

Gerold Prauss

Das Kontinuum
und
das Unendliche

Nach Aristoteles
und Kant ein Rätsel

VERLAG KARL ALBER



Gerold Prauss

Das Kontinuum und das Unendliche

VERLAG KARL ALBER



Gerold Prauss

Das Kontinuum und das Unendliche

Nach Aristoteles
und Kant ein Rätsel

Verlag Karl Alber Freiburg / München

Gerold Prauss

Continuum and Infinity

A riddle after Aristotle and Kant

So far continuum and infinity present an unsolved riddle. – Does it have to stay this way? Isn't the question even: Can it remain one? – Not even the question whether they are two or one and the same thing has been answered. – It is apparent: The finite differing as regards to content can only occur in the infinite, as only in the formality of the continuum of time and space, that proceeds into infinity. – It is not clear, whether this formality is essentially continuous or rather discrete? – Could this be due to the fact that something goes awry from the moment this continuum or infinite has been questioned? – Is it possible that it is wrong to assume that it can only be solved by means of reduction by way of asking the question about the multiplicity of its »elements« as mathematicians and even philosophers have done so far? – Is success only possible if one also asks »holistically« about the inner unity of this multiplicity, which not even Aristotle and Kant did? – Does it not become significant for us, if the continuum or infinite occurs as the basic form of our world, to which we, the subjects, belong? – Is that possibly not only mathematically or philosophically, but also theologically significant?

In any case, it is necessary to explore each of these questions to find a solution to this riddle.

The author:

Gerold Prauss, born in 1936, after teaching in Yale, Bonn, Heidelberg, Cologne and Munster, professor of philosophy in Freiburg i. Br. Numerous publications. Latest publication with Alber: *Morals and Law in the State after Kant and Hegel* (Original: *Moral und Recht im Staat nach Kant und Hegel*, 2008) and *The unity of subject and object. Kant's problems with things themselves* (Original: *Die Einheit von Subjekt und Objekt. Kants Probleme mit den Sachen selbst*, 2015).

Gerold Prauss

Das Kontinuum und das Unendliche

Nach Aristoteles und Kant ein Rätsel

Bisher ist das Kontinuum und das Unendliche ein ungelöstes Rätsel. – Muß es dabei bleiben?

Ja steht nicht sogar in Frage: Kann es dabei bleiben? – Wo noch nicht einmal geklärt ist, ob sie zwei oder nur eins sind. – Wo doch feststeht: Auftreten kann inhaltlich verschiedenes Endliche nur im Unendlichen, weil auch nur im Formalen des Kontinuums von Zeit und Raum, das ins Unendliche verläuft. – Wo gar nicht klar ist, ob auf seinem Grund dieses Formale in der Tat kontinuierlich ist und nicht vielmehr diskret. – Könnte das daran liegen, daß von Grund auf etwas fehlschlägt, seit dieses Kontinuum als das Unendliche befragt wird? – Wäre möglich, daß man fehlgeht in der Meinung, ihm sei nur »reduktionistisch« beizukommen durch die Frage nach der bloßen Vielheit seiner »Elemente«, wie bisher die Mathematiker und selbst die Philosophen? – Führt zum Ziel vielleicht erst, wenn man auch »holistisch« nach der inneren Einheit dieser Vielheit fragt, wie es nicht einmal Aristoteles und Kant tun? – Wird denn für uns nicht bedeutsam, wenn als Grundgestalt der Welt, zu der wir, die Subjekte, mit hinzu gehören, das Kontinuum als das Unendliche auftritt? – Ist das womöglich nicht nur mathematisch oder philosophisch, sondern auch noch theologisch von Bedeutung? –

Jedenfalls gilt es zur Lösung dieser Rätsel jeder solchen Frage weiter nachzugehen.

Der Autor:

Gerold Prauss, geb. 1936, nach Lehrtätigkeit in Yale, Bonn, Heidelberg, Köln und Münster seit 1985 Lehrstuhl für Philosophie in Freiburg. Zahlreiche Veröffentlichungen, zuletzt bei Alber: *Moral und Recht im Staat nach Kant und Hegel* (2008), *Die Einheit von Subjekt und Objekt. Kants Probleme mit den Sachen selbst* (2015).

