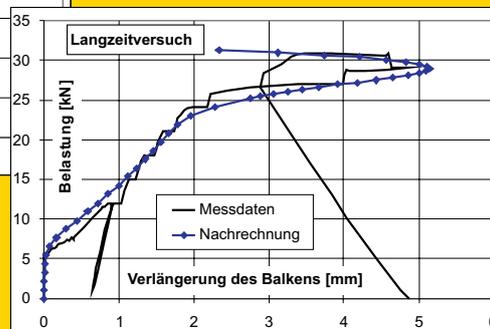
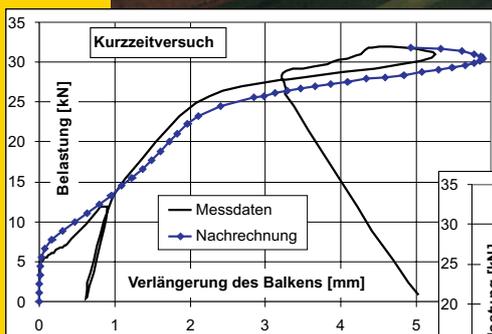


## Die nichtlineare Berechnung ebener Rahmen aus Stahl- oder Spannbeton mit Berücksichtigung der durch das Aufreißen bedingten Achsendehnung



**Die nichtlineare Berechnung ebener Rahmen aus  
Stahl- oder Spannbeton mit Berücksichtigung der  
durch das Aufreißen bedingten Achsendehnung**

Vom Promotionsausschuss der  
Technischen Universität Hamburg-Harburg  
zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieur  
genehmigte Dissertation

von  
Dipl.-Ing. Uwe Pfeiffer  
aus Schwerin

2004

## **Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

1. Aufl. - Göttingen : Cuvillier, 2004

Zugl.: (TU) Hamburg-Harburg, Univ., Diss., 2004

ISBN 3-86537-298-8

1. Gutachter: Univ.-Prof. i. R. Dr.-Ing. Ulrich Quast

2. Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Uwe Starossek

Prüfungsvorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Otto von Estorff

Tag der mündlichen Prüfung: 20. Oktober 2004

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2004

Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen

Telefon: 0551-54724-0

Telefax: 0551-54724-21

[www.cuvillier.de](http://www.cuvillier.de)

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage, 2004

Gedruckt auf säurefreiem Papier

ISBN 3-86537-298-8

## **Vorwort**

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Arbeitsbereich Massivbau der Technischen Universität Hamburg-Harburg.

Die Anregung zu diesem Thema kam von Herrn Prof. Dr.-Ing. Ulrich Quast, der sich während seiner wissenschaftlichen Arbeit vor allem mit dem nichtlinearen Berechnen von Stahlbetontragwerken beschäftigte. Mein Dank gilt deshalb in erster Linie ihm für die Betreuung dieser Arbeit sowie für die Unterstützung und Förderung, die er mir in Form von steter Diskussionsbereitschaft gewährt hat und die maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat.

Ich danke Herrn Prof. Dr.-Ing. Uwe Starossek für sein Interesse an der Arbeit und die Übernahme des Koreferats und Herrn Prof. Dr.-Ing. Otto von Estorff für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Danken möchte ich auch meinen ehemaligen Kollegen im Arbeitsbereich Massivbau, besonders Herrn Dr. Ka Wai Lee aus Hongkong, der stets offen für die Diskussion neuer Ideen war. Für den unermüdlichen Kampf gegen die Tücken der Rechtschreibung gilt mein besonderer Dank Frau Kathleen Zöger.

Hamburg, im Oktober 2004

Uwe Pfeiffer



## Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungen .....	VI
<b>1 Einleitung</b> .....	<b>1</b>
<b>2 Berechnungen im Stahlbetonbau</b> .....	<b>7</b>
2.1 Entwicklung des Beton- und Stahlbetonbaus .....	7
2.2 Entwicklung von Rechenverfahren im Stahlbetonbau .....	8
2.3 Nichtlineare Berechnungen mittels der Finiten Elemente Methode .....	10
2.4 Nichtlineare Berechnungen mit Balkenelementen .....	12
2.5 Eigenes Rechenverfahren .....	14
2.6 Programme INCA2 und Stab2D-NL .....	15
2.7 Literaturverweise .....	16
<b>3 Querschnittsberechnungen</b> .....	<b>17</b>
3.1 Spannungs-Dehnungs-Linien .....	17
3.1.1 Spannungs-Dehnungs-Linien für die Bewehrung .....	17
3.1.2 Spannungs-Dehnungs-Linien für den Beton im Druckbereich .....	18
3.1.3 Versteifende Mitwirkung des Betons in der Zugzone .....	19
3.1.4 Diskussion des Mitwirkungsgesetzes für den Beton auf Zug .....	23
3.2 Spannungsintegration .....	31
3.2.1 Integration mittels Summation über kleine Flächen .....	32
3.2.2 Anwendung geschlossener Ausdrücke zur Integration .....	33
3.2.3 Numerische Spannungsintegration .....	34
3.2.4 Kombination von analytischer und numerischer Integration .....	35
3.2.5 Analytische Integration von Spannungs-Dehnungs-Linien .....	36
3.2.6 Probleme bei der Integration von Spannungs-Dehnungs-Linien .....	37
3.2.7 Integration polygonal umrandeter Querschnitte .....	41
3.3 Iteration für die Querschnittsberechnung .....	44
3.3.1 Konvergenzverhalten der Querschnittsiteration .....	45
3.4 Sicherheitsnachweis, Dehnungskennziffer .....	46
3.5 Zeitabhängiges Verhalten der Baustoffe .....	48
3.5.1 Schwinden des Betons .....	48
3.5.2 Kriechen und Relaxation des Betons .....	49
3.5.3 Kriechen und Relaxation der Bewehrung .....	55
3.6 Wechselbeanspruchungen, Rückverformungen .....	56
3.7 Literaturverweise .....	56
<b>4 Rechenverfahren für Stabwerke</b> .....	<b>59</b>
4.1 Ablaufplan und Rechenkern des Programms Stab2D-NL .....	59
4.2 Übertragungsverfahren .....	61
4.2.1 Grundlagen des Übertragungsverfahrens .....	61
4.2.2 Übertragungsgleichungen .....	64
4.2.3 Ermittlung und Berücksichtigung der Steifigkeitswerte .....	68

