

Professor Dr. Jörg Wöltje

Digitale
Extras 

Investition und Finanzierung

Grundlagen, Verfahren, Übungsaufgaben und Lösungen

3. Auflage

HAUFE.

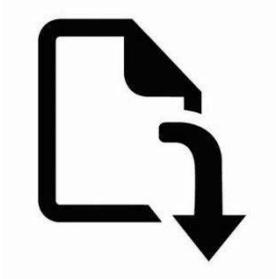
Hinweis zum Urheberrecht:

Alle Inhalte dieses eBooks sind urheberrechtlich geschützt.

Bitte respektieren Sie die Rechte der Autorinnen und Autoren, indem Sie keine ungenehmigten Kopien in Umlauf bringen.

Dafür vielen Dank!

Mit digitalen Extras:
Exklusiv für Buchkäufer!



Ihre digitalen Extras zum Download:

Die folgenden Arbeitshilfen stehen für Sie zum Download bereit:

- Aufgaben und Lösungen
- Rechner und finanzmathematische Tabellen

Den Link sowie Ihren Zugangscode finden Sie am Buchende.

Investition und Finanzierung

Professor Dr. Jörg Wöltje

Investition und Finanzierung

Grundlagen, Verfahren, Übungsaufgaben und Lösungen

3. Auflage

Haufe Group
Freiburg · München · Stuttgart

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Print: ISBN 978-3-648-16533-1 Bestell-Nr.: 02092-0003
ePDF: ISBN 978-3-648-16534-8 Bestell-Nr.: 02092-0152

Jörg Wöltje

Investition und Finanzierung

3., aktualisierte und überarbeitete Auflage, November 2022

© 2022 Haufe-Lexware GmbH & Co. KG, Freiburg

www.haufe.de

info@haufe.de

Umschlag: RED GmbH, Krailing

Produktmanagement: Dipl.-Kfm. Kathrin Menzel-Salpietro

Lektorat: Helmut Haunreiter

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere die der Vervielfältigung, des auszugsweisen Nachdrucks, der Übersetzung und der Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen, vorbehalten. Alle Angaben/Daten nach bestem Wissen, jedoch ohne Gewähr für Vollständigkeit und Richtigkeit.

Sofern diese Publikation ein ergänzendes Online-Angebot beinhaltet, stehen die Inhalte für 12 Monate nach Einstellen bzw. Abverkauf des Buches, mindestens aber für zwei Jahre nach Erscheinen des Buches, online zur Verfügung. Ein Anspruch auf Nutzung darüber hinaus besteht nicht.

Sollte dieses Buch bzw. das Online-Angebot Links auf Webseiten Dritter enthalten, so übernehmen wir für deren Inhalte und die Verfügbarkeit keine Haftung. Wir machen uns diese Inhalte nicht zu eigen und verweisen lediglich auf deren Stand zum Zeitpunkt der Erstveröffentlichung.

Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird bei Personenbezeichnungen und personenbezogenen Hauptwörtern entsprechend den Empfehlungen des Rats für Deutsche Rechtschreibung und gemäß dem Amtlichen Regelwerk der deutschen Rechtschreibung in diesem Buch die männliche Form im Sinne des generischen Maskulinums verwendet. Entsprechende Begriffe beziehen sich ausdrücklich auf Personen jeglichen Geschlechts. Die verkürzte Sprachform hat nur redaktionelle Gründe und beinhaltet keine Wertung.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur 3. Auflage	15
Vorwort zur 2. Auflage	16
Vorwort zur 1. Auflage	17
Abkürzungsverzeichnis	19
1 Einführung in die betriebliche Finanzwirtschaft	27
1.1 Grundlagen der Finanzwirtschaft	28
1.2 Finanzwirtschaftliche Grundbegriffe.....	32
1.3 Finanzwirtschaftliche Stromgrößen	34
2 Finanzmathematische Grundlagen	41
2.1 Einführung.....	42
2.2 Finanzmathematische Begriffe und Berechnungen	42
2.2.1 Aufzinsungsfaktor	44
2.2.2 Abzinsungsfaktor.....	45
2.2.3 Rentenbarwertfaktor.....	46
2.2.4 Ewige Rente	49
2.2.5 Kapitalwiedergewinnungsfaktor	50
2.2.6 Endwertfaktor	51
2.2.7 Restwertverteilungsfaktor (RVF)	53
2.3 Zinsrechnung.....	55
2.3.1 Einfache Verzinsung	55
2.3.2 Verzinsung mit Zinseszinsen	57
2.3.3 Unterjährige Verzinsung	59
3 Grundlagen der Investitionsrechnung	65
3.1 Einführung.....	66
3.2 Grundprinzipien der Investitionspolitik	67
3.3 Investitionsarten	69
3.4 Phasen des Investitionsentscheidungsprozesses.....	72
3.4.1 Anregungsphase	73
3.4.2 Suchphase	75
3.4.3 Auswahlphase	76
3.4.4 Realisierungsphase.....	76
3.4.5 Kontrollphase	77
3.5 Aufgaben und Verfahren der Investitionsrechnung.....	77

3.6	Elemente der Investitionsrechnung	80
3.6.1	Ermittlung der Zahlungsreihe für die Investitionsrechnung.....	80
3.6.2	Festlegung des Kalkulationszinssatzes.....	82
3.6.3	Ermittlung des gewichteten Gesamtkapitalkostensatzes (WACC) bei Berücksichtigung von Unsicherheit.....	84
4	Statische Verfahren der Investitionsrechnung.....	87
4.1	Einführung.....	88
4.2	Kostenvergleichsrechnung	89
4.2.1	Ermittlung der Kapitalkosten und Betriebskosten	90
4.2.2	Auswahlentscheidung	95
4.2.3	Kritische Auslastungsmenge	98
4.2.4	Ersatzinvestitionsentscheidung.....	100
4.2.5	Beurteilung der Kostenvergleichsrechnung	105
4.3	Gewinnvergleichsrechnung	106
4.3.1	Einzelinvestition.....	107
4.3.2	Auswahlentscheidung	108
4.3.3	Ersatzinvestitionsentscheidung.....	109
4.3.4	Break-even-Analyse — kritische Auslastung	110
4.3.5	Beurteilung der Gewinnvergleichsrechnung.....	115
4.4	Rentabilitätsvergleichsrechnung.....	115
4.4.1	Einzelinvestition und Auswahlentscheidung.....	119
4.4.2	Ersatzinvestitionsentscheidung.....	122
4.4.3	Beurteilung der Rentabilitätsvergleichsrechnung	122
4.5	Statische Amortisationsrechnung.....	123
4.5.1	Ermittlung der Amortisationszeit bei Einzelinvestition und Auswahlproblem	124
4.5.2	Ersatzinvestitionsentscheidung.....	126
4.5.3	Beurteilung der statischen Amortisationsrechnung	127
4.6	Beurteilung der der statischen Verfahren.....	128
5	Dynamische Verfahren der Investitionsrechnung	131
5.1	Einführung.....	132
5.2	Kapitalwertmethode.....	134
5.2.1	Einzelinvestition.....	136
5.2.2	Auswahl alternativer Investitionsobjekte	141
5.2.3	Die Kapitalwertrate — ein Instrument bei begrenztem Finanzierungsbudget.....	142
5.2.4	Bildung vollständiger Alternativen mittels Ergänzungs-/ Differenzinvestitionen.....	143
5.2.5	Wie geeignet ist die Kapitalwertmethode zum Bestimmen der Vorteilhaftigkeit einer Investition?	153

5.3	Interne Zinsfuß-Methode	155
5.3.1	Lösungsansätze für die Ermittlung des internen Zinsfußes (r)	156
5.3.2	Einzelinvestition	161
5.3.3	Auswahl alternativer Investitionsobjekte.....	165
5.3.4	Bildung vollständiger Alternativen — Differenzinvestition.....	166
5.3.5	Vergleich zwischen der internen Zinsfuß-Methode und der Kapitalwertmethode.....	169
5.3.6	Beurteilung der internen Zinsfuß-Methode zur Bestimmung der Vorteilhaftigkeit einer Investition	171
5.4	Annuitätenmethode	173
5.4.1	Einzelinvestition	176
5.4.2	Auswahl alternativer Investitionsobjekte.....	180
5.4.3	Wie eignet sich die Annuitätenmethode zum Bestimmen der Vorteilhaftigkeit einer Investition?.....	183
5.5	Dynamische Amortisationsrechnung.....	184
5.5.1	Beurteilung der dynamischen Amortisationsrechnung zur Bestimmung der Vorteilhaftigkeit einer Investition.....	186
5.6	Vermögensendwertmethode	187
5.6.1	Kontenausgleichsverbot.....	188
5.6.2	Kontenausgleichsgebot.....	190
5.6.3	Beurteilung der Vermögensendwertmethode.....	191
5.7	Sollzinssatzmethode.....	191
5.7.1	TRM-Methode.....	192
5.7.2	VR-Methode	194
5.7.3	Baldwin-Methode.....	195
5.8	Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt.....	197
5.8.1	Optimale Nutzungsdauer einer einmaligen Investition	198
5.8.2	Optimale Nutzungsdauer einer Investition bei einmaliger identischer Wiederholung.....	202
5.8.3	Optimale Nutzungsdauer eines Objektes mit unendlich vielen identischen Nachfolgeobjekten	204
5.9	Beurteilung der dynamischen Investitionsrechenverfahren.....	207
6	Unternehmensbewertung.....	209
6.1	Einführung.....	210
6.2	Anlässe der Unternehmensbewertung.....	210
6.3	Wert- und Preistheorie	211
6.4	Grundsätze ordnungsgemäßer Unternehmensbewertung.....	213
6.5	Verfahren der Unternehmensbewertung.....	215
6.5.1	Einzelbewertungsverfahren	216
6.5.2	Ertragswertverfahren.....	221
6.5.3	Mischverfahren.....	227
6.5.4	Stuttgarter Verfahren.....	230

6.5.5	Discounted-Cashflow-Verfahren	231
6.5.6	Multiplikatorverfahren	255
7	Systematik der Finanzierung	275
7.1	Einführung	276
7.2	Finanzierungsarten	276
7.3	Außen- und Innenfinanzierung	278
7.4	Eigen- und Fremdfinanzierung	280
7.4.1	Eigenkapital	282
7.4.2	Fremdfinanzierung	283
8	Kapitalbedarfs- und Finanzplanung	285
8.1	Einführung	286
8.2	Arten von Finanzplanrechnungen	287
8.3	Kapitalbedarf	288
8.4	Grundsätze und Aufgaben der Finanzplanung	295
8.5	Arten der Finanzplanung	297
8.5.1	Finanzpläne mit unterschiedlicher Erstellhäufigkeit	297
8.5.2	Finanzpläne mit unterschiedlicher Fristigkeit	297
8.5.3	Finanzpläne unter Berücksichtigung von Unsicherheiten	301
8.6	Finanzplan	302
8.7	Ableitung des Finanzplans aus den Teilplänen der Unternehmensplanung	306
8.8	Liquiditätsplanung	307
8.9	Maßnahmen zur Steuerung der Liquidität im Unternehmen	308
8.10	Fallbeispiel	309
9	Außenfremdfinanzierung	319
9.1	Einführung	320
9.2	Kreditwürdigkeit und Kreditsicherheiten	320
9.2.1	Kreditwürdigkeit und Kreditfähigkeit	320
9.2.2	Rating	322
9.2.3	Kreditbesicherung	323
9.3	Die kurz- und mittelfristige Kreditfinanzierung	336
9.3.1	Handelskredite	336
9.3.2	Kurz- und mittelfristige Bankkredite	345
9.4	Langfristige Kreditfinanzierung	356
9.4.1	Schuldverschreibungen (Anleihen)	357
9.4.2	Schuldscheindarlehen	367
9.4.3	Langfristige Bankkredite/Darlehen	370
9.5	Effektivzinsbestimmung bei langfristigen Darlehen	376
9.5.1	Effektivverzinsung bei einem endfälligen Darlehen	376

9.5.2	Effektivverzinsung bei einem Ratendarlehen (Abzahlungsdarlehen)	379
9.5.3	Effektivverzinsung bei einem Annuitätendarlehen	385
10	Beteiligungsfinanzierung.....	391
10.1	Einführung.....	392
10.2	Die Grundlagen der Beteiligungsfinanzierung	392
10.3	Beteiligungsfinanzierung nicht börsenfähiger Unternehmen.....	395
10.3.1	Stille Beteiligung	395
10.3.2	Business Angels.....	396
10.3.3	Beteiligungsgesellschaften.....	396
10.4	Beteiligungsfinanzierung börsennotierter Unternehmen	398
10.5	Kapitalerhöhung.....	399
10.5.1	Formen der Kapitalerhöhung bei einer Aktiengesellschaft	400
10.5.2	Bezugsrecht	403
11	Innenfinanzierung.....	411
11.1	Einführung.....	412
11.2	Selbstfinanzierung	414
11.3	Finanzierung aus Abschreibungen	418
11.3.1	Kapitalfreisetzungseffekt.....	419
11.3.2	Kapazitätserweiterungseffekt	420
11.4	Finanzierung aus Rückstellungen	425
11.4.1	Pensionsrückstellungen.....	427
11.4.2	Beurteilung der Pensionsrückstellungen	432
11.4.3	Finanzierungseffekte von Pensionsrückstellungen.....	433
11.5	Finanzierung aus sonstigen Kapitalfreisetzungen.....	436
11.5.1	Finanzierungseffekt von Rationalisierungsmaßnahmen	436
11.5.2	Finanzierung durch Vermögensumschichtung	437
11.5.3	Sale-and-lease-back-Verfahren	438
11.5.4	Working Capital Management	438
12	Sonderformen der Finanzierung	443
12.1	Sonderformen der Fremdfinanzierung.....	444
12.1.1	Leasing.....	444
12.1.2	Klassifikation und Formen des Leasings	445
12.1.3	Beurteilung des Leasings	474
12.1.4	Kalkulation von Leasingraten pro Jahr bei Vollamortisationsverträgen	477
12.1.5	Kalkulation der Leasingraten pro Monat.....	480
12.2	Factoring.....	484
12.2.1	Factoringvertrag.....	485

12.2.2	Formen des Factorings	487
12.2.3	Funktionen und betriebswirtschaftliche Effekte des Factorings.....	488
12.2.4	Auswirkungen des Factorings auf die Bilanz	491
12.2.5	Vor- und Nachteile des Factorings	494
12.3	Finetrading	495
12.4	Forfaitierung	496
12.5	Asset Backed Securities	498
12.5.1	Grundlagen der Asset Backed Securities.....	499
12.5.2	Vor- und Nachteile — Asset Backed Securities	502
12.6	Crowdfunding.....	503
12.6.1	Arten des Crowdfunding.....	504
13	Mezzanine-Finanzierungsinstrumente	509
13.1	Einführung.....	510
13.2	Formen von Mezzanine-Kapital.....	511
13.3	Stille Beteiligung	513
13.4	Genusskapital.....	516
13.4.1	Genussrechte.....	516
13.4.2	Genussscheine	517
13.5	Wandel- und Optionsanleihen.....	520
13.5.1	Wandelanleihen	521
13.5.2	Optionsanleihen.....	522
13.5.3	Going-public-Anleihen	523
13.6	Nachrangige/partiarische Darlehen und Verkäuferdarlehen	523
14	Finanzcontrolling und Finanzanalyse.....	525
14.1	Einführung.....	526
14.2	Rentabilität.....	528
14.2.1	Eigenkapitalrentabilität (Return on Equity, ROE)	529
14.2.2	Gesamtkapitalrentabilität (Return on Assets, ROA)	530
14.2.3	Return on Investment (ROI).....	532
14.2.4	Umsatzrentabilität (Return on Sales, ROS)	534
14.3	Liquidität	535
14.3.1	Absolute Liquidität.....	536
14.3.2	Working Capital.....	536
14.3.3	Relative Liquidität — Liquiditätsgrade	537
14.3.4	Gearing.....	539
14.4	Cashflow-Kennzahlen.....	541
14.4.1	Ermittlung des Cashflows.....	542
14.4.2	Schuldentilgungsdauer (dynamischer Verschuldungsgrad).....	543
14.4.3	Innenfinanzierungsgrad der Investitionen	545
14.4.4	Cash-Burn-Rate.....	546