Originalausgabe

© VERLAG KARL ALBER
in der Verlag Herder GmbH, Freiburg / München 2017
Alle Rechte vorbehalten
www.verlag-alber.de

Satz und PDF-E-Book: SatzWeise GmbH, Trier
Herstellung: CPI books GmbH, Leck

Printed in Germany

ISBN (Buch) 978-3-495-48919-2
ISBN (PDF-E-Book) 978-3-495-81332-4

Inhalt

Vorwort	10
Einleitung	11
A. Noch einmal zum Kontinuum	22
1. Zur Analyse des Kontinuums	22
2. Zur Synthese des Kontinuums	46
B. Noch einmal zum Unendlichen	73
1. Zum analytischen Unendlichen	73
2. Zum synthetischen Unendlichen	92
C. Das ursprüngliche Unendliche	110
1. Das analytische und das synthetische Kontinuum	110
2. Das ursprüngliche Unendliche als Grund für das synthetische Kontinuum ...	130
a) ... seiner Form nach	130
b) ... seinem Inhalt nach	163
D. Nachwort zum Kontinuum der objektiven Zeit	208
Literatur	219
Register	222
Namen	222
Sachen	223

Für
ELISABETH PRAUSS

24. Januar 1942 – 14. Oktober 2016

Vorwort

Während der Abfassung des Folgenden starb unerwartet plötzlich meine Frau Elisabeth. – Ihr sei dies Buch gewidmet in Erinnerung an sie und Dank für mehr als fünfzig Jahre des beglückenden Zusammenseins in Höhen und in Tiefen.

Danken möchte ich auch allen, die an diesem Tag in Bonn zu einer Tagung sich versammelt hatten zwecks Erörterung kantischer Sachprobleme, der ich fernblieb. Vorgetragen hätte ich das unten S. 200 ff. beschriebene Schaubild, an dem sich das Wesentliche des Kontinuums oder Unendlichen erläutern läßt.

Mein Dank gilt auch all denen, die für das Zustandekommen und die Vorbereitung und Begleitung dieser Tagung sorgten: insbesondere Cord Friebe (Bonn) und Thomas Müller (Konstanz).

Ferner danke ich besonders den Kollegen, die durch ihre Vorträge den Austausch über diese Sachprobleme förderten: Karl Ameriks (Notre Dame), Cord Friebe (Bonn), Dietmar Heide-
mann (Luxembourg), Anja Jauernig (New York), Guido Kreis (Aarhus), Thomas Müller (Konstanz), doch auch allen anderen, die sich beteiligten an diesem Austausch.

Schließlich danke ich erneut Hans-Ulrich Baumgarten sowie Cord Friebe für das Mitlesen der ersten vollständigen Fassung dieses Buches und die wieder hilfreichen Gespräche dazu.

Oberbirken, Ostern 2017

Gerold Prauss

Einleitung

Empirisch kennen wir nur Endliches: in erster Linie die wahrgenommenen oder wahrnehmbaren Dinge und Ereignisse der Außenwelt. Wir kennen sie empirisch aber auch nur soweit, wie sie für uns im Kontinuum der Ausdehnung von Zeit und Raum auftreten, worin sie sich voneinander unterscheiden. Denn das tun sie, weil hier eines *anfängt*, wo ein anderes *endet*, oder umgekehrt. Entsprechend sind sie jeweils *Endliches* in dem Sinn, daß sie ebenso auch jeweils *Anfängliches* heißen könnten. Dann jedoch ist von Bedeutung, daß sie es nur in diesem Kontinuum sein können. Heißt dies dann doch, daß sie solches *Endliche* nur im *Unendlichen* sein können, das sich demgemäß genausogut auch das *Unanfängliche* nennen ließe. Denn in jeder Dimension von ihm verläuft dieses Kontinuum ja ins *Unendliche* oder ins *Unanfängliche*.

Seit jeher und bis heute gilt diesem Kontinuum denn auch eine besondere Aufmerksamkeit, die aber nach wie vor es nicht vermag, sich bis zu seiner Aufklärung noch zu verdichten. Ist doch diese Aufmerksamkeit auch geteilt zwischen Philosophie auf einer und Mathematik auf anderer Seite. Beide nämlich sind sie Unternehmen der Nichtempirie, die es mit Nichtempirischem zu tun hat, wozu auch dieses Kontinuum als das Unendliche gehört. Denn das Empirische ist nun einmal nur jenes Endliche, zu dem dieses Unendliche gerade nicht hinzugehören kann, weil es mit ihm verglichen vielmehr etwas Nichtempirisches sein muß. Verhält sich das Unendliche zu dem Empirisch-Endlichen doch auch durchaus nicht wie ein weiteres Empirisch-Endliches. Und dennoch tritt dieses Empirisch-Endliche nur auf in dem Unendlich-Nichtempirischen dieses Kontinuums: wie etwas Inhaltliches in etwas Formalem.