4.2.4	Berücksichtigung der Schubverformung .....	71
4.2.5	Theorie 3. Ordnung .....	72
4.2.6	Diskontinuitätsbereiche .....	75
4.2.7	Elastische Bettung .....	78
4.2.8	Teilung des Stabes .....	82
4.3	Weggrößenverfahren / Finite-Elemente-Methode .....	84
4.3.1	Bestimmung der lokalen Steifigkeitsmatrix .....	85
4.3.2	Probleme bei der Ermittlung der Steifigkeitsmatrix .....	87
4.3.3	Berücksichtigung der Auflager .....	91
4.4	Iterationsverfahren, Stabilität und Konvergenz .....	93
4.4.1	Newton-Raphson-Iteration .....	93
4.4.2	Ermittlung geeigneter Startwerte .....	94
4.4.3	Iterationsprobleme und Lösungsansätze .....	96
4.4.4	Konvergenzkriterien .....	101
4.4.5	Wahl der Rechenparameter .....	102
4.4.6	Verteilung der Rechenzeit, Optimierungsmöglichkeiten .....	102
4.4.7	Erweiterung auf den 3D-Fall .....	103
4.5	Literaturverweise .....	103
<b>5</b>	<b>Verifizierung durch Versuchsnachrechnungen .....</b>	<b>105</b>
5.1	Balken im 3- und 4-Punkt-Biegeversuch .....	105
5.1.1	Intention für diese Versuche .....	105
5.1.2	Versuchsaufbau, Baustoffkennwerte .....	106
5.1.3	Anmerkungen zur Wahl des E-Moduls .....	108
5.1.4	Last-Verformungs-Diagramm für Versuchsreihe 1, Balken 1 / 2 .....	109
5.1.5	Nachrechnung Versuchsreihe 1, Balken 1 / 2 .....	110
5.1.6	Versuchsreihe 2, Balken 3 / 4 / 5 / 6 .....	111
5.1.7	Last-Verformungsdiagramme für Versuchsreihe 2, Balken 3 / 4 .....	113
5.1.8	Last-Verformungsdiagramme für Versuchsreihe 2, Balken 5 / 6 .....	118
5.1.9	Rissbild und Rissweiten .....	120
5.2	Versuche zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit von Verbundplatten unter Längszug ohne Schubbewehrung .....	123
5.2.1	Intention für diese Versuche .....	123
5.2.2	Versuchsaufbau und Durchführung .....	124
5.2.3	Modellierung des System .....	125
5.2.4	Nachrechnung Balken A1 .....	127
5.2.5	Nachrechnung Balken A5 .....	128
5.3	Versuche an Glasfaserbewehrten Betonbalken .....	133
5.3.1	Versuchsaufbau und Baustoffe .....	133
5.3.2	Versuchsergebnisse und Nachrechnung mittels LS-DYNA .....	134
5.3.3	Modellierung und Nachrechnung mit Stab2D-NL .....	136
5.4	Stützenversuche .....	138
5.4.1	Versuchsaufbau und Baustoffe .....	139
5.4.2	Versuchsergebnisse .....	140
5.4.3	Modellierung und Nachrechnung mit Stab2D-NL .....	141

---

5.5	Rahmenversuch .....	143
5.5.1	Versuchsaufbau und Baustoffe .....	144
5.5.2	Versuchsergebnisse und Nachrechnung mit Stab2D-NL .....	145
5.6	Zusammenfassung der Versuchsnachrechnungen .....	148
5.7	Literaturverweise .....	150
<b>6</b>	<b>Anwendung nichtlinearer Berechnungsverfahren .....</b>	<b>151</b>
6.1	Längsverformungen von Balkentragwerken .....	151
6.1.1	Einfluss der Vertikalverformung eines Balkens und Wirkung einer Überhöhung .....	155
6.1.2	Einfluss der Achsendehnung bei Biegebeanspruchung .....	159
6.1.3	Einfluss des Schwindens auf die Achsendehnung .....	166
6.1.4	Einfluss des Kriechens auf die Achsendehnung .....	169
6.1.5	Verringerung der versteifenden Mitwirkung der Betonzugzone für quasi-ständige Beanspruchungen .....	171
6.1.6	Ermittlung der Längsverformung von schlaff bewehrten Balkentragwerken .....	173
6.1.7	Ermittlung der Längsverformung bei vorgespannten Balkentragwerken ..	179
6.2	Zwangsbeanspruchungen bei dehnbehindernder Lagerung .....	184
6.2.1	Zeitlicher Verlauf der Zwangsnormalkräfte .....	189
6.2.2	Schlussfolgerung .....	190
6.3	Auswirkungen der Achsendehnung bei Hallentragwerken in Fertigteilbauweise .....	192
6.3.1	Sicherheitskonzept für die nichtlineare Berechnung von Stützen .....	193
6.3.2	Durchführung der Untersuchungen bei Hallentragwerken .....	194
6.3.3	Ergebnisse verschiedener Berechnungsmöglichkeiten der Stützen .....	196
6.3.4	Auswirkungen einer Längenänderung der Dachbinder .....	199
6.3.5	Schlussfolgerung .....	202
6.4	Weitere Parameterstudien und durchgeführte Untersuchungen .....	203
6.5	Literaturverweise .....	204
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung .....</b>	<b>205</b>
<b>8</b>	<b>Verweise .....</b>	<b>207</b>
8.1	Vorschriften .....	207
8.2	Benutzte und weiterführende Literatur .....	207
8.3	Programmverweise .....	210
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	
A1	Herleitung der Übertragungsgleichungen für die Verformungen .....	211
A2	Herleitung der Näherungsformeln zur Berücksichtigung von Theorie 3. Ordnung .....	214
A3	Eingabedaten für die in Kapitel 5 beschriebenen Versuchsnachrechnungen .....	215
A4	Herleitung der Formel zur Bestimmung der Verlängerung des Balkens beim Ausführen einer Überhöhung .....	231

## Bezeichnungen

### Lateinische Buchstaben

$A_c$	Querschnittsfläche Beton
$A_s, A_{s1}$	Querschnittsfläche der Zugbewehrung
$A_{s2}$	Querschnittsfläche der Druckbewehrung
$B, B_{II}$	Biegesteifigkeit, tangentielle Biegesteifigkeit
$C$	Bettungssteifigkeit
$DKZ$	Dehnungskennziffer
$DNL$	Dehnungsnulllinie
$dx$	Elementlänge
$D, D_{II}$	Dehnsteifigkeit, tangentielle Dehnsteifigkeit
$E_{cm}$	Elastizitätsmodul des Betons als Sekantenmodul
$E_{c,0}$	Elastizitätsmodul des Betons als Tangentenmodul im Ursprung, näherungsweise gilt $E_{c,0} \approx 1,1 \cdot E_{cm}$
$F$	Einzellast
$G$	Schubmodul
$i$	Index, Laufvariable
$l_{eff}$	Effektive Spannweite eines Balkens
$L_{char}$	Charakteristische Länge für einen elastisch gebetteten Balken
$M, M_y, M_z$	Biegemoment, um y-Achse drehend, um z-Achse drehend
$M_{Rd}$	Biegemoment bei Erreichen des Grenzzustandes der Tragfähigkeit, berechnet mit den Bemessungswerten der Baustoffeigenschaften
$M_{cr}$	Biegemoment bei Erreichen der Zugfestigkeit in der Betonrandfaser
$N, N_x$	Normalkraft
$Q, Q_z$	Querkraft
$RH$	Relative Luftfeuchtigkeit
$b$	Breite des Rechteckquerschnitts
$b_{eff}$	Breite des Auflagerbereiches für den Ansatz einer Auflagerpressung zur Ausrundung der Biegemomente
$d$	statische Nutzhöhe eines Stahlbetonquerschnitts
$d_1$	Randabstand der Zugbewehrung
$d_2$	Randabstand der Druckbewehrung
$f_{ck}$	charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit
$f_{cd}$	Bemessungswert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons
$f_{cm}$	Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons
$f_{ct}$	rechnerische Betonzugfestigkeit
$f_{ct,cal}$	rechnerische Betonzugfestigkeit für das Mitwirkungsgesetz der Betonzugzone nach Quast
$f_{yd}$	Bemessungswert der Betonstahlspannung bei Erreichen der Fließgrenze
$f_{yk}$	charakteristischer Wert der Betonstahlspannung bei Erreichen der Fließgrenze
$h$	Querschnittshöhe
$h_0$	wirksame Bauteildicke
$k, k_z, (1/r)$	Verkrümmung eines Querschnitts, Definition $k_z = \Delta\varepsilon / \Delta z$ , $k_y = \Delta\varepsilon / \Delta y$

