

Ulrich Staarmann

Der Verhältnisaspekt der Bruchzahlen.
Stoffanalyse und didaktische
Fragestellungen

Examensarbeit

BEI GRIN MACHT SICH IHR WISSEN BEZAHLT



- Wir veröffentlichen Ihre Hausarbeit, Bachelor- und Masterarbeit
- Ihr eigenes eBook und Buch - weltweit in allen wichtigen Shops
- Verdienen Sie an jedem Verkauf

Jetzt bei www.GRIN.com hochladen
und kostenlos publizieren



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de/> abrufbar.

Dieses Werk sowie alle darin enthaltenen einzelnen Beiträge und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsschutz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlanges. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen, Auswertungen durch Datenbanken und für die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronische Systeme. Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdrucks, der fotomechanischen Wiedergabe (einschließlich Mikrokopie) sowie der Auswertung durch Datenbanken oder ähnliche Einrichtungen, vorbehalten.

Impressum:

Copyright © 2006 GRIN Verlag
ISBN: 9783668119437

Dieses Buch bei GRIN:

<https://www.grin.com/document/124175>

Ulrich Staarmann

Der Verhältnisaspekt der Bruchzahlen. Stoffanalyse und didaktische Fragestellungen

GRIN - Your knowledge has value

Der GRIN Verlag publiziert seit 1998 wissenschaftliche Arbeiten von Studenten, Hochschullehrern und anderen Akademikern als eBook und gedrucktes Buch. Die Verlagswebsite www.grin.com ist die ideale Plattform zur Veröffentlichung von Hausarbeiten, Abschlussarbeiten, wissenschaftlichen Aufsätzen, Dissertationen und Fachbüchern.

Besuchen Sie uns im Internet:

<http://www.grin.com/>

<http://www.facebook.com/grincom>

http://www.twitter.com/grin_com

Der Verhältnisaspekt der Bruchzahlen. Stoffanalyse und didaktische Fragestellungen.

Schriftliche Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfung für das
Lehramt an Gymnasien und Gesamtschulen, dem Staatlichen
Prüfungsamt für Erste Staatsprüfungen für Lehrämter an Schulen in
Aachen vorgelegt von:

Ulrich Staarmann
Aachen, den 23.3.2006

Lehrstuhl für Mathematik

Inhaltsverzeichnis

I	Einleitung.....	2
I.1	Die Legitimation der Bruchrechnung in der Schule.....	6
I.2	Die Voraussetzungen und Ergebnisse des gegenwärtigen Bruchrechnenunterrichts.....	16
II	Allgemeine didaktische Analyse des Bruchzahlbegriffs.....	24
II.1	Brüche im Alltag – Aspekte des Bruchzahlbegriffs.....	24
II.2	Größenbereiche und zugehörige Repräsentantenbereiche.....	27
II.3	Etablierte Konzepte zur Einführung des Bruchzahlbegriffs.....	33
II.3.1	Das Größenkonzept.....	33
II.3.2	Das Operatorkonzept.....	35
II.3.3	Das ‚Mischkonzept‘.....	38
III	Der Verhältnisaspekt der Bruchzahlen.....	43
III.1	Über Verhältnisse.....	44
III.2	Der neue Kurs.....	49
III.2.1	Schritt 1: Vom Handeln mit Stäben zum Operieren mit Größen.....	53
III.2.2	Schritt 2: Verhältnisse von Längen.....	59
III.2.3	Schritt 3: Das Rechnen mit Brüchen.....	63
III.2.3.1	Die Multiplikation.....	64
III.2.3.2	Die Division.....	66
III.2.3.3	Die Addition und Subtraktion.....	68
III.2.4	Schritt 4: Von Symbolen zu Brüchen und Bruchzahlen.....	70
IV	Ausblick.....	74
V	Literaturverzeichnis.....	75

I Einleitung



Abbildung 1

<http://kunstlinks.de/kusem/lk/auf1/bild2.jpg>

Die Geschichte der Auseinandersetzung der Menschen mit Verhältnissen und Proportionen ist uralte. Erste Proportionsstudien finden sich schon auf unvollendeten Reliefs im alten Ägypten, etwa im Grab des Königs Haremhab im Tal der Könige (vgl. Abb. 1). Hier dienten sie vor allem als Mittel, die Wirklichkeit ‚verhältnisgetreu‘ auf einem Stück Felsen abzubilden.

