

Karl-Georg Steffens

Über Alternationskriterien in der
Geschichte der Besten
Chebyshev-Approximation

Diplomarbeit

BEI GRIN MACHT SICH IHR WISSEN BEZAHLT



- Wir veröffentlichen Ihre Hausarbeit, Bachelor- und Masterarbeit
- Ihr eigenes eBook und Buch - weltweit in allen wichtigen Shops
- Verdienen Sie an jedem Verkauf

Jetzt bei www.GRIN.com hochladen
und kostenlos publizieren



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de/> abrufbar.

Dieses Werk sowie alle darin enthaltenen einzelnen Beiträge und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsschutz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlanges. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen, Auswertungen durch Datenbanken und für die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronische Systeme. Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdrucks, der fotomechanischen Wiedergabe (einschließlich Mikrokopie) sowie der Auswertung durch Datenbanken oder ähnliche Einrichtungen, vorbehalten.

Impressum:

Copyright © 1994 GRIN Verlag
ISBN: 9783638137058

Dieses Buch bei GRIN:

<https://www.grin.com/document/6006>

Karl-Georg Steffens

**Über Alternationskriterien in der Geschichte der Besten
Chebyshev-Approximation**

GRIN - Your knowledge has value

Der GRIN Verlag publiziert seit 1998 wissenschaftliche Arbeiten von Studenten, Hochschullehrern und anderen Akademikern als eBook und gedrucktes Buch. Die Verlagswebsite www.grin.com ist die ideale Plattform zur Veröffentlichung von Hausarbeiten, Abschlussarbeiten, wissenschaftlichen Aufsätzen, Dissertationen und Fachbüchern.

Besuchen Sie uns im Internet:

<http://www.grin.com/>

<http://www.facebook.com/grincom>

http://www.twitter.com/grin_com

Über Alternationskriterien in der Geschichte der Besten Čebyšev - Approximation

Georg Steffens
Diplomarbeit am Fachbereich Mathematik
der Johann-Wolfgang-Goethe-Universität
Frankfurt am Main

24. Januar 1996

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Abbildungen	v
Einleitung	vii
Danksagung	x
1 Der Alternantensatz	1
1.1 Vereinbarungen	1
1.2 Die Alternantenbedingung als hinreichende Bedingung	3
1.3 Der direkte Beweis	4
1.4 „Null in der konvexen Hülle“	6
1.4.1 Diskussion	11
1.5 Maximale lineare Funktionale	11
1.5.1 Approximation auf einer Punktmenge	12
1.5.2 Beweis des Alternantensatzes	14
1.5.3 Diskussion. Eine konstruktive Anwendung des Satzes von Kolmogorov	17
1.6 Eine Anwendung des Lemmas von Zorn	18
1.6.1 Eine minimale Menge, die die Bestapproximation bestimmt minimale Menge	18
1.6.2 β enthält nur Abweichungspunkte von $f - p_0$	20
1.6.3 Beweisschluß. Alternation	20
2 Vorläufer des Alternantensatzes	23
2.1 Eulers Analyse des Delisle'schen Kartennetzentwurfs	23
2.1.1 Die Delisle'sche Kartenprojektion	23
2.1.2 Die Methode	25
2.1.3 Lagebestimmung der Punkte P und Q	27
2.1.4 Minimierung des Projektionsfehlers	28
2.1.5 Diskussion	30
2.2 Ein bestes Planetenmodell von Laplace	31
2.2.1 Eine Näherungsformel zur Berechnung eines Ellipsenbogenstücks	31