$k_v$	Vorkrümmung
$r$	Radius
$t$	Zeit
$w_x, w_z$	Verschiebungen in Richtung der (lokalen) Koordinatenachsen
$x, y, z$	allgemeine kartesische Koordinaten
$x$	Druckzonenhöhe
$z$	Hebelarm der inneren Kräfte

### Griechische Buchstaben

$\alpha, \varphi$	Winkelbezeichnungen
$\alpha_v$	Völligkeitsbeiwert
$\gamma, \gamma_c, \gamma_s$	Teilsicherheitsbeiwerte, für Beton, für Bewehrung
$\Delta \ell$	Längenänderung
$\Delta$	Inkrement, allgemein
$\varepsilon$	Dehnung
$\varepsilon_0$	Dehnung im Bezugspunkt des Querschnitts, meist der Schwerpunkt
$\varepsilon_{ct}, \varepsilon_{cr}$	Dehnung bei Erreichen der Zugfestigkeit des Betons
$\varepsilon_{c1}$	Dehnung bei Erreichen der Druckfestigkeit des Betons
$\varepsilon_{cu}$	Bruchstauchung des Betons
$\varepsilon_y$	Fließdehnung der Bewehrung
$\varepsilon_u$	Bruchdehnung der Bewehrung
$\varepsilon_v$	Vordehnung
$\varepsilon_s$	Schwinddehnung
$\varphi$	Kriechbeiwert
$\rho$	Bewehrungsverhältnis, häufig als Verhältnis zwischen der Zugbewehrung und dem gesamten Betonquerschnitt definiert
$\mu$	bezogenes Biegemoment
$v$	bezogene Normalkraft
$\sigma_c$	Betonspannung
$\sigma_s$	Stahlspannung
$\tau, \tau_{RD}$	Schubspannung, Bemessungswert der Schubspannung

### Indizes

c	Druck (Compression), Beton
cyl	Zylinder
eff	effektiv
ges	gesamt
hor	horizontal
s	Stahl (Bewehrung), Schwinden
t	Zug (Tension)
ver	vertikal
W150	Würfel mit 150 mm Kantenlänge



## 1 Einleitung

Durch den Einsatz von neuen Baustoffen wie hochfesten Betonsorten, Betonstählen mit höherer Streckgrenze oder Carbon- und Glasfasern ist der Entwurf von immer schlankeren Tragwerken möglich. Steigende architektonische Ansprüche können damit auch in Zukunft von Stahlbetontragwerken erfüllt werden, wie die extrem schlanken Schleuderbetonstützen der Pinakothek der Moderne in München mit einer Länge von knapp 20 m bei nur 52 cm Durchmesser beweisen (Bild 1.1). Auch Brücken weisen immer größere Schlankheiten  $\ell_{\text{eff}} / d$  auf, ebenso wie die einfachen Deckenplatten im Hochbau.



Bild 1.1 Pinakothek der Moderne, München, Schleuderbetonstützen mit  $\lambda \approx 150$

Bedingt durch die hohen Dehnungen bei Erreichen der maximalen Festigkeit steigen aber auch die Verformungen bereits im Gebrauchszustand, welche bemessungsrelevant werden können. Die Berechnung der Durchbiegung ist jedoch nur unter Berücksichtigung des nichtlinearen Verhaltens von Stahlbeton möglich, welches unter anderem die nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von Beton, die versteifende Mitwirkung der gerissenen Betonzugzone sowie Schwinden und Kriechen des Betons umfasst.

Auch bei Baustoffen mit üblicher Festigkeit ist eine Vorhersage der zu erwartenden Verformungen wünschenswert. Bedingt durch Rissbildung bereits im Gebrauchszustand weichen die Werte der wirklichen Durchbiegung teilweise erheblich von den mittels linear-

elastischer Rechnung ermittelten Werten ab. Zeitliche Veränderungen infolge Schwinden und Kriechen treten auf und sollten ebenfalls berücksichtigt werden. Andererseits ergibt sich durch eine nichtlineare Rechnung die Möglichkeit, z.B. bei größeren Spannweiten von Durchlaufträgern durch geschickte Anordnung von zusätzlicher Bewehrung die Verformungen zu verringern.

Ein weiterer Punkt sind Zwangsbeanspruchungen des Tragwerks infolge Schwinden, Baugrundsetzungen oder Temperatureinwirkungen, die zur Zeit meist durch Anordnung von Fugen oder verschieblichen Lagern vermieden werden. Aufgetretene Schäden an den Fugen, hohe Kosten für Einbau und Wartung der Lager und nicht zuletzt die mit statischen Nachteilen verbundene Aufteilung in Bauwerksabschnitte machen eine monolithische Bauweise wünschenswert.

Zwangsbeanspruchungen treten bei Baugrundsetzungen meist infolge von Biegemomenten im Tragwerk auf, die durch Rissbildung und Relaxation des Betons auf ein gewisses Maß reduziert werden. Das Kriechen ist auch der Grund dafür, warum sich auch bei erst nachträglich verbundenen Teilsystemen nach gewisser Zeit die vorhandene Biegemomentenverteilung an die Verteilung eines von Beginn an monolithischen Tragwerks annähert.

Bei Temperatureinwirkungen sowie beim Schwinden wirken vorzugsweise Zwangsnormalkräfte im Tragwerk, wenn dieses dehnbehindert ausgebildet ist. Vor allem die Zugbeanspruchung infolge Abkühlung und Schwinden kann zu größeren, die Dauerhaftigkeit des Tragwerks mindernden Rissen führen. Aber auch hier wird ein Teil der Zwangskräfte durch das Aufreißen des Betons abgebaut. Der Stahlbetonquerschnitt reißt bereits bei einer reinen Biegebeanspruchung bis über seine Schwerachse auf, so dass sich die positive Längsdehnung zu einer Verlängerung des Balkens aufsummiert und die Zwangsnormalkraft ebenfalls reduziert wird. Dieser Sachverhalt der Achsendehnung wurde in jüngeren Veröffentlichungen erwähnt, fand jedoch meist nur Anwendung zur Klärung einer Tragfähigkeitssteigerung durch den Aufbau einer hohen Drucknormalkraft infolge Gewölbewirkung.

Wie Schäden durch zu große Risse oder durch abplatzenden Beton in der Vergangenheit gezeigt haben, sind Zwangsbeanspruchungen nicht vernachlässigbar. Infolgedessen wurden in den letzten Jahren sehr viele Fugen und Lager angeordnet. Andererseits existieren viele ältere Tragwerke, die über einen Zeitraum von 50 und mehr Jahren keine Schäden erkennen lassen und nur einer sehr geringen Wartung bedurften. Durch die nichtlineare Berechnung eines Stahlbetontragwerks unter Berücksichtigung der genannten Effekte eröffnet sich heute für den planenden Ingenieur die Möglichkeit,

Vor- und Nachteile der Bauweise mit Fugen und der monolithischen Bauweise miteinander zu vergleichen und eine wirtschaftlich günstige Variante zu bestimmen. Eine Optimierung des Tragwerks im Hinblick auf den Kraftfluss, Bewehrungsgehalt sowie Anordnung und Anzahl der Lager und Fugen ist möglich.