Um genau dieses Formale aufzuklären, wetteifern denn auch

seit jeher und bis heute die Philosophie mit der Mathematik, doch ohne ein Ergebnis, das zufriedenstellen könnte. Umso auffälliger ist das nämlich, als sie diese Aufklärung auf zwei verschiedenen Wegen zu gewinnen suchen, so daß man erwarten könnte: Mindest einer dieser Wege sollte doch zum Ziel führen, so daß er den anderen als Abweg ausweist, was jedoch für keinen von den beiden gilt. Könnte das daran liegen, daß der eigentliche Weg zu diesem Ziel bereits von Anbeginn verstellt ist, nämlich seit zum ersten Mal die Frage nach diesem Kontinuum gestellt ist? Fällt doch auf: Wie grundverschieden diese Wege auch verlaufen mögen, so wird diese Frage nach diesem Kontinuum doch erst einmal auf beiden Wegen gleich gestellt. Von vornherein fragt man hier so, daß man sich vorstellt, einzugreifen in dieses Kontinuum, um zu ermitteln, wozu dieses Eingreifen in es denn führe. Schließlich müsse solches Eingreifen als Auseinandernehmen von ihm das zum Vorschein bringen, woraus dieses sich zusammensetze, meint man. Und erst mit den Antworten auf diese Frage führen die durch sie gebahnten Wege auseinander.

Auf dem einen nämlich lautet diese Antwort: Wozu solches Auseinandernehmen führen müsse, seien immer wieder Punkte, woraus sich so ein Kontinuum von Ausdehnung bis ins Unendliche zusammensetze, wie etwa eine gerade Linie als einfachstes Beispiel dafür. Und das ist die Antwort, wie man sie vor Aristoteles gegeben hatte und bis heute noch in der Mathematik gibt, nachdem Cantor sie durch seine Mengentheorie begründet hat. Denn eine Ausdehnung sei danach eine bloße Punktmenge, so glaubt man.

Auf dem andern Weg dagegen, mit dem Aristoteles von diesem abweicht, lautet seine eigene Antwort: Solches Auseinandernehmen von einem Kontinuum wie einer Linie kann bis ins Unendliche vielmehr nur immer wieder führen zu Linien als Ausdehnungen. Könne eine Linie als ein Kontinuum von Ausdehnung doch immer nur aus Linien als Ausdehnungen sich zusammensetzen, aber nicht aus Punkten, auch nicht aus unendlich vielen. Und das ist die Antwort, wie man sie bis heute noch mit Aristoteles in der Philosophie gibt, wo man der Mathematik vor

Augen hält: Auch so eine unendlich große Menge bloßer Punkte, selbst wenn diese Menge »überabzählbar« unendlich groß ist wie die der »reellen Zahlen«, könne keine Ausdehnung als ein Kontinuum ergeben oder auch nur wiedergeben. Denn nach eigener Voraussetzung der mengentheoretischen Mathematik soll jede solche Zahl doch als ein Punkt von jeder oder jedem anderen sich unterscheiden. Und das sei nur möglich durch die jeweilige Ausdehnung dazwischen, die sich eben deshalb nicht als bloße Punktmenge verstehen lasse.

Damit aber laufen diese beiden Wege immer weiter auseinander, da sich zwischen ihnen, wie es scheint, eine Entscheidung nicht herbeiführen läßt. Wie aber, wenn sich diese Unentscheidbarkeit als *bloßer* Schein erwiese, nämlich wenn sich zeigen ließe: Dieser Schein kommt nur zustande, weil ein *jeder* dieser Wege nur ein Abweg ist, da *jede* dieser Antworten verfehlt ist. Denn gemeinsam ist ihnen, daß sie sogleich in fernste Fernen schweifen, nämlich daß bis ins Unendliche ein Auseinandernehmen immer wieder nur zu Punkten führen könne oder immer wieder nur zu Linien als Ausdehnungen. Doch wie müßten diese Antworten denn lauten, bliebe jede von ihnen auf ihrem Weg zunächst einmal in nächster Nähe? Denn auch noch so oftmaliges Auseinandernehmen von einem Kontinuum kann ja entsprechend oftmalig bis ins Unendliche nur wiederholen, was ein erstmaliges Auseinandernehmen von diesem Kontinuum herbeiführt.

Wozu also führt denn eigentlich ein Einzelfall des einmaligen Auseinandernehmens von einem Kontinuum wie einer Linie? – Könnte die Antwort auf dem ersten Weg denn etwa lauten, wie sie eigentlich doch lauten müßte: nur zu einem ersten Punkt? Das kann sie nicht! – Und könnte diese Antwort auf dem zweiten Weg denn etwa lauten, wie sie eigentlich doch lauten müßte: nur zu einer ersten Linie als einer Ausdehnung? Das kann sie gleichfalls nicht! – Und beidenfalls aus einem und demselben Grund, weil sie auf jedem dieser Wege vielmehr gleicherweise lauten muß: zu etwas, das »von jedem etwas« ist. Denn so ein Einzelfall führt *weder* nur zu einem ersten Punkt, sondern auch zu zwei Linien, *noch* nur zu einer ersten Linie, sondern auch zu

einem Punkt zwischen der einen Linie und der zweiten. Und so gilt danach für jeden dieser Wege: Auch wenn es zu glauben schwerfällt, wird man einsehen müssen, daß man hier seit jeher schon und auch bis heute noch vor lauter Wald den Baum oder vor lauter Stadt das Haus nicht sieht: auch nicht aus nächster Nähe.