14.5	Analyse der Kapitalstruktur.....	546
14.5.1	Eigenkapitalquote (Equity Ratio).....	547
14.5.2	Fremdkapitalquote (Debt Ratio, Anspannungsgrad).....	548
14.5.3	Statischer Verschuldungsgrad (Debt-Equity Ratio)	549
14.5.4	Rückstellungsquote	549
14.5.5	Selbstfinanzierungsgrad.....	550
14.6	Analyse der Vermögensstruktur	550
14.6.1	Anlagenintensität	551
14.6.2	Vermögenskonstitution.....	552
14.6.3	Umlaufintensität (Arbeitsintensität)	553
14.6.4	Vorratsintensität	553
14.7	Horizontale Bilanzstruktur – Kennzahlen zur Finanzlage.....	554
14.7.1	Goldene Finanzierungsregel	554
14.7.2	Goldene Bilanzregel	555
14.8	Analyse der Investitionspolitik	559
14.8.1	Anlagenabnutzungsgrad	559
14.8.2	Investitionsquote Sachanlagen	559
14.8.3	Wachstumsquote.....	560
14.8.4	Abschreibungsquote.....	561
14.8.5	Optimales Verhältnis von Fremdkapital zu Eigenkapital	562
14.8.6	Financial Covenants	566
	Vokabelliste	569
	Formelsammlung für Klausuren	587
	Literaturverzeichnis	591
	Stichwortverzeichnis	603

Vorwort zur 3. Auflage

Liebe Leserinnen und Leser,

Das Buch wurde in der dritten Auflage umfassend aktualisiert und überarbeitet. Es wendet sich sowohl an Studierende von Hochschulen, Universitäten, Dualen Hochschulen, Verwaltungs- und Wirtschaftsakademien als auch an Praktiker. Außerdem eignet sich das Buch sehr gut für das Selbststudium und die Weiterbildung. Die Thematik der Investition und Finanzierung wird in einer kompakten und klar strukturierten Form vermittelt.

Die Leserfreundlichkeit und Verständlichkeit wurden durch eine Vielzahl von Ergänzungen sowie die umfassende Überarbeitung von Tabellen/Abbildungen und die Einfügung von zusätzlichen Beispielen weiter verbessert. Beispielweise: die ausführlichere Erläuterung der Gewinnvergleichsrechnung, die Ermittlung der kritischen Auslastungsmenge, die Berechnung der Effektivverzinsung und die Komplettüberarbeitung des Kapitels Unternehmensbewertung. Ferner befindet sich am Ende des Buches eine Vokabelliste für die Themenbereiche: Investition, Unternehmensbewertung und Finanzierung sowie eine kompakte Formelsammlung.

Mein Dank gilt den Studierenden der Hochschule Karlsruhe für die Anregungen, Hinweise und Verbesserungsvorschläge sowie den Lehrenden für die positiven und konstruktiven Rückmeldungen. Ferner möchte ich meinem Kollegen Herrn Prof. Dr. Udo Krzensk für die langjährige sehr gute und konstruktive Zusammenarbeit danken.

Wieder bedanken möchte ich mich bei Frau Kathrin Menzel-Salpietro vom Haufe-Lexware Verlag sowie dem Lektor Herrn Helmut Haunreiter für die sehr gute Zusammenarbeit bei der Neuauflage.

Sehr gerne nehme ich immer dankend Hinweise von meinen Leserinnen und Leser unter joerg.woeltje@t-online.de entgegen, die der Verbesserung des Buches dienen.

Ich wünsche allen Leserinnen und Lesern viel Freude und Erfolg beim Lesen des Buches und den Studierenden viel Erfolg für Ihre Klausuren und Prüfungen.

Malsch, im September 2022

Jörg Wöltje

Vorwort zur 2. Auflage

Die Grundstruktur und das didaktische Konzept des Buchs, das Sie mit den Grundlagen der Investition, Unternehmensbewertung und Finanzierung vertraut macht, wurde beibehalten. Die zweite Auflage wurde in vielen Bereichen ergänzt, weitere Beispiele und Übungsaufgaben wurden aufgenommen. So wurde beispielsweise das Kapitel Unternehmensbewertung ausführlicher beschrieben und um zahlreiche Übungsaufgaben ergänzt. Die dynamische Investitionsrechnung wurde um die Kapitalwertrate und die Sollzinsmethode erweitert. In der Finanzierung wurden neue Themengebiete wie z. B. Commercial Papers, Forfaitierung, Crowdfunding und Asset Backed Securities eingeführt.

In jedem Hauptkapitel finden Sie Hinweise zu den Übungsaufgaben, die Sie bei den Arbeitshilfen online zusammen mit den Lösungen herunterladen können. Es stehen Ihnen online mehr als 160 Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen zur Verfügung, damit Sie das Gelernte selbstständig überprüfen und üben können.

Bedanken möchte ich mich bei den Studierenden der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der Hochschule Karlsruhe, den Studierenden der VWA-Baden sowie bei allen Lesern, die mit Ihren wertvollen Anregungen geholfen haben, die Qualität des Buches weiter zu verbessern.

Besonders bedanken möchte ich mich bei Frau Kathrin Menzel-Salpietro vom Haufe-Lexware Verlag und bei meinem Lektor Herrn Helmut Haunreiter für die sehr gute Zusammenarbeit bei der Neuauflage.

Sehr gerne nehme ich immer dankend Hinweise meiner Leserinnen und Leser unter joerg.woeltje@t-online.de entgegen, die der Verbesserung des Buches dienen.

Ich wünsche allen Leserinnen und Lesern viel Freude und Erfolg bei der Beschäftigung mit den Grundlagen der Investition, Unternehmensbewertung und Finanzierung sowie meinen Studierenden alles Gute für Ihre Klausuren und Prüfungen.

Malsch, im September 2016

Jörg Wöltje

Vorwort zur 1. Auflage

Liebe Leserinnen und Leser,

für alle Unternehmen sind Investitions- und Finanzierungsentscheidungen von operativer und strategischer Bedeutung. Sie stellen das Fundament für den künftigen Unternehmenserfolg dar. Ein Verständnis für Finanzierungsfragen ist daher heute unverzichtbar. Das Lehr- und Arbeitsbuch ist ideal zum Selbststudium und zur Prüfungsvorbereitung geeignet und wendet sich an Studierende an Hochschule und an Weiterbildungseinrichtungen ebenso wie an interessierte Fach- und Führungskräfte.

Das Buch vermittelt praxisbezogene Grundlagen, aber auch vertiefte Kenntnisse der Investitionsrechnung und der Finanzierung.

Zusätzlich bietet Ihnen das Buch einen besonderen Service: die Arbeitshilfen online. Zu jedem Kapitel finden Sie dort zahlreiche Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen, damit Sie üben und Ihr erworbenes Wissen selbst kontrollieren können. Insgesamt gibt es über 120 Aufgaben mit Lösungen. Sie haben die Möglichkeit, sich kurzfristig mit einzelnen Themen der Finanzierung und der Investitionsrechnung vertraut zu machen. Im Buch finden Sie eine Vielzahl von Abbildungen, tabellarischen Zusammenfassungen, Merksätzen und Beispielen, die alle einem Ziel dienen: Sie dabei zu unterstützen, die Inhalte schnell zu verstehen und sich effizient einzuprägen.

Das Lehr- und Arbeitsbuch ist aus den Vorlesungsunterlagen der Lehrveranstaltung „Finanzierung und Investition“ an der Hochschule für Technik und Wirtschaft Karlsruhe sowie an der VWA Baden entstanden. In diesem Zusammenhang möchte ich mich ganz herzlich bei den Studierenden der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der Hochschule Karlsruhe bedanken, die mit ihren Anregungen wichtige und wertvolle Hinweise für die Entstehung des Buchs lieferten.

Das Buch ist in drei Kernabschnitte mit insgesamt 14 Kapiteln unterteilt. Der erste Abschnitt bietet eine Einführung in die Thematik der Finanzierung und Investition mit den Kapiteln „Einführung in die betriebliche Finanzwirtschaft“ und „Finanzmathematische Grundlagen“. Dort gewinnen Sie einen Gesamtüberblick und erfahren die Grundlagen für die späteren Berechnungen.

Der zweite Abschnitt widmet sich der Investitionsrechnung und der Unternehmensbewertung. In diesen Kapiteln werden insbesondere die verschiedenen Verfahren der statischen und dynamischen Investitionsrechnung erläutert.

Im dritten Abschnitt (die Kapitel „Systematik der Finanzierung“ bis „Mezzanine-Finanzierungsinstrumente“), dem umfangreichsten Teil des Buchs, werden die verschiedenen Finanzierungsformen und -arten besprochen. Im letzten Kapitel „Finanzcontrolling“ werden die relevanten finanz- und erfolgswirtschaftlichen Kennzahlen vorgestellt und anhand eines Fallbeispiels berechnet.

Ziel des Buchs ist es, anhand von kurzen und prägnanten Lehrtexten, zahlreichen Beispielen und Übungen mit Lösungen, die wichtigsten Finanzierungsmethoden und Investitionsrechnungsverfahren praxisorientiert zu vermitteln. Nach jedem Kapitel können Sie Ihr gelerntes Wissen anhand der bereits erwähnten Übungen und Lösungen überprüfen und weiter vertiefen.

Bei den Arbeitshilfen online finden Sie neben den Aufgaben und Lösungshinweisen u. a. auch Auszüge aus finanzmathematischen Tabellen.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinem Kollegen Herrn Prof. Dr. Udo Krzensk für den sehr bereichernden Gedankenaustausch zu einzelnen Spezialfragen und dem Lektor Herrn Helmut Haunreiter für die stets hervorragende und harmonische Zusammenarbeit sowie seine exzellente Unterstützung.

Ich wünsche allen Leserinnen und Lesern viel Erfolg mit diesem Buch.

Für Hinweise, Anregungen und Verbesserungsvorschläge bin ich immer sehr dankbar. Bitte senden Sie diese per Mail an: joerg.woeltje@t-online.de

Malsch, im Oktober 2012

Jörg Wöltje

Abkürzungsverzeichnis

a	Abschreibungsbetrag
A ₀	Anschaffungsauszahlung, Anschaffungswert, Anschaffungskosten
aLuL	aus Lieferungen und Leistungen
A	Auszahlungskurs, Auszahlungsbetrag
Abb.	Abbildung
AbF	Abzinsungsfaktor $(1 + i)^{-n}$, Diskontierungsfaktor
ABS	Asset Backed Securities
Abs.	Absatz
AfA	Absetzung für Abnutzung
AG	Aktiengesellschaft
AHK	Anschaffungs- oder Herstellungskosten
AK	Anschaffungskosten
AKB	Anlagekapitalbedarf
AktG	Aktiengesetz
AO	Abgabenordnung
APV	Adjusted Present Value
AuF	Aufzinsungsfaktor $(1 + i)^n$
A _t	Auszahlungen im Jahr t
AV	Anlagevermögen
B	Bearbeitungsgebühr, Vermittlungskosten, Betriebskosten
BCF	Brutto-Cashflow
BDL	Bundesverband Deutscher Leasing-Unternehmen
BEM	Break-Even-Menge
BEU	Break-Even-Umsatz
BFH	Bundesfinanzhof
BGA	Betriebs- und Geschäftsausstattung
BGB	Bürgerliches Gesetzbuch
BilMoG	Bilanzrechtsmodernisierungsgesetz
BK	Betriebskosten
BMF	Bundesministerium der Finanzen
BörsG	Börsengesetz
BörsZulV	Börsenzulassungsverordnung
BP	Basispunkte
BR	Bezugsrecht

BUW	Bruttounternehmenswert
BW	Barwert
CAPM	Capital Asset Pricing Model
C_0	Kapitalwert
C_0^D	Kapitalwert der Differenzinvestition
$C_{0K,max}$	maximaler Kapitalwert der Investitionskette (im Zeitpunkt 0)
$C_{tE,opt}$	Kapitalwert einer Einzelinvestition der Investitionskette im Zeitpunkt der Realisierung während ihrer optimalen Nutzungsdauer
CCC	Cash Conversion Cycle (Geldumschlagsdauer)
CF	Cashflow
CFROI	Cashflow Return on Investment
CME	Chicago Mercantile Exchange
CP	Commercial Papers
C_r	Kapitalwertrate
CVA	Cash-Value-Added
D	durchschnittlich gebundenes Kapital (\emptyset Kapitaleinsatz)
D	Darlehenssumme
DAX	Deutscher Aktienindex
DB	Deckungsbeitrag
db	Stückdeckungsbeitrag (absolut), Deckungsspanne
DCF	Discounted-Cashflow
DIH	Days Inventors Held (Lagerreichweite)
DN	Dividendennachteil
DPO	Days Payable Outstanding (Kreditorenlaufzeit)
DRS 2	Deutscher Rechnungslegungsstandard Nr. 2
DSO	Days Sales Outstanding (Debitorenlaufzeit)
DV	Dividendenvorteil
DVFA/SG	Deutsche Vereinigung für Finanzanalyse und Anlageberatung e. V./Schmalenbach-Gesellschaft — Deutsche Gesellschaft für Betriebswirtschaft e. V.
E	Erlöse bei der statischen Investitionsrechnung, Gewerbeertrag vor Abzug der Gewerbesteuer
EBIT	Earnings before Interest and Taxes (Gewinn vor Zinsen und Steuern)
EBITDA	Earnings before Interest and Taxes, Depreciation and Amortization (Gewinn vor Zinsen, Steuern und Abschreibungen)
EE-Steuern	Steuern vom Einkommen und Ertrag Steuern vom Einkommen und Ertrag
EK	Eigenkapital

EGT	Ergebnis der gewöhnlichen Geschäftstätigkeit
EK _{Markt}	Marktwert des Eigenkapitals
EKR	Eigenkapitalrentabilität
EPS	Earning-per-Share (Gewinn je Aktie)
EST	Einkommensteuer
ESTG	Einkommensteuergesetz
ESTR	Einkommensteuerrichtlinien
E _t	Einzahlungen im Jahr t
E _t - A _t	Einzahlungsüberschüsse im Jahr t
ETF	Exchange Trade Funds
EU	Europäische Union
EUR	Euro
EURO STOXX	Europäischer Aktienindex
EUREX	European Exchange, Europäische Terminbörse
EURIBOR	Euro Interbank Offered Rate
EVA	Economic-Value-Added
EW	Ertragswert
EWf	Endwertfaktor
EZB	Europäische Zentralbank
EZÜ	Einzahlungsüberschüsse
f	Skontofrist
FCF	Free Cash Flow, Freier Cashflow
FCF _t	Free Cashflow im Zeitpunkt t (= Detailplanungszeitraum)
FCF _{n+1}	Free Cashflow im Fortführungswert (Terminal Value, Restwert)
FEK	Fertigungseinzelkosten
FGK	Fertigungsgemeinkosten
FK	Fremdkapital
FKR	Fremdkapitalrentabilität
FK _{Markt}	Marktwert des Fremdkapitals
FKZ	Fremdkapitalzinssatz
FRA	Forward Rate Agreement
FtD	Flow to Debt
FtE	Flow to Equity
FV	Finanzierungsvolumen
FWB	Frankfurter Wertpapierbörse
g	Ratenzahlungen
G	Gewinn
G ₀	Sichtguthaben (Geldbestand) zum Zeitpunkt t = 0