Der Wechsel zu einer differenzierten Betrachtung und der daraus folgende vermehrte Einsatz fugenloser Konstruktionen ist am Eisenbahnbau gut nachvollziehbar. Waren noch Anfang des 20. Jahrhunderts Dehnfugen in den Schienen zur Vermeidung von Zwangsbeanspruchungen aus Temperatur vorgeschrieben, so sind in der heutigen Zeit Schienenwege mit Fugen nicht mehr denkbar. Auch die sogenannte „Feste Fahrbahn“ für Hochgeschwindigkeitszüge, hergestellt als Stahlbetonplatte ohne Dehnfugen, hat sich in den letzten Jahren bewährt. Gleisbewegungen bei der Überfahrt werden so minimiert. Eine Einschränkung der Gebrauchstauglichkeit durch die entstehenden Risse ist bei ordnungsgemäßer Ausführung nicht festzustellen.

Als weiteres Beispiel sei ein Pilotprojekt im Hamburger Hafen aufgeführt. Für eine neue Generation von Verladekränen wurde ein 380 m langer, im Anschluss daran ein 1430 m langer Kranbahnbalken ohne Dehnfugen hergestellt. Auch hier zeigte sich durch ein umfangreiches Messprogramm, dass die Zwangsbeanspruchungen durch Rissbildung soweit abgebaut werden können, dass keine Gefahr für die Dauerhaftigkeit besteht.

Auch bei Brückentragwerken wird in einigen Fällen wieder auf eine monolithische oder teilmonolithische Bauweise zurückgegriffen. Zwar können Zwangsbeanspruchungen infolge Schwinden und Temperatur bei den meist verwendeten Spannbetonüberbauten



Bild 1.2 Kylesku-Brücke, Schottland, Entwurf Ove Arup & Partners, Fertigstellung 1984, monolithische Verbindung der V-förmigen Stützen mit dem Überbau

nicht wie zuvor beschrieben durch Rissbildung abgebaut werden, jedoch können durch die Anordnung relativ biegeweicher Stützen die Bewegungen des Überbaus ohne Schäden für die Dauerhaftigkeit aufgenommen werden. Einige herausragende Brückenbauten oder die für die Formgebung ausgezeichnete Kylesku-Brücke (Bild 1.2) wären mit Fugen bzw. beweglichen Lagern zwischen Stützen und Überbau nicht denkbar.

Insbesondere bei langen und hohen Talbrücken kann für einen Großteil der Stützen eine monolithische Verbindung zum Überbau gewählt werden. Die Stütze sollte dazu vorzugsweise biegeweich in Richtung der Brücke ausgebildet werden sowie relativ biegesteif in Querrichtung für den Abtrag der Windkräfte. Infolge der Normalkraftbelastung aus dem Überbau und der großen Schlankheit des Pfeilers ist der Querschnitt auch bei starker Auslenkung des Stützenkopfes meist noch überdrückt, so dass die Dauerhaftigkeit nicht durch Rissbildung eingeschränkt wird. In solch einem Fall kann eine erste Abschätzung der Beanspruchungen bereits mittels einer linear-elastischen Rechnung erfolgen.

Mit dem Ziel, die zuvor genannten Problemstellungen rechnerisch erfassen zu können, werden in der vorliegenden Arbeit Algorithmen zum nichtlinearen Berechnen von ebenen Rahmensystemen aus Stahl- und Spannbeton entwickelt. Um dieser Rechenweise eine baupraktische Anwendung zu ermöglichen, erfolgt die Modellierung mittels Balken- oder Stabelementen, so dass die für den Ingenieur wichtigen Werte wie Biegemoment und Normalkraft direkt aus den Ergebnissen ablesbar sind und keine umständliche Integration von Spannungen erfolgen muss. Beim benutzten hybriden Algorithmus werden das Übertragungsverfahren, das Weggrößenverfahren sowie jeweils aktuelle Querschnittsberechnungen miteinander kombiniert. Durch die guten Möglichkeiten der Optimierung bei diesem Verfahren ist es möglich, selbst größere Strukturen mit vertretbarem Aufwand zu modellieren und auch auf aktuell verfügbaren PC-Systemen in akzeptabler Zeit nichtlinear zu berechnen. Nur durch solche Voraussetzungen wird es möglich sein, der nichtlinearen Rechenweise in Zukunft eine wirtschaftliche Grundlage im Bauwesen zu geben.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Programme INCA2 (Interactive Nonlinear Cross-Section Analysis Biaxial) und Stab2D-NL (Nichtlineare Berechnungen ebener Stabwerke) entwickelt und bereits veröffentlicht. Durch den vielfältigen Einsatz in anderen Forschungseinrichtungen aber auch in Ingenieurbüros oder Baufirmen konnten die entwickelten Algorithmen an verschiedenen Problemstellungen getestet und optimiert werden. Dabei zeigte sich der Vorteil einer allgemeinen Formulierung der Spannungs-Dehnungs-Linien. So blieb die Anwendung nicht auf den Baustoff Stahlbeton beschränkt, sondern umfasste neben reinen Stahl- oder Aluminium-Konstruktionen auch „exotische“

Materialien wie Dämmstoffe aus harzgebundenen Mineralfasern, bei denen das Verformungsverhalten zur Qualitätskontrolle untersucht wurde.

Die eigenen durchgeführten Untersuchungen von Stahlbetonkonstruktionen waren vorzugsweise auf den Effekt der Achsendehnung bei Biegebeanspruchung ausgerichtet. Bei Hallen in Fertigteilbauweise wurden die Auswirkungen der Längenänderung der Dachbalken auf die Tragfähigkeit der Stützen untersucht. Zwangsbeanspruchungen und deren Reduktion standen bei dehnbehindert gelagerten Balken und Platten im Vordergrund. Bei Brücken in teilweise monolithischer Bauweise erfolgte die Untersuchung im Hinblick auf die Beanspruchungen der Stützen bei Längsverformungen des Überbaus. Ziel dieser Untersuchungen ist es, die Größenordnung der genannten Effekte aufzuzeigen, sowie Zusammenhänge und Möglichkeiten der Optimierung zu erläutern. Durch die strukturelle Vielfalt der Stahlbetontragwerke lassen sich nur einige grundlegende Aussagen formulieren. Vielmehr soll mit der vorliegenden Arbeit eine weitere Sensibilisierung für die gezeigten Problemstellungen und Lösungen erfolgen.