Wie soll man sich so etwas erklären können, – außer dadurch, daß von vornherein bereits die Art der Fragestellung hier statt in die Nähe vielmehr in die Ferne und so in die Irre führt? Denn unabhängig von den Antworten fragt jene Frage in der Tat von vornherein ausschließlich nach der Vielheit von etwas. Fragt sie doch nicht im mindesten auch nach der Einheit zwischen jedem solchen Etwas und dem anderen oder den anderen von dieser Vielheit. Diese Einheit nämlich stehe dabei außer Frage, weil sie selbstverständlich die von »eins und ›noch so eins‹ und ›noch so eins‹ und weiter so« sei, nämlich die der bloßen »Summe« solcher »Elemente«. Und ob die nun Punkte oder Linien als Ausdehnungen seien, so sind es in jedem Fall doch viele und zuletzt unendlich viele von ihnen. Genau in diesem Sinn sind deshalb, weil es schon die eine Frage ist, auch die zwei Antworten »reduktionistisch« durch und durch. So nämlich sind von vornherein auch alle drei schon festgelegt nicht nur auf eine bloße *Vielheit* von etwas, sondern vor allem auch bereits auf eine bloße Vielheit von etwas *derselben Art*.

Denn wie auch könnte man sich sonst erklären, daß Aristoteles bei seiner Auffassung, bis ins Unendliche führe ein Auseinandernehmen einer Linie immer wieder nur zu Linien als Ausdehnungen, übersehen hat: Bereits von vornherein führt es vielmehr genauso sehr auch noch zu *Punkten zwischen* solchen Linien. Denn dieses Auseinandernehmen einer Linie faßt Aristoteles als Teilen oder Schneiden einer Linie auf, um zu vertreten, dieses führe immer wieder nur zu Linien als Teilen, welche immer wieder weiter teilbar oder schneidbar seien. Und so hat er dabei eben übersehen, was man mit ihm noch bis heute übersieht: Bereits von vornherein führt es vielmehr genauso sehr zu etwas Unteilbarem oder Unschneidbarem: auch zu Punkten.

Denn zu Linien als den Teilen kann es ja nur führen, indem es auch zu Punkten als den Grenzen zwischen solchen Teilen führt.

So aber führt es eben nicht einfach zu einer bloßen *Vielheit* von etwas *derselben Art*, wie das bereits die Frage stillschweigend voraussetzt. Vielmehr führt es schon von vornherein zu der *besonderen Vielheit* einer *Dreiheit* von etwas, das keineswegs etwas *derselben Art* ist. Denn bloß *eins* von den drei »Elementen«, die dadurch zum Vorschein kommen, ist ein Punkt, wogegen *zwei* von ihnen Linien als Ausdehnungen sind. Und das ist eben ein Befund, der dann von vornherein schon alles andere als reduktionistisch ist, wenn man ihn seinem inneren Bestand nach auch zur Kenntnis nimmt. Denn jedes weitere solche »Auseinandernehmen« kann auch seinerseits bis ins Unendliche nur immer wieder zu dieser *besonderen Vielheit* solcher *Dreiheit* führen. Und die wirkt bereits bei ihrer ersten Kenntnisnahme nicht nur nicht reduktionistisch, sondern eher durch und durch »holistisch«. Denn als so besondere *Dreiheit* müßte diese *Vielheit* auch von einer *Einheit* sein, die sie zu einer *Ganzheit* macht, und dieser gilt es nachzugehen.

Ist solches »Auseinandernehmen« doch auch immerhin ein Vorstoß in die Tiefe des Kontinuums und damit in die Tiefe des Unendlichen. Als etwas Nichtempirisches liegt dieses nämlich dem Empirisch-Endlichen von unserer Welt zugrunde, weil es das Formale von ihm als dem Inhaltlichen in ihm ist. Denn auch nur aus der Tiefe des Kontinuums und damit aus der Tiefe des Unendlichen als etwas Nichtempirischem kann das Empirisch-Endliche hervorgehen, wenn es als das Inhaltliche in diesem Formalen auftritt. Jener Frage, die von vornherein bereits reduktionistisch fragt, gilt es daher vorweg zu fragen: Was kann so ein »Auseinandernehmen« von einem Kontinuum, wenn es zu so einem Ergebnis führt, denn eigentlich bedeuten?