G_E	Gewerbeertragsteuer
GbR	Gesellschaft bürgerlichen Rechts
GewStG	Gewerbsteuergesetz
GK_{Markt}	Marktwert des Gesamtkapital
GKR	Gesamtkapitalrentabilität
GKS	Gesamtkapitalkostensatz
GmbH	Gesellschaft mit beschränkter Haftung
G_t	zeitlicher Grenzgewinn
GuV	Gewinn-und-Verlust-Rechnung
GW	Geschäftswert (Goodwill)
h	Habenzinssatz, Hebesatz der Gemeinde bei der Gewerbesteuer
HGB	Handelsgesetzbuch
HK	Herstellkosten/Herstellungskosten
HV	Hauptversammlung
i	Zinsrate ($p/100$), Kalkulationszinssatz (%), Nominalzinssatz p. a.
I_0	Investitionsauszahlung, Anschaffungsauszahlung
i_{appr}	approximativer Jahresprozentsatz (%)
I^D	Differenzinvestition
IDW	Institut der Wirtschaftsprüfer
i_{eff}	Effektivzins
i_{Eigen}	Kalkulationszinssatz bei Eigenfinanzierung
i_{Fremd}	Kalkulationszinssatz bei Fremdfinanzierung
IFRS	International Financial Reporting Standards
i_{haben}	Habenzinssatz
i_{kalk}	Kalkulationszinssatz
i_{Misch}	Kalkulationszinssatz bei Mischfinanzierung
i_{min}	Mindestverzinsungsanforderung
i_{nom}	Nominalzins
IPO	Initial Public Offering (erstmaliger Gang an die Börse)
i_{ref}	Refinanzierungzinssatz
i_{soll}	Sollzinssatz
$i_{\text{soll_krit}}$	kritischer Sollzinssatz
JÜ	Jahresüberschuss
K	Kosten pro Periode, Gesamtkosten
k	Stückkosten
K_0	Barwert, Gegenwartswert, Anfangskapital
K_{alt}	Kosten der alten Anlage
KB_t	Kapitalbedarf zum Zeitpunkt t

KBV	Kurs-Buchwert-Verhältnis
KCV	Kurs-Cashflow-Verhältnis
KD	Kapitaldienst
KEF	Kapazitätserweiterungsfaktor
K_{fix}	gesamte Fixkosten
KfW	Kreditanstalt für Wiederaufbau
KG	Kommanditgesellschaft
KGaA	Kommanditgesellschaft auf Aktien
K_G	Gesamtkosten
KGV	Kurs-Gewinn-Verhältnis
KK	Kontokorrent
K_a^l	die laufenden Kosten der alten Anlage je Zeitabschnitt
K_n^l	die laufenden Kosten der neuen Anlage je Zeitabschnitt
K_n	die Kosten der neuen Anlage je Zeitabschnitt
K_n	Endkapital, Endwert
K_{neu}	Kosten der neuen Anlage
K_t	Kapital zum Zeitpunkt t
k_{var}	variable Stückkosten
KP	Kredit-, Bereitstellungsprovision
KSt	Körperschaftsteuer
KStG	Körperschaftsteuergesetz
KUV	Kurs-Umsatz-Verhältnis
KWF	Kapitalwiedergewinnungsfaktor, Annuitätenfaktor
KWG	Kreditwesengesetz
I	durchschnittliche Verringerung des Liquiditätserlöses
L	Liquidationserlös
L	jährliche Leasingrate
I	monatliche Leasingrate
LG	Leasinggeber
LIBOR	London Interbank Offered Rate
L_0	Liquidationsüberschuss der alten Anlage zu Beginn des Planungszeitraums
LIFFE	London International Financial Futures Exchange
L_v	Liquidationsüberschuss der alten Anlage am Ende der Vergleichsperiode
L_T	Liquidationsüberschuss der neuen Anlage am Ende ihrer Lebensdauer
L_t	Liquidationsüberschuss bei einer Nutzungsdauer von t Perioden

LN	Leasingnehmer
LR	Leasingrate
m	Anzahl unterjähriger Zinsperioden; Steuermesszahl
M&A	Mergers & Acquisitions
MBI	Management-Buy-In
MBO	Management-Buy-Out
MDAX	Mid-Cap-DAX
MEK	Materialeinzelkosten
MGK	Materialgemeinkosten
Mio.	Millionen
MRP	Marktrisikoprämie
MW	Mittelwertverfahren
n	Nutzungsdauer des Investitionsobjektes in Jahren, Kreditlaufzeit
ND	Nutzungsdauer
NOA	Net Operating Assets
NOPAT	Net Operating Profit After Taxes
NOPLAT	Net Operating Profit Less Adjusted Taxes (Ergebnis vor Zinsen und nach adaptierten Steuern)
NUW	Nettounternehmenswert
N_0	Barwert der Liquidationserlöse des nicht betriebsnotwendigen Vermögens (Marktwert des nicht betriebsnotwendigen Vermögens)
OHG	Offene Handelsgesellschaft
OTC	over the counter
p	Zinssatz für eine Zinsperiode (Zahl vor dem %-Zeichen)
p. a.	per annum (pro Jahr)
p_{eff}	Effektivzins p.a.
PER	Price-Earnings-Ratio
p_m	Periodenzins nominal
PR	Pensionsrückstellung(en)
q	Zinsfaktor (= $1 + i$) bzw. Gewichtungsfaktor für Ertragswert
q^n	Aufzinsungsfaktor
q^{-n}	Abzinsungsfaktor
r	interner Zinsfuß (erwartete Rendite)
r_f	Zinssatz für risikofreie Anlagen
r_m	Marktrendite
R	Restwert, Rückflüsse
R	Rückzahlungsbetrag

R	Ergebnisknoten
RAP	Rechnungsabgrenzungsposten
RB	Rechnungsbetrag
RBF	Rentenbarwertfaktor
RBW	Rentenbarwert
RE	Rentabilität
RE _{min}	Mindestrentabilität
RHB	Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe
RLZ	Restlaufzeit
ROA	Return on Assets
ROCE	Return on Capital Employed
ROE	Return on Equity
ROI	Return on Investment
ROIC	Return on Invested Capital
RVF	Restwertverteilungsfaktor (Rückwärtsverteilungsfaktor)
RW	Restwert
RW _n	Restwert am Ende der Nutzungsdauer (Liquidationsüberschuss)
S	Skontosatz
SE	Societas Europaea (Europäische Aktiengesellschaft)
SF	Selbstfinanzierung
S ₀	Sonderzahlung bei Vertragsbeginn
SolZ	Solidaritätszuschlag
SPV	Special Purpose Vehicle
St	Steuern
St.	Stück
St _u	Steuersatz des Unternehmens
SW	Substanzwert
T	das Ende der Lebensdauer (0, T) der neuen Anlage
t	Laufvariable für Perioden, Teil (Vielfaches) einer Zinsperiode
Tab.	Tabelle
TCF	Total Cashflow
t _d	dynamische Amortisationszeit in Jahren
TEUR	tausend Euro
t _f	tilgungsfreie Laufzeit
t _m	mittlere Laufzeit
t _{max}	Höchstamortisationsdauer
t _{opt}	optimale Nutzungsdauer
t _w	Statische Amortisationszeit in Jahren

TRW	Teilreproduktionswert beim Substanzwertverfahren
TS	Tax Shield (Steuervorteile aus der Fremdkapitalfinanzierung)
UBG	Unternehmensbeteiligungsgesellschaft
UG	Unternehmergesellschaft
UP	Umsatzprovision
UKB	Umlaufkapitalbedarf
USD	US-Dollar
UV	Umlaufvermögen
UW	Unternehmenswert
v	Umfang der Vergleichsperiode
VC	Venture Capital
VerkProspG	Verkaufsprospektgesetz
VG	Vermögensgegenstände
V_n	Vermögensendwert
VRW	Vollreproduktionswert beim Substanzwertverfahren
VU	Vergleichsunternehmen
w	Wachstumsrate
WACC	Weighted Average Cost of Capital
WBK	Wiederbeschaffungskosten
WCM	Working Capital Management
WpHG	Wertpapierhandelsgesetz
WpPG	Wertpapierprospektgesetz
X	Stück, Menge
Xetra	Exchange Electronic Trading
X_{krit}	kritische Auslastung, kritische Absatzmenge
Z	Zinsen pro Periode
Z_t	Zinsen für den Zeitraum t
z	Rückflüsse, Annuität, Zahlungen
z	Annuität, Risikozuschlag, Zahlungsziel, Zahlungsreihe
z	im Zeitablauf konstante Zahlung pro Periode
z-f	Skontobezugszeitraum
ZA	Zeitabschnitt
ZU	Zielunternehmen
β_{uv}	unverschuldetes Beta (Risikomaß)
β_v	verschuldetes Beta

1 Einführung in die betriebliche Finanzwirtschaft

Summary

In diesem Einführungskapitel werden Sie mit den finanzwirtschaftlichen Zusammenhängen und Grundbegriffen vertraut gemacht.

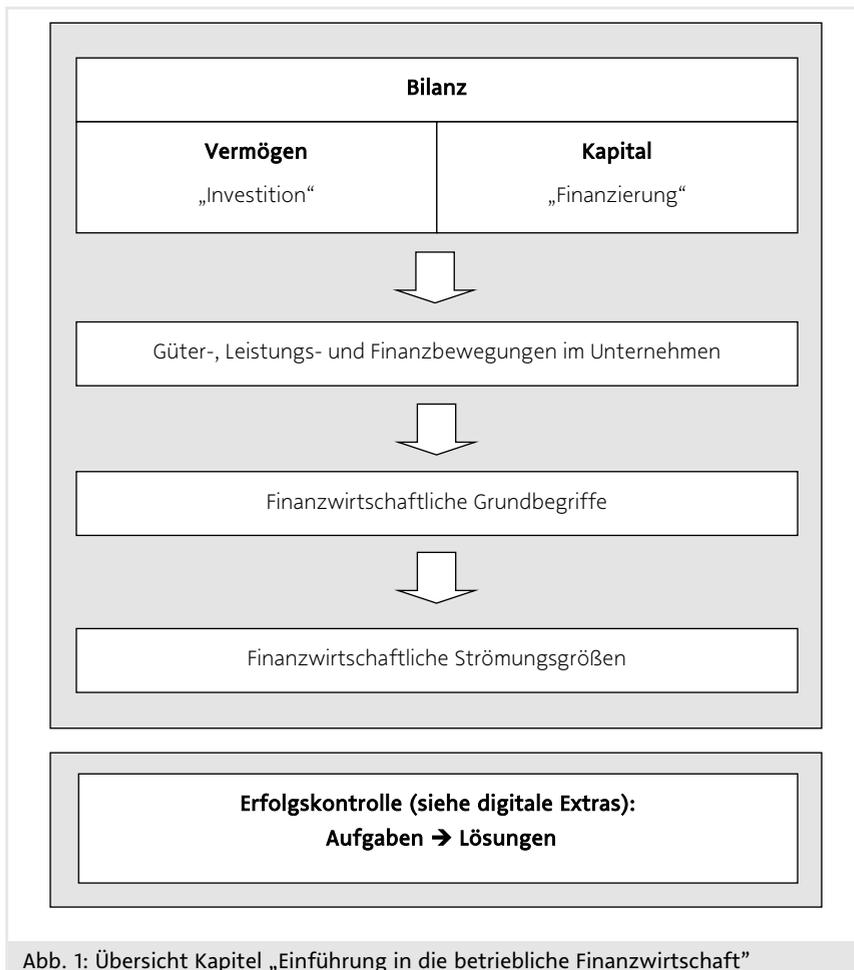


Abb. 1: Übersicht Kapitel „Einführung in die betriebliche Finanzwirtschaft“

1.1 Grundlagen der Finanzwirtschaft

„Finanzwirtschaft“ ist der Oberbegriff für die Kapitalaufbringung (Finanzierung), die Kapitalanlage (Investition) und die Kapitalverwaltung (Zahlungsverkehr). Die Finanzwirtschaft hat folgende Aufgabe: Sie lenkt alle finanziellen Maßnahmen zur Planung, Steuerung und Kontrolle der Zahlungsströme, die durch die Vorbereitung, Durchführung und Veräußerung von Unternehmensleistungen bedingt sind. Zudem muss sie die Liquidität des Unternehmens gewährleisten.

Die zur Verfügung stehenden finanziellen Mittel sind im Zeitalter der sich ständig verkürzenden Produktlebenszyklen, der immer schneller fortschreitenden Technologieentwicklung und des wachsenden Konkurrenzdrucks entscheidend für die Wettbewerbsfähigkeit von Unternehmen.

Die Finanzierung ist daher eine wesentliche Grundlage für die Existenz eines jeden Unternehmens. Denn ein Unternehmen muss seinen finanziellen Verpflichtungen zu jedem Zeitpunkt nachkommen können, da ansonsten die Gefahr einer Insolvenz besteht. Zu den Aufgaben der Finanzierung gehört die Kapitalbeschaffung, d. h. die Planung, die Steuerung und die Kontrolle der finanziellen Vorgänge sowie die Erschließung und Nutzung von Finanzierungsquellen.

Die finanziellen Vorgänge in einem Unternehmen finden ihren Niederschlag in der Bilanz. Die Kapitalbeschaffung zeigt sich zunächst im Kapitalbereich — auf der Passivseite. Unter Kapital versteht man die finanziellen Mittel, die entweder von den Eigentümern oder von Dritten zur Verfügung gestellt werden:

- Wenn das Kapital von den Eigentümern bereitgestellt ist oder als nicht ausgeschütteter Gewinn in der Unternehmung belassen wird, spricht man vom Eigenkapital.
- Finanzierungsmittel, die Dritte als Gläubiger für eine begrenzte Zeit zur Verfügung stellen, werden als Fremdkapital bezeichnet. Dazu gehören die Verbindlichkeiten und die Rückstellungen.

Die Passivseite gibt Auskunft darüber, welche Kapitalbeträge der Unternehmung in welcher rechtlichen Form (Eigen- oder Fremdkapital) zur Verfügung stehen.

Der Vermögensbereich (Aktivseite) bildet die Mittelverwendung ab. Er zeigt, welche Arten von Vermögen die Unternehmung besitzt, und zwar unterteilt in Anlagevermögen und Umlaufvermögen.