### **Gliederung der Arbeit**

In Kapitel 2 wird eine kurze Übersicht über bestehende Methoden zur nichtlinearen Berechnung von Stahlbetontragwerken gegeben sowie deren Vor- und Nachteile erläutert. Weiterhin wird die entwickelte Rechenmethode im groben Ablauf vorgestellt, um in Kapitel 3 und 4 detailliert auf die Querschnittsberechnungen sowie auf das benutzte Übertragungsverfahren und das Weggrößenverfahren einzugehen. Besonderheiten in den Algorithmen, die für die Rechnung von Stahlbetontragwerken wichtig sind, werden ausführlicher erläutert. Der Modellierung der versteifenden Mitwirkung der gerissenen Betonzugzone im Gebrauchszustand ist deshalb ein größerer Abschnitt gewidmet.

Zur Überprüfung des entwickelten Rechenverfahrens wurden einerseits Nachrechnungen von Rahmen-, Stützen- und Balkenversuchen anderer Forschungseinrichtungen durchgeführt. Zusätzlich erfolgten eigene Balkenversuche im Arbeitsbereich Massivbau der TUHH zur Ermittlung des Längsdehnungsverhaltens. Umfangreiche Erläuterung sowie die Ergebnisse der nichtlinearen Rechnungen zu insgesamt fünf verschiedenen Experimenten sind in Kapitel 5 aufgeführt. Dabei wurde auch die Stabilität und das Konvergenzverhalten untersucht sowie die näherungsweise Modellierung von Diskontinuitätsbereichen. Da für Lasteinleitungsbereiche, für Rahmenecken oder für Querschnittsprünge die Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte nicht mehr gilt, müssen hier einige zusätzliche Annahmen getroffen werden.

In Kapitel 6 werden numerisch-theoretische Untersuchungen zu folgenden Problemstellungen durchgeführt:

- Verminderung von Zwangsbeanspruchungen bei dehnbehinderten Balkensystemen aufgrund der Achsendehnung infolge Biegebeanspruchung
- Auswirkungen der Achsendehnung von Dachbindern auf die Stützentragfähigkeit bei Hallen aus Fertigteilen

Die durchgeführten Untersuchungen dienen dem Zweck, die Größenordnung aufzuzeigen, in denen Zwangsbeanspruchungen abgebaut werden oder sich der Balken infolge der Achsendehnung verlängert.

In Kapitel 7 erfolgt schließlich die Zusammenfassung. Der Übersichtlichkeit halber wurde an das Ende eines jeden Kapitels ein extra Literaturverzeichnis mit den Verweisen aus dem jeweiligen Abschnitt gestellt.

## 2 Berechnungen im Stahlbetonbau

### 2.1 Entwicklung des Beton- und Stahlbetonbaus

Die Ursprünge des Betonbaus können bereits bei den Römern angesiedelt werden, die mit dem Baustoff Beton, damals Opus Caementitium genannt, Bauwerke errichteten, die auch heute noch beeindruckend sind. Mit dem fast völlig erhaltenen Pantheon in Rom und der riesigen Spannweite der Kuppel von 43 m erreichten die damaligen Baumeister wahrhaft Weltniveau. Wenngleich einfache Überlegungen zum Abtrag der Kräfte existierten, so wurde doch meist den traditionellen Regeln entsprechend gebaut. Insofern fand der eigentlich nicht ganz optimale Halbkreisbogen, bei Brücken meist mit seitlich aufgesetztem Mauerwerk und Erd- oder Steinhinterfüllung, breite Anwendung. Mit dem Schwinden der Macht des römischen Imperiums ging auch das Wissen um den Baustoff Beton zum großen Teil verloren und wurde erst ab 1700 langsam wiederentdeckt und benutzt.

Der Franzose JOSEPH MONIER (1823 - 1906) gilt sicherlich als einer der Begründer der Bauweise Stahlbeton, früher noch als Eisenbeton bezeichnet. War die Anwendung zu Beginn auf drahtbewehrte Blumenkübel beschränkt, so wurde 1875 die erste Stahlbetonbrücke bei Chazelet in Frankreich errichtet.

In Deutschland wurden erste Überlegungen zur Berechnung von Stahlbetonquerschnitten von M. KOENEN (1849 - 1924) durchgeführt und mit Versuchen bestätigt. Weitere wichtige Erkenntnisse lieferten die Arbeiten und ausgeführten Brückentragwerke von FRANCOIS HENNEBIQUE. Die von EMIL MÖRSCH durchgeführten Überlegungen zur Elastizitätstheorie, die Beschreibung des Tragverhaltens mittels einfacher Fachwerke und der daraus folgenden Bewehrungsanordnung haben nichts von ihrer Aktualität verloren. Wichtige Akzente, vor allem im Brückenbau, setzte ROBERT MAILLART mit seinen schlanken und aufgelösten Tragwerken.

Bereits frühzeitig erfolgten Versuche zum Vorspannen von Beton, wobei durch die anfänglich noch unbekanntem Schwind- und Kriechvorgänge die Vorspannung nach gewisser Zeit auf nahezu Null abgefallen war. Erst die Weiterentwicklung der Baustoffe, insbesondere die Entwicklung eines höher festen Spannstahls, verhalf der Spannbetonbauweise zum Durchbruch. Der Name FREYSSINET und sein 1928 erworbenes Patent zur Vorspannung von Beton markieren den Beginn dieser Epoche.

Anfänglich bedingt durch Materialknappheit erfolgte eine stete Weiterentwicklung der Baustoffe, sowohl beim Beton als auch beim Stahl in Richtung immer höherer Festigkeiten und verbesserter Duktilität. Aktuelle Entwicklungen decken inzwischen einen riesigen Anwendungsbereich ab. Faserzusätze, selbstverdichtender Beton, aufgeklebte

Lamellen aus Glas- und Carbonfasern oder hochfester und ultrahochfester Beton sind nur einige der gegenwärtigen Trends in der Baustoff-Forschung und -Entwicklung.

## **2.2 Entwicklung von Rechenverfahren im Stahlbetonbau**

Unabhängig von praktischen Anforderungen entwickelte LEONHARD EULER 1744 die mathematische Beschreibung der Verformung „elastischer Linien“, Balken mit konstanter Biegesteifigkeit und nicht limitierter Tragfähigkeit. Ein praxisbezogener Schritt für die Berechnung von beliebigen Tragwerken erfolgte mit dem Lehrsatz zum Prinzip von der Formänderungsenergie durch CASTIGLIANO (1879), so dass das Kraftgrößenverfahren kurze Zeit später entwickelt werden konnte. Das Drehwinkelverfahren oder das allgemeinere Weggrößenverfahren wurde erst 1926/27 unter anderem von OSTENFELD und MANN beschrieben.

In den 1950er Jahren erfolgte die Entwicklung des Übertragungs- oder auch Reduktionsverfahrens, welches besonders für stabförmige Bauteile wie Durchlaufträger, nicht jedoch für verzweigte Strukturen wie mehrstöckige Rahmen geeignet war. Durch die gute Schematisierung und durch vergleichsweise kleine resultierende Gleichungssysteme konnten jedoch bereits damals verfügbare Computer effektiv zur statischen Berechnung einfacher Balkensysteme eingesetzt werden.

Vor allem die immer leistungsfähigere EDV verhalf der Finiten-Elemente-Methode in den darauf folgenden Jahren zum Durchbruch. In unzähligen Veröffentlichungen ist eine nahezu unüberschaubare Anzahl an verschiedenen Elementen entstanden, wobei die Anwendung keineswegs nur auf statische Berechnungen beschränkt bleibt, sondern eher anders herum die Nutzung im Bauwesen nur eine kleine Nische einnimmt.