Hat auf jedem von den zwei verfehlten Wegen der Reduktionismus doch auch schon allein in eigener Sache seine Schwierigkeiten, wie sich zeigen wird. Entsprechend kann es schwerlich Zufall sein, daß man auf jedem der zwei Wege diese Frage bisher ungestellt läßt. Denn so bleibt bisher auch ungeklärt, was die

Bedeutung von Begriffen ist wie »Schneiden« oder »Teilen« oder »Trennen« oder »Sondern«, wenn dabei zunächst einmal so eine Dreiheit das Ergebnis ist. Muß dann mit so verschiedenen Begriffen doch auch mehr als nur »Erzeugen« einer bloßen »Vielheit« zu begreifen sein, was dem Reduktionismus dann womöglich vorbaut, weil es den entsprechenden Holismus aufdeckt. –

Einem Vorhaben wie diesem aber steht eine noch größere Schwierigkeit entgegen als nur jene Blindheit gegenüber dem Holismus jener Dreiheit. Auf dem eigentlichen Weg zu dieser Dreiheit stößt man auf ein Hindernis, das erst einmal unüberwindlich scheinen muß, weil es anscheinend unausweichlich auf den einen oder andern Abweg abdrängt. Ist man doch nur darum derart festgelegt auf den Reduktionismus beider dieser Wege zu der bloßen Vielheit von etwas, weil ihn ein Lehrstück leitet, das man schon seit jeher und bis heute noch für fraglos gültig hält. Und das ist ohne jede Übertreibung ein Verhängnis, wie es tragischer nicht sein kann, weil es mit der Macht des Schicksals die Philosophie sowohl wie die Mathematik auf ihren Abweg jeweils nicht nur drängt, sondern auf ihm auch weiter hält. Wer angesichts ihrer Geschichte und ihrer Ergebnisse dies übertrieben findet, möge einmal überprüfen, wer nicht alles auf dies Lehrstück baut, und was nicht alles auf ihm ruht, so daß es mit ihm steht und fällt.

Die Rede ist von jenem Lehrstück, wonach es zu unterscheiden gelte zwischen einem Etwas als einem bloß »potenziellen« oder »möglichen« und diesem Etwas als einem auch »aktualen« oder »wirklichen«, ein Lehrstück, das auf Aristoteles zurückgeht und das man bis heute wiederholt, doch meines Wissens nie in Frage stellt. Und tragisch ist das insbesondere, weil das auch für Kant gilt. Denn samt diesem Lehrstück folgt er, was jenes Kontinuum als das Unendliche betrifft, mit Aristoteles im wesentlichen seinem Abweg in jenen Reduktionismus, obwohl Kant ihn als der einzige vermeiden könnte. Somit gilt es, ihn tatsächlich zu vermeiden und mit Kant statt dessen jenen eigentlichen Weg zu gehen. Zuallererst erfordert dies daher auch die Beseitigung von eben diesem Lehrstück als dem Hindernis, das ihn ver-

stellt, – wer oder was auch immer dadurch wankt und stürzt, weil auf dies Lehrstück baut. Denn warum sollte man noch weiter aufrechterhalten, was nicht haltbar ist?

Wird dies doch offenkundig, wenn man einmal geltend macht, in welchem Sinn wir den Begriff für etwas bilden und verwenden, und zwar schon alltäglich in der Umgangssprache. Bilden und verwenden wir etwa einen Begriff wie »Baum« oder wie »Haus«, so hat er *den* Sinn, daß etwas ein Baum oder ein Haus *nur* ist, wenn es als Haus oder als Baum auch *wirklich* ist. Das heißt: Ist es als Haus oder als Baum *nicht* wirklich, ist es eben auch kein Haus und auch kein Baum. Zum Sinn von »Haus« oder von »Baum« gehört demnach der Sinn von »wirklich« mit hinzu, so daß genau in diesem Sinn es letztlich analytisch-*tautologisch* ist, von einem Haus oder von einem Baum als einem *wirklichen* zu sprechen. Und so heißt das weiter, daß es letztlich analytisch-*widersprüchlich* ist, von einem Haus oder von einem Baum als einem *möglichen* zu sprechen, weil das ja bedeuten soll, von jedem als einem *nicht* wirklichen zu sprechen. Und tatsächlich ist doch etwas, wenn es als ein Haus oder ein Baum *nicht wirklich* ist, sondern bloß *möglich* ist, auch alles nur kein Haus und alles nur kein Baum, als was auch immer es dann wirklich sein mag. Zwischen einem Etwas als einem bloß *möglichen* und als einem auch *wirklichen* zu unterscheiden, ist deswegen ohne jeglichen informativen Sinn, weil es zum einen *widersprüchlich* und zum andern *tautologisch* ist.