Aktiva		Bilanz		Passiva	
Anlagevermögen	...	Eigenkapital	...		
Umlaufvermögen	...	Fremdkapital	...		
= Mittelverwendung			= Mittelherkunft		
= Investition			= Finanzierung		

Abb. 2: Struktur einer Bilanz

Die folgende Grafik veranschaulicht anhand der Bilanz, wie sich die Begriffe Investition und Finanzierung voneinander unterscheiden:

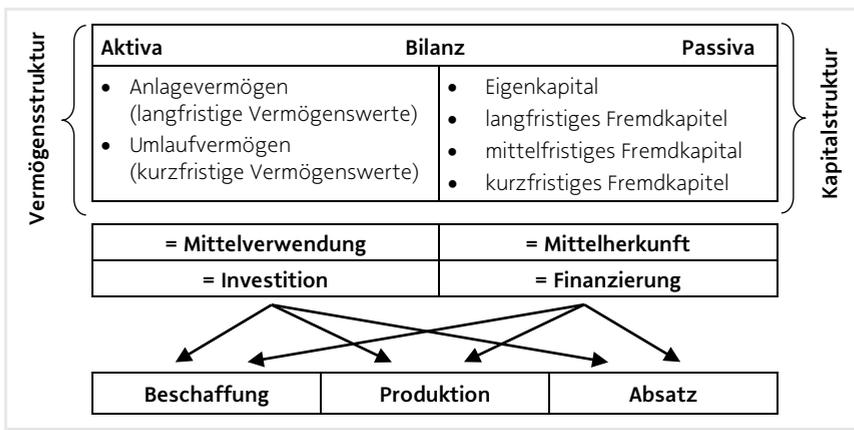


Abb. 3: Unterscheidung zwischen Investition und Finanzierung anhand der Bilanz

Die Begriffe Investition und Finanzierung stehen in einem engen Zusammenhang, da sich Investitionen selten ohne finanzielle Unterstützung realisieren lassen. Man verwendet finanzielle Mittel, um Sachvermögen, immaterielles Vermögen oder Finanzvermögen zu beschaffen und tut dies mit der Erwartung, später damit Gewinne zu erzielen. Bevor eine Investition realisiert werden kann, müssen jedoch finanzielle Mittel zur Verfügung stehen, d. h., eine Investition (Mittelverwendung) setzt eine Mittelbeschaffung voraus. Allerdings müssen die beschafften finanziellen Mittel nicht zwingend für Investitionen genutzt werden.

Das sollten Sie sich merken:



Investitionen sind „Auszahlungen, die in der Erwartung getätigt werden, zukünftig (überwiegend) Einzahlungen zu erzielen“¹.

Unter **Finanzierung** versteht man alle Möglichkeiten, die der Beschaffung von finanziellen Mitteln (Kapital), mit denen die Zahlungsfähigkeit eines Unternehmens gewährleistet wird, dienen.

¹ Braun, T., Investition und Finanzierung, 2009, S. 7.

Wie bereits erwähnt, handelt es sich beim Kapital um die Mittel, die ein Unternehmen zur Verwirklichung seiner unternehmerischen Aufgaben investiert hat.

Zum Vermögen gehören die vom Unternehmen benötigten Produktionsfaktoren:

- Sachmittel wie z. B. Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe, Maschinen, Büro- und Geschäftsausstattung, Gebäude,
- Rechte wie beispielsweise Patente, Lizenzen, Konzessionen und
- finanzielle Mittel wie Zahlungsmittel, Sichtguthaben, Wertpapiere.

Das als Vermögen konkretisierte Kapital stellt, soweit es nicht Geld ist, eine Investition dar. Die Einsatzfaktoren der Aktivseite der Bilanz binden das auf der Passivseite der Bilanz ausgewiesene Kapital.

Wie eingangs erwähnt, teilt man das Vermögen in Anlage- und Umlaufvermögen ein. Die beiden Vermögensarten lassen sich folgendermaßen unterscheiden:

Anlagevermögen	Es steht dem Unternehmen dauernd oder langfristig zur Verfügung, z. B. in Form von Sachanlagen, Beteiligungen, Konzessionen und gewerbliche Schutzrechte.
Umlaufvermögen	Beim Umlaufvermögen handelt es sich um Vermögensgegenstände, die i. d. R. nicht dauerhaft im Unternehmen verbleiben. Dazu gehören, z. B. Vorräte, Forderungen, kurzfristige Wertpapiere, Sichtguthaben.

In jedem Unternehmen gibt es güter- und leistungswirtschaftliche Prozesse, die ihren Niederschlag in Güter- und Leistungsströmen finden. Sie fließen in die entgegengesetzte Richtung der Zahlungsströme: Die Produktionsfaktoren zu beschaffen, löst Auszahlungen aus, während der Absatz der erstellten Güter und Leistungen Einzahlungen zur Folge hat.

Die Beschaffungsmärkte lassen sich in den Arbeitsmarkt (Beschaffung von Personal), den Betriebsmittelmarkt (Beschaffung von Maschinen und Werkzeugen) und den Markt für Materialien (Beschaffung von Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffen) unterteilen.

Für die Bezahlung der eingekauften Materialien und Betriebsmittel bzw. für die Entlohnung der Arbeitskräfte verwendet das Unternehmen die finanziellen Mittel. Diese finanziellen Mittel werden entweder vom Geldmarkt (kurzfristige Fremdkapitalfinanzierung) und Kapitalmarkt (langfristiges Fremd- bzw. Eigenkapital) bereitgestellt oder stammen aus den Umsatzerlösen, die durch den Verkauf der betrieblichen Produkte und Leistungen erzielt werden.

Die Verknüpfungen eines Unternehmens mit den Finanzmärkten (Geld- und Kapitalmärkte), den Beschaffungsmärkten und den Absatzmärkten ergeben die Grundstruktur der außenbetrieblichen Beziehungen. Die folgende Abbildung zeigt die gegenseitigen Abhängigkeiten dieser Ströme.

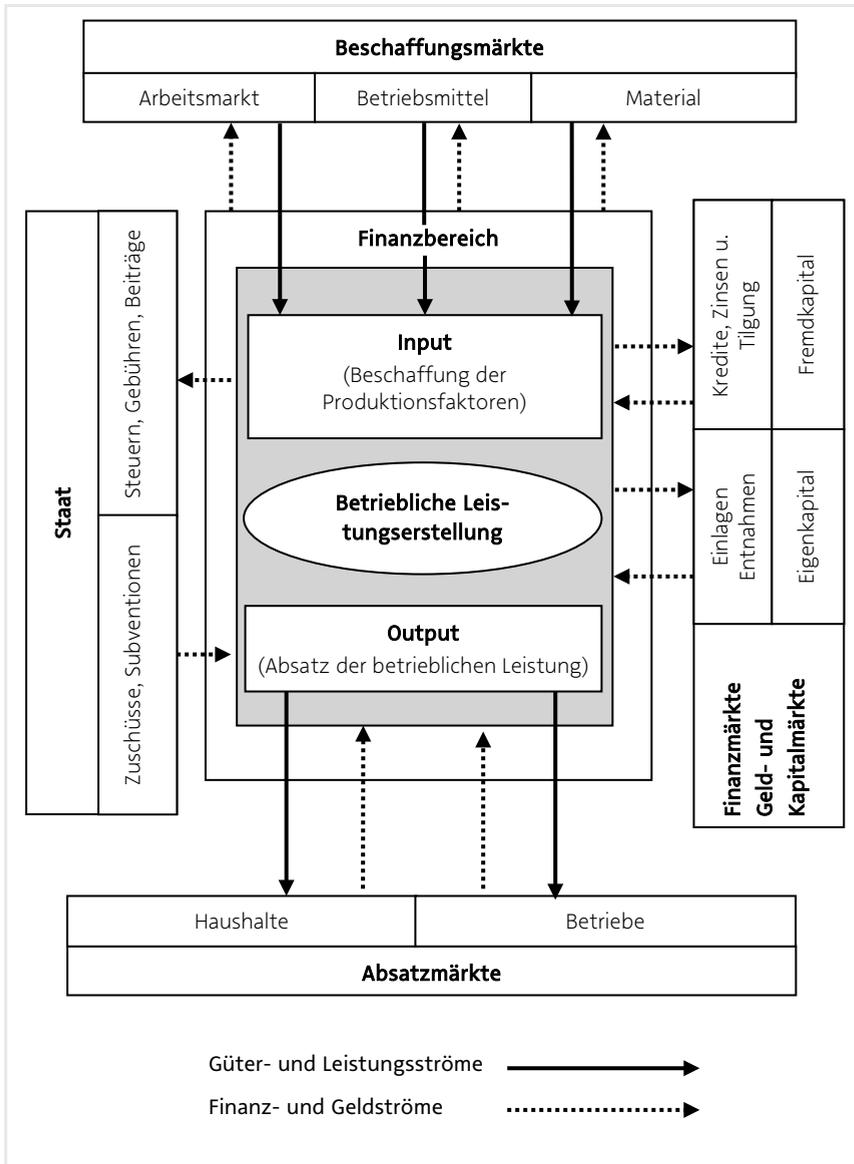


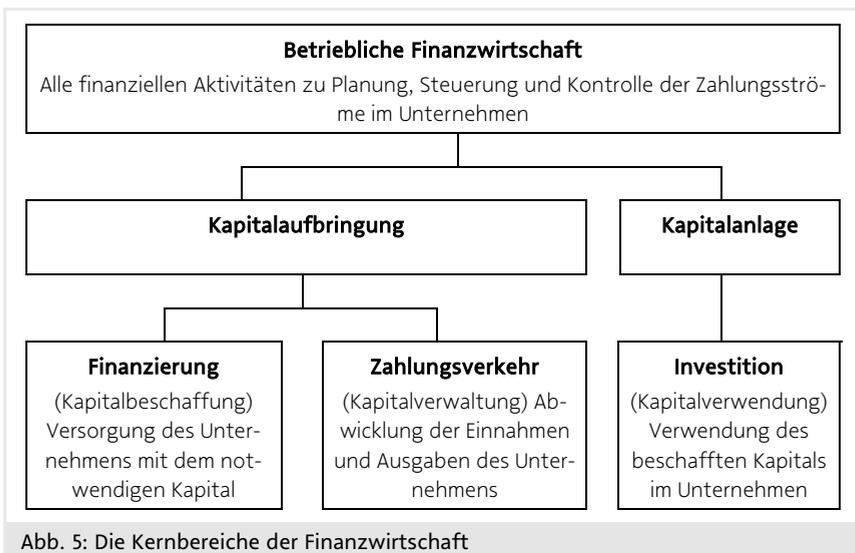
Abb. 4: Die Güter-, Leistungs- und Finanzbewegungen des Unternehmens

1.2 Finanzwirtschaftliche Grundbegriffe

Die betriebliche Finanzwirtschaft, d. h. die Investition, die Finanzierung und der Zahlungsverkehr, hat die Aufgabe, die Zahlungsmittelzuflüsse und -abflüsse, die sich aus den finanz- und güter- bzw. leistungswirtschaftlichen Beziehungen eines Unternehmens ergeben, im Gleichgewicht zu halten. Hierzu sind der Kapitalbedarf und die verfügbaren Mittel aufeinander abzustimmen.

Zu den Aufgaben des Finanzmanagements gehören die Kapitalbeschaffung (Finanzierung), die Disposition der finanziellen Mittel unter Risiko- und Ertrags Gesichtspunkten (finanzielles Gleichgewicht), die Liquiditäts- und langfristige Finanzplanung sowie das „Beziehungsmanagement“ mit aktuellen und potenziellen Geldgebern.²

Die finanzwirtschaftlichen Aufgaben eines Unternehmens können in die Kapitalbeschaffung, Kapitalverwendung und Kapitalverwaltung (Zahlungsverkehr) unterteilt werden. Da die Kapitalbeschaffung untrennbar mit der Kapitalverwaltung verbunden ist, bietet es sich an, beide Vorgänge zu dem Kernbereich Kapitalaufbringung zusammenzufassen. Die beiden Kernbereiche der Finanzwirtschaft sind somit die Kapitalaufbringung (Finanzierung) und die Kapitalanlage (Investition).



² Koss, C., Basiswissen Finanzierung, 2006, S. 10.

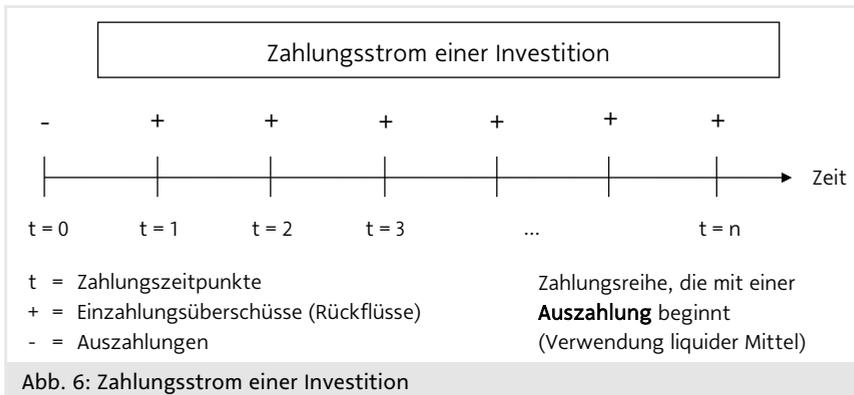
Mithilfe einer Investition werden flüssige Mittel (Geld) in Realvermögen (langfristig gebundenes Kapital) umgewandelt. Die Kapitalbeschaffung bzw. Finanzierung hat die Aufgabe, das Unternehmen mit dem erforderlichen Kapital zu versorgen. D. h., die Finanzierung umfasst alle Maßnahmen zur Aufrechterhaltung des finanziellen Gleichgewichts. Der Zahlungsverkehr dient der Kapitaltilgung oder Kapitalaufnahme.

Definition: Investition



Unter einer Investition wird der zielgerichtete Einsatz finanzieller Mittel zur Beschaffung von Produktionsfaktoren verstanden, die zur Erwirtschaftung von Einzahlungsüberschüssen dienen. Die Kapitalverwendung bildet die Aktiva der Bilanz ab.

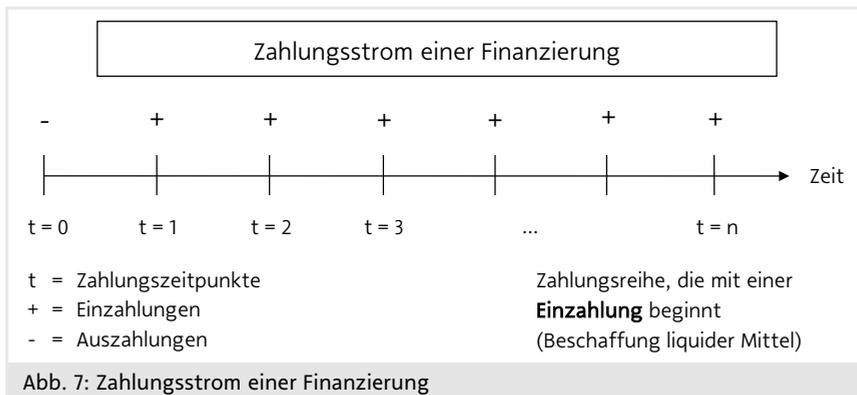
Eine Investition ist eine Zahlungsreihe, die mit einer Auszahlung beginnt, auf die in der Regel zu späteren Zeitpunkten Rückflüsse (= Einzahlungen minus Auszahlungen) folgen. In Ausnahmefällen können auch in späteren Perioden Auszahlungen erfolgen, z. B. bei nachträglichen Anschaffungskosten oder einer zweistufigen Investition.



Definition: Finanzierung



Eine Finanzierung ist eine Zahlungsreihe, die mit einer Einzahlung (z. B. Kreditaufnahme aus Sicht des Schuldners) beginnt, auf die zu späteren Zeitpunkten Auszahlungen (Zinsen und Tilgungen) folgen, wobei jedoch Einzahlungen nicht auszu-schließen sind.



Im finanzwirtschaftlichen Denken hat die Maximierung der Rentabilität (Gewinnmaximierung) eine große Bedeutung, wobei folgende finanzwirtschaftliche Aspekte zu berücksichtigen sind:

- Liquidität: Fähigkeit des Unternehmens, die bestehenden und zukünftigen Zahlungsverpflichtungen zu jedem Zeitpunkt zu erfüllen,
- Sicherheit, Nachhaltigkeit, Wachstum: langfristige Sicherung des Unternehmens,
- Unabhängigkeit: Die Erhaltung der unternehmerischen Dispositionsfreiheit,
- Steuervorteile: Abschreibungen der Investitionsobjekte mindern den zu versteuernden Gewinn.

