Edin Boskovic

Hyperzirkularität und Berechenbarkeit. Metamathematische und philosophische Implikationen der Unvollständigkeit axiomatischer Systeme der Peano-Arithmetik

Masterarbeit

GRIN

BEI GRIN MACHT SICH IHR
WISSEN BEZAHLT

- Wir veröffentlichen Ihre Hausarbeit,
  Bachelor- und Masterarbeit

- Ihr eigenes eBook und Buch -
  weltweit in allen wichtigen Shops

- Verdienen Sie an jedem Verkauf

Jetzt bei www.GRIN.com hochladen
und kostenlos publizieren

GRIN

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.dnb.de/ abrufbar.

Dieses Werk sowie alle darin enthaltenen einzelnen Beiträge und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsschutz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlages. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen, Auswertungen durch Datenbanken und für die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronische Systeme. Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdrucks, der fotomechanischen Wiedergabe (einschließlich Mikrokopie) sowie der Auswertung durch Datenbanken oder ähnliche Einrichtungen, vorbehalten.

Impressum:

Copyright © 2015 GRIN Verlag
ISBN: 9783668132405

Dieses Buch bei GRIN:

https://www.grin.com/document/314374

Edin Boskovic

Hyperzirkularität und Berechenbarkeit. Metamathematische und philosophische Implikationen der Unvollständigkeit axiomatischer Systeme der Peano-Arithmetik

GRIN Verlag

GRIN - Your knowledge has value

Der GRIN Verlag publiziert seit 1998 wissenschaftliche Arbeiten von Studenten, Hochschullehrern und anderen Akademikern als eBook und gedrucktes Buch. Die Verlagswebsite www.grin.com ist die ideale Plattform zur Veröffentlichung von Hausarbeiten, Abschlussarbeiten, wissenschaftlichen Aufsätzen, Dissertationen und Fachbüchern.

Besuchen Sie uns im Internet:

http://www.grin.com/

http://www.facebook.com/grincom

http://www.twitter.com/grin_com

Universität Wien
Fakultät für Philosophie und Bildungswissenschaften

Hyperzirkularität und Berechenbarkeit

Metamathematische und philosophische Implikationen der Unvollständigkeit axiomatischer Systeme der Peano-Arithmetik

Masterarbeit
von

Edin Bošković

31. März 2015

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis **5**

I Einführung und Grundlagen **7**

1 Überblick und Fragestellungen **9**

2 Historischer und ideengeschichtlicher Kontext **15**
2.1 Arithmetische und mengentheoretische Preliminarien 20
2.2 Allgemeines zu formalen Systemen 23

II Metamathematik **25**

3 Die semantische Variante des ersten Gödelschen Unvollständigkeitssatzes **27**

4 Die schwache syntaktische Variante der Unvollständigkeitssätze **35**
4.1 Der Aufbau der Gödelschen Originalarbeit 1931 35
4.2 Das System P 36
4.2.1 Definition der Syntax 36
4.2.2 Definition der Semantik 39
4.2.3 Definition der Axiome und Schlussregeln 40
4.2.4 Gödelisierung: Die Arithmetisierung der Syntax 41
4.2.5 Ein Vergleich des Systems P mit dem System der Principia Mathematica 43
4.3 Primitiv-rekursive Funktionen 43
4.4 Satz V: Der Zusammenhang zwischen dem System P und den primitiv-rekursiven Funktionen 53
4.5 Satz VI: ω-Widerspruchsfreiheit 55
4.6 Die schwache syntaktische Variante des ersten Unvollständigkeitssatzes 56
4.7 Der zweite Unvollständigkeitssatz 61
4.8 Zwischenbetrachtung: Das Diagonallemma 62

5 Die starke syntaktische Variante der Unvollständigkeitssätze **63**

6 Nichtstandardmodelle der Peano-Arithmetik: Unvollständigkeit ohne Selbstbezüglichkeit? **67**
6.1 Grundlagen der Modelltheorie 68
6.2 Das Skolem-Gödel-Theorem 68
6.3 Der Vollständigkeitssatz 69

6.4 Satz von Löwenheim-Skolem 70
6.5 Unvollständigkeit modelltheoretisch: Kripkes Beweisskizze des ersten Unvollständigkeitssatzes 70
6.6 Kommt Kripkes' Beweis ohne Selbstbezüglichkeit aus? 74

7 Fünf Fehlinterpretationen der metamathematischen Resultate 75

8 Das natürliche Unabhängigkeitsphänomen der Goodstein-Folgen 79
8.1 Die Definition der Goodstein-Folgen 79
8.2 Der Satz von Goodstein 80
8.3 Der Satz von Kirby und Paris 81

III Erkenntnistheorie 83

9 Die Church-Turing-These 85
9.1 Berechenbarkeit 85
9.2 Die Turing-Maschine 86
9.3 Registermaschinen 88
9.4 Die Church-These 89

10 Der Antimechanismus 91
10.1 Einführung in die Lucas-Penrose-Debatte 91
10.2 Das Argument von Lucas 92
10.3 Slezaks externer Betrachter 93
10.4 Benacerrafs Analyse 95
10.5 Whiteleys Bemerkung 97

11 Das Phänomen der Hyperzirkularität 99

12 Schlussbetrachtungen und Ausblick 101

Literaturverzeichnis 103

Personen- und Sachverzeichnis 107

Abbildungsverzeichnis

3.1 Drei Varianten des ersten Unvollständigkeitssatzes 28
3.2 Selbstreflexive Sätze der natürlichen Sprache 30
3.3 Darstellung des Diagonalargumentes I 31
3.4 Darstellung des Diagonalargumentes II 33

Teil I

Einführung und Grundlagen