Zur Ermittlung der Schnittgrößen von Stahlbetontragwerken standen damit bereits zu Beginn dieser Bauweise linear-elastische Verfahren zur Verfügung, die auch per Handrechnung durchführbar waren. Die anschließende Bemessung eines Stahlbetonquerschnitts wurde frühzeitig unter der korrekten Annahme durchgeführt, dass die Zugkräfte alleine von der Bewehrung aufgenommen werden müssen. Zur Vereinfachung wurde die Spannungs-Dehnungs-Linie für den Beton anfangs noch linear angenommen. Die Querschnittsformen waren zumeist auf einfache Rechteck- oder Kreisquerschnitte beschränkt. Erst unter Verwendung der EDV und programmgerecht formulierter Algorithmen gelang in den 1960er Jahren die Berechnung mit nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Linien für beliebige Querschnitte. Durch eine ständige Weiterentwicklung kann die benutzte Spannungsintegration inzwischen als abgeschlossen gelten. Probleme bereiten aber nach wie vor eine einfache und dennoch zutreffende Formulierung der

versteifenden Mitwirkung der gerissenen Betonzugzone, die genauere Berücksichtigung des Kriechens oder Be- und Entlastungsvorgänge mit bleibenden Dehnungen.

Der Berechnung der Verformungen von Stahlbetontragwerken unter Berücksichtigung der Risse im Beton kam anfangs relativ wenig Bedeutung zu. Auf Grund der geringen zulässigen Spannungen und der zugehörigen kleinen Dehnungen waren vorhandene Verformungen relativ klein und der Nachweis der Durchbiegung nicht erforderlich, solange der Nachweis für die maximale Belastung erbracht war.

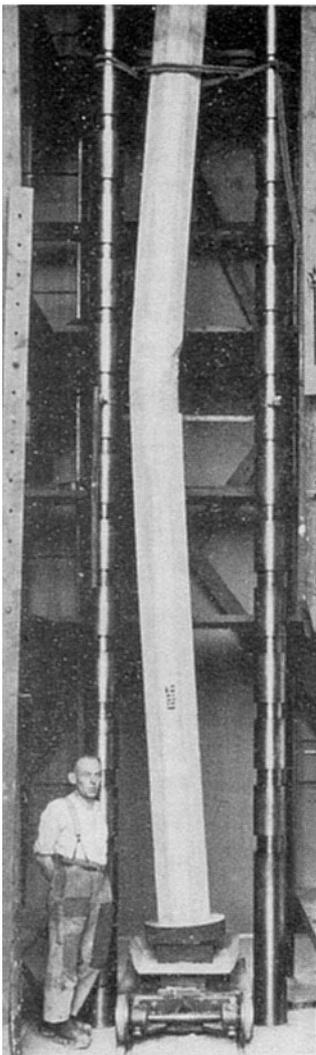


Bild 2.1 Experiment zur Ermittlung der Stütztragfähigkeit (1940)

Erst mit der Verwendung schlanker Druckglieder bestand die Notwendigkeit, das Verformungsverhalten genauer vorherzusagen. Zwar wurde bereits 1887 festgestellt, dass die Eulersche Knicklast nur dann gültig ist, wenn eine gewisse Betonspannung nicht überschritten wird, jedoch erst mehrere Jahrzehnte später wurden von BAUMANN (1934) und HABEL (1939) wichtige Arbeiten zur Bestimmung von Stütztraglasten durchgeführt. Die Berechnung der Verformungen erfolgte dabei durch die Integration der Querschnittsverkrümmungen und konnte durch die fehlende Computer-Unterstützung nur sehr vereinfacht vorgenommen werden.

Seit der Nutzung der ersten leistungsfähigen EDV-Anlagen setzte eine stete Entwicklung zu immer besseren Rechenalgorithmen für Balkentragwerke ein. Die Integration der Verkrümmungen zur Ermittlung der Verformung konnte mit einer höheren Anzahl an Stützstellen immer genauer durchgeführt werden.

Parallel zur Entwicklung der Rechnung mit Balkenelementen wurden 2D- später 3D-Finite-Elemente entworfen. Bereits 1967 wurde von NGO und SCORDELIS ein Stahlbetonbalken als Scheibentragwerk idealisiert. Zwar wurde noch ein insgesamt linear-elastisches Materialverhalten für den Beton zu Grunde gelegt, das Aufreißen des Betons in der Zugzone konnte jedoch durch eine Trennung der Elemente bei Überschreiten einer zulässigen Spannung modelliert werden.

### 2.3 Nichtlineare Berechnungen mittels der Finiten Elemente Methode

Mit dem Aufkommen immer leistungsfähigerer Rechner wurden verstärkt Finite Elemente für den Beton bzw. für den Verbundwerkstoff Stahlbeton entwickelt. Der Einsatz ist auch heute noch vorzugsweise auf den Forschungsbereich beschränkt und dient vor allem der Ermittlung von genaueren 2D- oder 3D-Spannungsverteilungen. Weiterentwicklungen berücksichtigen Be- und Entlastungsvorgänge mit bleibenden Verformungen oder zeitabhängige Einflüsse wie Schwinden, Kriechen, Korrosion der Bewehrung oder die Veränderung der Betonfestigkeit unter verschiedenen Umwelteinflüssen.

Trotz der immer besseren Formulierung des Materialverhaltens für ein einzelnes Finites Element bleibt festzustellen, dass auch heute eine wirklich zuverlässige und schnelle nichtlineare Berechnung von üblichen Stahlbetonbauteilen mit Scheiben- oder Volumenelementen nicht verfügbar ist. Gründe dafür liegen vorzugsweise in der Berücksichtigung einer Vielzahl von eher nebensächlichen Einflüssen, die das Ergebnis der Nachrechnung eines Experiments nicht verbessern, jedoch den Iterationsprozess erheblich stören. Eine Aufteilung der Belastung in mehrere Hundert Lastschritte und Rechenzeiten von einigen Stunden bis hin zu Tagen sind ohne weiteres üblich. Zur Stabilisierung des Iterationsprozesses werden neben den genannten kleinen Lastschritten oder einer Dämpfung der Schrittweite vielfältige Rechenbehelfe eingesetzt. Eine Berechnung mit zusätzlicher Massenmatrix (dynamische Berechnung) verbessert die Konvergenz, fordert aber auch längere Rechenzeiten. Weitere Strategien sind eine bei Bedarf eingeschaltete neue Vernetzung des Stahlbetonkörpers oder eine gewisse Mittelung der Ergebnisse über benachbarte Elemente.