1.3 Finanzwirtschaftliche Stromgrößen

Alle finanzwirtschaftlichen Entscheidungen basieren auf verschiedenen Stromgrößen des Rechnungswesens. Das externe Rechnungswesen (Buchführung und Bilanzierung) unterscheidet Stromgrößen, die Einfluss auf die Liquiditäts- bzw. Finanzplanung sowie auf die Gewinn-und-Verlust-Rechnung eines Unternehmens haben.

Die wichtigsten finanzwirtschaftlichen Stromgrößen sind die betrieblichen Zahlungsströme. Sie müssen differenziert betrachtet und in Finanzierungsentscheidungen mitberücksichtigt werden. Besonders wichtig in diesem Zusammenhang sind die Ein- und Auszahlungsströme. Die folgende Abbildung zeigt die Zuordnung der Stromgrößen.

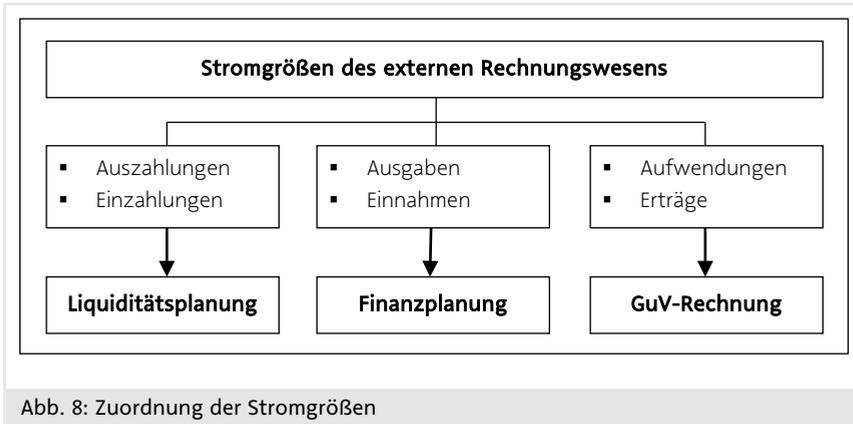


Abb. 8: Zuordnung der Stromgrößen

Die in der Übersicht gezeigten finanzwirtschaftlichen Stromgrößen werden folgendermaßen definiert:

Stromgrößen	
Auszahlung	Abgang liquider Mittel (Bargeld und Sichtguthaben) = Verminderung des Zahlungsmittelbestands. Beispiele: Zahlung einer Lieferantenrechnung, Barentnahme, Kredittilgung, Bareinkauf, Vorauszahlungen für später eingehende Produktionsfaktoren, Vergabe eines Kunden darlehens.
Einzahlung	Zugang liquider Mittel (Bargeld und Sichtguthaben) = Erhöhung des Zahlungsmittelbestands. Beispiele: Barzahlung eines Kunden, Aufnahme eines Kredites, Bareinlage der Anteilseigner, Kundenanzahlung, Eingang einer Banküberweisung.
Ausgabe	Wert aller zugewandten Güter und Leistungen pro Periode (Geldwert der Einkäufe an Gütern und Dienstleistungen). Die Ausgaben vermindern das Geldvermögen = Auszahlungen + Schuldenerhöhung + Forderungsverminderung. Beispiele: Wareneinkauf auf Ziel (Schuldenzugang); Eingang einer Warenlieferung, für die in der vergangenen Periode eine Anzahlung geleistet wurde. Die geleistete Anzahlung wird mit der Warenlieferung aufgelöst, d. h., es handelt sich um eine Verringerung der Forderungen (Forderungsabgang).
Einnahme	Wert aller veräußerten Güter und Leistungen pro Periode. Die Einnahmen erhöhen das Geldvermögen = Einzahlungen + Forderungerhöhung + Schuldenverminderung. Beispiele: Warenverkauf auf Ziel (Forderungszugang); eine erhaltene Anzahlung (= Verbindlichkeit) eines Kunden wird durch Lieferung der Leistung an den Kunden aufgehoben (Schuldenabgang).
Aufwand	Wert aller verbrauchten Güter und Leistungen pro Periode. Beispiele: Abschreibungen, Verbrauch von Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffen, Entlohnung der Mitarbeiter, Bestandsminderungen an unfertigen und fertigen Erzeugnissen.

Stromgrößen

Ertrag	Wert aller erstellten Güter und Leistungen pro Periode. Dazu gehören die gesamten von einem Unternehmen innerhalb einer Periode geschaffenen bzw. zur Verfügung gestellten Sachgüter und Leistungen, und zwar unabhängig davon, ob sie dem Betriebszweck dienen oder nicht. Beispiele: Umsatzerlöse (Verkauf von Fertigerzeugnissen, Waren und Dienstleistungen); Lagerleistung (Erhöhung des Lagerbestands an fertigen und unfertigen Erzeugnissen).
---------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Die Stromgrößen beeinflussen die Bestandsgrößen „Zahlungsmittelbestand“, „Geldvermögen“ und „Gesamtvermögen“:

- Der Zahlungsmittelbestand besteht aus der Kasse, dem Bankguthaben und den kurzfristig veräußerbaren Wertpapieren.
- Das Geldvermögen setzt sich aus dem Zahlungsmittelbestand zuzüglich der Forderungen abzüglich der Verbindlichkeiten zusammen.
- Das **Gesamtvermögen** berechnet sich aus der Differenz zwischen dem Vermögen und den Schulden.

Die folgende Abbildung veranschaulicht den Unterschied zwischen Zahlungsmittelbestand und Geldvermögen.

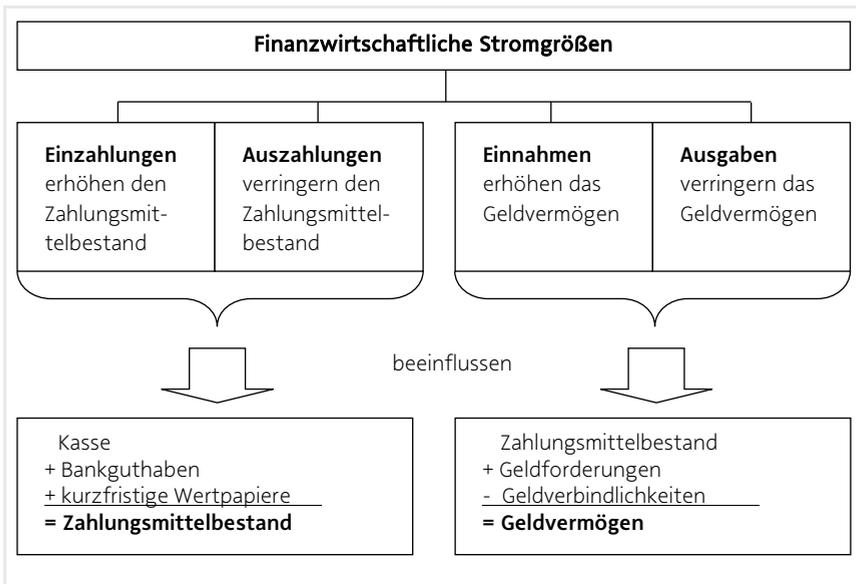


Abb. 9: Einflussfaktoren auf die Bestandsgrößen Zahlungsmittelbestand und Geldvermögen

Die folgenden Beispiele veranschaulichen, wie die verschiedenen Arten von Zahlungsströmen gegeneinander abgegrenzt werden können:

Abgrenzung von Zahlungsströmen

a) Einzahlung, die keine Einnahme ist

1. erhaltene Anzahlungen von Kunden (Kundenkredite).
2. Ein Kunde bezahlt eine offene Forderung aus Lieferungen und Leistungen in bar.

Wirkung:

- Die Kundenanzahlung erhöht den Zahlungsmittelbestand (1).
- Mit der Kundenanzahlung entsteht eine Verbindlichkeit. Die Erhöhung des Zahlungsmittelbestands und die im Geldvermögen zu subtrahierende Verbindlichkeit kompensieren sich derart, dass das Geldvermögen gleichbleibt (1).
Da der Vorgang (1) lediglich eine Veränderung des Zahlungsmittelbestands, jedoch nicht eine Veränderung des Geldvermögens zur Folge hat, handelt es sich hier um eine Einzahlung, die keine Einnahme ist.
- Die Barzahlung erhöht den Zahlungsmittelbestand (2).
- Die Forderungen aus Lieferungen und Leistungen nehmen ab. Da der Zahlungsmittelbestand im Geldvermögen enthalten ist, bleibt das Geldvermögen gleich (2).

b) Einzahlung, die gleichzeitig eine Einnahme ist

1. Barverkauf von langfristigen Wertpapieren
2. Barverkauf eines Schreibtischs

Wirkung:

- Durch die Erhöhung des Zahlungsmittelbestands ohne Forderungs- oder Verbindlichkeitsänderung erhöht sich auch der Geldvermögensbestand.

c) Einnahme, die keine Einzahlung ist

1. Verkauf einer Dienstleistung und Gewährung eines Zahlungsziels.
2. Verkauf von Waren auf Ziel.

Wirkung:

- Da die Zahlung erst zu einem späteren Zeitpunkt erfolgt, verändert sich der Zahlungsmittelbestand bei beiden Vorgängen (1) – (2) nicht.
- Durch die Erhöhung der Forderungen aus Lieferungen und Leistungen erhöht sich das Geldvermögen.

d) Auszahlung, die keine Ausgabe ist

1. Ein Mitarbeiter erhält einen Kredit.
2. Wir leisten eine Anzahlung auf eine bestellte Werkzeugmaschine.

Wirkung:

- Buchgeld oder Bargeld fließt ab (1).
- Durch den gewährten Kredit entsteht eine Forderung. Das Sinken des Zahlungsmittelbestands und die Erhöhung der Forderung gleichen sich aus: Das Geldvermögen bleibt gleich (1).
- Durch die Anzahlung (2) entsteht ebenfalls eine Forderung gegenüber dem Werkzeugmaschinenhersteller.

e) Auszahlung, die eine Ausgabe ist

1. Bareinkauf von Vermögensgegenständen (z. B. Maschinen, Fahrzeuge, Vorräte).

Wirkung:

- Der Zahlungsmittelbestand nimmt ab, aber es gibt keine Veränderung bei den Forderungen oder den Verbindlichkeiten.
- Da der Zahlungsmittelbestand im Geldvermögen enthalten ist, ändern sich beide Bestandsgrößen.

f) Ausgabe, die keine Auszahlung ist

1. Kauf eines Firmenfahrzeugs gegen einen 3-Monats-Wechsel.
2. Kauf von Waren auf Ziel.

Wirkung:

- Der Zahlungsmittelbestand bleibt unverändert (1) – (2).
- Das Geldvermögen sinkt, da die Verbindlichkeiten steigen (2). Die Wechselzahlung erhöht ebenso die Verbindlichkeiten (1).

Die Zahlungsströme, die eine Veränderung des Zahlungsmittelbestands bewirken, können wie folgt unterschieden werden:

Kategorien und Erklärungen betrieblicher Zahlungsströme³

Auszahlungsbezogene Zahlungsströme

1. Geld bindende Ströme	2. Geld entziehende Ströme
<p>Geld bindende Zahlungsströme sind Auszahlungen, von denen zu erwarten ist, dass sie in irgendeiner Art und Weise wieder in die Unternehmung zurückfließen.</p> <p>Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Auszahlungen für den Kauf von Produktionsmitteln, Materialien oder Fremddienste, ▪ Auszahlungen aufgrund einer Kreditgewährung an Dritte (z. B. an Tochtergesellschaft oder Mitarbeiterdarlehen) ist bis zum Rückfluss gebunden, d. h., es ist der Verfügungsgewalt der Unternehmung entzogen. 	<p>Geld entziehende Zahlungsströme sind Auszahlungen, die beim Unternehmen zu einer Verringerung des Eigenkapitals und der Bilanzsumme führen.</p> <p>Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Verluste aus Umsatz- oder Veräußerungsgeschäften ▪ Zins- und Dividendenauszahlungen, ▪ Privatentnahmen, ▪ Auszahlungen für Steuern ▪ Kapitalrückzahlungen an Dritte

³ Vgl. Heinhold, M., Investitionsrechnung, 1989, S. 2 f.

Kategorien und Erklärungen betrieblicher Zahlungsströme³

Einzahlungsbezogene Zahlungsströme

1. Geld freisetzende Ströme	2. Geld zuführende Ströme
<p>Einzahlungen, die dem Unternehmen von außen zufließen und zu einem Aktivtausch oder einer Erhöhung der Bilanzsumme führen.</p> <p>Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Einzahlungen aus dem Verkaufserlös von selbst erstellten Erzeugnissen, ▪ Einzahlungen aus der Veräußerung eines Pkw oder einer Maschine zum Restbuchwert (Desinvestition), ▪ Kapitalrückzahlungen von Dritten. 	<p>Einzahlungen, die mobilisiert werden, wenn Geld freisetzende Einzahlungen nicht ausreichen, um Geld bindende und -entziehende Ausgaben zu decken.</p> <p>Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Gewinne aus Umsatz- und Veräußerungsgeschäften, ▪ Einzahlungen aus der Aufnahme eines Bankdarlehens, ▪ Einzahlungen aus der Gewährung von Subventionen und Zuschüssen, ▪ Eigenkapitalerhöhung durch Anteilseigner.

Hinweis:

Damit Sie Ihr Wissen prüfen und vertiefen können, finden Sie bei den digitalen Extras eine Reihe von Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen. Die Aufgaben sind auf dieses Kapitel zugeschnitten. Passend zu diesem Abschnitt stehen Ihnen die Übungsaufgaben 1.1 und 1.4 mit den Lösungen zur Verfügung.



2 Finanzmathematische Grundlagen

Summary

In diesem Kapitel lernen Sie die finanzmathematischen Grundlagen für die Finanzierung und die Investitionsrechnung kennen.

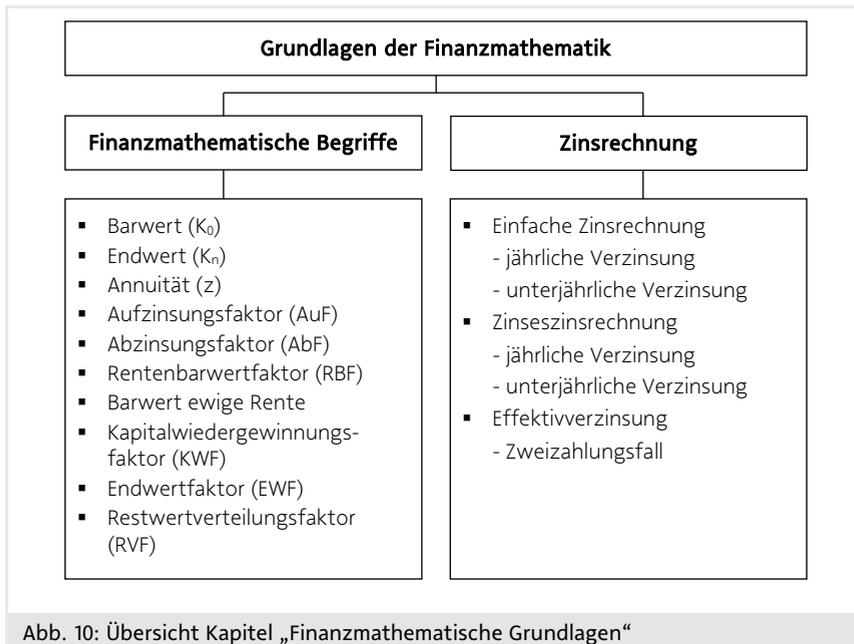


Abb. 10: Übersicht Kapitel „Finanzmathematische Grundlagen“

2.1 Einführung

In diesem Kapitel werden finanzmathematische Begriffe erläutert, wie z. B.