Später in der griechischen Antike, bei den Pythagoreern, erlangten Proportionen transzendente Bedeutung, nicht mehr im Stoff wird das Prinzip alles Seienden gesehen, sondern in der Form, repräsentiert durch Zahlen und vor allem durch Verhältnisse.¹ Ursache mag die für Pythagoras geradezu mystische Erfahrung gewesen sein, dass Akkorde angenehm klingen, „wenn die Saitenlängen oder die Frequenzen der Teiltöne im Verhältnis kleiner ganzer Zahlen stehen“.²

Gut 2500 Jahre später bewertet der Begründer der modernen Physik, Werner Heisenberg, dieses Prinzip so:

Die pythagoreische Entdeckung gehört zu den stärksten Impulsen menschlicher Wissenschaft... wenn in einer musikalischen Harmonie... die mathematische Struktur als Wesenskern erkannt wird, so muß auch die sinnvolle Ordnung der uns umgebenden Natur ihren Grund in dem mathematischen Kern der Naturgesetze haben.³

Letztlich waren also die in der Umwelt erkannten Verhältnisse und deren Untersuchung ein Initiator des immer weiter voranschreitenden Prozesses der ‚Mathematisierung‘ unserer Umwelt, für den man vor allem auch in Be-

1 Vgl. Johannes Hirschberger: Geschichte der Philosophie. Band I: Altertum und Mittelalter. 3. Aufl., Freiburg 1957, S. 24ff.

2 Helmut Vogel: Gerthsen Physik. 20., aktualisierte Aufl., Berlin 1999, S. 191.

3 Zitiert nach Hirschberger [wie Anm. 1], S. 26.

zug auf den Verhältnisbegriff im heutigen Alltag überall Indizien finden kann. Sei es bei einem Gewinnspiel, dessen ‚Gewinnverhältnis‘ $1 : 4$ beträgt, bei der Wahl des abendlichen Spielfilmformats, wo man bei modernen Fernsehgeräten zwischen den ‚Seitenverhältnissen‘ $4 : 3$ oder $16 : 9$ wählen kann, oder sei es beim Fußball, wo Italien Fußballweltmeister wurde, weil das ‚Torverhältnis‘ nach dem Spiel $6 : 4$ für Italien betrug.

Aber wie ist es heute um die Kenntnisse über den ‚Wesenskern‘ dieser alltäglichen Verhältnisse bestellt? Immerhin hat sich seit Pythagoras die Mathematik erheblich weiterentwickelt und die pythagoreischen Verhältnisse natürlicher Zahlen haben sich in dem Begriff und der Struktur der positiven rationalen Zahlen niedergeschlagen, die nun in Form der Bruchrechnung mit gemeinen Brüchen und Dezimalbrüchen schon seit einigen Generationen fester Bestandteil des Schulstoffs sind.

Leider muss man feststellen, dass es nicht gut um diese Kenntnisse bestellt ist. Nicht nur, dass der altbewährte, so genannte ‚Verhältnisaspekt‘ der Bruchzahlen im Unterricht zu Gunsten anderer, vermeintlich einfacherer ‚Aspekte‘ kaum mehr vorzufinden ist, so dass es selbst Abiturienten schwer fällt, die Frage zu beantworten, ob bei einem Gewinnverhältnis von $1 : 4$ auf lange Sicht jeder vierte oder jeder fünfte Spieler gewinnt, die gesamte Bruchrechnung mit gemeinen Brüchen wird auf Grund der technischen Entwicklung in Frage gestellt. So verkündete bereits vor knapp 30 Jahren, als die ersten erschwinglichen Taschenrechner auf den deutschen Markt kamen, der Berliner Mathematik-Didaktiker R.J.K. Stowasser in einem Pamphlet *Wider die neuteutschen Bruchrechner* das nahende Ende der „numerischen BrR [Bruchrechnung, US] in der Schule“.⁴ Der deutsche Bruchrechenunterricht steckt, auch auf Grund mangelhafter Ergebnisse, in einer Legitimationskrise.

Ziel dieser Arbeit ist es, einen möglichen Ausweg aus dieser Krise aufzuzeigen, und zwar durch ein Plädoyer für eine Rückbesinnung der Didaktik der Bruchrechnung auf den Verhältnisaspekt der Bruchzahlen. Dies soll methodologisch folgendermaßen geschehen:

⁴ R.J.K. Stowasser: Anhang. Wider die neuteutschen Bruchrechner – ein Pamphlet (1). In: Der Mathematikunterricht 25. 1979, S. 29-32, hier S. 31.