Problematisch können sich einzelne Finite Elemente auswirken, die während einer Iteration die Versagenskriterien überschreiten, was bei einem Biegebalken auf der Zugseite relativ häufig der Fall sein wird. Die Steifigkeit fällt auf Null ab oder verringert sich sehr stark, so dass die resultierende Steifigkeitsmatrix schlecht konditioniert ist und evtl. Schwierigkeiten bei der Lösung auftreten. Im nächsten Iterationsschritt fallen die

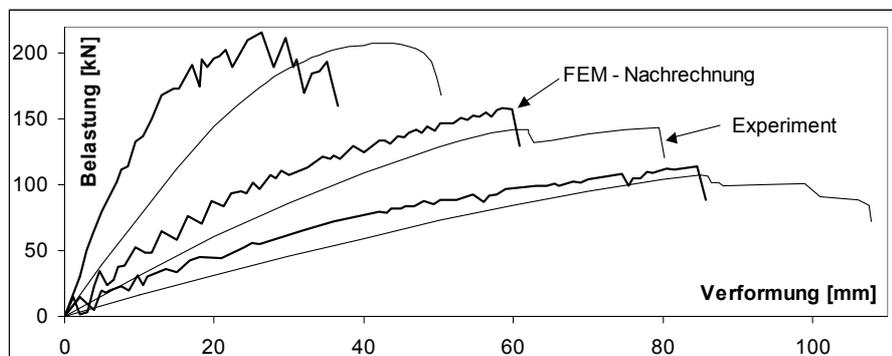


Bild 2.2 Vergleich der experimentellen und numerischen Ergebnisse für den 3-Punkt-Biegeversuch aus Kapitel 5.3 (glasfaserbewehrter Balken)

Kräfte in den angrenzenden Elementen stark ab, wobei sich insgesamt eine Spannungsumlagerung bei gleichzeitig plötzlicher Zunahme der Verformungen ergibt. Erkennbar sind derartige Probleme meist an Zacken in der Last-Verformungskurve, die beim realen Experiment jedoch eher selten vorhanden sind (Bild 2.2).

Einen sehr guten Überblick über die aktuellen Forschungsergebnisse und Trends bei der Modellierung von Stahlbetontragwerken mittels der Finiten Element Methode wird in „Computational Modelling of Concrete Structures“ [1] gegeben. Bemerkenswert ist der dort aufgeführte Artikel von GHAVAMIAN und CAROL [2] zu durchgeführten vergleichenden Studien mit insgesamt 13 verschiedenen Finite-Element-Programmen bzw. deren implementierten Betonmodellen. Insgesamt vier Versuche wurden nachgerechnet. Neben drei Experimenten am reinen Betonkörper (Zug, Zug/Querkraft, Querkraft) stand ebenfalls ein 3-Punkt-Biegeversuch eines 5 m langen Balkens auf dem Programm. In Bild 2.3 sind die Ergebnisse der Nachrechnung dargestellt, einmal mit und einmal ohne modellierte Verbügelung.

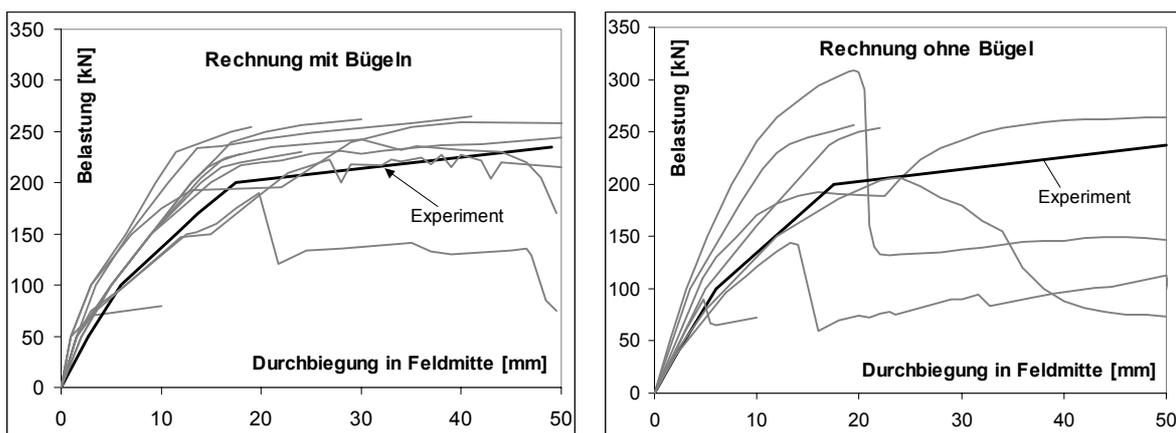


Bild 2.3 Last-Verformungs-Kurven für einen 3-Punkt-Biegeversuch, Vergleich der experimentell ermittelten Werte mit Nachrechnungen verschiedener FE-Programme

Vor allem die Nachrechnung ohne Bügel zeigt extreme Ergebnisse, wobei das Einsetzen des Fließens der Bewehrung oder die maximale Versuchslast kaum von einem Programm vorhergesagt werden kann. Übliche Platten im Hochbau ohne Bügelbewehrung könnten also mit den in der Vergleichsstudie benutzten Programmen nicht ohne weiteres berechnet werden. Trotzdem wird die Übereinstimmung der Nachrechnung mit den Versuchsergebnissen von den Autoren des Artikels als noch akzeptabel bewertet. Etwas besser schaut die Nachrechnung mit modellierter Bügelbewehrung aus, wobei das Biegemoment beim Einsetzen des Fließens der Bewehrung meist zu hoch berechnet wird. Eine Überschätzung der Mitwirkung der gerissenen Betonzugzone könnte die Ursache dafür sein. Andererseits könnten zu niedrige Werte für die Betonzugfestigkeit nahezu unlösbare Probleme im Iterationsprozess ergeben.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass vor allem bei der Berechnung von relativ schlanken Balkentragwerken unter Nutzung von 2D- oder 3D-Finiten-Elementen ein sehr schlechtes Kosten/Nutzen-Verhältnis erreicht wird. Die Tragfähigkeit und auch die Verformung des Tragwerks werden maßgebend vom Spannungszustand entlang des Balkens beeinflusst, also Spannungen senkrecht zur Querschnittsebene, die in Biegemoment und Normalkraft resultieren. Alle weiteren Spannungskomponenten haben nur sehr geringe Auswirkungen auf die Last-Verformungs-Kurve und könnten daher vernachlässigt werden. Aus diesen Gründen bleibt die Finite-Elemente-Methode wohl vorerst auf die wissenschaftliche Anwendung beschränkt und wird nur bei komplizierten Geometrien bei Teilen von Stahlbetontragwerken zum praktischen Einsatz kommen.

## 2.4 Nichtlineare Berechnungen mit Balkenelementen

Anders als bei der aufwändigen Formulierung mittels 2D- oder 3D-Elementen wird bei der Rechnung mit Balkenelementen von vornherein die Vereinfachung auf einen 1D-Spannungszustand in Richtung der Balkenachse in Kauf genommen. Zwar können dadurch Effekte wie Querkraft-Gleitung, Lasteinleitungsbereiche oder Querschnittssprünge nur näherungsweise und nur durch zusätzliche Überlegungen erfasst werden, die Rechnung vereinfacht sich jedoch erheblich durch Vernachlässigung der anderen Spannungskomponenten. Insofern wurden die ersten realitätsnahen Verformungsberechnungen von Stahlbetontragwerken mit Balkenelementen durchgeführt.

Eine sehr leistungsfähige Methode zur nichtlinearen Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen ist das in den 50er Jahren entwickelte Übertragungsverfahren. Mit einer zuvor berechneten Momenten-Verkrümmungs-Beziehung ist es möglich, die jeweils richtigen Verkrümmungen und tangentialen Biegesteifigkeiten bei der Stabberechnung zu benutzen. Damit lässt sich nicht nur der Übergang ungerissen / gerissen gut abbilden, auch die Berechnung mit Fließen der Bewehrung ist ohne Einfügen plastischer Gelenke sowie ohne Lastinkremente in nur einem Lastschritt möglich.