Entsprechend gilt das auch nicht nur für »Baum« und »Haus«, sondern genauso sehr für »Teil« und »Grenze«. Ist etwas ein Teil bzw. eine Grenze zwischen Teilen, dann als *wirklicher* oder als *wirkliche*, wogegen es als *möglicher* oder als *mögliche* weder ein Teil noch eine Grenze zwischen Teilen ist. Nicht das geringste an informativem Sinn hat demnach eine solche Unterscheidung, weil sie ja tatsächlich eine zwischen Teilen oder zwischen Grenzen *von verschiedenem Sinn* sein soll, bei dem es jeweils *beidenfalls* sich um den Sinn von *Teilen* oder *Grenzen* handeln soll. So aber muß sich fragen: Warum fällt das trotzdem schon seit Aristoteles und noch bis heute keinem auf: nicht einmal einem

strengen Mathematiker? Liegt das womöglich daran, daß man dieses Lehrstück viel zu nötig hat, als daß man es in Frage stellen könnte? In der Tat benötigt man es nämlich dringend, um sich für den Zugriff aufs Kontinuum einen Begriff zu sichern: den der »Teile« oder »Grenzen« von ihm. Wäre man doch angesichts dieses Kontinuums sonst in einer Verlegenheit, wie sie nicht größer sein kann.

Denn von sich als solchem selbst her weist dieses Kontinuum nun einmal nichts von einem Teil oder von einer Grenze auf und so erst recht auch keine Vielheit davon: weder eine Vielheit solcher Teile noch auch eine Vielheit solcher Grenzen zwischen solchen Teilen. Von sich selbst her, als jenes Formale, muß dieses Kontinuum vielmehr wie eine Einheit oder Ganzheit und sonach holistisch wirken. Ihr zufolge müßte man daher auf eine Vielheit jeder Art auch eigentlich verzichten. Doch dann hätte man auch nichts mehr, worauf das Kontinuum reduktionistisch sich zurückführen ließe. Denn die Vielheit jener Dreiheit, nähme man sie auch zur Kenntnis, legt ja ihrerseits einen Holismus statt Reduktionismus nahe, so daß ersterer diesem Kontinuum als Einheit oder Ganzheit auch entspricht. Und das deckt auf, zu welchem Zweck man dieses Lehrstück dringend braucht, um nämlich wenigstens zum Schein diesem Kontinuum als Einheit oder Ganzheit zu entsprechen: Seien dessen Teile und die Grenzen zwischen ihnen – die in Rede stehen, obwohl es keine aufweist – doch nur »potenzielle« Teile und nur »potenzielle« Grenzen, aber keine »aktualen«. Denn dies zu vertreten, hat man umso nötiger, als jenes Auseinandernehmen von diesem Kontinuum doch auch bis ins Unendliche zu solchen Teilen oder solchen Grenzen führe. Und die seien deshalb auch nur »potenziell« unendlich viele, aber nicht auch »aktual« unendlich viele, wovor man mit Aristoteles vielmehr für lange Zeit zunächst zurückschreckt.

Denn wie sollte es auch so etwas wie eine »aktual« unendlich große Menge solcher Teile oder Grenzen geben können, kurz: ein »aktual« Unendliches? Aber zuletzt bedarf es dazu doch auch nur der unerschrockenen Entschlossenheit, von der *Gesamtheit aller*

solcher Elemente einer solchen Menge auszugehen, weil man ja die Regel oder das Gesetz für deren widerspruchsfreie Beherrschung habe. So entschlossen ist man denn auch insbesondere auf jenem ersten Weg schon spätestens seit Dedekind und Cantor unterwegs, indem man unbekümmert von den »aktual« unendlich großen Mengen jener Punkte spricht. Soll es von solchem »aktual« Unendlichen doch dann sogar auch noch unendlich viele unterschiedlich große geben, etwa weil sich davon immer weitere »Potenzmengen« gewinnen lassen. Mittlerweile fortgeschritten ist man darin denn auch so weit schon, daß die Entschlossenheit dazu wohl nicht einmal mehr durch die Einsicht in die Sinnlosigkeit dieser Unterscheidung zwischen »potenziell« und »aktual« sich legen wird.

Sehr wohl jedoch wird diese Einsicht auf die Dauer zu der weiteren Einsicht führen müssen, die entscheidend ist: Das eigentlich Anstößige an solchem »aktual« Unendlichen ist keineswegs, daß es als etwas »Aktuales« etwas »Wirkliches« sein soll, wie man bis heute meint. Vielmehr ist eigentlich anstößig daran nur, daß es dies »aktuale« oder »wirkliche« Unendliche auch noch als etwas Objektives von Objekten sein soll, weil man es natürlich stillschweigend als etwas Platonistisches vertritt. Als dieses Objektive von Objekten aber ist dies Anstößige eben auch nur selbstgemacht, weil auch nur durch die mengentheoretische Mathematik als solche selbst vorausgesetzt. Denn wie gesagt, weist von sich selbst her ein Kontinuum wie das der Ausdehnung von Zeit und Raum doch schlechterdings nichts auf von so etwas wie Punkten. Deshalb weist es auch erst recht nichts auf von »aktual« unendlich vielen Punkten – und ist dennoch etwas, das mit jeder seiner Dimensionen ins Unendliche verläuft.