- der **Barwert**, der dem **Gegenwartswert** entspricht und somit Zahlungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten vergleichbar macht,
- der **Endwert**, der beispielsweise den Auszahlungsbetrag eines mehrjährigen Sparbriefs darstellt, oder
- die **Annuität**, die beispielsweise die jährlich gleich hohen Zahlungen (Tilgung und Zinsen) eines Annuitätendarlehens darstellt.

Ferner werden die Grundlagen der einfachen Zinsrechnung und der Zinseszinsrechnung behandelt.

Mithilfe der Finanzmathematik können Zahlungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten miteinander verglichen werden. Ein elementarer Grundsatz der Finanzmathematik ist folgender: 10.000 EUR heute sind sicherlich mehr wert, als wenn Sie die 10.000 EUR erst in zehn Jahren erhalten würden, denn die 10.000 EUR unterliegen zum einen der Inflation und zum anderen könnten Sie die 10.000 EUR fest verzinslich anlegen und in zehn Jahren hätte sich der Betrag erhöht. Vom Bewertungszeitpunkt aus betrachtet sind die Zahlungen umso weniger wert, je weiter sie in der Zukunft liegen.

Im Folgenden werden die wesentlichen finanzmathematischen Begriffe und Berechnungen besprochen, die sowohl für die dynamische Investitionsrechnung als auch für die Berechnung des Effektivzinssatzes eines Kredits, die Berechnung von Tilgungs- und Leasingraten sowie für den Vergleich von Finanzierungsalternativen benötigt werden.

2.2 Finanzmathematische Begriffe und Berechnungen

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit einer Reihe von wichtigen finanzmathematischen Berechnungen. Dabei spielen die folgenden Begriffe eine zentrale Rolle:

Der **Zins (Z)** stellt ein Nutzungsentgelt für Kapital dar, das für einen gewissen Zeitraum ausgeliehen wurde. Die Höhe der Zinsen ist abhängig von:

- der Höhe des Kapitals,
- der Nutzungsdauer durch den Schuldner und
- der Höhe des Zinssatzes.

Werden die Zinsen am Ende der Zinsperiode gezahlt, so spricht man von **nachschüssiger** Verzinsung, werden sie hingegen am Anfang der Zinsperiode bezahlt, spricht man von **vorschüssiger** Verzinsung.

Die folgende Abbildung zeigt den Unterschied zwischen der **vor-** und der **nach-**
schüssigen Verzinsung.

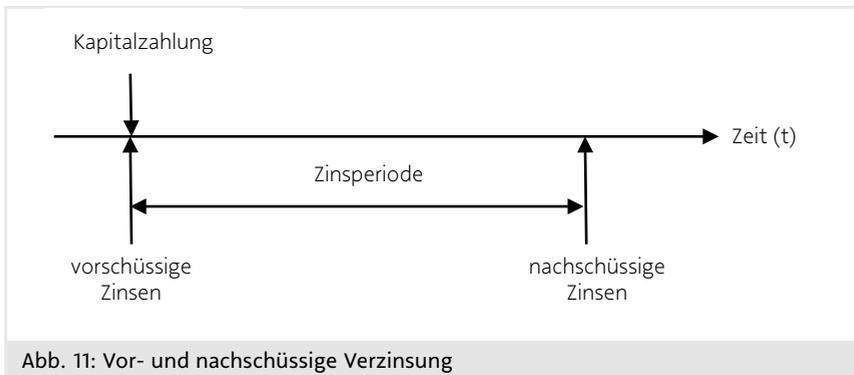
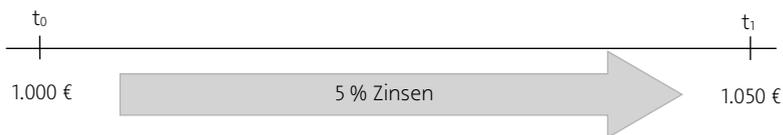


Abb. 11: Vor- und nachschüssige Verzinsung

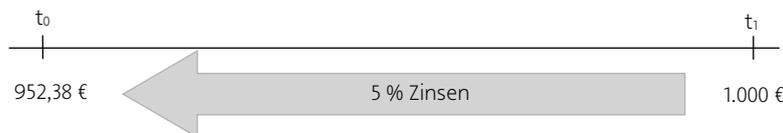
Der **Barwert (K_0) (Present Value)**, auch Gegenwartswert genannt, ist der Wert, der sich durch Diskontieren (Abzinsen) der zukünftigen Ein- und Auszahlungen auf den gegenwärtigen Zeitpunkt ergibt. Durch die Diskontierung der Zahlungen kann also ermittelt werden, welchen Wert diese Zahlungen zu Beginn des Betrachtungszeitraums haben. Der Barwert ist vom **Zinssatz (i)** und vom **Zahlungszeitpunkt (t)** abhängig.

- Finanzielle Mittel sind umso weniger wert, je weiter der Zahlungszeitpunkt, an dem man über sie verfügen kann, in der Zukunft liegt.
- **Grund:**

Wenn heute 1.000 EUR für ein Jahr angelegt und verzinst werden, ...



... dann sind 1.000 EUR, die erst in einem Jahr bezahlt werden, zum heutigen Zeitpunkt weniger wert.



- Den Wert einer Zahlung zum Zeitpunkt (t_0) (heute) nennt man **Barwert**.

Der **Endwert (K_n)** oder der Zukunftswert ist der Wert, der sich durch Aufzinsen der Ein- und Auszahlungen auf einen künftigen Zeitpunkt ergibt. Durch die Auf-

zinsung der Zahlungsgrößen kann ermittelt werden, welchen Wert die Zahlungen am Ende des Betrachtungszeitraums haben.

Die **Annuität (z)** ist eine in gleichen Zeitabständen (i. d. R. ein Jahr) regelmäßig wiederkehrende, gleichhohe Zahlung.

2.2.1 Aufzinsungsfaktor

Um den Endwert eines heute angelegten Geldbetrags mit Zinseszins zu ermitteln, benötigt man zunächst den Aufzinsungsfaktor (AuF). Dieser zinst einen jetzt fälligen Geldbetrag K_0 (Barwert) mit Zins und Zinseszins auf einen nach n Perioden fälligen Geldbetrag K_n (Endwert) auf.

Aufzinsungsfaktor: $q^n = (1 + i)^n$

i = Zinssatz (dezimal)

p = Prozentsatz des Zinses (absolut)

n = Jahre (Laufzeit)

Der dezimale Zinssatz (i) berechnet sich aus dem Prozentsatz des Zinses (p) folgendermaßen.

$$i = \frac{p}{100}$$

Durch die Aufzinsung wird ermittelt, wie viel ein Geldbetrag mit Zinsen und Zinseszins zu einem späteren Zeitpunkt wert ist.

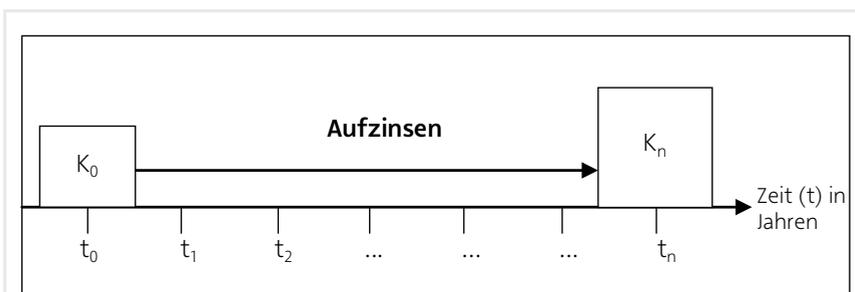


Abb. 12: Aufzinsen einer heutigen einmaligen Zahlung auf den künftigen Zeitpunkt t_n

Der Endwert (K_n) wird mithilfe des Aufzinsungsfaktors folgendermaßen berechnet:

$$\text{Endwert } (K_n) = K_0 \times q^n$$

K_0 = Betrag der im Zeitpunkt ($t = 0$) angelegt wird (Barwert)

q^n = Aufzinsungsfaktor

Beispiel: Aufzinsungsfaktor – Endwert aus Barwert berechnen



Sie haben Ihr Geld in Form eines Sparbriefs (K_0) = 10.000 EUR angelegt. Über welches Endkapital (K_n) verfügen Sie nach 6 Jahren bei einem jährlichen Zinssatz (i) von 5,5 %?

$$\begin{aligned} \text{Endwert } (K_n) &= K_0 \times q^n = 10.000 \text{ EUR} \times (1 + 0,055)^6 = 10.000 \text{ EUR} \times 1,378843 \\ &= 13.788,43 \text{ EUR} \end{aligned}$$

Am Ende der Laufzeit werden ihnen 13.788,43 EUR zurückgezahlt.

Hinweis:



Passend zu diesem Abschnitt finden Sie bei den digitalen Extras die Übungsaufgabe 2.1 mit der Lösung.

2.2.2 Abzinsungsfaktor

Der Barwert (K_0) wird ermittelt, indem nachschüssige Zahlungen, die zu einem zukünftigen Zeitpunkt erfolgen, auf den heutigen Tag diskontiert (abgezinst) werden. Dazu wird der Abzinsungsfaktor (Diskontierungsfaktor) benötigt. Anders ausgedrückt: Mithilfe des Abzinsungsfaktors zinst man einen nach n Perioden fälligen Geldbetrag (K_n) unter Berücksichtigung von Zins und Zinseszins ab und erhält damit den Barwert (Gegenwartswert) der in der Zukunft liegenden Zahlung. Man berechnet also, wie viel ein Geldbetrag zu einem früheren Zeitpunkt wert ist.

Der Abzinsungsfaktor (Diskontierungsfaktor) wird wie folgt berechnet:

$$\text{Abzinsungsfaktor (AbF)} = \frac{1}{\text{Aufzinsungsfaktor}} = \frac{1}{q^n} = \frac{1}{(1+i)^n}$$

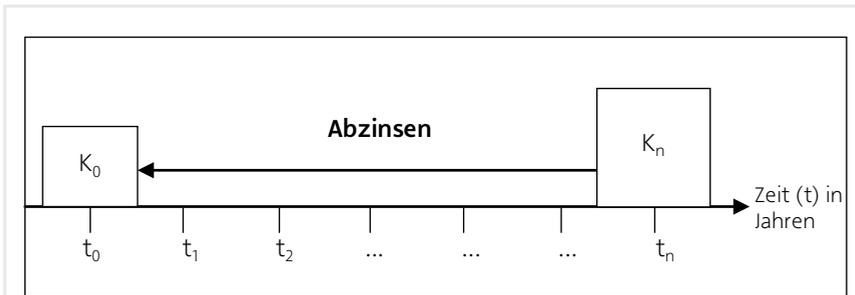


Abb. 13: Abzinsen einer späteren einmaligen Zahlung auf den Zeitpunkt t_0

Der Barwert lässt sich mit folgender Formel ermitteln:

$$K_0 = K_n \times \frac{1}{q^n}$$

K_0 = Barwert im Zeitpunkt ($t = 0$)

K_n = Endwert im Zeitpunkt ($t = n$)

! Beispiel: Abzinsungsfaktor – Barwert aus Endwert berechnen

Ein Teilhaber einer GmbH scheidet in 4 Jahren unter der Bedingung aus, dass er 180.000 EUR ausgezahlt bekommt. Wie groß ist der momentane Ablösungswert (Barwert) dieser Summe bei einem Zinssatz von 6 %?

$$K_0 = 180.000 \text{ €} \times \frac{1}{1,06^4} = 142.576,86 \text{ €}$$

! Hinweis:

Passend zu diesem Abschnitt finden Sie bei den digitalen Extras die Übungsaufgabe 2.2 mit der Lösung.

2.2.3 Rentenbarwertfaktor

Soll der Barwert (K_0) eines endlichen Zahlungsstroms mit jährlich gleichbleibend hohen Rückflüssen (z) (Annuitäten) berechnet werden, kann der Rentenbarwertfaktor (RBF), auch Diskontierungssummenfaktor genannt, benutzt werden. Zur Berechnung des Barwerts wird die Annuität mit dem Rentenbarwertfaktor (RBF) multipliziert.⁴

⁴ Schulte, G., Investition, 1999, S. 84.

Der RBF ist der Faktor, mit dem eine jährlich gleichbleibende Rentenzahlung multipliziert wird, um den Barwert der gesamten Rente zu erhalten.

$$\text{Rentenbarwertfaktor (RBF)} = \frac{q^n - 1}{q^n \times i}$$

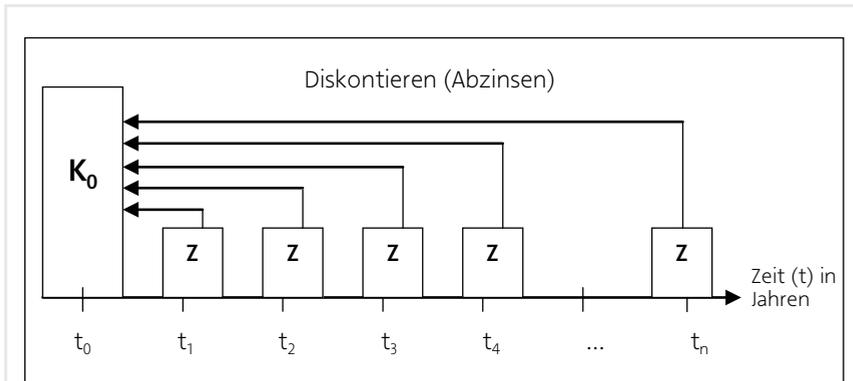


Abb. 14: Abzinsen einer Zahlungsreihe mit dem Rentenbarwertfaktor auf den Zeitpunkt t_0

Der Rentenbarwertfaktor (RBF) zinst die gleichbleibend hohen nachschüssigen Zahlungen (z) einer Zahlungsreihe unter Berücksichtigung von Zins und Zinseszins ab und addiert gleichzeitig die Barwerte. Er berechnet den Barwert K_0 einer Zahlungsreihe, bei der über n Jahre und einen gleichbleibenden Zinssatz (i) jeweils zum Jahresende eine im Zeitablauf gleichbleibende Zahlung (z) abgezinst wird.

Mit der folgenden Formel kann der Barwert (K_0) bei jährlich gleich hohen Zahlungen (z) berechnet werden:

$$K_0 = z \times \frac{q^n - 1}{q^n \times i}$$

Man unterscheidet zwischen dem nachschüssigen und dem vorschüssigen Rentenbarwertfaktor. In der Regel wird – so wie bisher auch in diesem Abschnitt – der nachschüssige Barwertfaktor angewandt, da die Zahlungen meist am Ende einer Zinsperiode erfolgen.

Die Formeln zur Berechnung der beiden Rentenbarwertfaktoren:

Nachschüssiger Rentenbarwertfaktor (RBF_{nach}):

$$RBF_{\text{nach}} = \frac{q^n - 1}{q^n \times i}$$

Vorschüssiger Rentenbarwertfaktor (RBF_{vor}):

$$RBF_{\text{vor}} = q \times \frac{q^n - 1}{q^n \times i}$$

!

Beispiel: Rentenbarwertfaktor – Barwert aus nachschüssiger Ratenzahlung

Eine jährliche nachschüssige Rente in Höhe von 5.000 EUR mit einer Restlaufzeit von 15 Jahren soll sofort abgelöst werden. Der Zinssatz (i) beträgt 5 % p. a. Es wird der Barwert (K_0) der Rentenzahlungen mithilfe des Rentenbarwertfaktors berechnet.

$$K_0 = 5.000 \text{ €} \times \frac{1,05^{15} - 1}{1,05^{15} \times 0,05} = 5.000 \text{ €} \times 10,379658 = 51.898,29 \text{ €}$$

!