Ein Nachteil dieser Methode ist jedoch, dass nur Durchlaufträger oder Stützen mit vertretbarem Aufwand berechnet werden können. Sollen allgemeine ebene Rahmenstrukturen mit dem Übertragungsverfahren berechnet werden, müsste die Zerlegung des Tragwerks in einen Hauptstrang sowie in Verzweigungspunkte mit Nebensträngen erfolgen. Ist die Programmierung für ein einzeln durchlaufendes Balkensystem noch leicht durchführbar, so lassen sich verzweigte Strukturen nur schwer in allgemeiner Weise erfassen.

Die Finite-Elemente-Methode unter Verwendung von Balkenelementen oder das Weggrößenverfahren sind hingegen sehr gut geeignet, größere, beliebig zusammenhängende Strukturen zu berechnen. Beide Verfahren leiten sich aus unterschiedlichen Ansätzen her, wobei das letztendlich entstehende, lineare Gleichungssystem identisch ist. Nachteilig wirkt sich jedoch aus, dass durch die benutzten Ansatzfunktionen nur stetige Verläufe der Zustandsgrößen abgebildet werden können, durch das nichtlineare Verhalten des Stahlbetons jedoch unstetige Verläufe auftreten. Sollen diese Unstetigkeiten genauer erfasst werden, ist eine feinere Elementierung nötig, die das entstehende Gleichungssystem allerdings vergrößert.

Zur Untersuchung der Schnittgrößenumlagerungen in Stahlbetonrahmen nutzt VATER (1999) [3] eine derartige Vorgehensweise. Vor der eigentlichen Rahmenberechnung werden M-k-Linien ermittelt, die durch einen nur wenige Abschnitte umfassenden Polygonzug angenähert werden. Entsprechend der aktuellen Biegemomentenverteilung und der daraus resultierenden tangentialen Biegesteifigkeiten wird die Elementierung des Tragwerks nach jedem Iterationsschritt neu festgelegt, so dass jedes Balkenelement mit einer konstanten Biegesteifigkeit und Vorverkrümmung berechnet werden kann.

Von OŽBOLT und MAYER wird 1997 das Programm NELIN vorgestellt [4], welches vor allem für die nichtlineare Berechnung von Rahmentragwerken aus Stahlbeton unter Kriech- und Schwindeinflüssen konzipiert wurde. Die Grundlage des Programms bildet die Methode der Finiten Elemente unter Nutzung der klassischen Balkentheorie. Die Integration der Spannungen über den Querschnitt erfolgt mittels Lamellen, um gezielt Schwinden und Kriechen in Abhängigkeit von der Zeit und von der Lastgeschichte zu berücksichtigen. Die Güte der Ergebnisse hängt jedoch von der Diskretisierung des Tragwerks durch den Nutzer ab, da keine adaptive Anpassung bei Änderungen der Biegesteifigkeit durchgeführt wird. Das Programm NELIN wurde später für 3dimensionale Stabtragwerke erweitert (NELIN 3, [5]), wobei die lamellenweise Spannungsintegration auf Grund von Geschwindigkeitsnachteilen nicht mehr genutzt werden konnte. Stattdessen wird auf die Integration polygonal umrandeter Querschnitte zurückgegriffen, wie sie von BUSJAEGER und QUAST in [6] beschrieben wird.

In Heft 373 des DAfStb erläutert OLSEN [7] die bereits 1982 durchgeführten Untersuchungen bezüglich der Verwendung des Übertragungs- und des Weggrößenverfahrens bei Stabtragwerken aus Stahlbeton, wobei sich die Kombination bei Nutzung von Tangentensteifigkeiten als sehr vorteilhaft für die Rechengeschwindigkeit und Stabilität herausstellt. Die Modellierung eines Rahmentragwerks erfolgt derart, dass nur an jedem Verzweigungspunkt der Balkenstruktur sowie bei jeder Änderung des Querschnitts ein Knoten definiert wird. Bei der Berechnung des Tragwerks wird zunächst jeder Stab im

Volleinspannungszustand mit dem Übertragungsverfahren nichtlinear berechnet, so dass unter Nutzung der Eins-Zustände die lokale Steifigkeitsmatrix ermittelt werden kann. Nach Lösung der globalen Steifigkeitsmatrix ergeben sich die Knotenverformungen. Diese wiederum sind Ausgangspunkt für die nächste Iteration, bis die Veränderungen im Vergleich zum letzten Iterationsschritt unterhalb einer Abbruchschranke liegen. Die Ermittlung von Moment-Verkrümmungs-Linien bzw. davon abgeleiteter Steifigkeiten erfolgte sehr vereinfacht und war nicht Gegenstand der Untersuchung.

SCHMITT [8] zeigte 1994 die praktische Anwendbarkeit dieses Verfahrens zur nichtlinearen Berechnung von ebenen Rahmentragwerken. In einem ersten Schritt wird die Normalkraftverteilung im Rahmensystem mittels einer einfachen linear-elastischen Rechnung bestimmt, die für die weitere Rechnung als konstant angenommen wird. Damit kann anschließend für jeden Stab entsprechend der vorhandenen Normalkraft eine Moment-Verkrümmungs-Linie ermittelt werden. Die weitere Rechnung erfolgt entsprechend des Verfahrens nach OLSEN inklusive der Berücksichtigung von Theorie 2. Ordnung. Mit dem von Schmitt erstellten Programm PBMS (Programmgesteuertes Berechnen im Massivbau von Stabtragwerken) wurden Untersuchungen vor allem für den Gebrauchszustand von Stahlbetontragwerken durchgeführt.

## 2.5 Eigenes Rechenverfahren

Das entwickelte Rechenverfahren basiert auf einer Kombination aus Übertragungsverfahren, der Finiten-Elemente-Methode bzw. dem Weggrößenverfahren sowie jeweils aktuellen Berechnungen der Querschnittsdehnungen und stellt damit eine Weiterentwicklung des auch von OLSEN und SCHMITT benutzten Verfahrens dar. Die Vorteile beim Übertragungsverfahren sind eine an die aktuellen Steifigkeitsverhältnisse angepasste Stabteilung sowie eine gute Stabilität im Iterationsprozess. Durch das Weggrößenverfahren können weiterhin einzelne Balkenzüge zu größeren Strukturen zusammengesetzt werden.

Unterschiede zu bestehenden Rechenverfahren ergeben sich vor allem durch die Berücksichtigung der Achsendehnung bei Biegebeanspruchung sowie durch die Rechnung nach Theorie 3. Ordnung, um auch große Verformungen erfassen zu können. Das Verhalten eines Stahlbetonquerschnitts bei Wirkung einer Normalkraft und eines Biegemoments kann damit gut beschrieben werden. Zur Verbesserung der Ergebnisse bei Querkraftbeanspruchung von gedrunenen Balken wurde ein einfacher Zusammenhang implementiert, der eine Abminderung der Schubsteifigkeit in Abhängigkeit von der vorhandenen Biegesteifigkeit vorsieht.