Dies nämlich tut es nicht etwa nur »potenziell«, sondern im vollen Sinne »aktual«, weil es auch nur in *diesem* Sinne ins Unendliche *verlaufen* kann. Denn »aktual« tut es dies eben auch durchaus nicht als das Objektive von Objekten, sondern als das Subjektive von Subjekten, deren jedes als ein *Aktual-Agieren* in der Welt ist, die sich keineswegs erschöpft im Objektiven von Objekten. Solches »Aktuale« ist daher auch überhaupt nichts

Statisches, wie dieses Objektive von Objekten, das es als unendlich große Mengen jener Punkte platonistisch einfach geben soll. Vielmehr ist solches »Aktuale« als Agieren eben das *Dynamische* dieses Kontinuums, das ins Unendliche *verläuft*, doch nur in dem Sinn, daß es über jedes *Endliche* auch immer schon *hinausverläuft*. Vermag doch etwas *Endliches* als etwas *Inhaltliches* auch erst immer *innerhalb* von ihm als dem *Formalen* aufzutreten, das durch das Agieren von Subjekten dafür immer schon mit in der Welt sein muß. Und an dem »Aktualen« einer solchen Wirklichkeit der Wirksamkeit, die ins Unendliche verläuft, ist denn auch überhaupt nichts Anstößiges. Denn dann hat zu gelten, daß sie als *Dynamik* von *Subjekten* mit zur Welt gehört, und nicht als *Statik* von *Objekten* platonistisch aus der Welt fällt, wo sie überflüssig-zusätzlich noch eine »zweite Welt« als »Hinterwelt« zu ihr sein soll.

Genau das ist denn auch der Beitrag Kants, der über den von Aristoteles hinausgeht, weil Kant das Kontinuum der Ausdehnung von Zeit und Raum nicht mehr, wie Aristoteles, nur als etwas Gegebenes betrachtet, sondern auch noch nach dessen Erklärung fragt. Und seine Antwort lautet eben: Seinem Wesen nach erklärbar sei dieses Kontinuum nur als etwas ursprünglich Subjektives von Subjekten, deren Subjektivität als Spontaneität eines Agierens in der Welt ist und dieses Kontinuum als das Formale von ihr aus sich selbst heraus erzeugt. Als tragisches Verhängnis, das bis heute anhält, hat daher zu gelten: Diesen eigentlichen Weg bahnt Kant zwar an, doch ohne ihn auch gehen zu können. Denn was dies Kontinuum als das Unendliche betrifft, entgeht auch Kant dem Abweg nicht, den Aristoteles durch dies verfehltte Lehrstück förmlich festigt und so auch den Abweg der Mathematik.

Dies Lehrstück im genannten Sinn zurückzunehmen, hat denn auch zur Folge, daß dieses Kontinuum, das ins Unendliche verläuft, als eine »aktuale« Wirklichkeit dann nicht nur nicht mehr *anstößig* sein kann. Vielmehr kann es dann auch vor allem nicht mehr *analytisch-tautologisch* sein. Ist es als »aktuale« Wirklichkeit der *Wirksamkeit* eines dynamischen *Agierens* doch

recht eigentlich im höchsten Maß *informativ-synthetisch*. Denn so informiert es dann synthetisch darüber: In der Gestalt dieses Kontinuums, das als dynamisches Erzeugnis durch agierende Subjekte ins Unendliche verläuft, tritt ein beredtes Zeugnis des Unendlichen im Endlichen der Welt mit auf. Und seiner Spur zu folgen wird dann möglich, wenn man jenen eigentlichen Weg, den Kant betrat, doch nicht mehr ging, noch weiter geht.

Daß dieser Weg nur weiter führt, wenn man von jedem Abweg abgeht, die in den Reduktionismen sich verlaufen, und dafür den Weg betritt, der dem Holismus folgt, wird so zu einem Wegweiser. Denn der besagt: Naturalismus mathematischer Naturwissenschaft als Theologie der Gegenwart, wonach das Einzig-Wirkliche nur die Natur als das Empirisch-Endliche sein kann, wird nicht das letzte Wort sein können, wenn doch die Natur dieses Empirisch-Endliche nur sein kann im Unendlich-Nichtempirischen dieses Kontinuums. Das letzte Wort wird vielmehr nur Philosophie sein können, die auch dem Kontinuum als dem Unendlich-Nichtempirischen in der Natur als dem Empirisch-Endlichen noch folgt und damit auch einer Theologie der Zukunft noch den Weg bereitet. Darauf dringen nämlich unvermindert die nach Aristoteles und Kant noch immer ungelösten Rätsel des Kontinuums und des Unendlichen, die letztlich eines sind.