Beispiel: Rentenbarwertfaktor – Barwert aus nachschüssiger Ratenzahlung und Endwert

Jeweils am Jahresende werden von einem Kredit 5.000 EUR und am Ende des fünften Jahres zusätzlich 10.000 EUR zurückbezahlt. Der Kredit wird mit 5 % verzinst. Wie hoch ist der erhaltene Kredit?

$$K_0 = z \times \frac{q^n - 1}{q^n \times i} + K_n \times \frac{1}{q^n} =$$

$$K_0 = 5.000 \text{ €} \times \frac{1,05^5 - 1}{1,05^5 \times 0,05} + 10.000 \text{ €} \times \frac{1}{1,05^5}$$

$$K_0 = 5.000 \text{ €} \times 4,329477 + 7.835,26 \text{ €} = 29.482,64 \text{ €}$$

!

Beispiel: Rentenbarwertfaktor – Barwert aus vorschüssiger Ratenzahlung und Endwert

Jeweils am Jahresanfang werden von einem Kredit 5.000 EUR und am Ende des fünften Jahres zusätzlich 10.000 EUR zurückbezahlt. Der Kredit wird mit 5 % verzinst. Wie hoch ist der erhaltene Kredit?

$$K_0 = z \times q \times \frac{q^n - 1}{q^n \times i} + K_n \times \frac{1}{q^n} =$$

$$K_0 = 5.000 \text{ €} \times 1,05 \times \frac{1,05^5 - 1}{1,05^5 \times 0,05} + 10.000 \text{ €} \times \frac{1}{1,05^5}$$

$$K_0 = 5.000 \text{ €} \times 4,545951 + 7.835,26 \text{ €} = 30.565,01 \text{ €}$$

Hinweis:

Passend zu diesem Abschnitt finden Sie bei den digitalen Extras die Übungsaufgabe 2.3 mit der Lösung.



2.2.4 Ewige Rente

Die ewige Rente ist ein Spezialfall einer unendlich fließenden gleichförmigen Zahlungsreihe. Der Barwert der **nachschüssigen ewigen Rente** wird wie folgt berechnet:

$$K_{0(\text{nach})} = \frac{Z}{i}$$

K_0 = Barwert im Zeitpunkt ($t = 0$)

z = konstanter jährlicher Rückfluss (gleichbleibend hohe Zahlungen)

i = Zinssatz

Der Barwert der **vorschüssigen ewigen Rente** wird folgendermaßen berechnet:

$$K_{0(\text{vor})} = \frac{z \times q}{i}$$

Beispiel: Nachschüssige ewige Rente

Unternehmen A rechnet bei einem Unternehmenskauf mit durchschnittlichen jährlichen zukünftigen Gewinnüberschüssen von 500.000 € am Jahresende. Es wird mit einer unendlichen Laufzeit gerechnet. Welchen Wert hat das Unternehmen zum heutigen Zeitpunkt, wenn der Zinssatz (i) 8 % p. a. beträgt?

$$K_{0(\text{nach})} = \frac{z}{i} = \frac{500.000 \text{ €}}{0,08} = 6.250.000 \text{ €}$$

Der Unternehmenswert beträgt 6,25 Mio. €.


Beispiel: Vorschüssige ewige Rente

Eine Stiftung möchte jährlich (auf ewige Zeiten) einen Betrag in Höhe von 500.000 € am Jahresanfang für einen sozialen Zweck spenden. Welches Kapital ist dafür bei einem Zinssatz (i) von 2,5 % am Tag der ersten Ausschüttung erforderlich?

$$K_{0(\text{vor})} = \frac{z \times q}{i} = \frac{500.000 \text{ €} \times 1,025}{0,025} = 20.500.000 \text{ €}$$

Es wird ein Stiftungsvermögen in Höhe von 20,5 Mio. € benötigt.



2.2.5 Kapitalwiedergewinnungsfaktor

Mithilfe des Kapitalwiedergewinnungsfaktors (KWF), auch Annuitätenfaktor oder Wiedergewinnungsfaktor genannt, ist es möglich, einen heute zur Verfügung stehenden Geldbetrag (K_0) in jährlich gleich hohe Zahlungsbeträge (z) = Annuitäten (z) bei einem gleichbleibenden Zinssatz (i) umzuwandeln. Beim Kapitalwiedergewinnungsfaktor (KWF) handelt es sich um die Umkehrung des Rentenbarwertfaktors.⁵

$$\text{Kapitalwiedergewinnungsfaktor (KWF)} = \frac{q^n \times i}{q^n - 1}$$

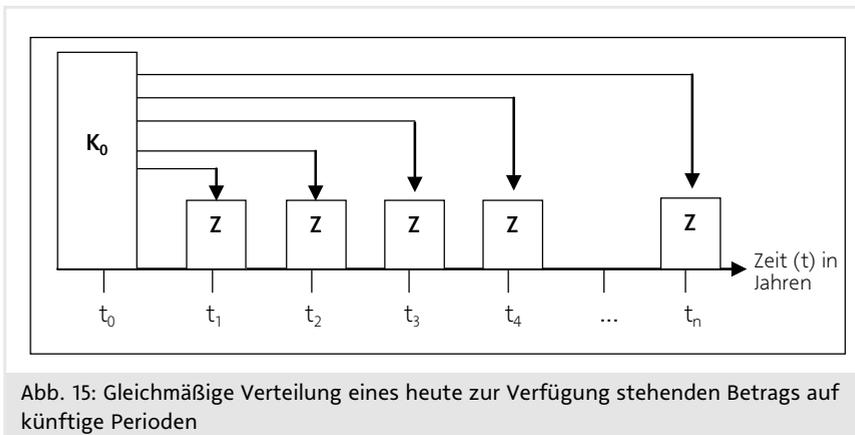


Abb. 15: Gleichmäßige Verteilung eines heute zur Verfügung stehenden Betrags auf künftige Perioden

Die Annuität (z) wird mit folgender Formel berechnet:

$$\text{Annuität (z)} = K_0 \times \frac{q^n \times i}{q^n - 1}$$



Beispiel: Kapitalwiedergewinnungsfaktor — Annuität aus Barwert

Ein Darlehen in Höhe von 150.000 EUR soll bei einem Zinssatz in Höhe von 5 % in 15 Jahren zurückgezahlt sein. Wie hoch ist die jährliche Annuität (Zinsen und Tilgung)?

Berechnung der Annuität (z):

$$\text{Annuität (z)} = 150.000 \text{ €} \times \frac{1,05^{15} \times 0,05}{1,05^{15} - 1}$$

$$\text{Annuität (z)} = 150.000 \text{ €} \times 0,0963423 = 14.451,34 \text{ €}$$

⁵ Schulte, G., Investition, 1999, S. 85.

Beispiel: Kapitalwiedergewinnungsfaktor – Annuität als nachschüssige Zahlung aus Barwert und Endwert


Ein Darlehen in Höhe von 150.000 EUR, das jährlich mit 6 % verzinst wird, hat nach 5 Jahren einen Restwert von 30.000 EUR.

Wie hoch ist die jeweils am Jahresende zu zahlende Annuität (Zinsen und Tilgung)?

Berechnung der Annuität:

$$\text{Annuität (z)} = (K_0 - K_n) \times \frac{q^n \times i}{q^n - 1} + K_n \times i$$

$$\text{Annuität (z)} = (150.000 \text{ €} - 30.000 \text{ €}) \times \frac{1,06^5 \times 0,06}{1,06^5 - 1} + 30.000 \text{ €} \times 0,06$$

$$\text{Annuität (z)} = 120.000 \text{ €} \times 0,237396 + 1.800 \text{ €} = 30.287,57 \text{ €}$$

Beispiel: Kapitalwiedergewinnungsfaktor – Annuität als vorschüssige Zahlung aus Barwert und Endwert


Ein Darlehen in Höhe von 150.000 EUR, das mit 6 % p. a. verzinst wird, hat nach 5 Jahren einen Restwert von 30.000 EUR. Wie hoch ist die jeweils am Jahresanfang zu zahlende Annuität (Zinsen und Tilgung)?

Berechnung der Annuität:

$$\text{Annuität (z)} = (K_0 - K_n) \times \frac{1}{q} \times \frac{q^n \times i}{q^n - 1} + K_n \times \frac{i}{q}$$

$$\text{Annuität (z)} = (150.000 \text{ €} - 30.000 \text{ €}) \times \frac{1}{1,06} \times \frac{1,06^5 \times 0,06}{1,06^5 - 1} + 30.000 \text{ €} \times \frac{0,06}{1,06}$$

$$\text{Annuität (z)} = 120.000 \text{ €} \times 0,223959 + 1.698,11 \text{ €} = 28.573,17 \text{ €}$$

2.2.6 Endwertfaktor

Mithilfe des Endwertfaktors (EWF) ist es möglich, das Endkapital einer Rente mit periodisch gleichen Raten zu berechnen. Werden über mehrere Jahre die Einzahlungen in gleicher Höhe zum selben Zeitpunkt am Ende einer Periode getätigt, so verzinsen sich diese Einzahlungen über unterschiedlich lange Zeiträume.

Man unterscheidet zwischen vor- und nachschüssigen Renten. Bei einer vorschüssigen Rente erfolgt die Zahlung am Anfang des Jahres, der Endbetrag wird am Ende des letzten Jahres berechnet. Bei einer nachschüssigen Rente erfolgt die Zahlung am Ende des Jahres.⁶

⁶ Schulte, G., Investition, 1999, S. 83.

$$\text{Endwertfaktor} = \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{q^n - 1}{i}$$

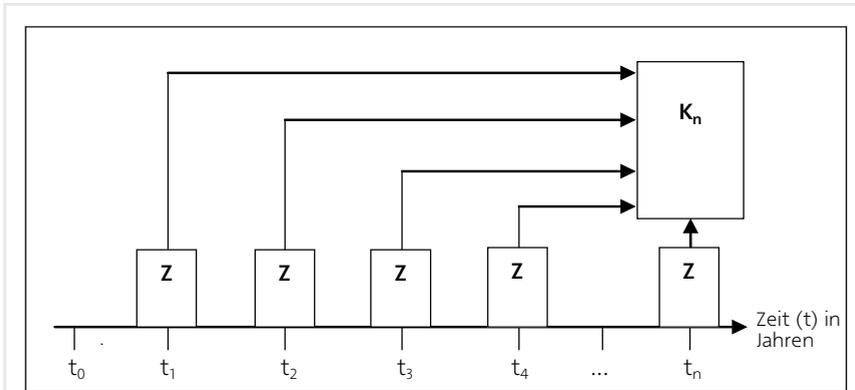


Abb. 16: Aufzinsen und Summieren einer Zahlungsreihe

Der nachschüssige Endwertfaktor (EWF) ermöglicht die Ermittlung des Endwertes K_n einer Zahlungsreihe (z), bei der für die Dauer von n Jahren und einem Zinssatz (i) jeweils am Jahresende derselbe Betrag (z) anfällt:

$$\text{Endwert}(K_n) = z \times \frac{q^n - 1}{i}$$

Die Formel zur Berechnung des vorschüssigen Endwertfaktors wird verwendet, wenn die Annuität jeweils am Jahresanfang bezahlt wird:

$$\text{Endwert}(K_n) = z \times q \times \frac{q^n - 1}{i}$$



Beispiel: Endwertfaktor – Endwert aus nachschüssiger Ratenzahlung

Der Vater von Student Peter Lustig zahlt immer am Ende eines Jahres 1.000 EUR auf das Sparkonto von Peter ein, d. h. die Zahlungen erfolgen nachschüssig. Die Sparkasse zahlt ihm jährlich 7 % Zinsen. Welcher Gesamtbetrag steht ihm am Ende des zehnten Jahres zur Verfügung?

$$\text{Endwert}(K_n) = 1.000 \text{ €} \times \frac{1,07^{10} - 1}{0,07} = 1.000 \text{ €} \times 13,816448 = 13.816,45 \text{ €}$$

Beispiel:

Auf einem Ratensparvertrag werden 2.000 EUR sofort am 01.01.01 einbezahlt und jeweils zum Jahresende weitere 300 EUR. Wie viel Kapital befindet sich nach 4 Jahren bei 6 % Verzinsung auf dem Ratensparvertrag?

$$\text{Endwert } (K_n) = 2.000 \text{ €} \times 1,06^4 + 300 \text{ €} \times \frac{1,06^4 - 1}{0,06}$$

$$\text{Endwert } (K_n) = 2.524,95 \text{ €} + 300 \text{ €} \times 4,374616 = 3.837,33 \text{ €}$$

**Beispiel: Endwertfaktor — Endwert aus Barwert und vorschüssiger Ratenzahlung**

Auf einem Ratensparvertrag werden 2.000 EUR sofort am 01.01.01 einbezahlt und jeweils zum Jahresanfang 300 EUR. Wie viel Kapital befindet sich nach 4 Jahren bei 6 % Verzinsung auf dem Ratensparvertrag?

$$\text{Endwert } (K_n) = 2.000 \text{ €} \times 1,06^4 + 300 \text{ €} \times 1,06 \times \frac{1,06^4 - 1}{0,06}$$

$$\text{Endwert } (K_n) = 2.524,95 \text{ €} + 300 \text{ €} \times 1,06 \times 4,374616 = 3.916,08 \text{ €}$$

**Hinweis:**

Passend zu diesem Abschnitt stellen wir Ihnen bei den digitalen Extras die Übungsaufgabe 2.4 mit der Lösung zur Verfügung.



2.2.7 Restwertverteilungsfaktor (RVF)

Der Restwertverteilungsfaktor, auch Tilgungs- oder Rückwärtsverteilungsfaktor genannt, ermöglicht die Umrechnung eines zu einem späteren Zeitpunkt (n) fälligen Betrags (K_n) unter Berücksichtigung von Zins und Zinseszinsen in einen davor liegenden Zahlungsstrom mit jährlich gleich hohen nachschüssigen Zahlungsbeträgen (Annuitäten), die jeweils am Ende jeder Periode (Jahr) geleistet werden⁷. Die Zahlungsreihe läuft über n Jahre bei einem Zinssatz (i).

$$\text{Restwertverteilungsfaktor} = \frac{q-1}{q^n-1} = \frac{i}{q^n-1}$$

⁷ Schulte, G., Investition, 1999, S. 86.

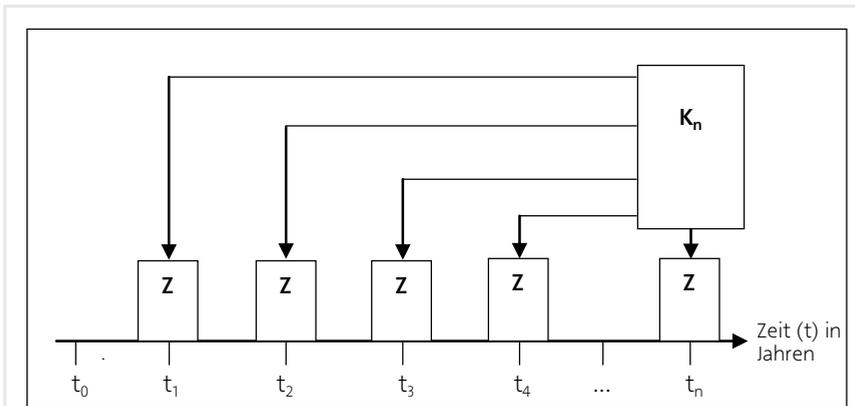


Abb. 17: Gleichmäßige Verteilung eines später zur Verfügung stehenden Betrags

Die Annuität (z) wird bei einem vorgegebenen Endwert mithilfe des Restwertverteilungsfaktors folgendermaßen ermittelt:

$$\text{Annuität } (z) = K_n \times \frac{i}{q^n - 1}$$



Beispiel: Restwertverteilungsfaktor — Annuität aus Endwert

Die Studentin Andrea Reich beendet in wenigen Wochen erfolgreich ihr Bachelor-Studium. Zu ihrer Entspannung und Motivation überlegt sie, wie hoch Ihr Nettojahresgehalt sein müsste, damit sie in fünfzehn Jahren Millionärin ist. Da sie kostenlos bei ihren Eltern wohnt und von diesen unterstützt wird, könnte Andrea ihr gesamtes Gehalt sparen. Eine internationale Bank zahlt ihr jährlich 7 % Zinsen.

$$\text{Nettojahresgehalt} = \text{Endwert} \times \text{RVF}_{(n=15, i=0,07)}$$

$$\text{Erforderliches Nettojahresgehalt} = 1.000.000 \text{ €} \times \frac{0,07}{1,07^{15} - 1} = 39.794,62 \text{ €/Jahr}$$



Hinweis:

Passend zum Thema „Restverteilungsfaktor“ finden Sie bei den digitalen Extras die Übungsaufgabe 2.5 mit der dazu gehörenden Lösung.