2.2.1.1	Die Bogenlänge eines Ellipsenstücks	32
2.2.2	Das charakteristische Gleichungssystem	33
2.2.3	Die Alternantenbedingung als hinreichende Bedingung	34
2.2.4	Die Alternantenbedingung als notwendige Bedingung	35
2.2.5	Bestimmung der Maximalfehler	37
2.2.5.1	Bestimmung des größten Fehlers	37
2.2.5.2	Bestimmung des kleinsten Fehlers	39
2.2.5.3	Bestimmung der besten Ellipse	39
2.2.6	Anwendung auf Erdvermessungen	40
2.2.7	Diskussion. Ein diskretes Approximationsproblem	42
3	Die Petersburger Mathematische Schule	43
3.1	Die Anstöße zur Theorieentwicklung	43
3.1.1	Čebyševs Auslandsreise	43
3.1.2	Die Poncelet'schen Näherungsformeln	45
3.1.3	Der Watt'sche Mechanismus	46
3.2	Erste Theorieansätze bei Čebyšev	47
3.2.1	Charakteristische Gleichungen	49
3.2.2	Ansätze für reell-analytische Funktionen	49
3.2.3	Das am wenigsten von Null abweichende Polynom $(n + 1)$ -ten Grades mit vorgegebenem ersten Koeffizienten	51
3.2.3.1	Der Fall $m = 0$	52
3.2.4	Bemerkung. Alternanten	53
3.3	Erste theoretische Ausarbeitungen	54
3.3.1	Problemstellung	55
3.3.2	Ein allgemeines notwendiges Kriterium	55
3.3.3	Die Anzahl der Abweichungspunkte. Fallunterscheidungen	57
3.3.3.1	Polynomapproximation	58
3.3.4	Bewertung der „Fragen über Minima [...]“	59
3.4	Zum weiteren Werk Pafnutij L'vovič Čebyševs	61
3.4.1	Kein Beweis des Alternantensatzes	62
3.5	Einige Spezialfälle bei Čebyševs Schülern	64
3.5.1	Egor Ivanovič Zolotarev	65
3.5.2	Das frühe Werk von Andrej Andreevič Markov	65
3.5.2.1	Über eine Frage von D. I. Mendeleev. Ein Alternantensatz.	66
3.5.3	Vladimir Andreevič Markov	68
3.5.3.1	Die Aufgabenstellung. Ein Hilfssatz	68
3.5.3.2	Ein Alternantensatz von V. A. Markov	71

4 Die ersten Beweise des Alternantensatz	73
4.1 Blichfeldts Bemerkung	73
4.2 Kirchbergers Dissertation. Ein erster Beweis	74
4.2.1 Rückgriff auf Čebyšev	74
4.2.2 Der Beweis des Alternantensatzes	75
4.2.3 Fast im Ziel	76
4.3 E. Borels Vorlesungen	77
4.3.1 Der Alternantensatz als Hilfssatz für den Eindeutigkeitssatz .	77
4.3.2 Bemerkung zu Borels Quellen	79
4.4 A. A. Markovs Vorlesungen	79
4.5 Young füllt die letzte Lücke	81
A Einige Briefe von P. L. Čebyšev	83
A.1 Beantragung einer Reise zur Londoner Maschinenausstellung	83
A.2 Der Aufenthalt in Frankreich	85
A.2.1 Beschränkung des Forschungsprogramms	85
A.2.2 Rechenschaftsbericht über die Dienstreise nach Frankreich . .	86
A.3 Der Aufenthalt in England	88
B Der Beweis von A. A. Markov (1906)	91
Literaturverzeichnis	97

Abbildungsverzeichnis

1.1	Veranschaulichung des Alternantensatzes	2
1.2	Veranschaulichung des direkten Beweises	5
1.3	Eintausch von ξ	16
2.1	Schema der Delisle'schen Schnittkegelprojektion	24
2.2	Zur abstandstreuen Einteilung der Meridiane	25
2.3	Längen- und Breitengrade an Äquator und Pol	26
2.4	Konstruktion eines Längengrades	27
2.5	Breitenmessung auf der Erdoberfläche	31
3.1	Das vollständige Watt'sche Parallelogramm	44
3.2	Das verkürzte Watt'sche Parallelogramm	46