A. Noch einmal zum Kontinuum

1. Zur Analyse des Kontinuums

Auch zuletzt ist wieder einiges zu kurz gekommen,¹ das es nachzuholen gilt. Die klassische Kontinuum-Auffassung, wie sie Aristoteles in der *Physik* vertritt, ist noch bis heute von Bedeutung; nicht nur denen, die sie ohnehin für die ihm einzig angemessene halten, sondern sogar denen, die sie kritisieren und durch eine andere Auffassung ersetzen möchten. Dazu zählen insbesondere die Mathematiker, die ein Kontinuum, wie das der Ausdehnung von Zeit und Raum, als bloße Punktmenge betrachten, eine Auffassung, die seit der Mengentheorie zur herrschenden geworden ist. Und als ein analytisches Modell dieses Kontinuums versucht auch jede solche Auffassung, einen Begriff für es von seinen analytisch aufgedeckten Elementen her zu finden. Wesentlich verschieden voneinander sind die beiden Auffassungen demgemäß schon dadurch, daß sie als die Elemente, die durch Analyse sich ergeben, Unterschiedliches betrachten und zugrundelegen.

So fällt schon als erstes auf: Gemäß diesem Modell der Ausdehnung als Punktmenge, dem P-Modell bzw. P-System, sind deren Elemente nur die Punkte, durch die es die Ausdehnungen als die »Größen« der »Geometrie« zuletzt ersetzt.² Dagegen geht das klassische Modell des Aristoteles durchaus nicht etwa umgekehrt nur von den Ausdehnungen aus, sondern von beidem, weil die Punkte schon von vornherein dazugehören. Da es die Ausdehnungen aber immerhin berücksichtigt und sie sogar auch als das eigentlich Kontinuierliche betrachtet, modelliert es das Kontinuum anscheinend angemessener als das P-Modell, von dem es

¹ In Prauss 2015.

² Vgl. z. B. Bedürftig 2015, S. 227 ff.

deshalb unterschieden sei als K-Modell bzw. K-System. Und dennoch bleibt auch dieses K-Modell einiges schuldig, dessen Umfang und Erheblichkeit bisher nicht einmal seine Kritiker in der Mathematik bemerken.

So gilt als eine Definition für das Kontinuum seit Aristoteles und noch bis heute: Wesentlich für ein Kontinuum sei seine Teilbarkeit in Teile, deren jeder immer wieder teilbar sei, weswegen eine Teilung niemals zu etwas Unteilbar-Einfachem führen könne. Und als eine angemessene Definition wird dies tatsächlich überliefert durch Jahrhunderte hindurch und in der Gegenwart sogar von Mathematikern noch aufgegriffen und geschätzt.³ Und dennoch: Letztlich unbegreiflich wird all dies, sobald man folgendes noch miterwägt. Wie kann es sein, daß ausgerechnet dies als eine Definition für das Kontinuum gilt, wo doch schon die erste und auch jede weitere Teilung etwas Einfaches und Unteilbares ebenso herbeiführt wie auch etwas weiter Teilbares? Erzeugt sie jeweils doch nicht bloß zwei Teile, sondern auch den einen Punkt als jeweilige Grenze zwischen den zwei Teilen, wenn man sich zunächst beschränkt auf eindimensionale Ausdehnung. Denn solche Teile kann es doch nur geben, wenn es auch die Grenze zwischen ihnen gibt, *durch die* sie voneinander abgegrenzte Teile sind.

Gegeben nämlich sind ja weder diese Teile noch auch diese Grenze zwischen ihnen etwa schon durch ein Kontinuum von Ausdehnung als solches selbst. Gegeben werden alle diese vielmehr erst als ein Ergebnis einer Analyse des Kontinuums. Ergebnis von ihr sind daher nicht bloß die beiden Teile, sondern ist auch noch die eine Grenze zwischen ihnen. Zum Ergebnis also hat die Analyse von ihm jeweils die Gesamtheit dreier Elemente, die eine unmittelbare Einheit miteinander bilden. Liegt doch jeweils zwischen diesem einen Punkt und jeder von diesen zwei Ausdehnungen auch buchstäblich nichts. Doch trotz dieser Unmittelbarkeit ihrer Einheit gilt diese Gesamtheit bloß als *Summe* von diesen drei Elementen. Im Verhältnis zueinander nämlich

³ Vgl. z. B. Laugwitz 1997, S. 4ff.; Knerr 1989, S. 201; Heuser 2008, S. 157.