2.3 Zinsrechnung

Legt beispielsweise ein Sparer für einen begrenzten Zeitraum (z. B. 3 Jahre) 10.000 EUR bei seiner Bank an, erhält er dafür Zinsen. Zur Berechnung der Zinsen wird zwischen der einfachen Verzinsung und der Verzinsung mit Zinseszinsen unterschieden. Für beide Verzinsungsformen gilt: Je länger das Geld angelegt wird, desto höher fallen die Zinszahlungen aus.

2.3.1 Einfache Verzinsung

Bei der einfachen Verzinsung nimmt der auf das Kapital entfallende Zins nicht an der weiteren Verzinsung teil, sondern er wird dem Kapital erst am Ende der Kapitalüberlassung zugeschlagen. Die einfache Verzinsung wird auch lineare Verzinsung genannt, da das Gesamtkapital (eingesetztes Kapital + Zins) linear wächst.

Die Formel für die einfache Verzinsung lautet:

$$K_n = K_0 + Z_n = K_0 + K_0 \times i \times n$$

Für die Zinsrechnung werden die folgenden Abkürzungen benutzt.

K_0 = eingesetztes Kapital, Anfangskapital, Barwert

K_n = Endkapital

i = Zinssatz (dezimal)

Z_n = erzielte Zinsen

n = Anzahl der Jahre

Zur Erinnerung: Der dezimale Zinssatz (i) lässt sich aus dem Prozentsatz des Zinses (p) folgendermaßen berechnen:

$$i = \frac{p}{100}$$

Beispiel: Lineare einfache Verzinsung



Ein Investor legt 10.000 EUR bei einem Zinssatz von 3,5 % an. Wie viel Guthaben hat er nach 3 Jahren bei einer einfachen Verzinsung?

Berechnung des Endwertes:

$$\text{Endwert } (K_n) = 10.000 \text{ EUR} + (10.000 \text{ EUR} \times 0,035 \times 3) = 11.050 \text{ EUR}$$

2.3.1.1 Berechnungen der Zinsen bei unterjährigigen Zinsperioden

Bei der Berechnung der Zinsen wird zwischen Jahreszinsen, Monatszinsen und Tageszinsen unterschieden. Es werden gemäß der AIBD/ISMA-Verfahren⁸ 30 Zinstage pro Monat und 360 Zinstage pro Jahr unterstellt.

- Jahreszinsen = die in t Jahren aufgelaufenen Zinsen

$$\text{Jahreszinsen} = Z_t = \frac{K_0 \times p \times t}{100} = K_0 \times i \times t$$

- Monatszinsen = die in t Monaten aufgelaufenen Zinsen

$$\text{Monatszinsen} = Z_t = \frac{K_0 \times p \times t}{100 \times 12} = \frac{K_0 \times i \times t}{12}$$

- Tageszinsen = die für t Tage aufgelaufenen Zinsen

$$\text{Tageszinsen} = Z_t = \frac{K_0 \times p \times t}{100 \times 360} = \frac{K_0 \times i \times t}{360}$$

p = Prozentsatz des Zinses (absoluter Betrag)

t = Verzinsungszeitraum



Beispiel: Zinsberechnung bei einfacher Verzinsung

Ein Investor legt bei seiner Bank vom 20.01. bis zum 29.06. (desselben Jahres) 50.000 EUR an. Der Zinssatz $i = 0,06 \times 100 = 6\%$ p. a.

Zunächst ist die Laufzeit (n) zu berechnen. Das Jahr hat — wie bereits erwähnt — aus Vereinfachungsgründen 360 Tage, d. h., die Monate werden jeweils mit 30 Tagen berechnet.

$$\text{Laufzeit (n)} = 10 + (4 \times 30) + 29 = 159 \text{ Tage}$$

Als Nächstes werden die Zinsen ermittelt.

$$\text{Zinsen (Z}_n) = K_0 \times i \times t = 50.000 \text{ €} \times 0,06 \times \frac{159}{360} = 1.325,00 \text{ €}$$

2.3.1.2 Berechnungen der Zinssätze

Sie können den Jahreszinssatz aus den Jahres-, Monats- oder Tageszinsen berechnen. Je nach zugrunde gelegtem Zins gilt eine der folgenden Formeln:

$$\text{Jahreszinssatz} = \frac{\text{erzielte Zinsen}}{\text{Kapital} \times \text{Anzahl der Jahre}} \times 100$$

⁸ Effektivzinzberechnungsmethoden: AIBD (Association of International Bond Dealers) und ISMA (International Securities Market Association)

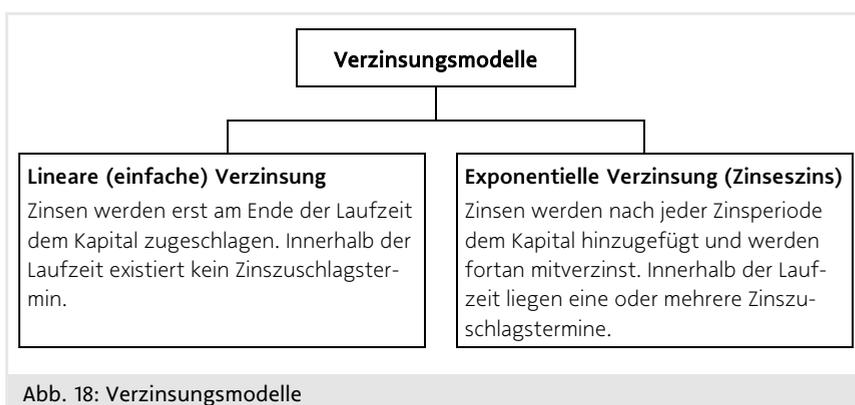
$$\text{Jahreszinssatz bei Monatszinsen} = \frac{\text{erzielte Zinsen (in einem Monat)} \times 12}{\text{Kapital} \times \text{Anzahl der Jahre}} \times 100$$

$$\text{Jahreszinssatz bei Tageszinsen} = \frac{\text{erzielte Zinsen (an einem Tag)} \times 360}{\text{Kapital} \times \text{Anzahl der Jahre}} \times 100$$

Die obigen Formeln können angewendet werden, wenn in dem betrachteten Zeitraum keine weitere Verzinsung stattfindet.

2.3.2 Verzinsung mit Zinseszinsen

Bei der Zinseszinsrechnung werden die zu Beginn oder am Ende eines Jahres (Periode) fälligen Zinsen dem Kapital zugeschlagen und vom Fälligkeitszeitpunkt an mitverzinst („Zinsen auf Zinsen“). Das Kapital wächst nun nicht mehr linear, sondern exponentiell.



Bei nachschüssigen Zinseszinsen wächst ein Anfangskapital K_0 bei einem Zinssatz (i) nach n Jahren auf das Endkapital (K_n) wie folgt an:

$$K_n = K_0 \times (1+i)^n$$

Falls alle Daten außer dem Zinssatz (i) bekannt sind, können Sie den Zinssatz (i) berechnen, indem Sie die n -te Wurzel ziehen:

$$K_n = K_0 \times (1+i)^n \Leftrightarrow (1+i)^n = \frac{K_n}{K_0} \Leftrightarrow (1+i) = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} \Leftrightarrow i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1$$

Falls alle Daten außer der Laufzeit (n) bekannt sind, können Sie die Laufzeit (n) berechnen, indem Sie logarithmieren:

$$K_n = K_0 \times (1+i)^n \Leftrightarrow (1+i)^n = \frac{K_n}{K_0} \Leftrightarrow \ln[(1+i)^n] = \ln\left(\frac{K_n}{K_0}\right)$$

$$\Leftrightarrow n \times \ln(1+i) \ln\left(\frac{K_n}{K_0}\right) \Leftrightarrow n = \ln\left(\frac{K_n}{K_0}\right) \times \frac{1}{\ln(1+i)}$$

Zweizahlungsfall

Der Zweizahlungsfall ist ein Zahlungsvorgang, der lediglich aus zwei Zahlungen mit unterschiedlichen Vorzeichen besteht. Die einfachste vorstellbare Investition besteht aus einer jetzigen Auszahlung und einer späteren Einzahlung. Entsprechend besteht die einfachste vorstellbare Finanzierung aus einer gegenwärtigen Einzahlung und einer späteren Auszahlung.

Den effektiven Jahreszinssatz (i_{eff}) kann man beim Zweizahlungsfall nach folgender Formel (Zweizahlungsformel) berechnen:

$$i_{\text{eff}} = \left[\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1 \right] \times 100 = \left[\left(\frac{K_n}{K_0} \right)^{1/n} - 1 \right] \times 100$$

! Beispiel: Zinseszinsrechnung — Zweizahlungsfall

Ein Investor legt beispielsweise 10.000 EUR für 3 Jahre für 3,5 % an. Welchen Betrag (Endwert (K_n)) erhält der Investor nach 3 Jahren?

Der Endwert (K_n) der Kapitalanlage berechnet sich wie folgt:

$$K_n = K_0 \times (1+i)^n = 10.000 \text{ €} \times (1+0,035)^3 = 11.087,18 \text{ €}$$

Ein Investor legt 10.000 EUR an und erhält nach 3 Jahren 11.087,18 EUR. Wie hoch ist der Jahreszinssatz (i)?

Der effektive Jahreszins (i_{eff}) wird nach der Zweizahlungsformel wie folgt berechnet:

$$i_{\text{eff}} = \left(\sqrt[3]{\frac{K_n}{K_0}} - 1 \right) \times 100 = \sqrt[3]{\frac{11.087,18 \text{ €}}{10.000,00 \text{ €}}} - 1 = 0,035 \times 100 = 3,5 \%$$

Die Effektivverzinsung beträgt damit 3,5 % p. a.

Vergleicht man das Ergebnis des vorherigen Beispiels zur einfachen Verzinsung ($K_n = 11.050$ EUR) mit dem Ergebnis der Zinseszinsrechnung ($K_n = 11.087,18$ EUR) lässt sich deutlich erkennen, dass bei sonst gleichbleibenden Daten mit der einfachen Verzinsung ein kleineres Endkapital (K_n) erzielt wird. Der Unterschied in den Werten für K_n bei einfacher (linearer) Verzinsung und Verzinsung mit

Zinseszins (exponentiell) wird umso größer, je größer der Zins (i) und die Laufzeit (n) sind.

Wenn man nur eine Periode ($n = 1$) betrachtet, kommen einfacher Zins und Zinseszinsrechnung zum selben Ergebnis. Aber schon nach zwei Perioden weichen die Ergebnisse voneinander ab.

Laufzeit (n) in Jahren	Endkapital K_n bei einfacher Verzinsung	Endkapital K_n bei Verzinsung mit Zinseszinsen
	$10.000 \text{ EUR} \times (1 + 0,035 \times n)$	$10.000 \text{ EUR} \times (1 + 0,035)^n$
0	10.000,00 €	10.000,00 €
1	10.350,00 €	10.350,00 €
2	10.700,00 €	10.712,25 €
3	11.050,00 €	11.087,18 €
10	13.500,00 €	14.105,99 €
20	17.000,00 €	19.897,89 €
50	27.500,00 €	55.849,27 €

Beispiel: Rendite – Verzinsung

Ein Sparer legt beispielsweise 10.000 EUR für 3 Jahre an. Im ersten Jahr erhält er 1,5 % Zinsen p. a., im zweiten 2,5 % p. a. und im dritten Jahr 3,5 % p. a. Wie hoch ist die effektive Verzinsung des Sparers über diese drei Jahre?

Es gilt:

$$i_{\text{eff}} = \left(\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1 \right) \times 100$$

$$i_{\text{eff}} = \sqrt[3]{\frac{10.000 \text{ €} \times 1,015 \times 1,025 \times 1,035}{10.000 \text{ €}}} - 1 = 0,02497 \times 100 = 2,97 \%$$

Der effektive Jahreszins beträgt ca. 2,97 % p. a.

2.3.3 Unterjährige Verzinsung

Gewöhnlich erfolgt eine Zinszahlung einmal jährlich meistens zum Jahresende. Es gibt aber auch die Möglichkeit (z. B. bei Tagesgeldkonten), dass die Zinsen mehrmals pro Jahr gutgeschrieben werden. Die Zinsen werden beispielsweise pro Quartal oder sogar monatlich gutgeschrieben und fortan mitverzinst. In diesen Fällen spricht man von unterjähriger Verzinsung. Durch die unterjährige Ver-

zinsung wächst das angelegte Kapital schneller an, was auch als unterjähriger Zinseszinsseffekt bezeichnet wird.

Auch hier kann zwischen einfacher unterjähriger Verzinsung und unterjähriger Verzinsung mit Zinseszinsen unterschieden werden.

2.3.3.1 Einfache unterjährige Verzinsung

Die Laufzeit der Zinsen wird in Tagen oder Monaten angegeben, wobei, wie bereits beschrieben, grundsätzlich gilt, ein Jahr hat 360 Tage und ein Monat hat 30 Tage. Das Endkapital (K_n) lässt sich wie folgt berechnen:

$$K_n = K_0 \times \left(1 + i \times \frac{t}{360} \right)$$



Beispiel: Einfache unterjährige Verzinsung

Welches Endkapital (K_n) erhält ein Investor nach 81 Tagen, wenn er 10.000 € zu einem Jahreszins von 3,5 % und einfacher Verzinsung anlegt?

$$K_n = 10.000 \text{ €} \times (1 + 0,035 \times 81/360) = 10.078,75 \text{ €}$$

2.3.3.2 Unterjährige Verzinsung mit Zinseszins

Bei der unterjährigen Zinseszinsrechnung wird das Jahr in „m“ Zinsperioden (z. B. $m = 2$ Halbjahre, $m = 4$ Quartale oder $m = 12$ Monate) unterteilt, an deren Ende jeweils Zinsen fällig sind, die dem Kapital gutgeschrieben und in der nächsten Periode mitverzinst werden.



Beispiel: Unterjährige Verzinsung

Legt ein Sparer z. B. 10.000 € Festgeld zu 3,5 % halbjährlichem Zinseszins an ($m = 2$), so bekommt er nach Ablauf von 6 Monaten 350 € Zinsen ausgezahlt. Zu Beginn des zweiten Halbjahrs, also der zweiten Zinsperiode, steht ihm ein Kapital von 10.350 € zur Verfügung. Für dieses Kapital erhält der Sparer nach Ablauf von weiteren 6 Monaten 362,25 € Zinsen, sodass sein Kapital nach einem Jahr auf 10.712,25 € angewachsen ist.

Hat ein Jahr m unterjährige Zinsperioden, so kann der Zinssatz pro Zinsperiode wie folgt ermittelt werden:

$$i_{\text{rel}} = \frac{i_{\text{nom}}}{m}$$