark tensor	m ² /s ²
C_S	Smagorinsky constant	
C_1	Sutherland coefficient	kg/(K ^{0.5} ms)
D	height of the experimental or computational setup	m
D	modelling coefficient	
E_{tot}	total energy per unit volume	J/m ³
\mathbf{F}	force vector	N
F_w	flow resistance force	N
F_C	Coriolis force	N
F	quadratic function	
H	height of the experimental or computational setup	m



CONTENTS

G	filter function	
I	vector of momentum	kg m/s
I	Identity tensor	
I_{eff}	effective electrical current	A
J	Jacobian matrix	
K	total energy	J
L	length of the experimental setup or computational setup	m
L_{ij}	Leonard tensor	m^2/s^2
M	molecular weight	kg/mol
M	set of fluid particles	
M	decomposition matrix	
N	decomposition matrix	
Q	source term	
Q	criterion to identify vortex regions	Hz^2
Q	heat per unit volume	J/m^3
\dot{Q}	heat flux	W
R	electrical resistance	Ω
R_{ij}	Reynolds tensor	m^2/s^2
R_0	universal gas constant, $R_0 = 8.3144621$	$\text{J}/(\text{K mol})$
P	pre-conditioning matrix	
P_e	electrical power rating	W
P_t	temperature power rating	W
S	surface of a control volume	
S_{ij}	strain rate tensor tensor	1/s
S_{ij}^*	deviatoric part of the strain rate tensor	1/s
S_I	inertial system	
S'_R	relative to S_I rotated system	
T	temperature	K
T_{centre}	temperature in the center	K



	of the setup	
T_{cold}	temperature at the cold wall	K
T_f	temperature in the fluid	K
T_{hot}	temperature at the hot wall	K
T_{low}	temperature at the lower wall	K
T_{mean}	mean temperature between temperated walls	K
T_q	reference temperature	K
T_{ref}	reference temperature	K
T_{up}	temperature at the upper wall	K
T_w	temperature at the wall	K
T_S	Sutherland Temperature	K
T_{τ_w}	friction temperature	K
T_0	free stream temperature	K
T_∞	temperature measured in great distance from the wall	K
$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right _{\tilde{w}=0}$	temperature gradient at the heated wall	K/m
\bar{U}	mean velocity averaged over a time period	m/s
U_{eff}	effective voltage	V
V	volume	m ³
V_A	mole volume	m ³ /mol
W	width of the experimental or computational setup	m
W	work per unit volume	J/m ³

Greek Symbols

Symbol	Description	Unit
α, φ	angle	°
α	thermal diffusivity	kg/(ms)
α_{eff}	effective thermal diffusivity	kg/(ms)



CONTENTS

α_i	constructing parameter	
α_{sgs}	subgrid scale thermal diffusivity	kg/(ms)
α_t^*	time- and area- averaged turbulent thermal diffusivity coefficient	kg/(ms)
$\tilde{\alpha}$	heat transfer coefficient	W/(Km ²)
β	thermal expansions coefficient	1/K
β_i	constructing parameter	
δ	thickness of a material	m
δ_{ij}	Kronecker Delta	
$\delta_{BL,u}$	velocity boundary layer thickness	m
$\delta_T, \delta_{BL,T}$	temperature boundary layer thickness	m
γ	modelling factor	
ϵ	convergence error	
ϵ_t	turbulence dissipation rate	m ² /s ³
ϵ_τ	truncation error	
η_{kL}	Kolmogorov scale	m
κ	thermal diffusivity coefficient	m ² /s
κ	Karman constant, $\kappa = 0.41$	
κ_θ	modelling constant	
λ	thermal conductivity	W/(Km)
λ	interpolation factor	
λ	eigenvalue	
μ	dynamic viscosity	kg/(ms)
μ_{eff}	effective dynamic viscosity	kg/(ms)
μ_{ref}	reference dynamic viscosity	kg/(ms)
μ_{sgs}	subgrid scale dynamic viscosity	kg/(ms)
μ_0	free stream dynamic viscosity	kg/(ms)
ν	kinematic viscosity	m ² /s
ν_{eff}	effective kinematic viscosity	m ² /s
ν_{sgs}	subgrid scale kinematic viscosity	m ² /s



ν_0	free stream kinematic viscosity	m^2/s
ξ	material vector of a fluid particle	
π	mathematical number, $\pi = 3.14159\dots$	
ρ	specific density	kg/m^3
ρ_0	free stream density	kg/m^3
$\boldsymbol{\rho}$	residuum vector	
σ_{rms}	standard deviation	
τ_{ij}	deformation tensor	$\text{kg}/(\text{ms}^2)$
τ_{ij}^{a}	anisotropic part of the deformation tensor	$\text{kg}/(\text{ms}^2)$
$\tau_{ij}^{\text{a,mod}}$	modelled anisotropic part of the deformation tensor	$\text{kg}/(\text{ms}^2)$
τ_w	wall shear stress	$\text{kg}/(\text{ms}^2)$
$\tau_{w,t}$	turbulent part of the wall shear stress $\boldsymbol{\tau}_w$	$\text{kg}/(\text{ms}^2)$
φ	arbitrary continuous function	
$\boldsymbol{\omega}$	angular velocity vector	rad/s
$\tilde{\boldsymbol{\omega}}$	vorticity	$1/\text{s}$
Δ	grid filter length	m
$\Delta_{\text{hot/cold}}$	temperature change across the hot/cold boundary layer	K
ΔT	temperature difference between temperated walls	K
Γ	diffusion coefficient	$\text{kg}/(\text{ms})$
Φ_{ref}	reference value	
Ω	control volume	m^3
Ω_{ij}	rotational tensor	$1/\text{s}$
Ω_0	control volume at time t_0	m^3
$\partial\Omega$	boundary of control volume Ω	
Ψ	arbitrary space-time variable	



Dimensionless numbers

Symbol	Description
Co	Courant number
Ec	Eckert number
Gr	Grashof number
Ma	Mach number
Nu	Nusselt number
Pe	Péclet number
Ra	Rayleigh number
Ra_{crit}	critical Rayleigh number
Re	Reynolds number
Re_{crit}	critical Reynolds number
Pr	Prandtl number
Pr_{sgs}	turbulent Prandtl number
St	Stokes number
T^*, T^+	non - dimensional temperature
$u^+, u^\times, \tilde{u}^+$	non-dimensional velocity
x^+	non - dimensional length
y^+, y^*, y^\times	non - dimensional length
$\eta^+, \tilde{\eta}^+$	non - dimensional length
θ^+, θ^\times	non-dimensional temperature
$\tau_{w,t}^+$	non - dimensional wall shear stress
Γ	aspect ratio
Θ^*	non-dimensional temperature

Abbreviations

Symbol	Description
BDS	backward differencing scheme
CDS	central differencing scheme
CV	control volume



DNS	Direct Numerical Simulation
FDM	finite difference method
FDS	forward differencing scheme
FEM	finite element method
FVM	finite volume method
LES	Large - Eddy Simulation
NOB	Non - Oberbeck - Boussinesq convection
OB	Oberbeck - Boussinesq convection
RANS	Reynolds-Averaged-Navier - Stokes Simulation
RB	Rayleigh-Bénard
UDS	upwind differencing scheme
tol	tolerance value
2D	two - dimensional
3D	three - dimensional

Subscripts

Symbol	Description
eff	effective quantity
sgs	subgrid scale
t	turbulent
w	lateral wall
\tilde{w}	heated wall

Sets

Symbol	Description
\mathbb{R}	set of real numbers